NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B HÖSTEN 2002

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 18 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 41 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 11 poäng Väl godkänd: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ___________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Förenkla $(x+4)(x-4)$ så långt som möjligt. *Endast svar fordras* (1/0)

2. Lös ekvationen $x^2 - 10x + 9 = 0$ (2/0)

3. Bestäm den linjära funktion vars graf går genom punkten (2, 6) och origo. (2/0)

4. Startordningen i skolans stand-up-comedy-show ska lottas. Jenny och fyra andra ska uppträda och står därför på scenen i skolans aula. Fem papperslappar med talen 1, 2, 3, 4 och 5 (ett tal på varje lapp) ligger hopvikta i en hatt. Startordningen bestäms av talet på papperslappen. Jenny får möjlighet att dra sin lapp först.

Vad är sannolikheten att Jenny inte behöver uppträda först?
Endast svar fordras (1/0)

5. a) Ange en andragradsfunktion som du kallar $f(x)$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm $f(2)$ för den funktion du angett. *Endast svar fordras* (1/0)

6. Lös olikheten $3(2x-5) < 9$ (2/0)

7. Vilket av nedanstående påståenden är korrekt? *Endast svar fordras* (0/1)

En rätvinklig triangel kan

A) ... vara liksidig

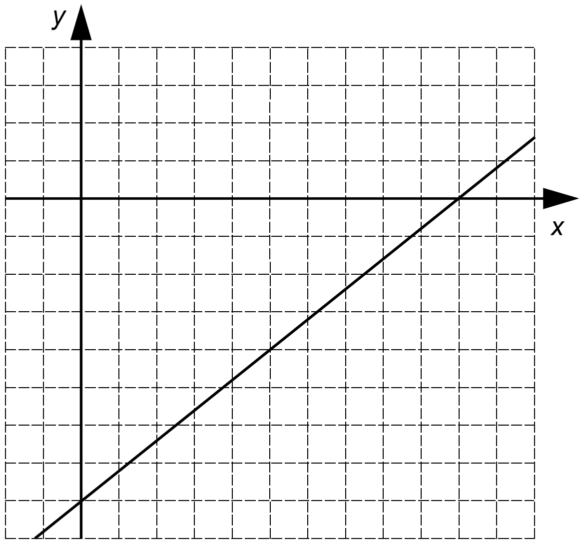
B) ... vara likbent

C) ... ha en trubbig vinkel

D) ... ha sidlängderna 1 cm, 2 cm och 3 cm

8. Sandra har på sin dator ritat grafen till funktionen $y = 20x - 40$. Bilden nedan visar hur det då ser ut på skärmen. Som du ser är koordinataxlarna inte graderade.

Rita av bilden och gradera x- och y-axeln på lämpligt sätt. (2/0)



9. Din kamrat förstår inte vad som menas med en rät linjes lutning och hur lutningens storlek kan bestämmas.

Visa så utförligt som möjligt, gärna med exempel, hur du skulle förklara detta för din kamrat. (2/1)

10. Undersök hur värdet på konstanten a påverkar antalet lösningar till

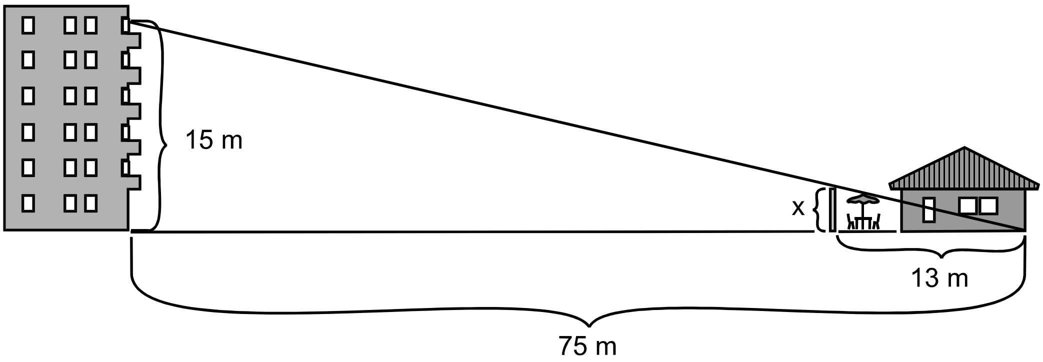
ekvationssystemet $\begin{cases} y = ax + 5 \\ y = 2x + 8 \end{cases}$ (1/2/¤)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare

11. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x - y = 13 \\ 2x + y = 26 \end{cases}$ (2/0)

12. Familjen Svensson har bestämt sig för att bygga ett insynsskydd på sin uteplats. Hur högt ska insynsskyddet vara för att grannarna högst upp inte ska se in till familjen Svenssons uteplats? (2/0)



13. Sommaren 1998 klagade många på vädret. I Luleå regnade det under sommarmånaderna 35 dagar, medan hela 57 dagar var utan regn. Om det regnade en dag, regnade det även den följande dagen vid 40 % av tillfällena.

Pelle bokade i god tid in ett tvådagarsbesök i Luleå. Hur stor var sannolikheten att han fick regn båda dagarna? (0/2)

14. I Östfallets golfklubb finns två olika sorters medlemskap, fullständigt medlemskap eller greenfeemedlemskap. I tabellen nedan visas villkoren för de olika medlemskapen.

	Fullständigt medlemskap	Greenfeemedlemskap
Årsavgift	4 275 kr	2 000 kr
Kostnad per speltillfälle	0 kr	150 kr

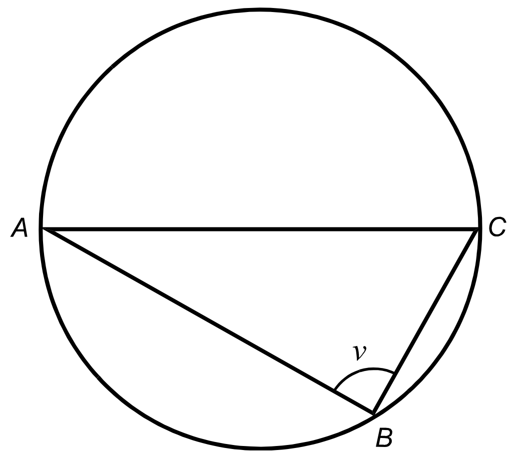
Vid hur många tillfällen ska man minst spela under ett år för att fullständigt medlemskap ska vara billigare än greenfeemedlemskap? (0/2)

En medlem med fullständigt medlemskap betalar in 15 000 kronor som lån till klubben. Den summan återfås när medlemmen avslutar sitt medlemskap. I årsavgiften för fullständigt medlemskap har 5,2 % årlig ränteförlust inräknats för medlemmens lån till klubben.

15. Bensinförbrukningen $f(v)$ liter/mil för en bil beror av dess hastighet v km/h och kan ungefärligen uttryckas med formeln $f(v) = 0{,}50 + 3{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot v^2$
Formeln är giltig i intervallet $70 \le v \le 150$.

En familj kör ett antal mil med hastigheten 110 km/h. Hur mycket skulle familjens bensinförbrukning minska i procent om hastigheten på den körda sträckan sänks till 90 km/h? (0/2)

16. Triangeln *ABC* är inskriven i en cirkel enligt figuren nedan. Sträckan *AC* går genom cirkelns mittpunkt. Cirkelns radie är 2,0 meter.

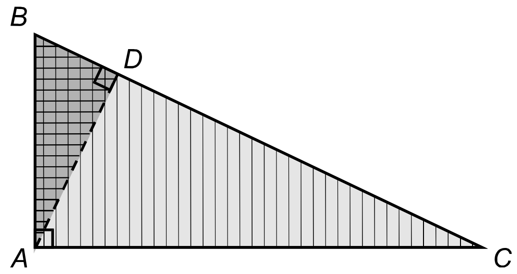


a) Bestäm vinkeln v. (1/0)

b) Bestäm sträckan *AB* om den är 1,0 meter längre än sträckan *BC*. (0/2)

17. Visa att trianglarna *ABD* och *ACD* är likformiga. (0/2/¤)

Mätningar i figuren ej tillåtna



Vid bedömning av ditt arbete med uppgift 18 kommer läraren att ta hänsyn till:
- Vilka matematiska kunskaper du visar
- Hur väl du beräknar de intervall som efterfrågas
- Hur väl du resonerar över dina slutsatser
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete

18. Kalle, som går i gymnasiet, jobbar extra på Karlsons bensinmack. Karlson har nu börjat fundera på att utvidga sin service och sälja dagligvaror. För att få en uppfattning om detta skulle löna sig ber han Kalle att göra en stickprovsundersökning och ta reda på hur många procent av kunderna som skulle komma att utnyttja en sådan service. Kalle har i skolan fått lära sig att resultatet av en stickprovundersökning alltid rymmer en viss osäkerhet. I en lärobok hittar han följande text:

När man gör en statistisk undersökning kan man i regel inte fråga hela populationen utan man måste göra ett urval. Man kan ange ett intervall som med 95 % säkerhet ska innehålla det värde som man skulle fått om man undersökt hela populationen.

$$p \pm \underbrace{1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(100-p)}{n}}}_{\text{felgränsen}}$$

p = andelen i stickprovet, i procent, av de tillfrågade med den egenskap som man undersöker
n = stickprovets antal (storlek)

Kalle ställer följande fråga i en enkät:

Kommer du att köpa dagligvaror på Karlsons mack? ☐Ja ☐Nej ☐Vet ej

Vid en stickprovsundersökning visade det sig att 48,1 % ($p = 48{,}1$) av 1000 kunder ($n = 1000$) svarade *Ja* på Kalles fråga.

- Använd formeln ovan och beräkna inom vilket intervall det värde ligger (med 95% säkerhet) som Kalle skulle ha fått om han frågat alla kunder.

Vid samma undersökning var andelen som svarade *Nej* 49,0 % och andelen *Vet ej* 2,9 %

- Beräkna intervallet för *Nej*-svaren med hjälp av formeln ovan.
  Vad kan man säga om andelen *Ja*-svar jämfört med andelen *Nej*-svar om man tittar på hela kundkretsen?

- Undersök och motivera hur felgränsen $1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(100-p)}{n}}$ påverkas dels av n och dels av p. (2/5/¤)

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 12, 14 och 16b som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 4, 5a, 7, 9 10, 14, 17 och 18. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7, 10, 13, 14,16b och 18 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 5a,b, 9, 10, 14,17 och 18 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 7, 10, 16b och 18 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik ht 2002 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Kunskapsområde										Betygskriterium														
				Övr		Geo	Stat & sannol			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	1	0								x				x														
2	2	0								x				x														
3	2	0									x			x														
4	1	0					x							x														
5a	1	0											x	x														
5b	1	0											x	x														
6	2	0										x		x														
7	0	1				x												x				x						
8	2	0									x			x														
9	2	1									x			x		x		x			x	x						
10	1	2	¤									x		x				x				x		x				
11	2	0										x		x														
12	2	0				x								x														
13	0	2					x											x										
14	0	2										x						x		x		x						
15	0	2											x					x										
16a	1	0				x								x														
16b	0	2				x				x								x										
17	0	2	¤			x												x								x		
18	2	5	¤						x				x	x				x		x		x		x	x		x	
Σ	22	19		0/0		3/4	3/2			14/6			2/7	22				19										

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 41 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	11 poäng.
Väl godkänd:	24 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	24 poäng varav minst 11 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst två* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

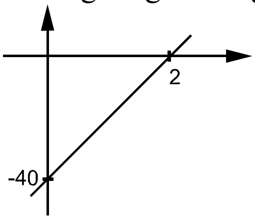
[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB ht 2002)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
Del I			
1.			**Max 1/0**
		Korrekt svar ($x^2 - 16$)	+1 g
2.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med korrekt svar ($x_1 = 9,\ x_2 = 1$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
		Godtagbar bestämning av riktningskoefficienten	+1 g
		med godtagbart svar ($y = 3x$)	+1 g
4.			**Max 1/0**
		Godtagbart svar ($\frac{4}{5}$)	+1 g
5.			**Max 2/0**
	a)	Godtagbar andragradsfunktion	+1 g
	b)	Godtagbar bestämning av $f(2)$	+1 g
6.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar lösning ($x < 4$)	+1-2 g

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
7.		**Max 0/1**
	Korrekt svar (B:…vara likbent)	+1 vg
8.		**Max: 2/0**
	Godtagbar gradering av en av axlarna	+ 1 g
	Godtagbar gradering av ytterligare en axel	+ 1 g



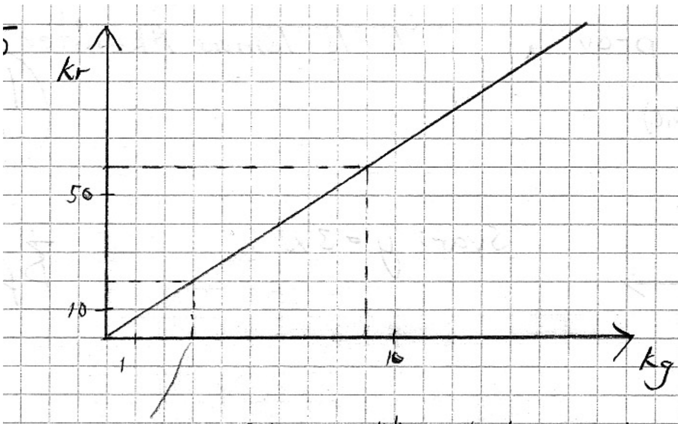
9.		**Max 2/1**
	Eleven beskriver på ett godtagbart sätt vad som avses med lutningen	+1 g
	Eleven beskriver på ett godtagbart sätt hur lutningens storlek bestäms	+1 g
	Eleven beskriver såväl vad som avses med lutningen samt hur lutningen bestäms på ett utförligt sätt. Specialfallen $k = 0$ och k odefinierad kan vara utelämnade. Beskrivningen är lätt att följa.	+1 vg

Elevlösning 1 (1 g)

Svar: En rät linjes lutning beskriver
hur mycket en linje stiger eller
sjunker konstant.
Lutningen bestäms genom att
man räknar ut konstanten
till y och x.

Elevlösning 2 (2 g)

pris i kr / kg morot



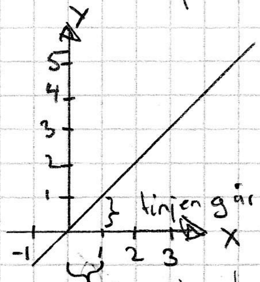
Prisex. 3 kg moröttler kostar 20 kr
köper jag 3ggr så mycket alltså 9 kg ska det kosta
3ggr så mycket 60 kr
Den räta linjen startar i origo, lutningen ökar om priset
på moröttlerna ökar

lutningen $k = \frac{y}{x}$ $\qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{60-20}{9-3} = \frac{40}{6} = 6{,}67 \text{ kr/kg}$

$k = \frac{20}{3} = 6{,}67 \text{ kr/kg}$

Elevlösning 3 (2 g och 1 vg)

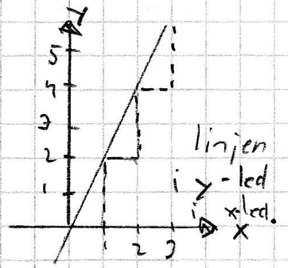
Med linjens lutning menas hur många steg i y-led som linjen går för varje steg i x-led.



linjen går ett steg i y-led

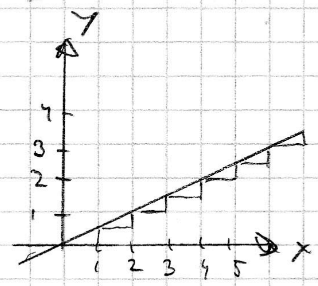
på ett steg i x-led.

Linjens lutning är 1.

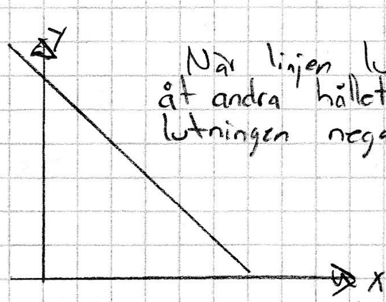


linjen går 2 steg i y-led för varje steg i x-led.

Linjens lutning är 2.



linjen går $\frac{1}{2}$ steg i y-led för varje steg i x-led.



När linjen lutar åt andra hållet blir lutningen negativ

Linjens lutning är $\frac{1}{2}$.

Linjens lutning är -1.

Om linjens ekvation skrivs i k-form, är k = lutningen.

ex. $y = 3x$ Linjens lutning är 3.

$y = -2x$ Linjens lutning är -2.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

10. **Max 1/2/¤**

Godtagbar ansats, t ex lösning av ekvationssystemet med prövning med en godtyckligt vald konstant på a som leder till en godtagbar slutsats, t ex ”$a = 3$ ger en lösning”. +1 g

Redovisad godtagbar metod, t ex prövning med flera a-värden, med en godtagbar slutsats + 1 vg

Redovisad godtagbar metod med ytterligare en godtagbar slutsats +1 vg

(Då $a = 2$ har ekvationssystemet ingen lösning, för alla värden på $a \neq 2$ har ekvationssystemet en lösning)

Eleven redovisar en korrekt och fullständig beskrivning av hur a påverkar antalet lösningar till ekvationssystemet. Eleven stödjer sig på en generell metod för sin beskrivning. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt och lämpligt. ¤

Elevlösning (1 g, 2 vg och ¤)

Konstanten a bestämmer lutningen på ekvationen linje, vilket talet 2 gör i den andra ekvationen. Har båda ekvationerna samma lutning så är de parallella och kommer aldrig att mötas, d.v.s. ekvationssystemet kommer inte ha någon lösning. a kan alltså inte vara lika med 2. Men har a vilket annat värde som helst så kommer linjerna få olika lutning och mötas, och ekvationssystemet få en lösning. Om $a = 2$ så blir antalet lösningar 0. Om a är vilket annat reellt tal som helst är antalet lösningar 1.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

Del II

11. **Max 2/0**

Redovisad godtagbar lösning $\begin{cases} x = 13 \\ y = 0 \end{cases}$ +1-2 g

12. **Max 2/0**

Redovisad godtagbar metod +1 g
med godtagbart svar ($x = 2{,}6$ m) +1 g

13. **Max: 0/2**

Godtagbar metod +1 vg
med godtagbart svar (15%) +1 vg

Elevlösning (1 vg)

” $\frac{35}{57} \cdot 0{,}4 \approx 0{,}25$, det är 25 % sannolikhet att det regnar båda dagarna”

14. **Max 0/2**

Redovisad godtagbar metod, tex tecknat $150x + 2000 = 4275$ +1 vg
Redovisad godtagbar lösning (16) +1 vg

15. **Max 0/2**

Godtagbar ansats, t ex beräknat $f(90)$ +1 vg
Redovisad godtagbar lösning (16%) +1 vg

16. **Max 1/2**

a) Korrekt svar med godtagbar motivering (90º) +1 g

b) Godtagbart uppställd ekvation +1 vg
med godtagbart svar (2,3 m) +1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
17.		**Max 0/2/¤**
	Godtagbar ansats, t ex angett motsvarande vinklar utan någon motivering	+1 vg
	Godtagbart genomfört bevis	+1 vg
	Eleven har löst uppgiften med en generell metod och redovisar en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.	¤

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

18. **Max 2/5/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="3">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven beräknar konfidensintervall korrekt för ett eller båda svarsalternativen

Ja-svar ligger mellan 45,0 % och 51,2 %

Nej-svar ligger mellan 45,9 % och 52,1 %

1-2 g</td><td colspan="2">Eleven beräknar konfidensintervall korrekt för båda svarsalternativen

Eleven påbörjar en undersökning av hur antingen p eller n eller båda parametrarna påverkar felgränsen

2 g och 1 vg</td><td>2/1</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td></td><td>Eleven gör en godtagbar jämförelse mellan andelen Ja- respektive Nej-svar med hänsyn tagen till konfidensintervallen

1 vg</td><td>Eleven gör en godtagbar jämförelse mellan andelen Ja- respektive Nej-svar med hänsyn tagen till konfidensintervallen

Eleven utreder och motiverar hur felgränsen påverkas av n och p

2-3 vg</td><td>0/3</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konven-tioner.</td><td></td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är godtagbart. Erforderliga statistiska termer används

1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2"></td><td>2/5</td></tr>
</table>

Eleven beräknar felgränser korrekt samt genomför en undersökning av hur p och n påverkar felgränsen med ett generellt resonemang kring uttrycket för felgränsen. Eleven utreder och motiverar på ett systematiskt sätt inverkan av stickprovsstorlek och procentandel. Redovisningen är välstrukturerad, fullständig och tydlig. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt och lämpligt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 18

Elevlösning 1 (2 g och 1 vg)

$p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(100-p)}{n}}$

$p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{48{,}1(100-48{,}1)}{1000}}$ 2,49639

1,58

$p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{2{,}49639}$

48,1 + 3,10 = 51,2

$p \pm 1{,}96 \cdot 1{,}58$ 48,1 − 3,10 = 45,0

$p \pm 3{,}10$

Svar Det ligger mellan 45,0% → 51,2 %

$p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{49{,}0(100-49{,}0)}{1000}}$

$p \pm 3{,}10$

För Nej svaren är det 45,9% → 52,1 %

Antalet nej svar är större än vad ja svaren är.

Desto större n är desto mindre blir felgränsen. Ja närmare p är 50 så blir felgränsen större.

Bedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X			2/0	
Matematiska resonemang		X		0/1	Motivering till punkt 2 saknas, men eleven resonerar om *n* och *p,* dock utan motivering.
Matematiskt språk	X			0/0	
Summa				**2/1**	

Elevlösning 2 (2 g och 3 vg)

$$48{,}1 \pm \sqrt{\frac{48{,}1(100-48{,}1)}{1\,000}} \cdot 1{,}96$$

$$48{,}1 \pm \sqrt{\frac{48{,}1 \cdot 51{,}9}{1000}} \cdot 1{,}96 \qquad 48{,}1 \pm \sqrt{\frac{2496{,}39}{1000}} \cdot 1{,}96$$

$$48{,}1 \pm \sqrt{2{,}49639} \cdot 1{,}96 \qquad 1{,}58 \cdot 1{,}96 \approx 3{,}1$$

$$\begin{array}{r} 1{,}58 \\ \cdot\ 1{,}96 \\ \hline 3{,}1 \end{array} \qquad 48{,}1 \pm 3{,}1$$

Svar: mellan 45 % och 51,2 %

$$49 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{49(100-49)}{1000}}$$

$$49 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{2499}{1000}}$$

$$49 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{2{,}499} \qquad 49 \pm 1{,}96 \cdot 1{,}58 \approx$$

$$49 \pm 3{,}1$$

Svar: mellan 45,9 % och 42,1 %

Det är störst chans att flest tycker nej men det finns en möjlighet att flest svarar ja.

$$\cancel{1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(100-p)}{n}} = x}$$

~~x är lika med~~ andelen ~~med~~ egenskap ~~man~~ söker

$$n^2 = \frac{1{,}96^2 \cdot p \cdot (100-p)}{x^2}$$

$$n = \frac{1{,}96 \cdot \sqrt{p(100-p)}}{x}$$

när n ökar måste antingen x minska eller p öka för att $n = \dfrac{1{,}96 \cdot \sqrt{p(100-p)}}{x}$

Svar: Om n ökar kommer felgränsen att minska och om n minskar kommer felgränsen att öka.
Felgränsen är som störst när P är 50% och blir mindre ju närmare 0 och 100 den blir. Om P=0 eller P=100 blir det ingen felgräns.

Bedömning

Kvalitativa nivåer				**Poäng**	**Motiveringar**
Metodval och genomförande		X		2/1	.
Matematiska resonemang			X	0/2	Motivering till det inflytande på felgränserna som p har saknas
Matematiskt språk	X			0/0	
Summa				**2/3**	

Elevlösning 3 (2 g och 5 vg och ¤)

Formeln för konfidentsintervall:

$$p \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(100-p)}{1000}}$$

$$48{,}1 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{48{,}1(100-48{,}1)}{1000}}$$

$$48{,}1 \pm 3{,}1$$

mellan 48,1 − 3,1 och 48,1 + 3,1 låg konfidentsintervallet.

$48{,}1 - 3{,}1 = 45$
$48{,}1 + 3{,}1 = 51{,}2$

Svar: Mellan 45% och 51,2% svarade ja på kalles fråga.

$$49 \pm 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{49 \cdot 51}{1000}}$$

$$49 \pm 3{,}1$$

Svar: Konfidentsintervallet låg mellan 45,9% och 52,1% på dem som svarade nej. Man kan säga att det antagligen var fler som svarade nej, men det kan lika gärna ha vart fler som skulle svarat ja.

Felgränsen $1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{p(100-p)}{n}}$ blir exaktare ju fler personer som frågas (n). Felgränsen blir som störst om andelen i procent av de tillfrågade är 50% eftersom två tal under 100 som tillsammans blir 100) inte kan bli mer än 2500 (50·50). p(100−p) om p är 50 blir det 50·50. Felgränsen blir sedan mindre för varje procent som p ökar eller minskar med.

T ex
$70(100-70) = 2100$
$80(100-80) = 1600$
$90(100-90) = 900$
$95(100-95) = 475$
$100(100-100) = 0$
$40(100-40) = 2400$
$30(100-30) = 2100$ osv

Bedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X		2/1	
Matematiska resonemang			X	0/3	
Matematiskt språk		X		0/1	
Summa				**2/5/¤**	

Eleven utreder den del av uttrycket som består av procentandel på ett systematiskt sätt. Utredningen och motiveringen av den del av uttrycket som består av stickprovsstorlek är dock knapphändig. ¤

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragrads-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					.
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					.
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					.
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					.
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					.
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					