NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B HÖSTEN 2003

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 41 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 11 poäng Väl godkänd: 23 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänd: 23 poäng varav minst 14 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst en* av ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: _________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

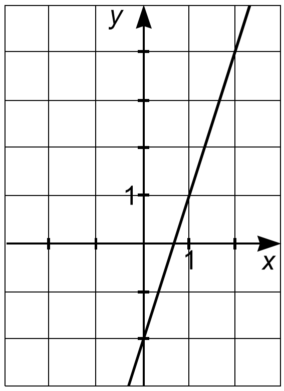
Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Lös ekvationen $x^2 - 16x + 63 = 0$ (2/0)

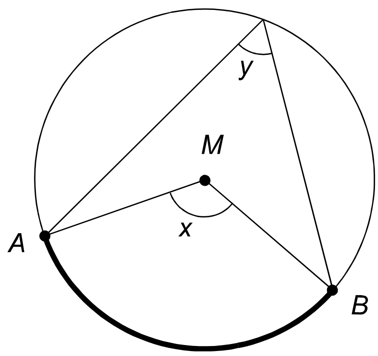
2. I koordinatsystemet nedan finns en linje inritad.

Ange linjens ekvation på formen $y = kx + m$ *Endast svar fordras* (1/0)



3. Förenkla $(2x-3)(x-2)-(6-x)$ så långt som möjligt. (2/0)

4. Cirkeln i figuren har medelpunkten *M*. Antag att den markerade cirkelbågen mellan *A* och *B* upptar en tredjedel av cirkelns omkrets.



a) Hur stor är vinkeln *x*? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Hur stor är vinkeln *y*? *Endast svar fordras* (1/0)

5. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2y + 2x = 16 \\ y - 2x = 2 \end{cases}$ (2/0)

6. En rät linje går genom punkterna $(0,\ 1)$ och $(2,\ -2)$.

Ange en punkt som ligger på linjen och som har en x-koordinat som är större än 100. (0/2)

7. Stina och Anders köpte samtidigt aktier i var sitt företag.

Anders köpte aktier för 20 000 kronor. Värdet på hans aktier ökade med 4,5 % per år under en 8-årsperiod. Detta kan beskrivas med funktionen $f(t) = 20000 \cdot 1{,}045^t$, där $f(t)$ kronor är aktiernas värde efter t år.

Stina köpte aktier för 10 000 kronor. Värdet på hennes aktier ökade med 20 % per år under samma 8-årsperiod. Detta kan beskrivas med funktionen $g(t) = 10000 \cdot 1{,}20^t$, där $g(t)$ kronor är aktiernas värde efter t år.

Figuren visar de båda funktionernas grafer.

a) Bestäm lösningen till ekvationen $10000 \cdot 1{,}20^t = 20000 \cdot 1{,}045^t$

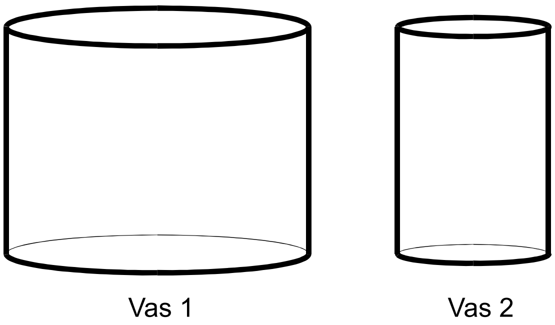
Endast svar fordras (1/0)

b) Förklara med ord vad man får veta om aktiernas värde genom att lösa ekvationen i a). (0/1)

c) För vilka värden på t gäller att $10000 \cdot 1{,}20^t > 20000 \cdot 1{,}045^t$?

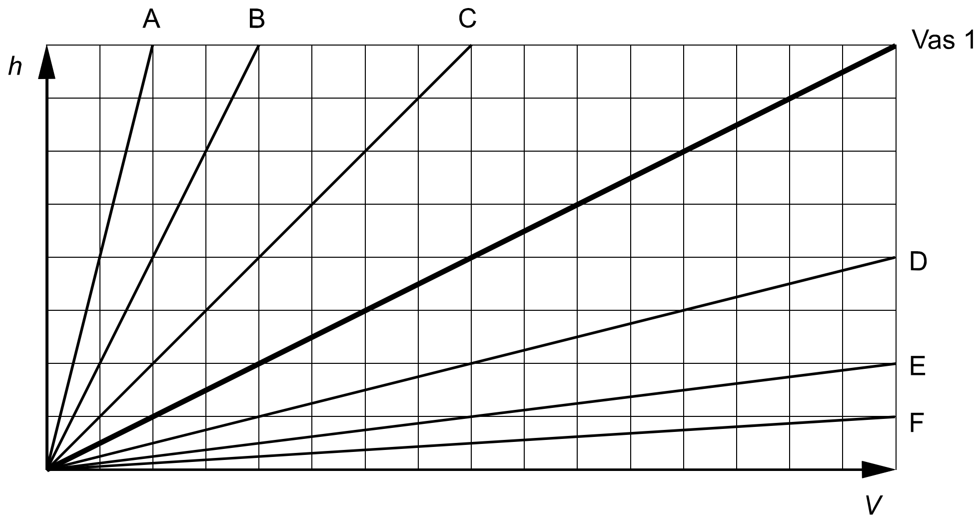
Endast svar fordras (0/1)

8.



Två cylinderformade vaser, vas 1 och vas 2, fylls med vatten. Vas 1 har dubbelt så stor radie som vas 2. I diagrammet nedan visar den bredare linjen hur vattenhöjden h beror av vattenvolymen V i vas 1.

Utred vilken av de övriga linjerna A – F som visar hur vattenhöjden h beror av vattenvolymen V i vas 2. (0/2/¤)



Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. Stina tar på måfå en glasstrut ur en påse i frysen. I påsen finns det 7 strutar med jordgubbssmak, 15 med vaniljsmak och 3 med päronsmak.

Hur stor är sannolikheten att Stina tar en glasstrut med jordgubbssmak? (1/0)

10. Lös olikheten $14x - 105 \geq 5 - 8x$ (2/0)

11. Frida gjorde fem tjänsteresor under september månad. Både mediankostnaden och medelkostnaden för resorna råkade bli 4 800 kronor.

a) Är det sant att resorna kostade totalt 24 000 kronor? Motivera ditt svar. (1/0)

b) Är det sant att minst en av resorna kostade 4 800 kronor? Motivera ditt svar. (0/1)

c) Ange ett statistiskt mått som kan användas för att beskriva spridningen i t ex detta statistiska material. *Endast svar fordras* (1/0)

12. En burk innehåller 10 000 pärlor i fyra olika färger.

Beskriv hur du, utan att räkna alla pärlor, kan göra en god uppskattning av hur många pärlor som finns av respektive färg. (2/0)

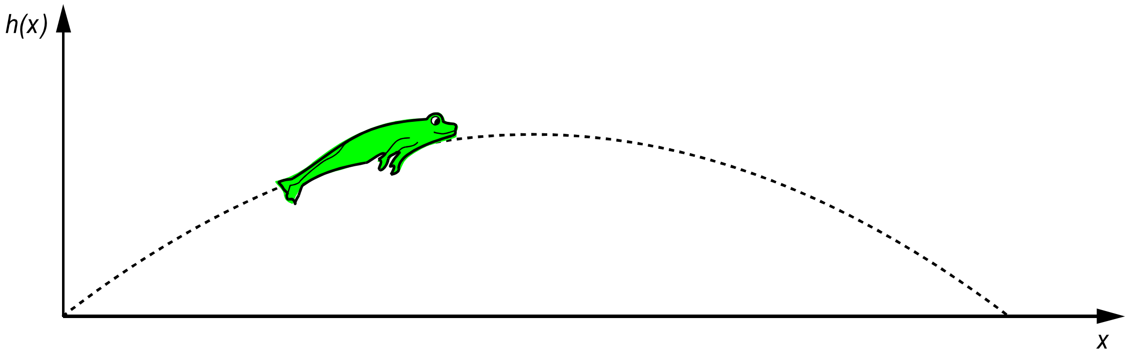
13. Sambandet $y = a + bx$, där a och b är konstanter, motsvaras av en rät linje i ett koordinatsystem.

a) Välj ett värde på a och ett värde på b så att linjen skär både den positiva x-axeln och den positiva y-axeln. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Utred för vilka värden på a och b som linjen skär både den positiva x-axeln och den positiva y-axeln. (0/2)

14. Det längsta dokumenterade grodhoppet utfördes 1986 av en groda med namnet Rosie the Ribiter vid det berömda Calaveras County Fair and Jumping Frog Jubilee.

Studera figuren nedan. Rosies hopp kan beskrivas med följande matematiska modell
$h(x) = x - 0,15x^2$,
där h är höjden i meter över marken och x är avståndet i meter längs marken från avstampet.



a) Hur långt hoppade Rosie the Ribiter? (1/1)

b) Hur högt hoppade Rosie the Ribiter? (0/1)

15. Sannolikheten att klara det teoretiska körkortsprovet vid första försöket är 77,2 %. Vid andra försöket är sannolikheten att klara provet 60,5 %.

a) Hur stor är sannolikheten att en person misslyckas i första försöket och sedan klarar sig i det andra försöket? (0/2)

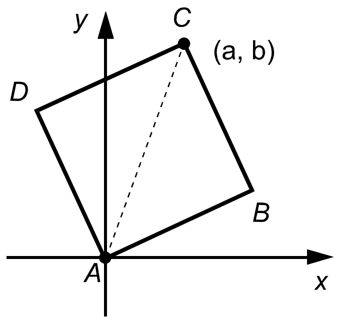
b) Under en viss period försöker 1000 personer klara provet. Om inte mer än två försök är tillåtna under denna period, hur många av dessa 1000 personer borde klara provet? (0/2)

Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur generell din lösning är
- Vilka matematiska kunskaper du visar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

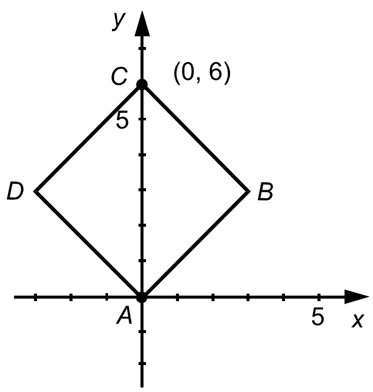
16. Nedan visas några kvadrater med olika storlek i ett koordinatsystem, se figur 1 – 4. Alla kvadraterna har ett hörn *A* placerat i origo. Koordinaterna för det motstående hörnet *C* för respektive kvadrat finns också angivet i figurerna.

- Undersök hur valet av koordinater för hörnet *C* i en kvadrat påverkar arean av kvadraten. Hörnet *A* är alltid placerat i origo. Se figur 1.

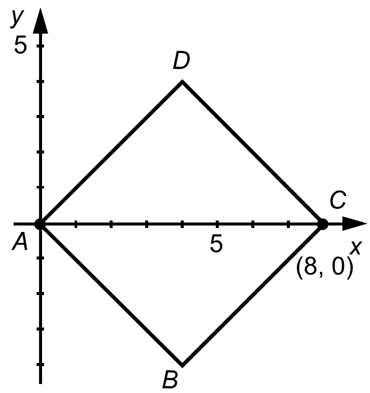


figur 1

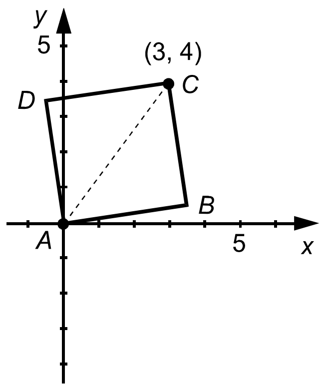
Om du vill kan du börja din undersökning genom att bestämma areorna för kvadraterna i figur 2, figur 3 och figur 4 och sedan formulera en slutsats om hur läget av punkten *C* påverkar kvadraternas areor. (2/5/¤)



figur 2



figur 3



figur 4

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7, 8, 14, 15 och 16 som avser indikera elevens kunskaper bland annat i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 7b, 8, 11a, 11b, 13b och 16. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 6, 7b, 8, 13, 14, 15b och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 7b, 8, 11a, 11b, 12, 13 och 16 som har inslag av reflektion kring begrepp och matematiska aktiviteter. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 7, 8, 14 och 15 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik ht 2003 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0								x				x		x												
2	1	0									x			x														
3	2	0								x				x		x												
4a	1	0				x								x														
4b	1	0				x								x														
5	2	0										x		x		x												
6	0	2									x							x										
7a	1	0											x	x														
7b	0	1											x						x	x								
7c	0	1											x					x		x		x						
8	0	2	¤			x							x					x	x	x	x	x		x	x			
9	1	0					x							x														
10	2	0										x		x		x												
11a	1	0			x			x						x	x													
11b	0	1			x			x											x	x								
11c	1	0						x								x												
12	2	0							x					x	x	x												
13a	1	0									x			x														
13b	0	2									x							x	x		x							
14a	1	1								x			x		x	x		x	x	x								
14b	0	1								x			x					x	x	x								
15a	0	2					x											x		x								
15b	0	2					x											x	x	x								
16	2	5	¤			x				x				x	x	x		x	x	x	x	x		x	x	x	x	
Σ	21	20		0/0		3/4	5/5			12/7			1/4															

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 41 poäng, varav 21 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	11 poäng.
Väl godkänd:	23 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	23 poäng varav minst 14 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)
   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp
   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]
   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg
   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB ht 2003)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med godtagbart svar $(x_1 = 9,\ \ x_2 = 7)$	+1 g
2.			**Max 1/0**
		Korrekt svar ($y = 3x - 2$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
		Korrekt parentesmultiplikation eller korrekt behandling av sista parentesuttrycket	+1 g
		i övrigt redovisad godtagbar lösning $(2x^2 - 6x)$	+1 g
4.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar (120°)	+1 g
	b)	Korrekt svar (60°)	+1 g
5.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämt en variabel korrekt	+1 g
		med korrekt svar $(x = 2,\ \ y = 6)$	+1 g
6.			**Max 0/2**
		Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämt linjens ekvation	+1 vg
		redovisad godtagbar bestämning av koordinaterna för någon punkt på linjen med x-koordinat större än 100 (t ex $(210,\ -314)$)	+1 vg

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
7.			**Max 1/2**
	a)	Godtagbart svar ($t = 5$)	+1 g
	b)	Godtagbart svar ("Man får veta vid vilken tidpunkt de olika aktierna har samma värde.")	+1 vg
	c)	Godtagbart svar ($t > 5$)	+1 vg
8.			**Max 0/2/¤**
		Redovisad godtagbar ansats	+1 vg
		med i övrigt redovisad godtagbar lösning (Alternativ B)	+1 vg
		Eleven ger en klar och tydlig generell motivering till varför linje B representerar vas 2	¤

Elevlösning 1 (1 vg)

Höjden på vas 2 är samma som vas 1.
Och Volymen är mindre hos vas 2
än vas 1. Det betyder att man kan
ta bort linjerna D, E och F.

Volym $V = \pi r^2 \cdot h$

När man tittar på linjerna
kan man se att det är linje A

svar: Det är linje A.

Kommentar: Eleven har ett felaktigt svar men en godtagbar motivering till varför det inte kan vara alternativ D, E eller F.

Elevlösning 2 (2 vg och ¤)

Eftersom Vas 1 har dubbelt så stor
radie som vas två vet vi med
säkerhet att det krävs större
höjd för vas 2 för att få samma
volym.
Där med vet vi att det är antingen
Linje A, B eller C
Efter att vi har gjort

$$V_1 = 3{,}14 \cdot (2r)^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4r^2 \cdot h$$
$$V_2 = 3{,}14 \cdot r^2 \cdot h =$$

Då vet vi att för samma höjd
är volymen i den större vasen
hela tiden 4 ggr större än den
lilla.
Om man då följer diagrammet
så ser man att linje B
motsvarar vas 2.

Kommentar: Eleven ger en generell motivering till varför linje B motsvarar vas 2.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
9.		**Max 1/0**
	Redovisad godtagbar lösning (0,28)	+1 g
10.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar ($x \geq 5$)	+1 g
11.		**Max 2/1**
a)	Godtagbar motivering med korrekt svar (Ja)	+1 g
b)	Godtagbar motivering med korrekt svar (Ja)	+1 vg
c)	Angivit något statistiskt spridningsmått (Variationsbredd)	+1 g
12.		**Max 2/0**
	Godtagbar beskrivning av en metod som innehåller stickprov	+1 g
	med ett godtagbart urval	+1 g
13.		**Max 1/2**
a)	Angivna värden på a och b som uppfyller villkoren $(a = 1,\ b = -1)$	+1 g
b)	Redovisad godtagbar motivering för korrekt angivet villkor för en av konstanterna	+1 vg
	Redovisad godtagbar motivering för korrekta villkor för båda konstanterna ($a > 0$, $b < 0$)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
14.		**Max 1/2**
a)	Redovisad godtagbar ansats, t ex tecknar ekvationen $x - 0{,}15x^2 = 0$	+1 g
	med godtagbar bestämning av hoppets längd (6,7 m)	+1 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning (1,7 m)	+1 vg
15.		**Max 0/4**
a)	Redovisad godtagbar lösning	+1 vg
	med godtagbart svar (14 %)	+1 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning	+1 vg
	med godtagbart svar (910 personer)	+1 vg

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

16. **Max 2/5/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="6">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td colspan="2">Eleven bestämmer arean för någon kvadrat på något godtagbart sätt, t ex genom mätning i figur.
1 g</td><td colspan="2">Eleven beräknar diagonalens längd för en kvadrat som inte har diagonalen längs koordinataxlarna samt beräknar kvadratens area, t ex genom att beräkna diagonalen i figur 2 med hjälp av Pythagoras sats och sedan bestämma arean på ett godtagbart sätt.
1 g och 1 vg</td><td colspan="2">Eleven påbörjar en generell härledning, t ex genom att arbeta med koordinaterna a och b och finna att diagonalen är $\sqrt{a^2+b^2}$
1 g och 2 vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="3">Eleven drar någon slutsats baserad på sin undersökning, t ex ”Ju längre bort punkten C ligger från origo desto större blir arean.”
1 vg</td><td colspan="3">Eleven drar slutsatsen att $\text{arean} = (b^2+a^2)/2$. Slutsatsen baseras på specialfall eller algebraisk härledning.
2 vg</td><td>0/2</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="3">Redovisningen är möjlig att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 g</td><td colspan="3">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är väsentligen korrekt och lämpligt.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="6"></td><td>2/5</td></tr>
</table>

Eleven härleder allmänt arean som funktion av koordinaterna *a* och *b*, dvs finner att arean $= (b^2 + a^2)/2$. Eleven redovisar en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 16.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

fig 3 Pythagoras sats: EN kateter = 4 cm Lång
den andra kateten är oxå 4 cm lång

$4 \times 4 = 16 \quad 16\ cm^2$

$16 + 16 = 32$ Kvadraten på hypotenusan = $32\ cm^2$

$\sqrt{32} \approx 5,65$

kvadraten på hypotenusan = kvadratens area

5,65 5,65 → kvadratens sidor $5,65 \cdot 5,65 = 32\ cm^2$

Arean på figur 3 = $32\ cm^2$

fig 2 diagonalen = 6 cm lång
en kateter = 3 cm lång

$3 \cdot 3 = 9 \quad 9 + 9 = 18$ kvadratens area = $18\ cm^2$

Slutsats. Ju närmre origo punkt C Ligger desto mindre area har kvadraten

fig 4 Räkna ut diagonalen

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(0,0)}{(3,4)} = ?$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X			1/0	Eleven beräknar först sidan och sedan arean i figur 3 med en otydligt redovisad metod. Eleven gör på samma sätt för figur 2.
Matematiska resonemang		X			0/1	
Redovisning och matematiskt språk	X				0/0	Redovisningen är mycket otydlig.
Summa					**1/1**	

Elevlösning 2 (2 g och 4 vg)

fig 3 Om ▱ delas upp i 2 △ (Vilket händer automatiskt med tanke på att diagnalen går från origo till en avgivna punkten) kan A räknas ut medelst Pytagoras sats

Diagonalen är 8 längdenheter lång

$\triangle = 2x^2 = 8^2$ (Antag x = kvadratens sida)

$x^2 = 32$

$x \approx \pm\sqrt{32}$

$x \approx \pm 5{,}6568$

Kvadratens sida är $\sim 5{,}656$

Kvadratens area är $5{,}6568\ldots^2 = 32$

Det ser alltså ut som att kvadratens area är $\frac{\text{diagonalen}^2}{2}$

fig 4

Diagonalen i fig 4 är inte lika självklar som i fig 3 (där en av variablerna = 0, alltså är diagonalen = det som fises av i den variabel ≠ 0)

Diagonalen i fig 4

Antag: x = diagonalen, C = (3; 4)

$3^2+4^2 = x^2$

$25 = x^2$

$x = \sqrt{25}$

$\underline{\underline{x = 5}}$

Använder mig av min formel

$A = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{5^2}{2} = 12{,}5$

fig 2 $C = (0;6)$

Jag använder samma modell som för uträkningen i fig 4, trots att jag snabbt ser hur många längdenheter diagonalen är.

Antag: x = diagonalen

$$6^2 + 0^2 = x^2$$

$$x^2 = 6^2$$

$$x = 6$$ ~~[illegible]~~ vilket jag ville bevisa

Även här prövar jag min tes

$$A_{\square} = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

<u>Kontrollräkning</u>

$A_{\square} = 18$ sidan $= \sqrt{18} = \pm 4{,}2426406887 \approx 4{,}24$

Diagonalen $= x$ (Pythagoras sats katet^2+katet^2= hypotenusan^2)

$$4{,}24^2 + 4{,}24^2 = x^2$$

$$36 = x^2$$

$$\underline{\underline{x = 6}}$$ VSB

Kvadraternas area är alltså beroende av punkten C iochmed att den anger ~~[illegible]~~ kvadratens diagonal. Ju längre bort C är placerad från origo, desto större blir □

<u>Ex</u>:   fig 3 : Diagonalen = 8 $A = 32$

fig 4 : Diagonalen = 5 $A = 12{,}5$

fig 2 : Diagonalen = 6 $A = 18$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	Eleven använder sig enbart av specialfall i sin utredning.
Matematiska resonemang	X	0/2	Eleven finner att arean är diagonalen^2/2 och visar med exempel att diagonalen kan beräknas med hjälp av koordinaterna och Pythagoras sats.
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är någorlunda korrekt och lämpligt.
Summa		**2/4**	

Elevlösning 3 (2 g och 3 vg)

• om man vill beräkna arean i figur 1 borde man först ta reda på sträckan AC
$(AC)^2 = a^2 + b^2$ enligt pytagoras sats
Sedan kan man räkna ut katetrarna i triangeln ABC och på så sätt få ut sträckorna AB och AC i kvadraten

Ju längre ifrån Origo punkten C placeras, ju längre hypotenusan blir desto större blir kvadratens area
Det framgår genom att räkna ut arean för de tre figurerna

fig 2 area: 18
fig 3 area: 32
fig 4 area: 12,5

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			X	1/2	Eleven påbörjar en generell härledning.
Matematiska resonemang	X			0/1	
Redovisning och matematiskt språk	X			1/0	Eleven använder lämpliga beteckningar och lämpligt språkbruk för uttrycket för diagonalen, men i övrigt saknas redovisning.
Summa				**2/3**	

Elevlösning 4 (2 g och 5 vg och ¤)

Kvadratens diagonal (sträckan AC) kan beräknas med pytagoras sats med hjälp av kordinaterna

$a^2+b^2=c^2$ Fig 3: $8^2+0^2=AC^2$ Fig. 1: $x^2+y^2=AC^2$

$8=AC$ $\sqrt{(x^2+y^2)}=AC$

Kvadratens sidor kan i sin tur också beräknas med pytagoras sats

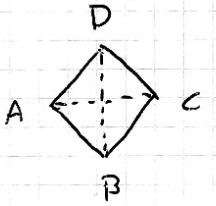


Fig.3: $2(8/2)^2 = sida^2$ Fig1: $2(AC/2)^2 = AB$

$32 = sida^2$ (eller BC, CD o AD)

$\sim 5{,}66 = sida$

Arean räknas i sin tur ut av sida * sida

Fig. 3: $5{,}67^2 = 32$ Fig 1: $AB^2 = arean$

$\sqrt{x^2+y^2}=AC$ Alltså: $2\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}\right)^2 = arean$

och

$arean = sid.^2$

T. ex. Fig. 3 $2\cdot((\sqrt{8^2+0^2})/2)^2 = 32$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	
Matematiska resonemang	X	0/2	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	Det finns brister i redovisningen men det matematiska språket är i huvudsak korrekt.
Summa		**2/5**	

Eleven härleder ett generellt uttryck för arean i termer av koordinaterna för hörnet *C*. Redovisningen är något knapp men får anses vara tillräcklig. ¤

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		