NATIONAL TEST IN MATHEMATICS COURSE B AUTUMN 2003

Directions

Test time	240 minutes for Part I and Part II together. We recommend that you spend no more than 60 minutes on Part I.
Resources	**Part I:** ”Formulas for the National Test in Mathematics Course B” *Please note that calculators are not allowed in this part.* **Part II:** Calculators, and ”Formulas for the National Test in Mathematics Course B”.
Test material	The test material should be handed in together with your solutions. Write your name, the name of your education programme / adult education on all sheets of paper you hand in. *Solutions to Part I should be handed in before you retrieve your calculator. You should therefore present your work on Part I on a separate sheet of paper. Please note that you may start your work on Part II without a calculator.*
The test	The test consists of a total of 16 problems. **Part I** consists of 8 problems and **Part II** consists of 8 problems. To some problems (where it says *Only answer is required*) it is enough to give short answers. For the other problems short answers are not enough. They require that you write down what you do, that you explain your train of thought, that you, when necessary, draw figures. When you solve problems graphically/numerically please indicate how you have used your resources. Problem 16 is a larger problem which may take up to an hour to solve completely. It is important that you try to solve this problem. A description of what your teacher will consider when evaluating your work is attached to the problem. Try all of the problems. It can be relatively easy, even towards the end of the test, to receive some points for partial solutions. A positive evaluation can be given even for unfinished solutions.
Score and mark levels	The maximum score is 41 points. The maximum number of points you can receive for each solution is indicated after each problem. If a problem can give 2 ”Pass”-points and 1 ”Pass with distinction”-point this is written (2/1). Some problems are marked with ¤, which means that they more than other problems offer opportunities to show knowledge that can be related to the criteria for ”Pass with Special Distinction”. Lower limit for the mark on the test Pass: 11 points Pass with distinction: 23 points of which at least 7 ”Pass with distinction”-points. Pass with special distinction: 23 points of which at least 14 ”Pass with distinction”-points. You also have to show ”*Pass with special distinction” qualities in at least one* of the ¤-problems.

Name: ______________________________ School: ___________________________________

Education programme/adult education: ____

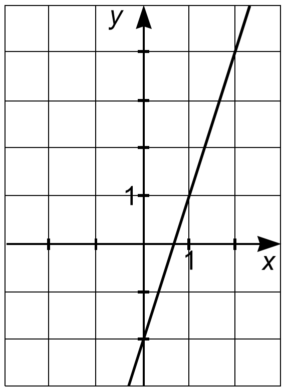
Part I

This part consists of 8 problems that should be solved without the aid of a calculator. Your solutions to the problems in this part should be presented on separate sheets of paper that must be handed in before you retrieve your calculator. Please note that you may begin working on Part II without the aid of a calculator.

1. Solve the equation $x^2 - 16x + 63 = 0$ (2/0)

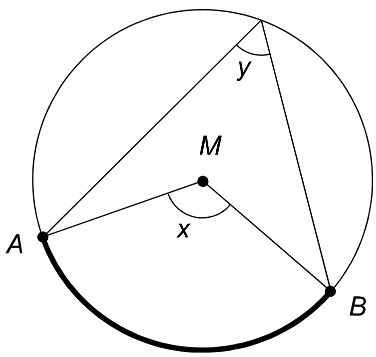
2. There is a line drawn in the coordinate system below.

Give the equation for the line using the form $y = kx + m$ *Only answer is required* (1/0)



3. Simplify $(2x-3)(x-2)-(6-x)$ as far as possible. (2/0)

4. The circle in the figure has a centre *M*. Assume that the marked arc between *A* and *B* is one third of the circumference of the circle.



a) How wide is the angle *x*? *Only answer is required* (1/0)

b) How wide is the angle *y*? *Only answer is required* (1/0)

5. Solve the system of equations $\begin{cases} 2y + 2x = 16 \\ y - 2x = 2 \end{cases}$ (2/0)

6. A straight line passes through the points $(0, 1)$ and $(2, -2)$.

Identify a point that lies on the line and has an x-coordinate which is greater than 100. (0/2)

7. Stina and Anders each bought shares at the same time in different companies.

Anders bought shares for 20 000 SEK. The value of his shares increased by 4.5 % per year during an 8-year period. This can be described by the function $f(t) = 20000 \cdot 1.045^t$,where $f(t)$ SEK is the value of the shares after t years.

Stina bought shares for 10 000 SEK. The value of her shares increased by 20 % per year during the same 8-year period. This can be described by the function $g(t) = 10000 \cdot 1.20^t$, where $g(t)$ SEK is the value of the shares after t years.

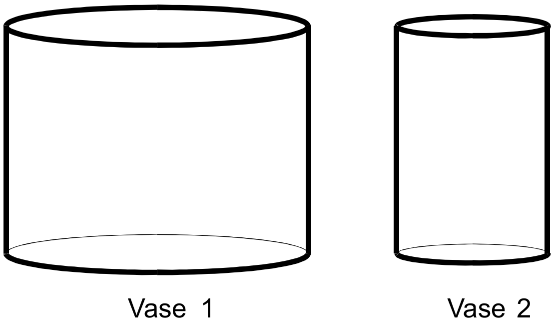
The figure shows the graphs of both functions.

a) Find the solution to the equation $10000 \cdot 1.20^t = 20000 \cdot 1.045^t$
Only answer is required (1/0)

b) Using words, describe what you can find out about the values of the shares by solving the equation in a). (0/1)

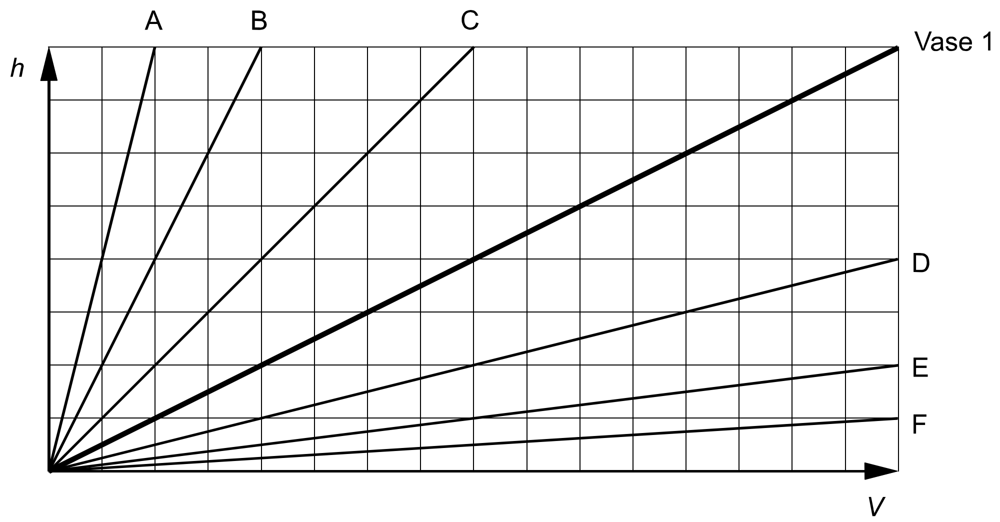
c) For which values of t is it true that $10000 \cdot 1.20^t > 20000 \cdot 1.045^t$?
Only answer is required (0/1)

8.



Two cylindrical vases, vase 1 and vase 2, are filled with water. Vase 1 has twice the radius of vase 2. In the diagram below, the bold line shows how the water level *h* depends on the water volume *V* in vase 1.

Investigate to determine which of the remaining lines A – F shows how the water level *h* depends on the water volume *V* in vase 2. (0/2/¤)



Part II

This part consists of 8 problems and you may use a calculator when solving them. Please note that you may begin working on Part II without your calculator.

9. Stina randomly grabs an ice-cream cone from a bag in the freezer. There are 7 strawberry-flavoured cones, 15 vanilla-flavoured cones and 3 pear-flavoured cones in the bag.

What is the probability of Stina taking a strawberry-flavoured ice-cream cone? (1/0)

10. Solve the inequality $14x - 105 \geq 5 - 8x$ (2/0)

11. Frida made five business trips during the month of September. Both the median cost and the mean cost of the trips happened to be 4 800 SEK.

a) Is it true that the total cost of the trips was 24 000 SEK? Support your answer. (1/0)

b) Is it true that the cost of at least one of the trips was 4 800 SEK? Support your answer. (0/1)

c) Give the name of a statistical measure that can be used to describe the degree of dispersion of statistical material (e.g. the case above).
Only answer is required (1/0)

12. A jar contains 10 000 beads in four different colours.

Without counting all of the beads, describe how you can make a good estimate of how many beads of each colour there are in the jar. (2/0)

13. The relation $y = a + bx$, where a and b are constants, is represented by a straight line in a coordinate system.

a) Choose a value for a and a value for b so that the line crosses both the positive x-axis and the positive y-axis. *Only answer is required* (1/0)

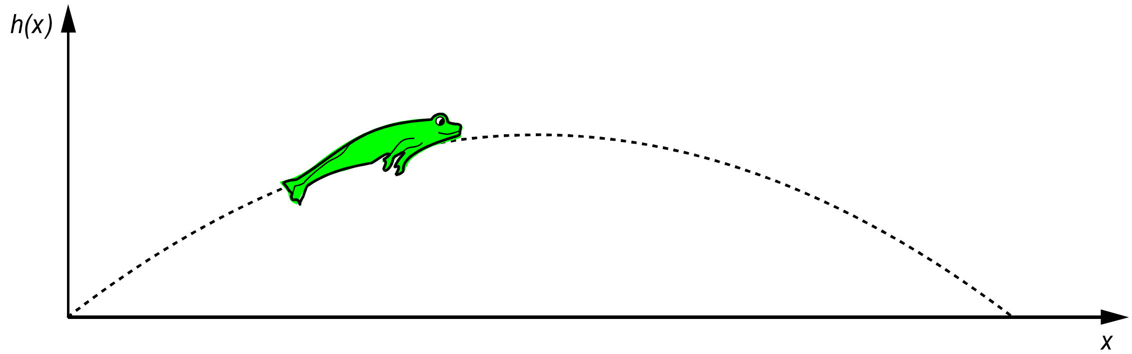
b) Investigate and determine which values for a and b give a line that crosses both the positive x-axis and the positive y-axis. (0/2)

14. The longest documented frog jump was made in 1986 by a frog named Rosie the Ribiter at the well-known Calaveras County Fair and Jumping Frog Jubilee.

Study the figure below. Rosie's jump can be described with the following mathematical model

$h(x) = x - 0.15x^2$,

where h is the height in metres over the ground and x is the distance in metres along the ground from the starting point.



a) How far did Rosie the Ribiter jump? (1/1)

b) How high did Rosie the Ribiter jump? (0/1)

15. The probability of passing the theoretical part of the driver's license test on the first attempt is 77.2 %. On the second attempt the probability of passing is 60.5 %

a) What is the probability of a person failing the first attempt and then passing on the second attempt? (0/2)

b) 1000 people took the test during a certain period. If no more than two attempts are allowed during this period, how many of these 1000 people should pass the test? (0/2)

When assessing your work with the following problem the teacher will consider the following:

- How general your solution is
- Which mathematical skills you show
- How well you support your conclusions
- How well you carry out your calculations
- How well you present and comment your work
- How well you use mathematical language

16. Below are some different-sized squares in a coordinate system. See figure 1 – 4. All the squares have a corner *A* placed at the origin. The coordinates for the opposite corner *C* are also given in the figure.

- Examine how the choice of coordinates for corner *C* in a square affects the area of the square. The corner *A* is always placed at the origin. See figure 1.

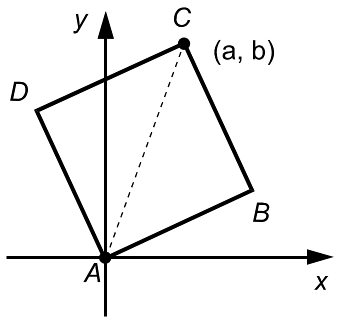


figure 1

If you want to, you can begin your examination by finding the areas of the squares in figure 2, figure 3 and figure 4 and then formulate a conclusion regarding how the placement of point *C* affects the area of the square. (2/5/¤)

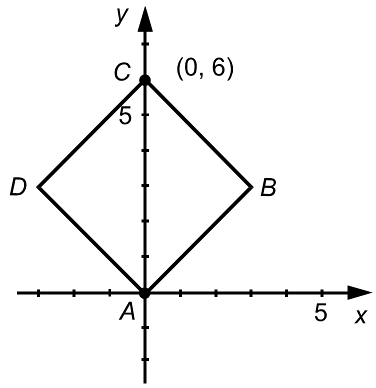


figure 2

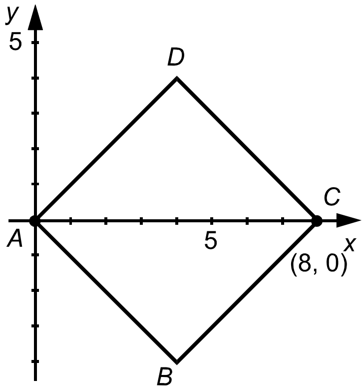


figure 3

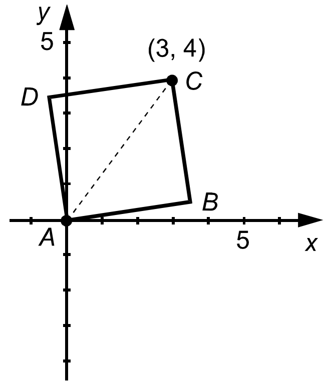


figure 4

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7, 8, 14, 15 och 16 som avser indikera elevens kunskaper bland annat i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 7b, 8, 11a, 11b, 13b och 16. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 6, 7b, 8, 13, 14, 15b och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 7b, 8, 11a, 11b, 12, 13 och 16 som har inslag av reflektion kring begrepp och matematiska aktiviteter. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 7, 8, 14 och 15 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik ht 2003 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0								x				x		x												
2	1	0									x			x														
3	2	0								x				x		x												
4a	1	0				x								x														
4b	1	0				x								x														
5	2	0										x		x		x												
6	0	2									x							x										
7a	1	0											x	x														
7b	0	1											x						x	x								
7c	0	1											x					x		x		x						
8	0	2	¤			x							x					x	x	x	x	x		x	x			
9	1	0					x							x														
10	2	0										x		x		x												
11a	1	0			x			x						x	x													
11b	0	1			x			x											x	x								
11c	1	0						x								x												
12	2	0							x					x	x	x												
13a	1	0									x			x														
13b	0	2									x							x	x		x							
14a	1	1								x			x		x	x		x	x	x								
14b	0	1								x			x					x	x	x								
15a	0	2					x											x		x								
15b	0	2					x											x	x	x								
16	2	5	¤			x				x				x	x	x		x	x	x	x	x		x	x	x	x	
Σ	21	20		0/0		3/4	5/5			12/7			1/4															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 41 poäng, varav 21 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	11 poäng.
Väl godkänd:	23 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	23 poäng varav minst 14 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)
   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp
   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]
   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg
   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB ht 2003)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen "godtagbar" ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med godtagbart svar ($x_1 = 9, \quad x_2 = 7$)	+1 g
2.			**Max 1/0**
		Korrekt svar ($y = 3x - 2$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
		Korrekt parentesmultiplikation eller korrekt behandling av sista parentesuttrycket	+1 g
		i övrigt redovisad godtagbar lösning ($2x^2 - 6x$)	+1 g
4.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar (120°)	+1 g
	b)	Korrekt svar (60°)	+1 g
5.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämt en variabel korrekt	+1 g
		med korrekt svar ($x = 2, \quad y = 6$)	+1 g
6.			**Max 0/2**
		Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämt linjens ekvation	+1 vg
		redovisad godtagbar bestämning av koordinaterna för någon punkt på linjen med x-koordinat större än 100 (t ex $(210, -314)$)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		**Max 1/2**
a)	Godtagbart svar ($t = 5$)	+1 g
b)	Godtagbart svar ("Man får veta vid vilken tidpunkt de olika aktierna har samma värde.")	+1 vg
c)	Godtagbart svar ($t > 5$)	+1 vg
8.		**Max 0/2/¤**
	Redovisad godtagbar ansats med i övrigt redovisad godtagbar lösning (Alternativ B)	+1 vg +1 vg
	Eleven ger en klar och tydlig generell motivering till varför linje B representerar vas 2	¤

Elevlösning 1 (1 vg)

Höjden på vas2 är samma som vas1.
Och Volymen är mindre hos vas2
än vas1. Det betyder att man kan
ta bort linjerna D, E och F.

Volym $V = \pi r^2 \cdot h$

När man tittar på linjerna
kan man se att det är linje A

svar: Det är linje A.

Kommentar: Eleven har ett felaktigt svar men en godtagbar motivering till varför det inte kan vara alternativ D, E eller F.

Elevlösning 2 (2 vg och ¤)

Eftersom Vas 1 har dubbelt så stor radie som vas två vet vi med säkerhet att det krävs större höjd för vas 2 för att få samma volym.
Där med vet vi att det är antingen Linje A, B eller C
Efter att vi har gjort

$$V_1 = 3,14 \cdot (2r)^2 \cdot h = 3,14 \cdot 4r^2 \cdot h$$
$$V_2 = 3,14 \cdot r^2 \cdot h =$$

Då vet vi att för samma höjd är volymen i den större vasen hela tiden 4 ggr större än den lilla.
Om man då följer diagrammet så ser man att linje B motsvarar vas 2.

Kommentar: Eleven ger en generell motivering till varför linje B motsvarar vas 2.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
9.		**Max 1/0**
	Redovisad godtagbar lösning (0,28)	+1 g
10.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar ($x \geq 5$)	+1 g
11.		**Max 2/1**
a)	Godtagbar motivering med korrekt svar (Ja)	+1 g
b)	Godtagbar motivering med korrekt svar (Ja)	+1 vg
c)	Angivit något statistiskt spridningsmått (Variationsbredd)	+1 g
12.		**Max 2/0**
	Godtagbar beskrivning av en metod som innehåller stickprov	+1 g
	med ett godtagbart urval	+1 g
13.		**Max 1/2**
a)	Angivna värden på *a* och *b* som uppfyller villkoren $(a = 1, b = -1)$	+1 g
b)	Redovisad godtagbar motivering för korrekt angivet villkor för en av konstanterna	+1 vg
	Redovisad godtagbar motivering för korrekta villkor för båda konstanterna ($a > 0$, $b < 0$)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
14.		**Max 1/2**
a)	Redovisad godtagbar ansats, t ex tecknar ekvationen $x-0{,}15x^2=0$	+1 g
	med godtagbar bestämning av hoppets längd (6,7 m)	+1 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning (1,7 m)	+1 vg
15.		**Max 0/4**
a)	Redovisad godtagbar lösning	+1 vg
	med godtagbart svar (14 %)	+1 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning	+1 vg
	med godtagbart svar (910 personer)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

16. **Max 2/5/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven bestämmer arean för någon kvadrat på något godtagbart sätt, t ex genom mätning i figur.
1 g</td><td colspan="2">Eleven beräknar diagonalens längd för en kvadrat som inte har diagonalen längs koordinataxlarna samt beräknar kvadratens area, t ex genom att beräkna diagonalen i figur 2 med hjälp av Pythagoras sats och sedan bestämma arean på ett godtagbart sätt.
1 g och 1 vg</td><td>Eleven påbörjar en generell härledning, t ex genom att arbeta med koordinaterna a och b och finna att diagonalen är $\sqrt{a^2+b^2}$
1 g och 2 vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="2">Eleven drar någon slutsats baserad på sin undersökning, t ex ”Ju längre bort punkten C ligger från origo desto större blir arean.”
1 vg</td><td colspan="2">Eleven drar slutsatsen att $\text{arean} = (b^2+a^2)/2$. Slutsatsen baseras på specialfall eller algebraisk härledning.
2 vg</td><td>0/2</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2">Redovisningen är möjlig att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 g</td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är väsentligen korrekt och lämpligt.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>2/5</td></tr>
</table>

Eleven härleder allmänt arean som funktion av koordinaterna a och b, dvs finner att arean $= (b^2+a^2)/2$. Eleven redovisar en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 16.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

fig 3 Pythagoras sats: EN kateter = 4 cm Lång
den andra kateten är oxå 4 cm lång

$4 \times 4 = 16$ $\quad 16\ cm^2$

$16 + 16 = 32$ Kvadraten på hypotenusan = $32\ cm^2$

$\sqrt{32} \approx 5,65$

kvadraten på hypotenusan = kvadratens area

5,65 ☐ 5,65 → kvadratens sidor $\quad 5,65 \cdot 5,65 = 32\ cm^2$

Arean på figur 3 = $32\ cm^2$

fig 2 diagonalen = 6 cm lång
en kateter = 3 cm lång

$3 \cdot 3 = 9$ $\quad 9 + 9 = 18$ kvadratens area = $18\ cm^2$

Slutsats. Ju närmre origo punkt C ligger desto mindre area har kvadraten

fig 4 Räkna ut diagonalen

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(0,0)}{(3,4)} = ?$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X				1/0	Eleven beräknar först sidan och sedan arean i figur 3 med en otydligt redovisad metod. Eleven gör på samma sätt för figur 2.
Matematiska reso-nemang	X				0/1	
Redovisning och matematiskt språk X					0/0	Redovisningen är mycket otydlig.
Summa					**1/1**	

Elevlösning 2 (2 g och 4 vg)

fig 3 Om ▱ delas upp i 2 △ (Vilket händer automatiskt med tanke på att diagonalen går från origo till en avgivna punkten) kan A räknas ut medelst Pytagoras sats

Diagonalen är 8 längdenheter lång

$\triangle = 2x^2 = 8^2$ (Antag x=kvadratens sida)

$x^2 = 32$

$x \approx \pm\sqrt{32}$

$x \approx \pm 5{,}6568$

Kvadratens sida är $\sim 5{,}656$

Kvadratens area är $5{,}6568...^2 = 32$

Det ser alltså ut som att kvadratens area är $\frac{\text{diagonalen}^2}{2}$

fig 4

Diagonalen i fig 4 är inte lika självklar som i fig 3 (där en av variablerna = 0, alltså är diagonalen = det som fåses av i den variabel $\neq 0$)

Diagonalen i fig 4

Antag: x = diagonalen, C = (3; 4)

$3^2+4^2=x^2$

$25=x^2$

$x=\sqrt{25}$

$\underline{\underline{x=5}}$

Använder mig av min formel

$A = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{5^2}{2} = 12{,}5$

fig 2 $C = (0;6)$

Jag använder samma modell som för uträkningen i fig 4, trots att jag snabbt ser hur många längdenheter diagonalen är.

Antag: x = diagonalen

$$6^2+0^2=x^2$$

$$x^2=6^2$$

$$x=6$$ vilket jag ville bevisa

Även här prövar jag min tes

$$A_\square = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

Kontrollräkning

$A_\square = 18$ sidan $= \sqrt{18} = \pm 4{,}242640687 \approx 4{,}24$

Diagonalen $= x$ (Pythagoras sats $\text{katet}^2+\text{katet}^2 = \text{hypotenusan}^2$)

$$4{,}24^2+4{,}24^2=x^2$$

$$36=x^2$$

$$\underline{x=6}$$ VSB

Kvadraternas area är alltså beroende av punkten C i och med att den anger kvadratens diagonal

Ju längre bort C är placerad från origo, desto större blir $\square$

Ex: fig 3: Diagonalen = 8 $A = 32$
fig 4: Diagonalen = 5 $A = 12{,}5$
fig 2: Diagonalen = 6 $A = 18$

Bedömning

Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	Eleven använder sig enbart av specialfall i sin utredning.
Matematiska resonemang	X	0/2	Eleven finner att arean är diagonalen^2/2 och visar med exempel att diagonalen kan beräknas med hjälp av koordinaterna och Pythagoras sats.
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är någorlunda korrekt och lämpligt.
Summa		**2/4**	

Elevlösning 3 (2 g och 3 vg)

- om man vill beräkna arean i figur 1 borde man först ta reda på sträckan AC
$(AC)^2 = a^2 + b^2$ enligt pytagoras sats
Sedan kan man räkna ut katetrarna i triangeln ABC och på så sätt få ut sträckorna AB och AC i kvadraten

Ju längre ifrån Origo punkten C placeras, ju längre hypotenusan blir desto större blir kvadratens area
Det framgår genom att räkna ut arean för de tre figurerna

fig 2 area: 18
fig 3 area: 32
fig 4 area: 12,5

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	Eleven påbörjar en generell härledning.
Matematiska reso-nemang	X	0/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0	Eleven använder lämpliga beteckningar och lämpligt språkbruk för uttrycket för diagonalen, men i övrigt saknas redovisning.
Summa		**2/3**	

Elevlösning 4 (2 g och 5 vg och ¤)

Kvadratens diagonal (sträckan AC) kan beräknas med pytagoras sats med hjälp av kordinaterna

$a^2+b^2=c^2$ Fig 3: $8^2+0^2=AC^2$ Fig. 1: $x^2+y^2=AC^2$

$8=AC$ $\sqrt{(x^2+y^2)}=AC$

Kvadratens sidor kan i sin tur också beräknas med pytagoras sats

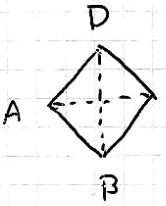


Fig. 3: $2(8/2)^2=\text{sida}^2$ Fig 1: $2(AC/2)^2=AB$

$32=\text{sida}^2$ (eller BC, CD & AD)

$\sim 5{,}66=\text{sida}$

Arean räknas i sin tur ut av sida * sida

Fig. 3: $5{,}67^2=32$ Fig 1: $AB^2=\text{arean}$

$\sqrt{x^2+y^2}=AC$ Alltså: $2\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}\right)^2=\text{arean}$

och

arean = sid.^{2}

T. ex. Fig. 3 $2\cdot((\sqrt{8^2+0^2})/2)^2=32$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	
Matematiska resonemang	X	0/2	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	Det finns brister i redovisningen men det matematiska språket är i huvudsak korrekt.
Summa		**2/5**	

Eleven härleder ett generellt uttryck för arean i termer av koordinaterna för hörnet *C*. Redovisningen är något knapp men får anses vara tillräcklig. ¤

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragrads-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämp-ningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		