# NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B HÖSTEN 2006

## Anvisningar

| | |
|---|---|
| Provtid | 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I. |
| Hjälpmedel | **Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.<br>*Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.*<br><br>**Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. |
| Provmaterialet | Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.<br><br>Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.<br><br>*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.* |
| Provet | Provet består av totalt 18 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 10 uppgifter.<br><br>Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.<br><br>Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.<br><br>Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. |
| Poäng och betygsgränser | Provet ger maximalt 44 poäng.<br><br>Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.<br><br>Undre gräns för provbetyget<br>Godkänd: 13 poäng<br>Väl godkänd: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng.<br>Mycket väl godkänd: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa. |

# Del I

**Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare.**
**Dina svar på denna del ges på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.**
**Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.**

**1.** Lös ekvationen $x^2 - 20x + 36 = 0$ (2/0)

**2.** Rita i ett koordinatsystem en rät linje som går genom punkten (0, 2) och har riktningskoefficienten $-3$ *Endast svar fordras* (1/0)

**3.** a) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + y = 15 \\ 3x + 2y = 42 \end{cases}$ (2/0)

I en kiosk betalade Pelle 15 kr för en korv med bröd. Detta beskrivs i den första ekvationen i ekvationssystemet ovan.

b) Låt $x$ vara priset i kronor för en korv. Tolka den andra ekvationen i ord. (0/1)

**4.** Vilken av funktionerna A-F visas som graf i figuren?

A) $y = x^2$

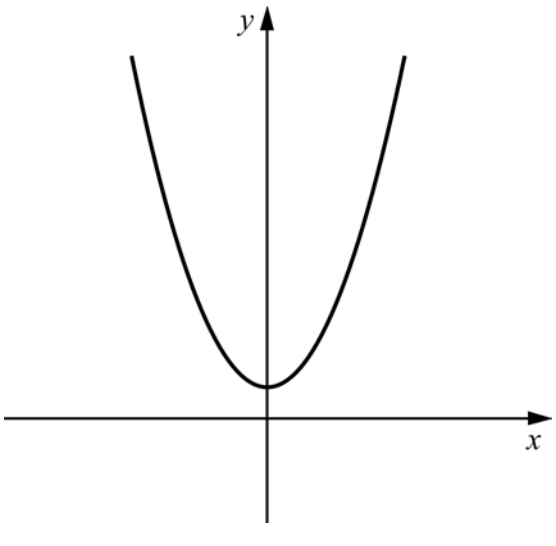
B) $y = -x^2$

C) $y = x^2 + 1$

D) $y = x^2 - 1$

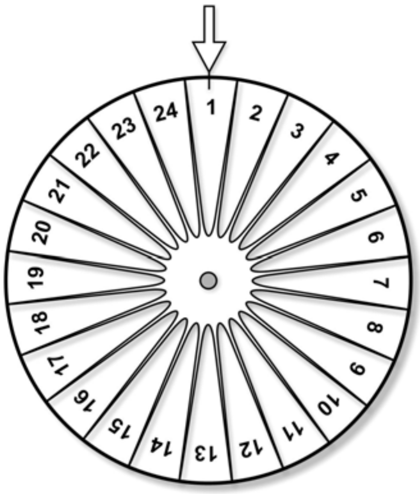
E) $y = 1 - x^2$

F) $y = -1 - x^2$




*Endast svar fordras* (1/0)

**5.** Robin och Jennifer är på ett nöjesfält och spelar på Chokladhjulet. Hjulet är indelat i 24 likadana delar som är numrerade från 1 till 24. Vid en spelomgång snurras hjulet och det nummer som är vid pilen när hjulet stannat ger vinst.

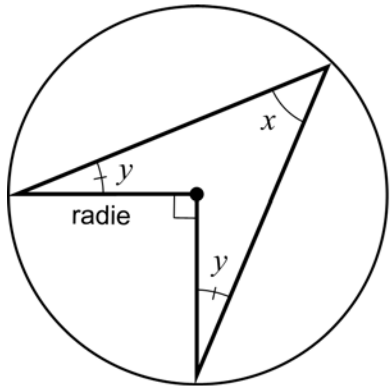



a) Robin påstår att det är lättare att vinna om de alltid spelar på samma nummer.
Har Robin rätt eller fel? Förklara. (1/0)

b) De planerar sedan att spela på tre nummer i samma spelomgång.
Jennifer påstår att det är lättare att vinna om de spelar på tre nummer intill varandra, t.ex. 3, 4 och 5, än om de spelar på tre nummer som inte är intill varandra.
Har Jennifer rätt eller fel? Förklara. (1/0)

**6.** På en reklambyrå ska en cirkulär logotyp tillverkas för en kunds räkning enligt skissen nedan. För att kunna tillverka logotypen måste vinklarna bestämmas.

Beräkna *x* och *y*. (2/1)




Skiss

Färdig logotyp

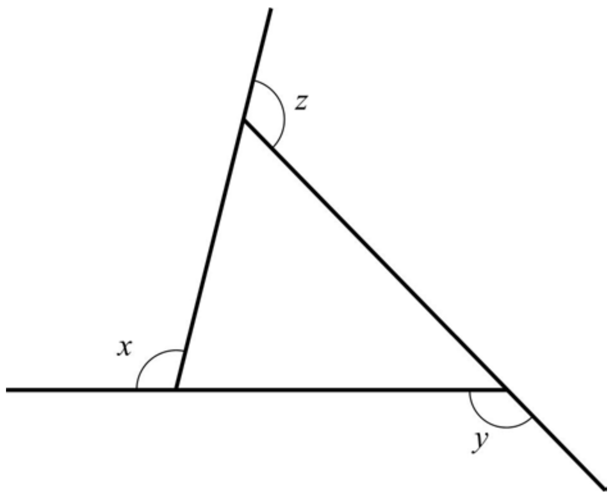
**7.** Låt $f(x) = (1-x)^2 - (1+x)^2$

a) Beräkna $f(2)$ (1/0)

b) Förenkla uttrycket $f(a) - f(b)$ så långt som möjligt. (0/2)

**8.** $x$, $y$ och $z$ är yttervinklar till triangeln nedan.

Visa att $x + y + z = 360°$ (0/1/¤)



# Del II

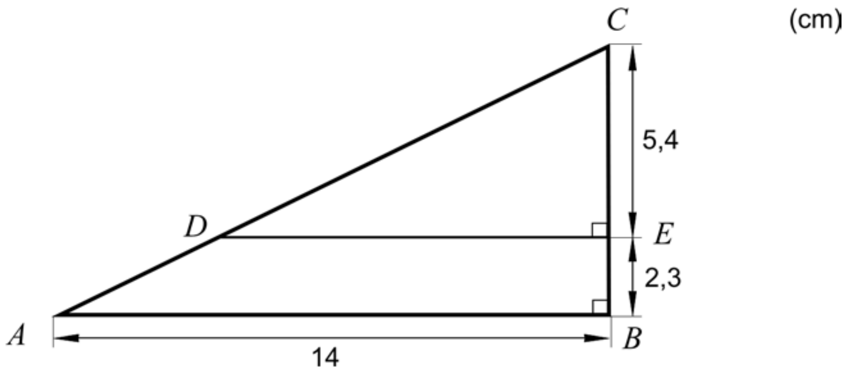
**Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.**

**9.** Utveckla $(2x-3)(x+7)$ och förenkla uttrycket så långt som möjligt.

*Endast svar fordras* (1/0)

**10.** Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkten (15, 28) och har riktningskoefficienten $k = 0{,}2$ (2/0)

**11.** I triangeln *ABC* är *DE* parallell med *AB*.




Figuren är inte skalenligt ritad

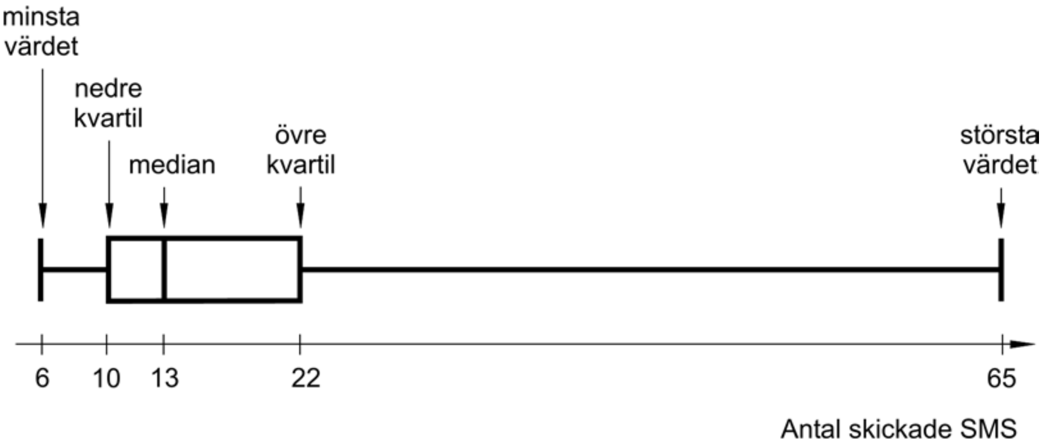
a) Bestäm längden av sträckan *AC*. (2/0)

b) Bestäm längden av sträckan *DE*. (2/0)

**12.** Sara ville ta reda på hur vanligt det är att man skickar SMS i hennes klass.

I klassen går det 29 elever. En dag lämnade Sara ut lappar med frågan ”Hur många SMS skickade du förra veckan?” Alla i klassen utom Sara svarade på frågan.

Det lådagram som hon ritade över resultatet ser du här nedanför. Med lådagrammet delas antalet elevsvar in i fyra lika stora delar. Till exempel så finns en fjärdedel av elevsvaren mellan det *minsta värdet* och *nedre kvartilen*, se figur.

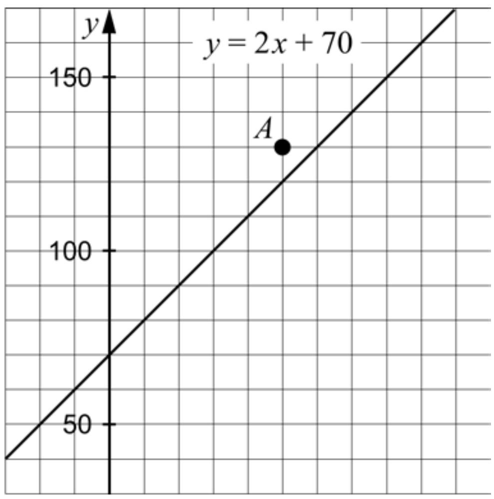



a) Bestäm variationsbredden. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Medelvärdet är 23 skickade SMS.
Förklara vilket lägesmått (medelvärde eller median) som är lämpligast att använda om du vill beskriva hur många SMS en elev i klassen skickar under en vecka. (1/0)

c) Sara hade själv skickat 52 SMS.
Undersök om medianen ändras om Saras SMS räknas med. (0/1)

**13.** Figuren visar en del av ett koordinatsystem med linjen $y = 2x + 70$
Vilka koordinater har punkten *A*? (0/2)

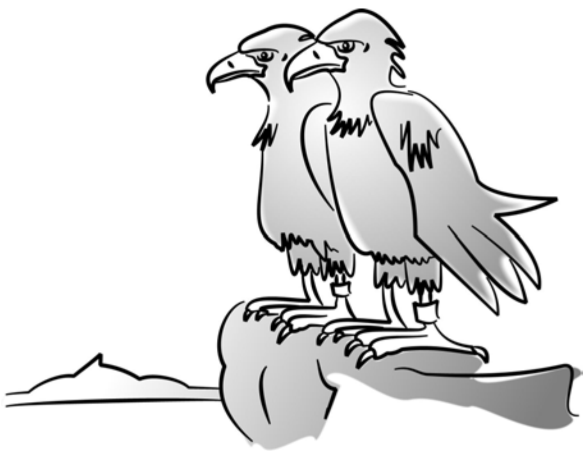


**14.** Firma Plastsaker & Sånt tillverkar bland annat linjaler. Varje vecka tillverkas 50 000 linjaler. Alla linjaler som tillverkades under en viss vecka såldes till en kund i Lund.

Efter ett tag började firman få klagomål från kunden och beslöt att göra en kvalitetskontroll i form av en stickprovsundersökning. Under en vecka kontrollerades kvaliteten på var 200:e linjal som tillverkades. Man hittade 11 linjaler som var av dålig kvalitet.

Hur många av de linjaler som skickades till Lund kan antas ha varit av dålig kvalitet? (0/2)

**15.** Sveriges största rovfågel är havsörnen. Uppskattningsvis 70 % av de svenska havsörnarna är ringmärkta. Havsörnar som lever i par håller under hela sin livslängd ihop med samma partner.

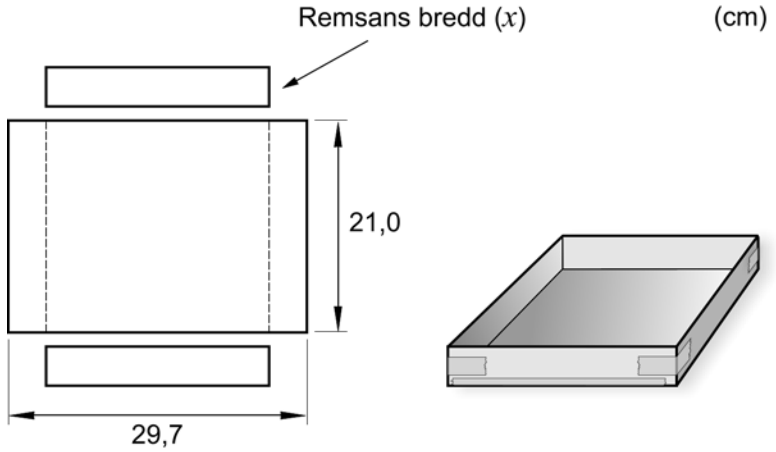


a) Beräkna sannolikheten att ett havsörnspar består av två ringmärkta fåglar. (1/0)

b) Beräkna sannolikheten att ett havsörnspar består av en ringmärkt och en omärkt fågel. (0/1)

**16.** Kalle och Lisa ska tillverka var sin öppen låda. De har några kartongark i A4-format med måtten 21,0 cm × 29,7 cm.

Först tar de var sitt ark och viker upp kortsidorna och sedan klipper de till två remsor av ett annat ark och tejpar fast dem på långsidorna, se figuren. Bredden på remsorna blir höjden på lådan. De vill båda tillverka en låda med volymen 2000 cm$^3$. Efter en stunds pysslande har de gjort var sin låda.




Kalles remsor är bredare än Lisas.

Är det möjligt att Kalle och Lisa har tillverkat var sin låda med volymen 2000 cm$^3$? (0/2/¤)

**17.** a) I ekvationssystemet $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = kx + 2 \end{cases}$ är $k$ en konstant.

För vilket eller vilka värden på $k$ saknar ekvationssystemet lösning? Förklara. (0/1)

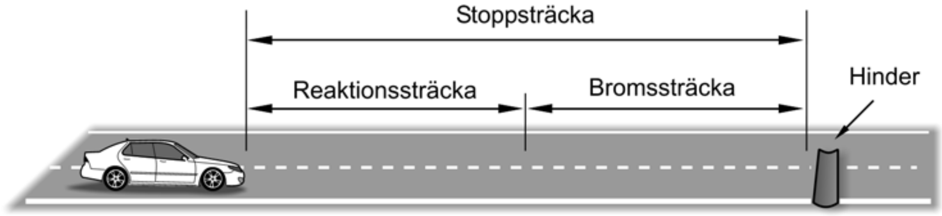
b) I ekvationssystemet $\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = ax + b \end{cases}$ är $a$ och $b$ konstanter.

Hur många lösningar får ekvationssystemet för olika värden på $a$ och $b$? Förklara. (0/2/¤)

**Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:**
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Vilka matematiska kunskaper du visar
- Hur väl du använder det matematiska språket
- Hur generell din lösning är

**18.** I samband med bilkörning brukar man tala om *stoppsträcka* i situationer då föraren upptäcker ett hinder, bromsar in och stannar.

*Stoppsträckan s* kan delas in i två delar. Den första delen, *reaktionssträckan*, är den sträcka bilen kör från det att föraren ser ett hinder till dess att föraren reagerar och trycker på bromspedalen. Den andra delen, *bromssträckan*, är den sträcka som bilen kör då föraren bromsar in och stannar, se figur.




*Stoppsträckan s* vid ett visst väglag kan beräknas enligt följande formel:

$$s = \underbrace{0{,}27v}_{\text{Reaktionssträcka}} + \underbrace{0{,}005v^2}_{\text{Bromssträcka}}$$

där stoppsträckan $s$ anges i meter och hastigheten $v$ anges i km/h.

- Beräkna reaktionssträcka, bromssträcka och stoppsträcka för några hastigheter, t.ex. 70 km/h, 90 km/h och 110 km/h. Rita en tabell och fyll i dina värden.

| Hastighet (km/h) | Reaktionssträcka (m) | Bromssträcka (m) | Stoppsträcka (m) |
|---|---|---|---|
| 70 | | | |
| 90 | | | |
| 110 | | | |

Vid landsvägskörning i mörker lyser halvljusen upp vägen ca 50 meter framför bilen. Det är vid det avståndet föraren tidigast kan upptäcka ett hinder.

- Kommentera möjligheten att kunna stanna på 50 meter.

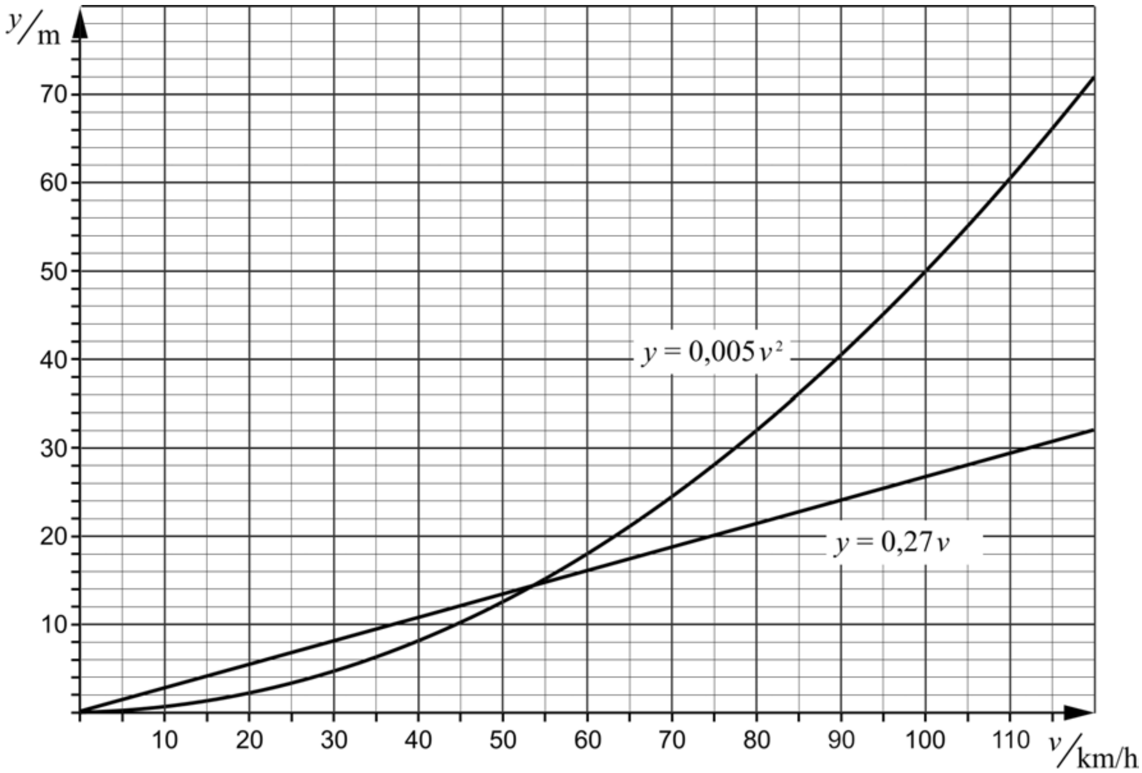
Enligt formeln för stoppsträckan $s = 0{,}27v + 0{,}005v^2$ hinner föraren inte stanna före ett hinder som upptäcks då avståndet till hindret är 50 meter och föraren kör med hastigheten 110 km/h.

- Om bilen kan passera hindret och föraren fortsätter att bromsa, hur långt bortom hindret stannar då bilen?

- Vilken hastighet har bilen när den är vid hindret?

Om du vill kan du ta hjälp av diagrammet nedan.

**Reaktionssträcka och bromssträcka som funktion av hastigheten**




- Undersök och beskriv sambandet mellan den ursprungliga hastigheten $v_1$ km/h en bil har när en förare upptäcker ett hinder på 50 meters håll och den hastighet $v_2$ km/h bilen har när den är vid hindret. (3/4/¤)

**Innehåll** **Sid nr**

## Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 3b, 5, 6, 8, 12b, 12c, 13, 14, 15, 16, 17 och 18 som avser indikera elevens kunskaper bland annat i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 6, 8, 12c, 13, 14, 15, 16, 17 och 18. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 3b, 6, 8, 14, 15, 16, 17 och 18 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 5, 8, 12b, 12c, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och matematiska aktiviteter. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 14, 15, 16 och 18 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

## Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik ht 2006 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

| | | | | Kunskapsområde | | | | | | | | | | | Betygskriterium | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Upp-gift nr | g po-äng | vg po-äng | ¤ | Övr | | Geo | Stat & sannolik | | | Algebra | | | Fun | Godkänd | | | | Väl godkänd | | | | | | Mycket väl godkänd | | | | |
| | | | | 1 | 4 | 3 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 0 | | | | | | | | x | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | 0 | | | | | | | | | x | | | x | | | | | | | | | | | | | | |
| 3a | 2 | 0 | | | | | | | | | | x | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 3b | 0 | 1 | | | | | | | | | x | | | | | | | | | x | | | | | | | | |
| 4 | 1 | 0 | | | | | | | | x | | | x | x | | | | | | | | | | | | | | |
| 5a | 1 | 0 | | | | | x | | | | | | | x | x | | x | | | | | | | | | | | |
| 5b | 1 | 0 | | | | | x | | | | | | | x | x | | x | | | | | | | | | | | |
| 6 | 2 | 1 | | | | x | | | | | | | | x | x | x | | x | x | | | | | | | | | |
| 7a | 1 | 0 | | | | | | | | x | | | x | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 7b | 0 | 2 | | | | | | | | x | | | x | | | | | x | | | x | | | | | | | |
| 8 | 0 | 1 | ¤ | | | x | | | | | | | | | | | | x | x | | x | | | x | | x | | |
| 9 | 1 | 0 | | | | | | | | x | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 2 | 0 | | | | | | | | | x | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 11a | 2 | 0 | | | x | x | | | | | | | | x | x | x | | | | | | | | | | | | |
| 11b | 2 | 0 | | | | x | | | | | | | | x | x | x | | | | | | | | | | | | |
| 12a | 1 | 0 | | | | | | x | | | | | | x | | | | | | | | | | | | | | |
| 12b | 1 | 0 | | | | | | x | | | | | | x | x | | | | | | | | | | | | | |
| 12c | 0 | 1 | | | x | | | x | | | | | | | | | | x | x | x | x | | | | | | | |
| 13 | 0 | 2 | | | | | | | | | x | | | | | | | x | x | | x | | | | | | | |
| 14 | 0 | 2 | | | | | | | x | | | | | | | | | x | x | x | | | | | | | | |
| 15a | 1 | 0 | | | | | x | | | | | | | x | x | x | | | | | | | | | | | | |
| 15b | 0 | 1 | | | | | x | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | | | | | | |
| 16 | 0 | 2 | ¤ | | | | | | | x | | | | | | | | x | x | x | x | x | | x | x | | x | |
| 17a | 0 | 1 | | | | | | | | | x | x | | | | | | x | x | | x | x | | | | | | |
| 17b | 0 | 2 | ¤ | | | | | | | | x | x | | | | | | x | x | | x | x | | x | x | | x | |
| 18 | 3 | 4 | ¤ | | | | | | | x | | | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | | x | x | | x | |
| Σ | 24 | 20 | | 0/0 | | 6/2 | 5/4 | | | 8/10 | | | 5/4 | | | | | | | | | | | | | | | |

**Kravgränser**
Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

| | |
|---|---|
| Godkänd: | 13 poäng. |
| Väl godkänd: | 25 poäng varav minst 6 vg-poäng. |
| Mycket väl godkänd: | 25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst fyra *olika* MVG-kvaliteter. |

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

| | Uppgift | | | |
|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 8 | 16 | 17b | 18 |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | ○ | ○ | ○ |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | ○ | ○ | ○ |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | ○ | | | ○ |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | ○ | ○ | ○ | ○ |

**Allmänna riktlinjer för bedömning**

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ” Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

| | |
|---|---|
| Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation | + 1g |
| med korrekt svar | + 1g |

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

# Bedömningsanvisningar (MaB ht 2006)

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

| **Uppg.** | | **Bedömningsanvisningar** | **Poäng** |
|---|---|---|---|
| **Del I** | | | |
| **1.** | | | **Max 2/0** |
| | | Redovisad godtagbar bestämning av en rot | +1 g |
| | | Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ( $x_1 = 2,\ \ x_2 = 18$ ) | +1 g |
| **2.** | | | **Max 1/0** |
| | | Godtagbart ritad linje (grafen till $y = -3x + 2$ ) | +1 g |
| **3.** | | | **Max 2/1** |
| | a) | Redovisad godtagbar metod | +1 g |
| | | med korrekt svar ( $x = 12,\ \ y = 3$ ) | +1 g |
| | b) | Godtagbart svar (”Priset för tre korvar och två bröd är 42 kr.”) | +1 vg |
| **4.** | | | **Max 1/0** |
| | | Korrekt svar (alternativ C) | +1 g |

| **Uppg.** | **Bedömningsanvisningar** | **Poäng** |
|---|---|---|
| **5.** | | **Max 2/0** |
| a) | Godtagbar förklaring med korrekt svar (”Robin har fel. Sannolikheten för vinst är alltid $\frac{1}{24}$ oavsett vilket nummer man satsar på.”) | +1 g |

**Elevlösning 1 (0 g)**

Om man spelar på samma nummer alltid så
är det 1/24 chans att man vinner.
DVS. teoretiskt att om du spelar 24 gånger
på hjulet kommer du att vinna en gång.

*Kommentar*: Elevens svar ger inget underlag för att avgöra om Robin har rätt eller fel.

**Elevlösning 2 (1 g)**

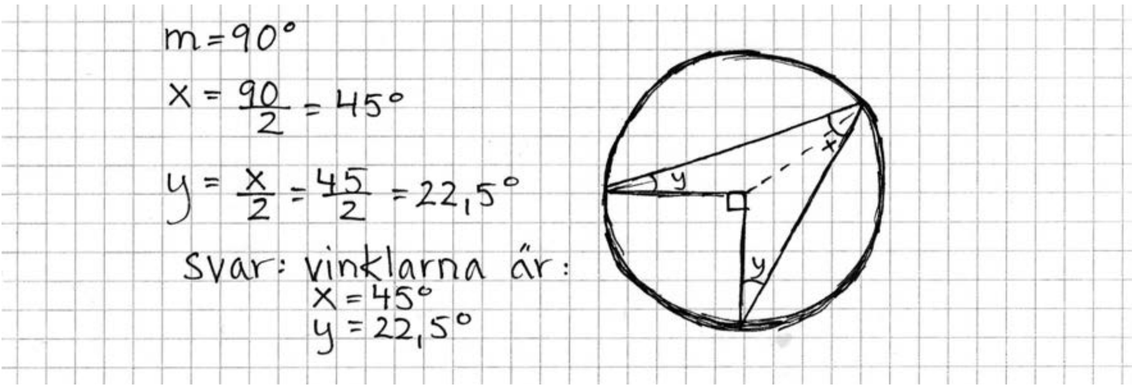
Robin har fel eftersom det är lika stor chans
för alla nummer att bli valda varje gång

*Kommentar*: Eleven ger ett godtagbart svar trots att sannolikheten för vinst (1/24) ej nämnts.

| | | |
|---|---|---|
| b) | Godtagbar förklaring med korrekt svar (”Jennifer har fel, oavsett vilka tre nummer du väljer blir sannolikheten för vinst $\frac{3}{24} = 0{,}125 = 12{,}5\%$ ”) | +1 g |
| **6.** | | **Max 2/1** |
| | Godtagbar bestämning av $x$ | + 1 g |
| | Godtagbar bestämning av $y$ ( $x = 45°$, $y = 22{,}5°$ ) | + 1 g |
| | med utförliga motiveringar | + 1 vg |

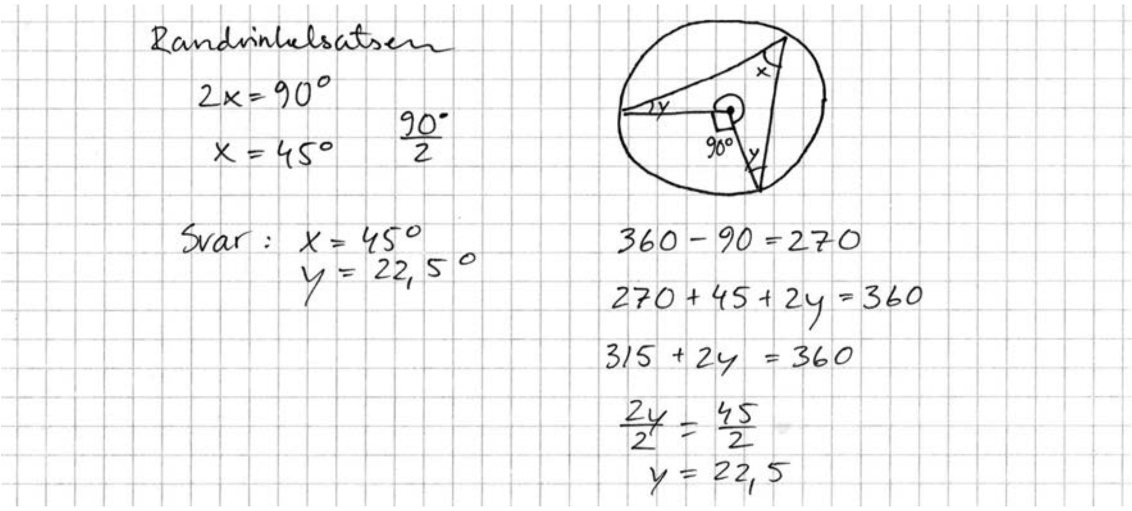
**Uppg.** **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

**Elevlösning 1 (2 g)**




*Kommentar*: Eleven beräknar *x* och *y* men motiveringarna är bristfälliga. T.ex. så ges ingen förklaring till varför $y = x/2$.

**Elevlösning 2 (2 g och 1 vg)**




*Kommentar*: Eleven redovisar utförligt hur denne kommit fram till *x* och *y*. I bestämningen av *y* har eleven utnyttjat att vinkelsumman i en fyrhörning är 360° men utan kommentar.

**7.** **Max 1/2**

a) Redovisad godtagbar lösning ($-8$) +1 g

b) Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar uttrycket

$(1-a)^2-(1+a)^2-((1-b)^2-(1+b)^2)$ +1 vg

med i övrigt godtagbar lösning ($4b-4a$) +1 vg

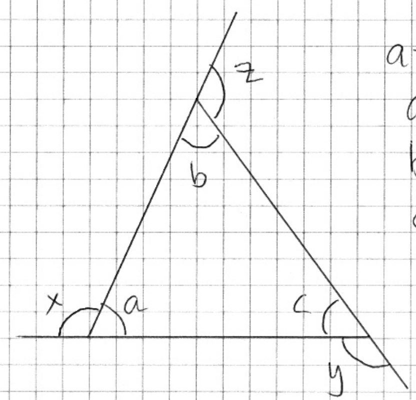
**Uppg.** **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

**8.** **Max 0/1/¤**

Godtagbar ansats, t.ex. utnyttjar att summan av sidovinklar är 180° +1 vg

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | genomföra ett bevis där motiveringar kan vara utelämnade. |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | redovisa välstrukturerat och med korrekta motiveringar. |

**Elevlösning 1 (1 vg och två av MVG-kvaliteterna)**




$a+b+c=180$
$a+x=180$
$b+z=180$
$c+y=180$

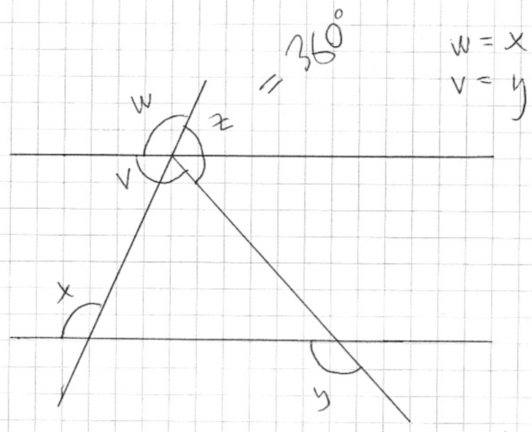
Eleven har skrivit upp fyra grundläggande samband men det är först här då eleven har utnyttjat/använt dessa samband som ansatspoängen delas ut.

$a+x+b+z+c+y=540$
$x+y+z=540-(a+b+c)=360$
$x+y+z=360$ v.s.b.

*Kommentar*: Eleven har genomfört ett bevis där motiveringarna är knapphändiga men där de olika stegen i beviset är ganska tydliga och lätta att följa. De fyra grundläggande samband som eleven skrivit upp, med stöd av införda beteckningar i figuren, kan anses vara så bekanta för eleven att ytterligare förklaringar och /eller motiveringar inte är nödvändiga. Sammantaget ett bevis som nätt och jämt uppfyller båda MVG-kvaliteterna.

**Uppg.** **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

**Elevlösning 2 (1 vg och två av MVG-kvaliteterna)**




Om man drar en paralell linje över
Också då är w likbelägen vinkel med x
Och då är v med y då kan det bevisas
pga att ~~ett~~ helt varv (en cirkel är 360°)
då kan man byta ut v mot y och w mot x
och få samma summa.

*Kommentar*: Den här eleven genomför ett mer resonerande bevis med motiveringar. Det matematiska språket är innehållsligt i huvudsak korrekt och relevant men språkligt är det delvis otydligt uttryckt bland annat med oklara syftningar vilket medför att beviset kan kännas något ostrukturerat. Sammantaget är detta ett bevis som nätt och jämt uppfyller båda MVG-kvaliteterna.

**Del II**

**9.** **Max 1/0**

Korrekt svar $(2x^2 + 11x - 21)$ +1 g

**10.** **Max 2/0**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. sätter in korrekta värden på *k*, *x* och *y* i linjens ekvation på *k*-form +1 g

i övrigt redovisad godtagbar lösning ( $y = 0{,}2x + 25$ ) +1 g

| Uppg. | | Bedömningsanvisningar | Poäng |
|---|---|---|---|
| **11.** | | | **Max 4/0** |
| | a) | Redovisad godtagbar metod, t.ex. ställer upp Pythagoras sats korrekt | +1 g |
| | | med korrekt svar (16 cm) | +1 g |
| | b) | Redovisad godtagbar metod, t.ex. använder likformighet korrekt | +1 g |
| | | med korrekt svar (9,8 cm) | +1 g |
| **12.** | | | **Max 2/1** |
| | a) | Korrekt svar (59) | +1 g |
| | b) | Godtagbart svar (”Eftersom fördelningen är sned så är medianen lämpligast att använda”) | +1 g |
| | c) | Godtagbar undersökning kring vad som kan ske med medianen om Saras SMS räknas med (”Medianen kan ändras eller vara densamma”) | +1 vg |

**Elevlösning 1 (1 vg)**

Svar: Ja, dem var 28 når hon räkna ut
medianen. Då måste man räkna ut summan
av de 2 mittersta talen dividerat med 2
för att få ut medianen. De blir 29 når
Saras räknas med då är det bara att
ta mittersta talet. Det blir olika svar
om siffrorna i mitten är olika (tex 1,3,8,9)
når de är 28 st. Om de är lika blir
medianen samma (t.ex. 1,5,5,8)

*Kommentar*: Eleven beskriver vad som sker kring medianen då ett extra värde till höger tillkommit. Elevens val av tal i exemplet beskriver inte situationen i uppgiften men exemplet förtydligar elevens förklaring.

| Uppg. | Bedömningsanvisningar | Poäng |
|---|---|---|
| **13.** | | **Max 0/2** |
| | Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $2x+80=130$ för bestämning av *x*-koordinaten | +1 vg |
| | med korrekt svar (25, 130) | +1 vg |

**Elevlösning 1 (0 vg)**

$$2x+70=130$$
$$2x=130-70$$
$$2x=60$$
$$x=\frac{60}{2}=30 \quad \text{svar: } A:(30, 130)$$

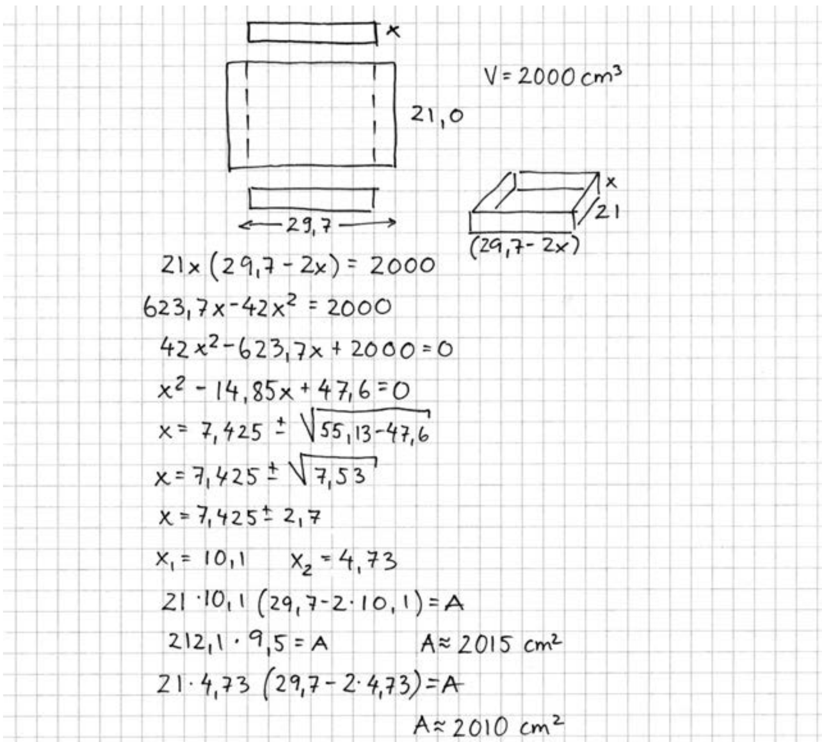
*Kommentar*: Eleven identifierar *y*-koordinaten för punkten *A* men använder inte detta på ett godtagbart sätt för att bestämma *x*-koordinaten och får därför ingen poäng.

| Uppg. | Bedömningsanvisningar | Poäng |
|---|---|---|
| **14.** | | **Max 0/2** |
| | Redovisad godtagbar ansats, t.ex. kommer fram till att 11 av 250 linjaler är av dålig kvalitet | +1 vg |
| | med i övrigt redovisad godtagbar lösning (2200 linjaler) | +1 vg |
| **15.** | | **Max 1/1** |
| a) | Redovisad godtagbar lösning (0,49) | +1 g |
| b) | Redovisad godtagbar lösning (0,42) | +1 vg |

| **Uppg.** | **Bedömningsanvisningar** | **Poäng** |
|---|---|---|
| **16.** | | **Max 0/2/¤** |
| | Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en ekvation som kan ha något mindre fel, exempelvis $21(29{,}7 - x)x = 2000$ | +1 vg |
| | Korrekt tecknad ekvation med lösning som visar att den har två olika rötter (10,2 cm och 4,7 cm) | +1 vg |

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | formulera problemet, det vill säga ställa upp en korrekt ekvation för volymen av lådan, t.ex. $21(29{,}7 - 2x)x = 2000$ där $x$ är bredden av remsan. |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | utifrån korrekta beräkningar dra slutsatsen att det är möjligt att göra två lådor med volymen 2000 $cm^3$. |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | använda ett i huvudsak korrekt matematiskt språk med klar tankegång. |

**Elevlösning 1 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)**




*Kommentar*: Eleven formulerar ingen explicit slutsats men visar med beräkningar att två olika mått på remsans bredd ger ungefär samma volym. Eleven visar inte MVG-kvalitet vad gäller matematiskt språk då han/hon använder beteckningen A för volym och anger felaktig enhet ($cm^2$).

**Elevlösning 2 (2 vg och tre av MVG-kvaliteterna)**

formel för lådans volym:

$21 \cdot (29,7 - 2x) \cdot x = 2000$

$(623,7 - 42x) \cdot x = 2000$

$623,7x - 42x^2 = 2000$

$623,7x - 42x^2 - 2000 = 0$

$42x^2 - 623,7x + 2000 = 0$

$x^2 - 14,85x + 47,62 = 0$

$x = \frac{14,85}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{14,85}{2}\right)^2 - 47,62}$

$x = 7,425 \pm \sqrt{55,13 - 47,62}$

$x = 7,425 \pm \sqrt{7,51}$

$x = 7,425 \pm 2,740$

$x_1 = 4,685 \quad x_2 = 10,165$

Svar: Ja, båda kan ha haft rätt volym med olika mått på remsornas bredd. Både måttet 4,6(85) cm och 10,1(65) cm fungerar för att få 2000 cm³ i volym. Se uträkning ovan

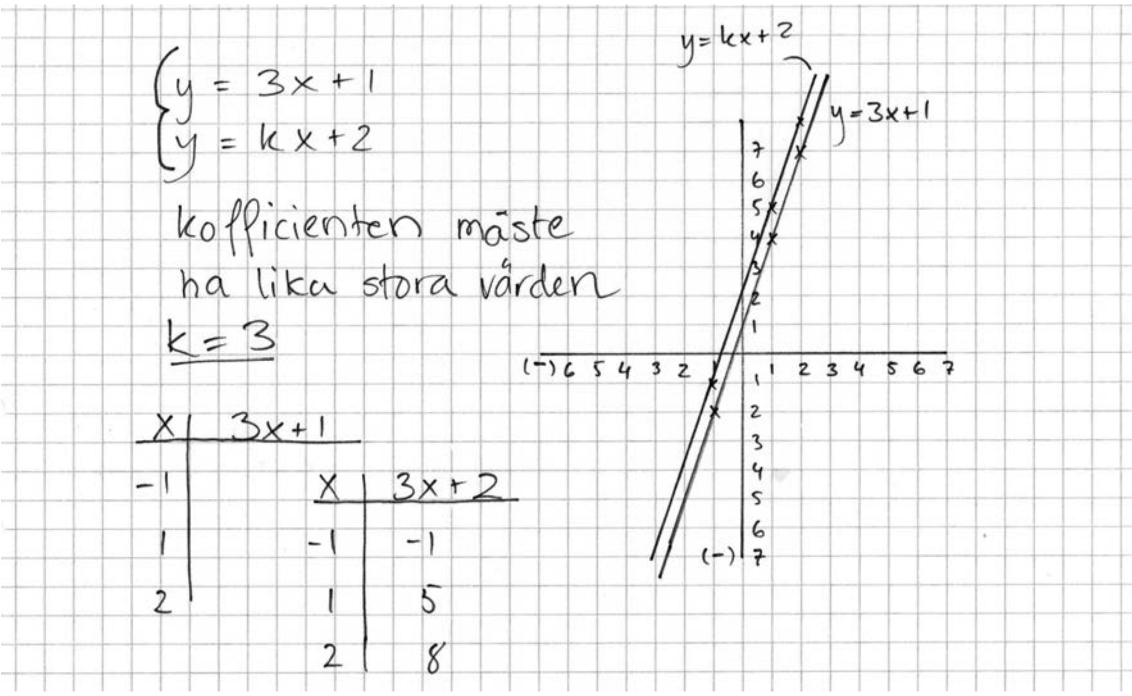
*Kommentar*: Eleven visar tre MVG-kvaliteter även om det varit önskvärt att eleven tydligare visat att båda måtten på remsans bredd är möjliga.

| **Uppg.** | **Bedömningsanvisningar** | **Poäng** |
|---|---|---|

**17.** **Max 0/3/¤**

a) Godtagbart resonemang med korrekt svar $(k = 3)$ +1 vg

**Elevlösning 1 (1 vg)**




*Kommentar*: Eleven uppnår nätt och jämnt 1 vg-poäng. Grafen med de parallella linjerna kan godtas som motivering till att lösning saknas då $k = 3$

b) En fullständig undersökning av ekvationssystemet tar upp följande tre fall

- När $a \neq 3$ finns en entydig lösning oavsett värde på $b$
- När $a = 3$ och $b \neq 1$ saknas lösning
- När $a = 3$ och $b = 1$ finns det ett oändligt antal lösningar

Godtagbar beskrivning av minst en av punkterna ovan +1 vg

Godtagbar beskrivning av minst två av punkterna ovan +1 vg

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | på ett generellt sätt beskriva de tre olika fallen. |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | motivera minst två av fallen. |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | använda ett i huvudsak korrekt matematiskt språk med klar tankegång. |

**Elevlösning 1 (2 vg och en av MVG-kvaliteterna)**

Svar: Om lösningen ska ha oändligt antal lösningar ska a vara 3 och b 1. För då går linjerna på varandra. Om lösningen inte ska kunna gå att lösa måste a värdet vara 3 men b värdet kan vara allt annat än 1. För att det bara ska bli en lösning ska a värdet vara nått annat än 3. B värdet kan vara vad som helst.

*Kommentar*: Eleven beskriver de tre fallen men har endast motiverat ett av dessa. Det matematiska språket är alltför torftigt för att anses visa MVG-kvalitet.

**Elevlösning 2 (2 vg och tre av MVG-kvaliteterna)**

saknar lösning om $a=3$ och $b \neq 1$ för då kommer linjerna vara parallella

oändligt antal lösningar om $a=3$ och $b=1$ för då är det samma linje

en lösning om $a \neq 3$

*Kommentar*: Eleven beskriver de tre fallen och motiverar två av dessa. Det matematiska språket är tillräckligt för att anses visa MVG-kvalitet.

**Uppg.** **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

**18.** **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

| **Bedömningen avser** | **Kvalitativa nivåer**<br>**Lägre** → | | **Högre** | **Total-poäng** |
|---|---|---|---|---|
| **Metodval och genomförande**<br>*I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.*<br><br>*Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.* | Eleven fyller i tabellen i huvudsak korrekt.<br><br>**1 g** | Eleven fyller i tabellen i huvudsak korrekt.<br><br>Eleven bestämmer hur långt bortom hindret bilen kommer (40 m).<br><br>**2 g** | Eleven fyller i tabellen i huvudsak korrekt.<br><br>Eleven bestämmer hur långt bortom hindret bilen kommer (40 m).<br><br>Eleven bestämmer hastigheten när hindret passeras (90 km/h) och påbörjar en godtagbar metod för beräkning av bilens hastighet efter 50 m vid några olika ursprungshastigheter.<br><br>**2 g och 1-2 vg** | **2/2** |
| **Matematiska resonemang**<br>*Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.* | Eleven ger någon godtagbar kommentar kring tabellen, t.ex. ”Om man kör 70 hinner man stanna men inte om man kör 90”.<br><br>**1 g** | Eleven gör någon godtagbar analys av problemet i fjärde punkten t.ex. eleven inser att den del av stoppsträckan som är efter hindret motsvaras av $0{,}005v^2$, där $v$ är hastigheten bilen har när den passerar hindret.<br><br>**1 g och 1 vg** | | **1/1** |
| **Redovisning och matematiskt språk**<br>*Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.* | | Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.<br><br>**1 vg** | | **0/1** |
| **Summa** | | | | **3/4** |

**MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida**

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | välja en generell metod och finna ett samband mellan $v_1$ och $v_2$ som bygger på en korrekt metod t.ex.<br>$0{,}005 \cdot v_1^2 - 0{,}005 \cdot v_2^2 = 50 - 0{,}27 \cdot v_1$<br>eller $v_2 = \sqrt{\dfrac{0{,}27v_1 + 0{,}005v_1^2 - 50}{0{,}005}}$ |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | undersöka definitionsmängden, t.ex. kommentera att hastigheten 77 km/h är den högsta hastighet föraren får ha för att precis hinna stanna framför hindret. |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | härleda sambandet eller motivera sambandet på annat sätt. |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. |

## Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 18.

### Elevlösning 1 (2 g)

• $s = 0{,}27v + 0{,}005v^2$

| hast | reakt | broms | stopp |
|---|---|---|---|
| 70 | 19 | 24 | 43 |
| 90 | 24 | 40 | 64 |
| 110 | 30 | 60 | 90 |

• man hinner inte stanna om man kör i 90 men om man kör i 70 så hinner man

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | | | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | X | | | 1/0 | |
| Matematiska resonemang | X | | | 1/0 | Elevens ger en godtagbar kommentar utifrån de värden som finns i tabellen. |
| Redovisning och matematiskt språk | X | | | 0/0 | |
| **Summa** | | | | **2/0** | |

**Elevlösning 2 (3 g och 4 vg och en av MVG-kvaliteterna)**

1. $S = 0,27v + 0,005v^2$

| HASTIGHET | REAKTIONS-STRÄCKA | BROMS-STRÄCKA | STOPP-STRÄCKA |
|---|---|---|---|
| 70 | 18,9 | 24,5 | 43,4 |
| 90 | 24,3 | 40,5 | 64,8 |
| 110 | 29,7 | 60,5 | 90,2 |

2. NÅGON STANS MELLAN 70 & 90 KM/H HINNER MAN INTE STANNA

PRÖVAR NÅGRA FLER VÄRDEN...

| | | | |
|---|---|---|---|
| 80 | 21,6 | 32 | 53,6 |
| 75 | 20,25 | 28,125 | 48,375 |
| 76 | 20,52 | 28,88 | 49,4 ← HÄR GÅR GRÄNSEN |
| 77 | 20,79 | 29,645 | 50,435 |

2. HÖGSTA HAST. BÖR LIGGA PÅ 76 KM/H FÖR ATT KUNNA STANNA

3. HUR LÅNGT BORTOM HINDRET?

$V = 110$ KM/H STOPPSTRÄCKA: 90,2
$90,2 - 50 = 40,2$ SVAR: CA 40 m

4. $0,005v^2 = 40,2$
$v = 90$ KM/H AVLÄST UR GRAF SVAR: 90 KM/H

5. MED 100 KM/H BLIR DET:
$S = 0,27 \cdot 100 + 0,005 \cdot 100^2 = 77m$
$77m - 50m = 27m$
$0,005v^2 = 27$
$v = 73$ KM/H

MED 90 BLIR DET
$S = 64,8$
$64,8 - 50 = 14,8m$
$0,005v^2 = 14,8$
$v = 54$ KM/H

MED 80 KM/H BLIR DET:
$S = 53,6$
$53,6 - 50 = 3,6m$
$0,005v^2 = 3,6$
$v = 27$ KM/H

SVAR: NÄR HASTIGHETEN ÖKAS SÅ ÖKAS ÄVEN REAKTIONSSTRÄCKAN OCH DÅ I SIN TUR BLIR STOPPSTRÄCKAN LÄNGRE

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | X | 2/2 | |
| Matematiska resonemang | X | 1/1 | |
| Redovisning och matematiskt språk | X | 0/1 | |
| **Summa** | | **3/4** | |

*Kommentar*: Eleven visar en av MVG-kvaliteterna genom att med stöd av en systematisk prövning visa och kommentera att hastigheten inte får överstiga 76 km/h för att föraren ska kunna stanna på 50 m. Den matematik som eleven visar i sin lösning är inte tillräcklig för att kunna bedömas på MVG-nivå.

**Elevlösning 3 (3 g och 4 vg och tre av MVG-kvaliteterna)**

* 

| hastighet | reaktionssträcka | bromssträcka | stoppsträcka |
|---|---|---|---|
| 70 | 18,9 | 24,5 | 43,4 |
| 90 | 24,3 | 40,5 | 64,8 |
| 110 | 29,7 | 60,5 | 90,2 |

* stoppsträcka: 50m   Hastighet: ?   $s(v) = 50$

$0{,}27v + 0{,}005v^2 = 50$

$0{,}27v + 0{,}005v^2 = 50$

$\frac{0{,}005v^2 + 0{,}27v - 50 = 0}{0{,}005}$

$v^2 + 54v - 10000 = 0$

$v = -27 \pm \sqrt{729 + 10000}$

$v = -27 (\pm) 104$

$v_1$ (inte trolig) $= -131$   $v_2 = 77$

Svar: Det är inte realistiskt att köra i −131 km/h därför satte jag parantes om minustecknet. Så den högsta hastigheten man bör köra i för att hinna stanna på 50m är 77km/h

* stoppsträcka för 110km/h: $0{,}27 \cdot 110 + 0{,}005 \cdot 110^2 = 90{,}2$ meter
sträcka till hinder: 50m
differens: $90{,}2 - 50 = 40{,}2$m   Svar: 40,2m

* Eftersom föraren redan har bromsen i när han passerar hindret blir det ju ingen reaktionssträcka

$\frac{0{,}005v^2}{0{,}005} = \frac{40{,}2}{0{,}005}$

$v^2 = 8040$

$v = (\pm)\sqrt{8040}$

$v \approx (\pm) 89{,}7$

Svar: Han har hastigheten 89,7km/h

* $v_1$ = ursprungshastigheten

$v_2$ = hastighet när bilen når fram

$v_2 = \sqrt{\frac{(0{,}27v_1 + 0{,}005v_1^2) - 50}{0{,}005}}$

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | X | 2/2 | |
| Matematiska resonemang | X | 1/1 | |
| Redovisning och matematiskt språk | X | 0/1 | |
| **Summa** | | **3/4** | |

*Kommentar*: Eleven visar MVG-kvalitet genom att bestämma den högsta hastigheten en förare får ha för att hinna stanna och kommentera detta samt genom att finna ett korrekt samband mellan $v_1$ och $v_2$. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt och elevens redovisning är välstrukturerad och tydlig, även om redovisningen av den sista punkten är något knapphändig.

**Elevlösning 4 (3 g och 4 vg och tre av MVG-kvaliteterna)**

| Hast (km/h) | Reakt (m) | Broms (m) | Stopp (m) |
|---|---|---|---|
| 70 | 18,9 | 24,5 | 43,4 |
| 90 | 24,3 | 40,5 | 64,8 |
| 110 | 29,7 | 60,5 | 90,2 |

Kör man 70 km/h så hinner man stanna
Kör man 90 km/h eller mer så hinner man inte stanna

Föraren kör 40,2 m förbi

110 km/h 90,2 m $90,2-50=40,2$ m

50 m

$$\frac{0,005v^2}{0,005}=\frac{40,2}{0,005}$$

$$v^2=\sqrt{8040}$$

$$v=89,7$$

Föraren kör 89,7 km/h förbi hindret

Formel för sambandet hastighet innan upptäckt och 50m senare

$$\sqrt{\frac{0,27v_1 + 0,005v_1^2 - 50}{0,005}} = v_2$$

| Hastighet vid upptäckt av hinder | Efter 50m |
|---|---|
| 110 km/h | 89,7 km/h |
| 100 km/h | 73,4 km/h |
| 90 km/h | 54,4 km/h |
| 80 km/h | 26,8 km/h |
| 70 km/h | 0 km/h |

- $0,27v + 0,005v^2$ står för hur lång sträcka det behövs för att bromsa
- $-50$ står för de 50m tills man når fram till hindret
- $/0,005$ kommer från formeln $b = 0,005v^2$. Efter att man dividerat med 0,005 tar man roten ur det svaret och får hastigheten efter 50m

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | X | 2/2 | |
| Matematiska resonemang | X | 1/1 | |
| Redovisning och matematiskt språk | X | 0/1 | |
| **Summa** | | **3/4** | |

*Kommentar*: Eleven visar MVG-kvalitet genom att finna sambandet mellan $v_1$ och $v_2$ samt genom att förklara och redovisa vad de olika delarna i sambandet står för. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig och visar MVG-kvalitet.

**Mål för matematik kurs B**

**Kursplan 2000**

**Geometri (G)**
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

**Statistik (S)**
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

**Algebra (A)**
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragrads-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

**Funktionslära (F)**
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

**Övrigt(Ö)**
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

**Betygskriterier 2000**

**Kriterier för betyget Godkänd**

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

**Kriterier för betyget Väl godkänd**

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

**Kriterier för betyget Mycket väl godkänd**

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

## Kopieringsunderlag för aspektbedömning

| Kvalitativa nivåer | | | | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | | | |
| Matematiska resonemang | | | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | | | |
| **Summa** | | | | | |

| Kvalitativa nivåer | | | | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | | | |
| Matematiska resonemang | | | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | | | |
| **Summa** | | | | | |

| Kvalitativa nivåer | | | | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | | | |
| Matematiska resonemang | | | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | | | |
| **Summa** | | | | | |

| Kvalitativa nivåer | | | | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | | | |
| Matematiska resonemang | | | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | | | |
| **Summa** | | | | | |

| Kvalitativa nivåer | | | | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | | | |
| Matematiska resonemang | | | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | | | |
| **Summa** | | | | | |

**Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter**

| Elevens namn: ................................................................... | Uppgift (¤-märkt) | | | | Övriga uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 8 | 16 | 17b | 18 | |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | | | | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | | |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | | | | | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | | | | | |

| Elevens namn: ................................................................... | Uppgift (¤-märkt) | | | | Övriga uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 8 | 16 | 17b | 18 | |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | | | | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | | |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | | | | | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | | | | | |

| Elevens namn: ................................................................... | Uppgift (¤-märkt) | | | | Övriga uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 8 | 16 | 17b | 18 | |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | | | | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | | |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | | | | | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | | | | | |

## Insamling av provresultat

Höstterminen 2006 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

## För matematik kurs B gäller följande:

**Elevresultat** rapporteras för **elever födda den 6:e, 8:e, 10:e och 15:e varje månad** på en webbplats som nås via http://www.umu.se/edmeas/np. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

**Bedömda elevlösningar** till proven skickas in per post **för elever födda den 6:e i varje månad.**

*De bedömda elevlösningarna skickas till*:

**Umeå universitet**
**Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar**
**Nationella prov**
**901 87 Umeå**

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet
Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se