NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS B
HÖSTEN 2001

Anvisningar

Provtid	240 minuter utan rast, för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 19 uppgifter. **Del I** består av 11 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 19 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du prövar på denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna i betygskriterier 2000. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 13 poäng Väl godkänd: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

Del I

Denna del består av 11 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. I en burk finns enbart röda och svarta kulor. Sannolikheten att dra en röd kula ur burken är 75 %.

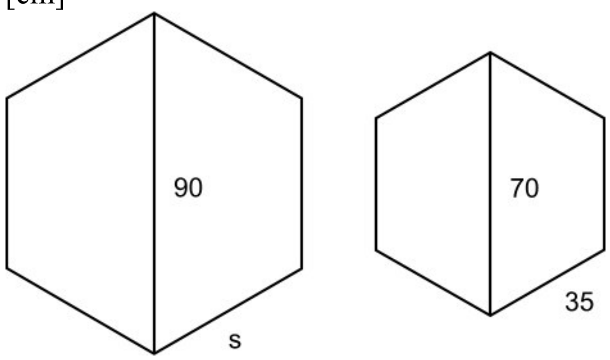
Ge ett förslag på hur många röda och svarta kulor det kan finnas i burken.
Endast svar fordras (1/0)

2. Ange något värde på x så att $2x - 1 < 3$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. Lös ekvationen $x^2 - 4x - 45 = 0$ (2/0)

4. Följande två sexhörningar är likformiga. Bestäm s. *Endast svar fordras* (1/0)

[cm]



5. Vilket av följande uttryck betyder samma sak som $(x-2)(x+2)$?

A. $x^2 - 4x + 4$

B. $x^2 + 4x + 4$

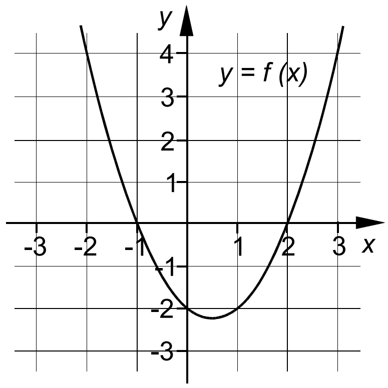
C. $x^2 + 4$

D. $x^2 - 4$

E. $x^2 + 2x$

F. $x^2 - 2x$ *Endast svar fordras* (1/0)

6. Figuren till höger visar grafen till en funktion $y = f(x)$



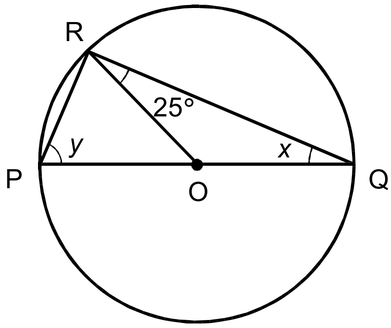
a) Bestäm $f(0)$

Endast svar fordras (1/0)

b) Ange lösningarna till ekvationen $f(x) = 0$

Endast svar fordras (2/0)

7. Punkterna P, Q och R ligger på en cirkel. O är cirkelns medelpunkt. PQ är cirkelns diameter.



Bestäm vinkeln y (0/2)

8. Summan av två tal, x och y, är minst lika stor som deras produkt.

Hur skrivs detta villkor med hjälp av matematiska tecken och symboler?

A. $x + y \leq xy$
B. $x + y \geq xy$
C. $x + y < xy$
D. $x + y > xy$
E. $x + y = xy$ *Endast svar fordras* (0/1)

9. Punkten $(50, a)$ ligger på linjen med ekvationen $2x + y = 5$

Bestäm a *Endast svar fordras* (0/1)

10. Lösningen till ett ekvationssystem är $x = 1$ och $y = 3$
Ge ett exempel på ett sådant ekvationssystem.

Endast svar fordras (0/1)

11. Förklara när det är lämpligt att använda median istället för medelvärde.
Ge ett exempel. (1/1)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

12. Rita en rät linje i ett koordinatsystem.
Ange riktningskoefficienten för linjen. (2/0)

13. TRISS-lotten är en populär skraplott. På baksidan av en TRISS-lott finns följande vinstplan:

Vinstplan för 8 000 000 lotter.
Vid annat antal lotter förändras vinstplanen proportionellt.
* och ** snittbelopp i offentliga TV-dragningar.

Antal		Vinst	Totalt
4	x	2 500 000kr*	10 000 000kr
16	x	250 000kr**	4 000 000kr
4	x	1 000 000kr	4 000 000kr
40	x	100 000kr	4 000 000kr
400	x	10 000kr	4 000 000kr
2 000	x	1 000kr	2 000 000kr
44 000	x	100kr	4 400 000kr
172 000	x	75kr	12 900 000kr
680 000	x	50kr	34 000 000kr
748 000	x	25kr	18 700 000kr
1 646 464			98 000 000kr

* Lotter med 3 KLÖVER. Väljer vinnaren engångsbelopp istället för månadsbelopp utbetalas 500 000 kr.
** Lotter med 3 TV-rutor.

a) Beräkna sannolikheten för att du får en vinst om du köper en TRISS-lott. (1/0)

b) Beräkna sannolikheten för att du får en vinst som är större än 10 000 kr om du köper en trisslott. (2/0)

c) Om du köper 1 trisslott i veckan under ett år, hur många 25 kronorsvinster kan du rimligen förvänta dig att få under året? (1/1)

14. En rät linje går genom punkterna $(-1, 3)$ och $(1, 9)$
Bestäm linjens ekvation på formen $y = kx + m$ (2/0)

15. Hos Bosses Bil kunde man hyra en bil för 225 kr per dygn samt 30,40 kr per mil.
På Perssons Personbilar kunde man hyra samma bilmodell för 300 kr per dygn samt 25 kr per mil.

Utred hur körsträckan, under ett dygn, påverkar valet av hyrfirma. (1/2)

16. I en kommun finns det två gymnasieskolor, Östra och Västra. I Östra går det 1350 elever och i Västra 520 elever. I båda skolorna är det förbjudet att ha mobiltelefon påslagen under lektionstid.

För att undersöka om förbudet har förankring bland eleverna har skolornas elevråd gemensamt gjort en undersökning. Man valde ut några SP-klasser på varje skola där man till alla elever ställde frågan:
"Tycker du att man ska få ha mobiltelefonen påslagen under lektionstid?"
Svaren framgår av tabellen:

Skola	Antal icke svarande	Antal ja	Antal nej
Östra	17	27	58
Västra	30	49	16

Elevråden sammanfattade undersökningen på följande sätt:

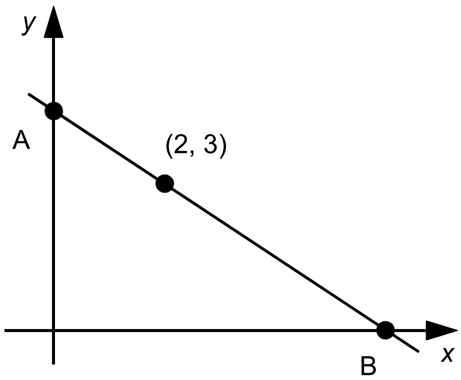
Andel "Ja": $\dfrac{27+49}{27+49+58+16} \approx 51\ \%$

Alltså: En majoritet av eleverna på gymnasiet tycker att man ska få ha mobiltelefonen påslagen under lektionstid.

a) Ange två kritiska synpunkter på undersökningen. (1/1)

b) Förklara varför dina synpunkter kan påverka de slutsatser som kan dras av undersökningen. (0/1)

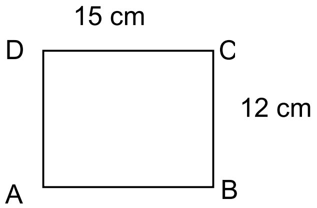
17.

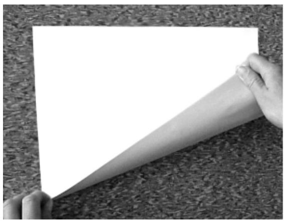


En rät linje genom punkten (2, 3) skär positiva y-axeln i A och positiva x-axeln i B, se figur. Punkten B har en x-koordinat som är tre gånger så stor som y-koordinaten för punkten A. Bestäm y-koordinaten för punkten A exakt.

(0/3/¤)

18. ABCD är ett vitt rektangelformat pappersark med grå baksida. Arket viks så att vikningslinjen går genom hörnet A och så att hörnet B hamnar på sidan CD (se högra figuren).

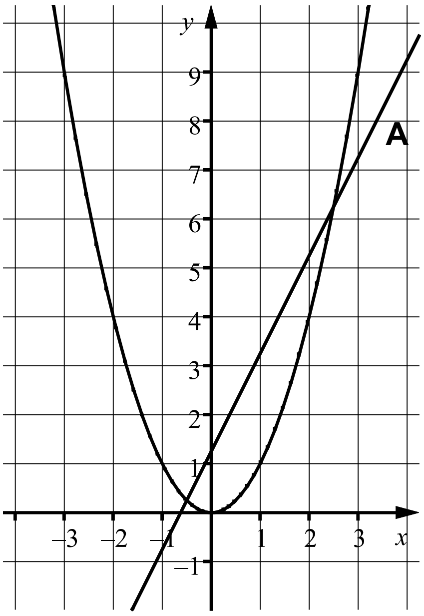




Beräkna arean av den uppvikta (grå) delen av pappersarket.
Beräkningar som bygger på uppmätta värden godtas ej. (0/4/¤)

Redovisningen av din lösning till uppgift 19 görs dels i detta häfte (tabellen) och dels på särskilda skrivningspapper.

19. Denna uppgift handlar om skärningar mellan kurvan $y = x^2$ och räta linjer



I figuren till vänster kan man avläsa x-koordinaterna för punkterna där kurvan och linjen A skär varandra:

$x_1 = -0{,}5$

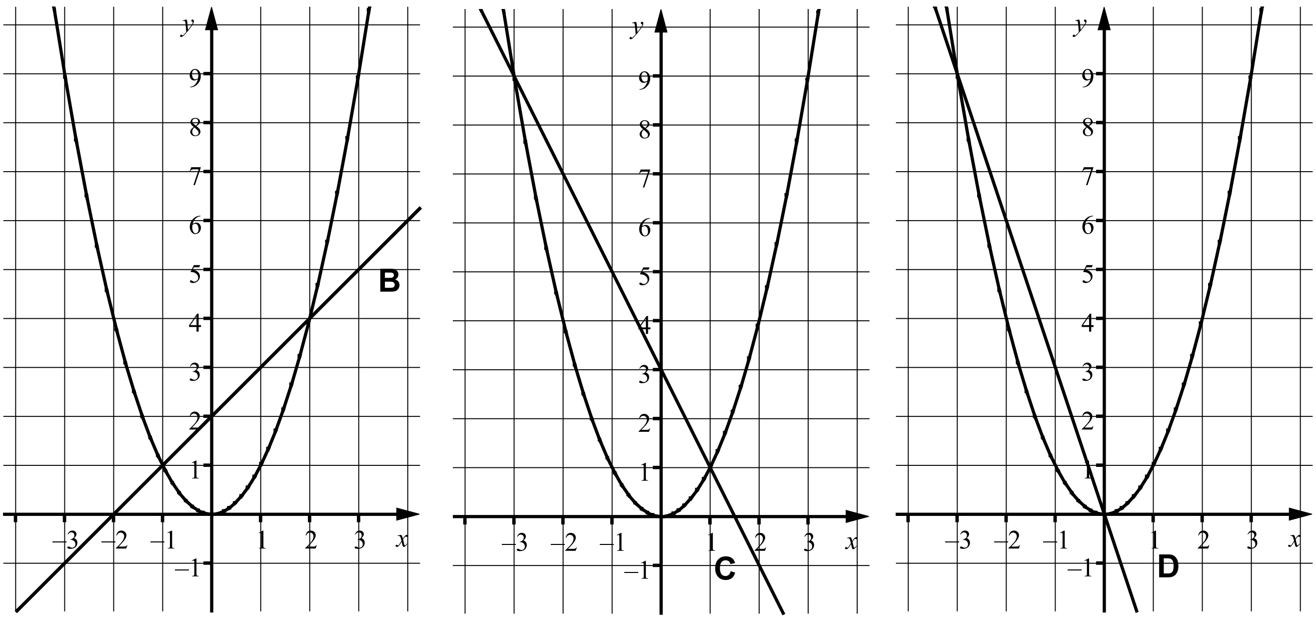
$x_2 = 2{,}5$

Därefter beräknas summan $x_1 + x_2 = 2$
och produkten $x_1 \cdot x_2 = -1{,}25$

Linjens k- och m-värde bestäms ur figuren till $k = 2$ och $m = 1{,}25$

Alla värden har förts in i tabellen på nästa sida.

- Gör motsvarande avläsningar i figurerna nedan. Fyll sedan i tabellen på nästa sida.



Linje		A	B	C	D
x-koordinaten för vänstra skärnings-punkten med kurvan	x_1	-0,5			
x-koordinaten för högra skärnings-punkten med kurvan	x_2	2,5			
Summan av x-koordinaterna	$x_1 + x_2$	2			
Produkten av x-koordinaterna	$x_1 \cdot x_2$	-1,25			
Linjens riktnings-koefficient	k	2			
y-koordinaten för skärnings-punkten med y-axeln	m	1,25			
Linjens ekvation		$y = 2x + 1{,}25$			

- Formulera i ord de slutsatser du kan dra av tabellen.

- Att avläsa skärningspunkterna mellan kurvan $y = x^2$ och linjen $y = 2x + 1{,}25$ ger en grafisk lösning till andragradsekvationen $x^2 = 2x + 1{,}25$
  Visa att avläsningen av skärningspunkternas x-koordinater är korrekta genom att lösa andragradsekvationen $x^2 = 2x + 1{,}25$ algebraiskt.

- Försök att visa att de slutsatser du drog med hjälp av tabellerna gäller för alla tänkbara linjer som skär kurvan $y = x^2$ (3/4/¤)

Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur stor del av uppgiften du löser
- Hur väl du formulerar de slutsatser du har funnit
- Hur generell metod du använder när du visar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 10, 15, 18 och 19 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 7, 11, 15, 16, och 19. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7, 13c, 17, 18 och 19 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 1, 2, 7, 10, 15, 16 och 19 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 11, 15, 16, 17 och 19 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik ht 2001 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

Uppgift nr	g poäng	vg poäng	¤	Kunskapsområde										Betygskriterium														
				Övr		Geo	Stat & sannol			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	1	0		x	x		x							x														
2	1	0										x		x														
3	2	0								x				x		x												
4	1	0		x	x	x								x														
5	1	0								x				x														
6a	1	0											x	x		x												
6b	2	0											x	x		x												
7	0	2			x	x												x	x		x							
8	0	1										x						x										
9	0	1									x							x		x								
10	0	1										x						x										
11	1	1						x						x				x	x		x							
12	2	0									x			x														
13a	1	0					x							x														
13b	2	0					x							x														
13c	1	1					x							x	x	x		x										
14	2	0									x			x		x												
15	1	2									x			x	x			x		x								
16a	1	1							x					x			x	x										
16b	0	1							x									x		x								
17	0	3	¤							x								x						x	x			
18	0	4	¤			x				x								x						x				
19	3	4	¤							x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x		x	x	
Σ	23	22				1/4	7/4			11/13			4/1	23				22										

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	13 poäng.
Väl godkänd:	25 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst två* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterier, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betyget Godkänd respektive betyget Väl godkänd användes separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Utdelad g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck 1/0, 2/1 o.s.v.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)
   4.1 Godtagbart svar ger 1 eller 2 poäng enligt bedömningsanvisningen.
   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, som t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
   5.2 Då +1g eller +1vg anges i bedömningsanvisningen ska de angivna minimikraven uppfyllas för att erhålla 1 poäng i tillägg till tidigare erhållna g- eller vg-poäng.
   5.3 När bedömningsanvisningen t.ex. anger +1-2g (eller +1-2vg) innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, fel i deluppgift eller följdfel, formella fel och räknefel.
6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
   7.4[*] Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränsen för den uppnådda totalsumman poäng och den uppnådda summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

[*] gäller endast de som följer styrdokumenten 2000

Bedömningsanvisningar (MaB ht 2001)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 1/0**
		Godtagbart förslag (3 röda kulor och 1 svart kula)	+1 g
2.			**Max 1/0**
		Godtagbart värde ($x = 1$)	+1 g
		Även godtagbart intervall accepteras.	
3.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med korrekt svar ($x_1 = -5$ och $x_2 = 9$)	+1 g
4.			**Max 1/0**
		Godtagbart svar ($s = 45$ cm)	+1 g
5.			**Max 1/0**
		Korrekt svar (D; $x^2 - 4$)	+1 g
6.			**Max 3/0**
	a)	Korrekt svar ($f(0) = -2$)	+1 g
	b)	En korrekt rot	+1 g
		ytterligare en korrekt rot ($x_1 = -1$ och $x_2 = 2$)	+1 g
7.			**Max 0/2**
		Redovisad godtagbar metod	+1 vg
		med korrekt svar ($y = 65°$)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
8.		Max 0/1
	Korrekt svar (B; $x + y \geq xy$)	+1 vg
9.		Max 0/1
	Korrekt svar ($a = -95$)	+1 vg
10.		Max 0/1
	Godtagbart ekvationssystem $\left(\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 3 \end{cases} \right)$	+1 vg
11.		Max 1/1
	Redovisat lämpligt exempel med antydan till jämförelse	+1 g
	Redovisad godtagbar jämförelse	+1 vg

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 11

Nedan ges exempel på två olika lösningar och hur de poängsätts. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elev 1 (1 g)

tex 1,2,2,2,20 när det blir ett stor hopp
från ett tal till ett annat

Kommentar:
Eleven ger ett exempel och förklarar mycket kortfattat. Det framgår inte av elevens diskussion hur ”hoppet” påverkar skälet till att medianvärdet är bättre än medelvärdet.

Elev 2 (1 g och 1 vg)

Ett medelvärde kan ibland vara missvisande.
Om ett tal är mycket högre än de
andra drar det upp medelvärdet mycket.
Men om man istället använder sig av
en median, då får man ett mer
verklighetstroget värde

Kommentar:
Eleven ger ett acceptabelt exempel. Eleven gör en godtagbar jämförelse.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**

Del II

12. **Max: 2/0**

	Redovisad godtagbar figur	+1 g
	med korrekt riktningskoefficent	+1 g

13. **Max 4/1**

a)	Redovisad godtagbar beräkning av sannolikheten (0,21)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med godtagbart svar (0,000008)	+1 g
c)	Redovisad godtagbar beräkning av sannolikheten för en 25 kronorsvinst	+1 g
	med redovisad godtagbar beräkning av antalet vinster (4,9 vinster)	+1 vg

14. **Max 2/0**

	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar ($y = 3x + 6$)	+1 g

15. **Max: 1/2**

	Godtagbar ansats (tecknat samband eller valt flera exempel och prövat)	+1 g
	med godtagbar bestämning av brytpunkten	+1 vg
	Godtagbar slutsats om de olika alternativen (När körsträckan är längre än 14 mil bör de hyra på Perssons Personbilar.)	+1 vg

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 15

Nedan ges exempel på två lösningar och hur de poängsätts. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elev 3 (1 g)

Hyrbilsfirma ...

$30{,}40x + 225 < 25x + 300$

addera 25 till båda leden

$5{,}4x + 225 < 300$

När antalet mil är större än 5,4 är det billigare att hyra där de tar 300 kr/dygn.

När antalet mil är mindre än 5,4 är det billigare att hyra där de tar 225 kr/dygn.

Kommentar:
Eleven har gjort en godtagbar ansats genom att teckna ett samband för kostnaden på de olika hyrbilsfirmorna (+1g). Eleven har inte kommit vidare i sin lösning efter detta.

Elev 4 (1 g och 1 vg)

Bosses bil 225 kr/dygn + 30,40 :-/mil
Perssons P-bil 300 kr/dygn + 25 :-/mil

10 tim
225 + 30,40 × 10 = 529 :-
300 + 25 × 10 = 550 :-

20 tim
225 + 30,40 × 20 = 833
300 + 25 × 20 = 800

Det lönar sig att hyra av Perssons P-bil om man ska åka många mil.

Kommentar:
Eleven har gjort en godtagbar ansats genom att pröva värden i de samband som går att hitta för de olika hyrbilsfirmorna (+1 g). Prövningen har gjorts med fler än ett värde, men eleven har inte hittat brytpunkten. Slutsatsen acceptabel (+1 vg).

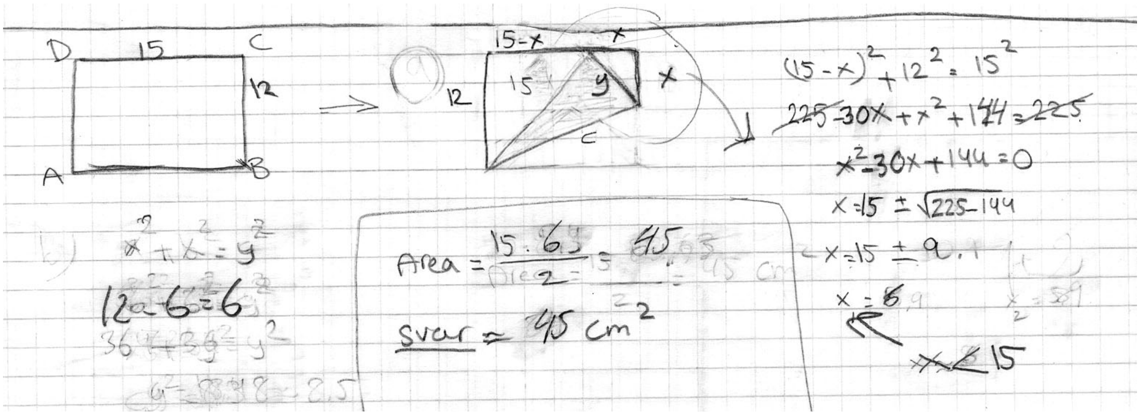
Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
16.			**Max 1/2**
	a)	Angivit en relevant synpunkt	+1 g
		Angivit ytterligare en relevant synpunkt	+1 vg
		(t.ex. ”ej gjort urvalet slumpmässigt”, ”bortfallsundersökning saknas”, ”ej tagit hänsyn till att skolorna har olika antal elever”)	
	b)	Godtagbar förklaring till minst en av synpunkterna	+1 vg
		(t.ex. ”om man inte har gjort ett slumpmässigt urval så kan resultatet vara felaktigt eftersom andra grupper av elever tycker annorlunda än de som var med i undersökningen”)	
17.			**Max 0/3/¤**
		Eleven antyder en möjlig lösningsstrategi	+1 vg
		Redovisad godtagbar lösning	+1 vg
		med korrekt svar $\left(y = \frac{11}{3}\right)$	+1 vg
		Eleven har löst uppgiften med en generell metod och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk	¤

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
18.		**Max 0/4/¤**
	Godtagbar ansats, t ex en godtagbar skiss av det uppvikta pappret	+1 vg
	Redovisad godtagbar bestämning av arean (56 cm^2)	+1-2 vg
	med klart redovisad tankegång	+1 vg
	Eleven använder en generell metod för att lösa uppgiften, använder ett korrekt matematiskt språk och redovisar en klar tankegång	¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 18

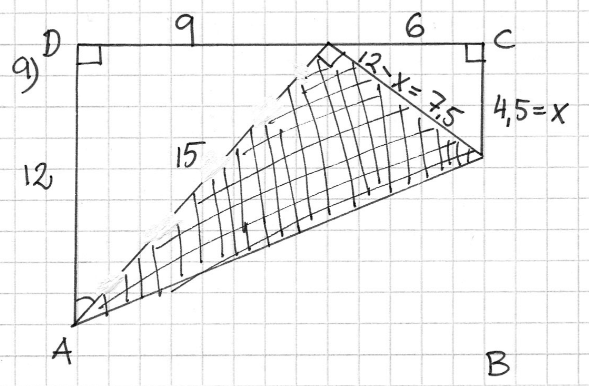
Nedan ges exempel på tre olika lösningar och hur de poängsätts. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elev 5 (2 vg)



Kommentar:
Eleven gör en godtagbar ansats genom att rita en acceptabel figur i vilken eleven markerar vilka sidor som måste bestämmas (+1 vg). Eleven redovisar en bestämning av arean (+1 vg), men gör ett felaktigt antagande att *x* och *y* är lika långa vilket ger en felaktig area.

Elev 6 (3 vg)



$6^2 + x^2 = (12-x)^2$

$x^2 = 144 - 24x + x^2 - 36$

$24x = 108$

$x = 4{,}5$

b Area $56{,}25\ cm^2$

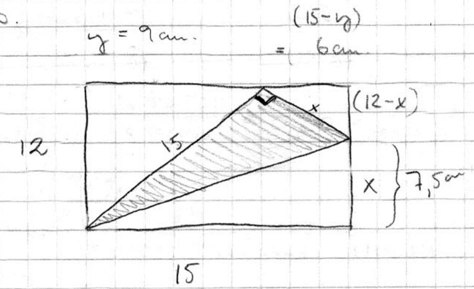
Kommentar:
Eleven gör en godtagbar ansats genom att rita en tydlig figur (+1 vg). Eleven bestämmer arean på ett godtagbart sätt (+2 vg). Eleven redovisar inte klart hela sin tankegång.

Elev 7 (4 vg)

Forts.

$y = 9$ cm.

$(15-y) = 6$ cm



① Pythagoras ger:

$y^2 + 12^2 = 15^2$

$y = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm.

② P.s. ger:

$6^2 + (12-x)^2 = x^2$

$36 + 144 - 24x + x^2 = x^2$

$24x = 180$

$x = 7{,}5$ cm.

③ Arean blir: $\frac{15 \cdot 7{,}5}{2} = 56{,}25\ cm^2$

Svar: Arean $= 56{,}25\ cm^2$.

Kommentar:
Eleven ritar en tydlig bild, där både den räta vinkeln och de okända sidorna som behövs för att beräkna arean är markerade och gör därmed en godtagbar ansats (+1 vg). Eleven gör korrekta och tydliga beräkningar med pythagoras sats, samt beräknar arean korrekt (+2 vg). Tankegången är klart redovisad (+1 vg). Elevarbetet visar kvaliteter på MVG-nivå genom användningen av en generell metod för att lösa uppgiften, ett korrekt matematiskt språk och redovisning med en klar tankegång.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

19. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven fyller i tabellen men kan ha enstaka fel i den eller någon tom ruta. Eleven redovisar en godtagbar algebraisk lösning till andragradsekvationen.
1-2 g</td><td colspan="2">Eleven fyller i tabellen korrekt och redovisar en korrekt algebraisk lösning till andragradsekvationen. Eleven undersöker om de funna sambanden stämmer för någon eller några linjer utöver de givna.
2 g och 1 vg</td><td>Eleven fyller i tabellen korrekt och redovisar en korrekt algebraisk lösning till andragradsekvationen. Eleven påbörjar en generell undersökning, t.ex. börjar lösa ekvationen $x^2 = kx + m$.
2 g och 2 vg</td><td>2/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="2">Eleven formulerar en korrekt slutsats utifrån tabellen.
1 g</td><td colspan="2">Eleven drar slutsatserna att $k = x_1 + x_2$ och $m = -x_1 \cdot x_2$
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

Eleven visar att $k = x_1 + x_2$ eller/och att $m = -x_1 \cdot x_2$ t.ex. via en lösning till ekvationen $x^2 = kx + m$
Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är korrekt och lämpligt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 19

Nedan ges exempel på tre olika lösningar och hur de poängsätts. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elev 8 (2 g)

Linje		A	B	C	D
x-koordinaten för vänstra skärnings-punkten med kurvan	x_1	-0,5	-1	-3	-3
x-koordinaten för högra skärnings-punkten med kurvan	x_2	2,5	2	1	0
Summan av x-koordinaterna	$x_1 + x_2$	2	1	-2	-3
Produkten av x- koordina-terna	$x_1 \cdot x_2$	-1,25	-2	-3	0
Linjens rikt-nings-koefficient	k	2	1	-2	-3
y-koordinaten för skärnings-punkten med y-axeln	m	1,25	2	3	0
Linjens ek-vation		$y = 2x + 1{,}25$	$y = x + 2$	$y = -2x + 3$	$y = -3x$

Slutsatserna jag drar av detta är:
Att x-koordinaten för vänstra skärningspunkten höjs steg efter steg och att den högra skärnings punkten minskar.
Då blir summan mindre och mindre.
produkten blir helt olika...

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X			1/0	
Matematiska Resonemang	X			1/0	Enkla slutsatser som grundar sig på avläsningar i tabellen.
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet	X			0/0	Lösningen alltför kortfattad.
Summa				**2/0**	

Elev 9 (3 g)

Linje		A	B	C	D
x-koordinaten för vänstra skärnings-punkten med kurvan	x_1	-0,5	-1	-3	-3
x-koordinaten för högra skärnings-punkten med kurvan	x_2	2,5	2	1	0
Summan av x-koordinaterna	$x_1 + x_2$	2	1	-2	-3
Produkten av x- koordina-terna	$x_1 \cdot x_2$	-1,25	-2	-3	0
Linjens rikt-nings-koefficient	k	2	1	-2	-3
y-koordinaten för skärnings-punkten med y-axeln	m	1,25	2	3	0
Linjens ek-vation		$y = 2x + 1,25$	$y = 1x + 2$	$y = -2x + 3$	$y = -3x + 0$

Slutsatser från tabellen

Om k värdet är pos. stiger linjen

—— " —— neg sjunker linjen

k värdet = summan av x-koordinaterna

• Lös andragradsekvationen

$x^2 = 2x + 1,25$ $\qquad x^2 + px + q = 0$

$x^2 - 2x - 1,25 = 0$ $\qquad x = \frac{px}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{px}{2}\right)^2 - q}$

$x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 1,25}$

$x = 1 \pm \sqrt{1 + 1,25}$

$x = 1 \pm \sqrt{2,25}$

$x = 1 \pm 1,5$

$x_1 = 1 + 1,5 = 2,5$

$x_2 = 1 - 1,5 = -0,5$

sätter in $x_1 = 2,5$ i ekvationen

$2,5^2 = 2 \cdot 2,5 + 1,25 =$

$6,25 = 6,25$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/0	
Matematiska Resonemang	X	1/0	Eleven drar endast en slutsats från tabellen.
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet	X	0/0	
Summa		**3/0**	

Elev 10 (3 g och 4 vg)

Linje		A	B	C	D
x-koordinaten för vänstra skärnings-punkten med kurvan	x_1	-0,5	-1	-3	-3
x-koordinaten för högra skärnings-punkten med kurvan	x_2	2,5	2	1	0
Summan av x-koordinaterna	$x_1 + x_2$	2	1	-2	-3
Produkten av x- koordina-terna	$x_1 \cdot x_2$	-1,25	-2	-3	0
Linjens rikt-nings-koefficient	k	2	1	-2	-3
y-koordinaten för skärnings-punkten med y-axeln	m	1,25	2	3	0
Linjens ek-vation		$y = 2x + 1,25$	$y = x + 2$	$y = -2x + 3$	$y = -3x$

SLUTSATS

(där linjerna skär parabeln ($y=x^2$) på vä. o/ hö. sida)

- summan av x-koordinaterna är detsamma som linjens riktningskoefficient.
- produkten av dessa x-koordinater blir med ombytt tecken detsamma som y-koordinaten för skärningspunkten med y-axeln dvs m

Angivna koordinater $\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} x_1 = -0,5 \\ x_2 = 2 \end{matrix}\right\}$

$\left.\begin{matrix} y = x^2 \\ y = 2x + 1,25 \end{matrix}\right\}$ $x^2 = 2x + 1,25$

$x^2 = 2x + 1,25 \Rightarrow x^2 - 2x - 1,25 = 0$

$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 1,25}$

$\left.\begin{matrix} x_1 = 1 - \sqrt{2,25} = -0,5 \\ x_2 = 1 + \sqrt{2,25} = 2,5 \end{matrix}\right\}$ dvs koordinaterna stämmer

- $y = x^2$ y är proportionell mot kvadraten på x

räta linjens ekv. $\Rightarrow$ $y = k \cdot x + m$

$k = x_1 + x_2$

$m = -(x_1 \cdot x_2)$

$y = (x_1 + x_2) \cdot x - (x_1 \cdot x_2)$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/2	Påbörjar undersökning med allmänt uttryck.
Matematiska Resonemang	X	1/1	
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet	X	0/1	
Summa		**3/4**	

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragrads-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska Resonemang			
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska Resonemang			
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska Resonemang			
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska Resonemang			
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska Resonemang			
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet			
Summa			