NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B Hösten 2008

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 7 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 43 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt:	12 poäng.
Väl godkänt:	25 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Lös ekvationen $x^2 - 4x + 3 = 0$ (2/0)

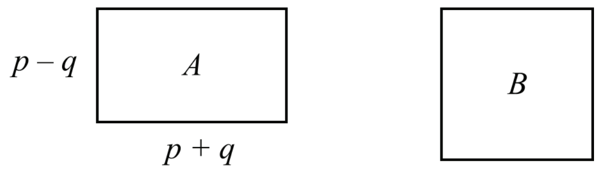
2. Bestäm en ekvation för den räta linje som går genom punkterna (1, 4) och (5, 8). (2/0)

3. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(x+4)^2 - 8x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $x(x+3) - 2x(3+4x)$ *Endast svar fordras* (1/0)

4.



Rektangeln A och kvadraten B har lika stor omkrets. Rektangeln A har sidor med längden $p + q$ och $p - q$.

a) Teckna och förenkla ett uttryck för rektangeln A:s area. (1/0)

b) Bestäm ett förenklat uttryck för kvadraten B:s area. (0/1)

5.

Axel leder en reklamkampanj för ett företag och delar ut tröjor. Tröjorna finns endast i färgerna grön, blå och rosa. För att avgöra vilken färg på tröjan varje person ska få snurrar Axel på ett hjul. Det är lika stor sannolikhet att få de olika färgerna grön, blå och rosa.
Alicia, Beatrice och Cecilia står på kö för att få en tröja.

a) Hur stor är sannolikheten att Alicia får en rosa tröja?
Endast svar fordras (1/0)

b) Hur stor är sannolikheten att alla tre flickorna får tröjor med samma färg? (1/1)

6. En andragradskurva skär x-axeln då $x = 2$. Den har en maximipunkt då $x = 5$
För vilket ytterligare värde på x skär kurvan x-axeln?
Endast svar fordras (1/0)

7. För en rät linje $y = f(x)$ gäller att $f(3) - f(1) = 6$ och $f(0) = 5$
Bestäm den räta linjens ekvation. (0/2)

8. I en rätvinklig triangel är den ena kateten 3,0 cm längre än den andra kateten. Hypotenusan är i sin tur 3,0 cm längre än den längsta kateten.

Beräkna längden av triangelns sidor. (0/3)

9. I en lärobok i matematik står det:

”Om differensen mellan två tal är 1 så är differensen mellan det större talets kvadrat och det mindre talets kvadrat alltid lika stor som talens summa.”

Visa att detta gäller för alla sådana tal. (0/2/¤)

10.

Magdalena går till en djuraffär för att köpa fiskar till sitt akvarium. Hon bestämmer sig för att köpa två ciklider, en hane och en hona. Kvinnan i affären fångar upp två fiskar ur ett akvarium med 30 fiskar, och säger att det inte går att se vilket kön fiskarna har när de är så små. Därför vet inte Magdalena om hon fått en hane och en hona.

När hon kommer hem börjar hon fundera på hur många fiskar hon skulle ha behövt köpa för att med ungefär 90 % sannolikhet få åtminstone ett ciklidpar (en hona och en hane).

Hon utför några beräkningar där hon antar att det är lika många honor och hanar i affärens akvarium när hon köper sina fiskar.

Beräkningsmodell 1

hanar $0{,}5^4$

honor $0{,}5^4$

$1 - 0{,}5^4 - 0{,}5^4 =$

$= 0{,}875$

Beräkningsmodell 2

hanar $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

honor $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

$1 - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \approx$

$\approx 0{,}900$

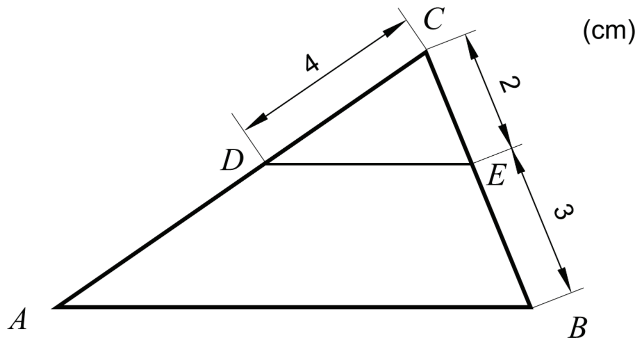
Beskriv hur Magdalena kan ha resonerat då hon ställde upp sina beräkningsmodeller.
Ange vilken beräkningsmodell som är korrekt utifrån hennes antagande och motivera varför. (0/2/¤)

Del II

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

11. I triangeln *ABC* är sträckan *DE* parallell med sidan *AB*.

Bestäm längden av sträckan *AD*.



Figuren är ej skalenligt ritad

(2/0)

12.

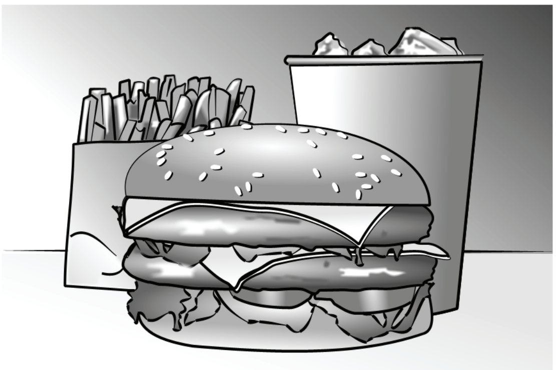
Niklas mormor har lovat att hon ska köpa en cykel åt honom som är lika bra som hans kamraters cyklar. För att kunna jämföra cyklarna frågar Niklas sina kamrater hur mycket deras cyklar kostade. Han fick följande svar:

12100 kr 4150 kr 850 kr 2300 kr 4150 kr 1200 kr 3500 kr

a) Bestäm variationsbredden för cykelpriserna. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Niklas vill övertyga mormor att köpa en så dyr cykel som möjligt.
Vilket av lägesmåtten medelvärde, median eller typvärde är då mest taktiskt att använda? Motivera ditt svar. (2/0)

13.



Emma ska äta hamburgare med mamma, pappa och lillasyster. De beställer 2 skrovmål och 2 barnmenyer. För detta får de betala 182 kr. Bakom dem i kön står Johannes med sina 3 pojkar. Han beställer 1 skrovmål och 3 barnmenyer och betalar 155 kr.
Vad kostar skrovmålet respektive barnmenyn? (3/0)

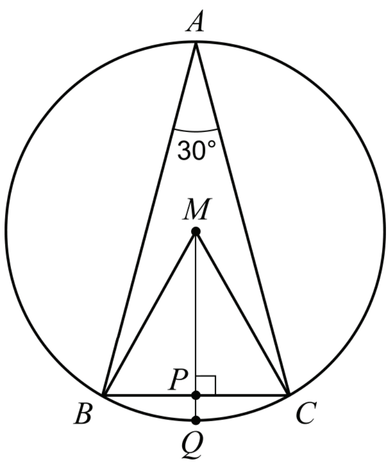
14. Lukas kastar en sten snett upp i luften från en bro. Stenens höjd y meter över vattnet ges av sambandet $y = 15 + 10t - 5t^2$ där t är tiden i sekunder efter det att stenen kastats.

a) Hur högt över vattenytan är stenen när den lämnar Lukas hand? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Efter hur lång tid träffar stenen vattenytan? (0/1)

c) Bestäm stenens högsta höjd över vattenytan. (0/1)

15. I figuren nedan är M cirkelns medelpunkt.
Bestäm avståndet PQ då $BC = 4{,}0$ cm.



(1/2)

16. Studera ekvationssystemet $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = kx + m \end{cases}$ där k och m är konstanter.

Förklara hur värdet på k och värdet på m påverkar antalet lösningar till ekvationssystemet. (0/2/¤)

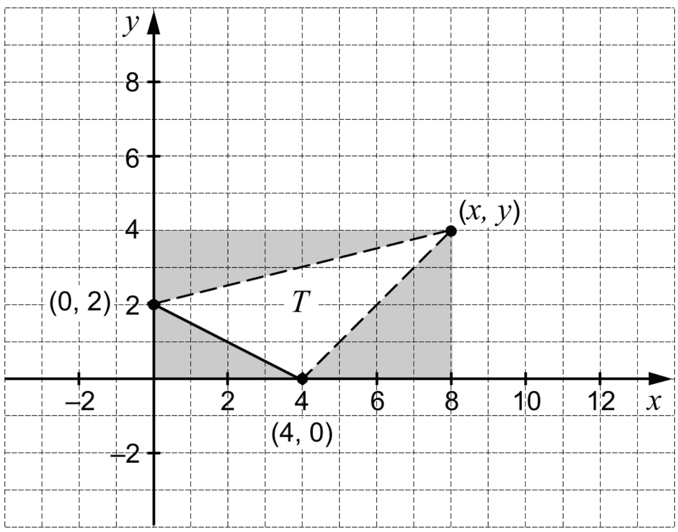
Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder matematiskt språk och uttryckssätt

17. I den här uppgiften ska du undersöka var det tredje hörnet i en triangel kan ligga för att arean ska ha en given storlek. Två av triangelns hörn är alltid placerade i punkterna (0, 2) och (4, 0). Det tredje hörnet ligger i punkten (x, y). Punkten (x, y) ligger i första kvadranten.

I triangeln T nedan är det tredje hörnet placerat i punkten (8, 4).

- Visa att triangelns area är 12 areaenheter.



Låt nu koordinaterna för det tredje hörnet variera.

- Undersök och beskriv var det tredje hörnet kan ligga för att ge en triangel med arean 12 areaenheter.

(2/4/¤)

Innehåll **Sid nr**

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 8, 9, 10, 12 b, 15, 16, och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 6, 8, 9, 10, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 8, 9, 13, och 17.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik ht 2008 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0								x				x		x												
2	2	0									x			x		x												
3a	1	0								x				x														
3b	1	0								x				x														
4a	1	0								x				x		x												
4b	0	1								x								x		x								
5a	1	0					x							x														
5b	1	1					x											x		x								
6	1	0											x	x														
7	0	2											x					x		x								
8	0	3								x								x		x	x							
9	0	2	¤							x								x		x				x		x		
10	0	2	¤				x											x			x			x			x	
11	2	0				x								x														
12a	1	0						x						x														
12b	2	0						x						x	x													
13	3	0										x		x	x													
14a	1	0											x	x														
14b	0	1											x					x										
14c	0	1											x					x										
15	1	2				x								x				x		x								
16	0	2	¤										x					x			x			x	x			
17	2	4	¤								x			x	x			x			x			x	x			
Σ	22	21		0/0		3/2	5/3			12/10			2/6															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 43 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt:	12 poäng.
Väl godkänt:	25 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fem olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift			
MVG-kvalitet	9	10	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning			○	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet			○	○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○			
Värderar och jämför metoder/modeller		○		
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk			○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB ht 2008)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
		Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = 1$ och $x_2 = 3$)	+1 g
2.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ställer upp räta linjens ekvation på formen $y = kx + m$ och bestämmer en av konstanterna	+1 g
		med i övrigt redovisad godtagbar lösning ($y = x + 3$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar $(x^2 + 16)$	+1 g
	b)	Korrekt svar ($-3x - 7x^2$)	+1 g
4.			**Max 1/1**
	a)	Redovisad godtagbar lösning och korrekt svar ($p^2 - q^2$)	+1 g
	b)	Redovisad godtagbar lösning och korrekt svar (p^2)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
5.		**Max 2/1**
a)	Korrekt svar $\left(\frac{1}{3}\right)$	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. beräknar sannolikheten för att alla får rosa tröjor, $\frac{1}{27}$	+1 g
	med korrekt svar $\left(\frac{1}{9}\right)$	+1 vg
6.		**Max 1/0**
	Korrekt svar ($x = 8$)	+1 g
7.		**Max 0/2**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. inser att riktningskoefficienten är 5	+1 vg
	med korrekt bestämning av en ekvation för linjen ($y = 3x + 5$)	+1 vg
8.		**Max 0/3**
	Redovisad godtagbar ansats, definierar t.ex. en sida som x med hjälp av figur och ställer upp ekvationen korrekt	+1 vg
	Redovisad godtagbar bestämning av en av sidorna	+1 vg
	med redovisad godtagbar bestämning av övriga sidor (9 cm, 12 cm och 15 cm)	+1 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
9.		**Max 0/2/¤**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ansätter talen till x och $x+1$	+1 vg
	Med godtagbar fortsättning, t.ex. ställer upp den likhet som ska bevisas i en variabel $(x+1)^2 - x^2 = x+1+x$	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra beviset korrekt.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

10.		**Max 0/2/¤**

En godtagbar beskrivning av modellerna innehåller:

- påståendet att sannolikheten att plocka upp en fisk av ett visst kön hela tiden är 0,5 i modell 1, eller en beskrivning av modell 2 som godtagbart förklarar hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten
- visad insikt i hur begreppet komplementhändelse används i minst en av modellerna
- godtagbar motivering till varför modell 2 är korrekt utifrån den i uppgiften beskrivna situationen, t.ex. ”modell 2 är korrekt för den tar hänsyn till att det blir färre och färre fiskar kvar i akvariet”

Beskrivningen av modellerna innehåller någon av ovanstående punkter	+1 vg
Beskrivningen av modellerna innehåller ytterligare en av ovanstående punkter	+1 vg

MVG kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	korrekt jämföra de två modellerna och motivera varför modell 2 är korrekt utifrån den i uppgiften beskrivna situationen.
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsatts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

I Beräkningsmodell 1. antar hon
att det finns lika många
hannar som honor och hon
plockar upp 4 av varje sort
på en gång $= 2(0,5^4)$
sedan räknar hon ut hur
stor chansen är att få upp
dessa, hon sätter 1 som max.
$1 - 0,5^4 - 0,5^4 = 0,875$ % chans.
I Beräkningsmodell 2.
tänker hon att det finns
$\frac{15}{30}$ hanar och sedan tar upp
4 st. efter varandra
$\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$ för det försvinner
fiskar hela tiden när hon tar
upp dom.
sedan honorna oxå gör samma sak.
Sedan räknar hon ut %.

Kommentar: Eleven förklarar godtagbart hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten i modell 2 men eleven visar inte insikt i hur begreppet komplementhändelse används.

Elevlösning 2 (2 vg)

Magdalena köper: två ciklider; hane o hona

Kvinnan i affären plockar upp 2 av 30st

hur många ska hon köpa för att med minst 90% chans

få minst en hane o en hona

Beräkningsmodell 1

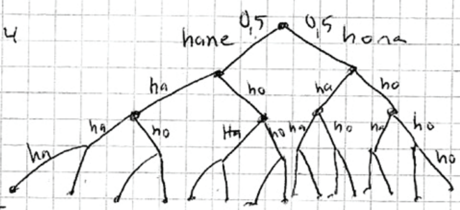
hanar $0{,}5^4$

honor $0{,}5^4$

$1-0{,}5^4-0{,}5^4$

$=0{,}875$

Här ställer hon nog upp sannolikhets-träd där hon får:



30st fiskar

grenarna som går till vänster är haner och höger honor

Sen använder hon den "motsatta" lösningen

(kommer inte ihåg vad det heter)

alltså chansen att få BARA hanar eller

BARA honor: $1-0{,}0625-0{,}0625=0{,}875$

87,5 % chans att hon inte får bara honor eller bara hanar (alltså minst ett par)

Beräkningsmodel 2

hanar: $\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

honor: $\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

$1-$

$\approx 0{,}9$

Hon gångrar nu bara sannolikheterna i bråkform med varandra och använder samma "motsatta" lösning i denna beräkning

BARA HANAR $=\frac{15 \text{ hanar}}{30 \text{ fiskar}}\cdot\frac{14 \text{ hanar}}{29 \text{ fiskar}}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

~~[illegible]~~ Det är ca 90% chans att hon nu får ett par.

Kommentar: Eleven beskriver godtagbart komplementhändelserna i båda modellerna och visar hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten i modell 2.

Elevlösning 3 (2 vg)

(vill)
M. köper: 2 ciklider (1 hona, 1 hane)

Det finns 30 fiskar i akvariet.

Beräkningsmodell 1:

hanar $0{,}5^4$
honor $0{,}5^4$

$1 - 0{,}5^4 - 0{,}5^4 = 0{,}875$

Beskrivning: Här antar hon att hon får en hane eller hona för varje "upplockning", men det kan bli två honor/hanar i rad. Om minst en hane/hona plockats upp är det inte längre 50% chans att få någon av alternativen näst gång.

Beräkningsmodell 2: ♂ $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

♀ $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

$1 - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \approx 0{,}900$

Beskrivning: Här är rätt modell. Här räknar hon att det försvinner t.ex. en hane om hon får en hane. Hon gör samma antagande med honorna. Eftersom att det finns 30 fiskar så minskar ju antalet fiskar som är kvar då man plockar upp en fisk.

Jämförelse: I metod 2 beräknar hon varenda "upplockning" som görs och får då ett mer exakt svar

Kommentar: Eleven beskriver modell 1 alltför torftigt men förklarar godtagbart hur upplockningen i modell 2 påverkar sannolikheten. Eleven ger en godtagbar motivering till varför modell 2 är korrekt men eleven beskriver inte komplementhändelsen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
11.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar metod, t.ex. använder transversalsatsen	+1 g
	med redovisad godtagbar lösning och korrekt svar (6 cm)	+1 g
12.		**Max 3/0**
a)	Korrekt svar (11 250 kr)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, bestämmer de tre lägesmåtten medelvärde = 4036 kr, median = 3500 kr och typvärde = 4150 kr	+1 g
	med godtagbar slutsats (”Niklas ska välja typvärdet.”)	+1 g
13.		**Max 3/0**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar en ekvation för kostnaden av två skrovmål och två barnmenyer	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning (skrovmål 59 kr och barnmeny 32 kr)	+1-2 g
14.		**Max 1/2**
a)	Korrekt svar (15 m)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar bestämning av tiden (3 s)	+1 vg
c)	Redovisad godtagbar bestämning av högsta höjden (20 m)	+1 vg
15.		**Max 1/2**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. bestämmer medelpunktsvinkeln, 60°	+1 g
	med redovisad godtagbar motivering av cirkelns radie, 4,0 cm	+1 vg
	med redovisad godtagbar bestämning av längden *PQ* (0,54 cm)	+1 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**

16. **Max 0/2/¤**

En fullständig undersökning av ekvationssystemet tar upp följande tre fall
När $k \neq 2$ finns en entydig lösning oavsett värde på m
När $k = 2$ och $m \neq 3$ saknas lösning
När $k = 2$ och $m = 3$ finns det ett oändligt antal lösningar

Godtagbar beskrivning av minst en av punkterna ovan	+1 vg
Godtagbar beskrivning av minst två av punkterna ovan	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	på ett generellt sätt beskriva de tre olika fallen.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	motivera minst två av fallen.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och en av MVG-kvaliteterna)

Svar: Om lösningen ska ha oändligt antal lösningar ska k vara 2 och m 3. För då går linjerna på varandra. Om lösningen inte ska kunna gå att lösa måste kvärdet vara 2 men m värdet kan vara allt annat än 3. För att det bara ska bli en lösning ska k-värdet vara nått annat än 2. mvärdet kan vara vad som helst.

Kommentar: Eleven beskriver de tre fallen generellt men har endast motiverat ett av dessa. Det matematiska språket är alltför torftigt för att anses visa MVG-kvalitet.

Elevlösning 2 (2 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

Saknar lösning om $k=2$ och $m \neq 3$ för
då kommer linjerna vara parallella

Oändligt antal lösningar om $k=2$ och $m=3$
för då är det samma linje

En lösning om $k \neq 2$.

Kommentar: Eleven beskriver de tre fallen generellt och motiverar två av dessa. Det matematiska språket är tillräckligt för att anses visa MVG-kvalitet.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

17. **Max 2/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

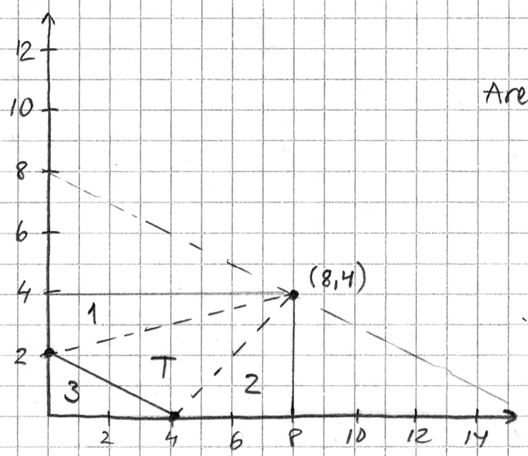
Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer** **Lägre** ⟶ **Högre**			**Total-poäng**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.* *Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.*	Eleven visar att arean T är 12 areaenheter. **1-2 g**	Eleven påbörjar att bestämma ett samband mellan x och y eller hittar ytterligare någon punkt som ger arean 12 areaenheter. **2 g och 1 vg**	Eleven bestämmer en formel för sambandet mellan x och y, $x+2y=16$ även om sambandet baserats på enskilda punkter. **2 g och 2 vg**	**2/2**
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.*			Eleven inser att tänkbara lägen för det tredje hörnet är längs en rät linje, även om resonemanget baserats på minst tre punkter. **1 vg**	**0/1**
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*			Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. **1 vg**	**0/1**
Summa				**2/4**

MVG kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	välja en generell metod och bestämma ett korrekt samband mellan *x* och *y*.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	motivera att de sökta punkterna ligger på en rät linje.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17

Elevlösning 1 (2 g och 1 vg)



Area 1: $\frac{8 \cdot 2}{2} = 8$

2: $\frac{4 \cdot 4}{2} = 8$

3: $\frac{2 \cdot 4}{2} = 4$

Area T = $8 \cdot 4$ − Area 1 − Area 2 − Area 3 = 32 − 8 − 8 − 4 = 12 ae

- Alla trianglar har samma bas.
  Då måste (x,y) ligga på en rät linje som går genom punkten (8, 4). Den har samma lutning som linjen som går genom (0,2) och (4, 0).

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/0	Eleven visar att arean *T* är 12 areaenheter.
Matematiska resonemang	X	0/1	Eleven inser att de sökta punkterna ligger på en rät linje.
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		**2/1**	

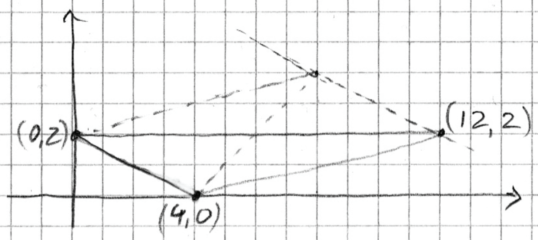
Elevlösning 2 (2 g och 1 vg)

• Arean T: $8 \cdot 4 - \frac{2 \cdot 8}{2} - \frac{2 \cdot 4}{2} - \frac{4 \cdot 4}{2} = 12$

T har arean 12 areaenheter

• Någon annan punkt med arean 12 ae.

Punkten (12, 2) ger T arean $\frac{12 \cdot 2}{2} = 12$ a.e



Punkterna verkar ligga på en rät linje

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/1	Eleven visar att arean *T* är 12 ae och hittar ytterligare en punkt som ger arean 12 ae.
Matematiska resonemang		0/0	Eleven säger att de sökta punkterna ligger på en rät linje men baserar påståendet på endast två punkter.
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		**2/1**	

Elevlösning 3 (2 g och 3 vg och två av MVG-kvaliteterna)

• $(x,y) = (7,8)$

Arean av triangel T är densamma som arean av ~~rek~~ rektangeln minus de tre skuggade trianglarnas areor.

$T = 4\cdot 8 - \frac{4\cdot 4}{2} - \frac{2\cdot 4}{2} - \frac{2\cdot 8}{2} = 12$ areaenheter

• Allmänt är det tredje hörnet (x,y)

Rektangelns area är rimligtvis alltid $x\cdot y$

Arean av T blir då: $T = x\cdot y - \frac{(x-4)\cdot y}{2} - \frac{2\cdot 4}{2} - \frac{(y-2)\cdot x}{2}$

$= x\cdot y - \frac{xy+4y}{2} - 4 - \frac{xy+2x}{2} = xy - \frac{xy}{2} - \frac{xy}{2} + 2y + \frac{2x}{2} - 4$

$= 2y + x - 4$

Arean ska bli 12

$T = 2y + x - 4 = 12$

$T = 2y + x = 16$

Här har jag ett samband mellan x och y som ger arean 12 areaenheter

Bedömning

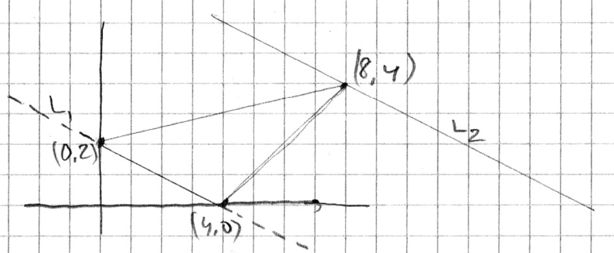
	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	
Matematiska resonemang		0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**2/3**	

Kommentar: Eleven bestämmer ett generellt samband för arean men motiverar inte att punkterna ligger efter en rät linje trots att eleven kommit fram till uttrycket $2y + x = 16$. Eleven förutsätter i beräkningen att rektangelns area alltid är xy men detta gäller enbart för $x > 4$ och $y > 2$. När det tredje hörnet ligger innanför dessa värden så blir beräkningarna annorlunda. Det anses dock inte vara nödvändigt att kräva att eleven tar hänsyn till detta i denna uppgift.. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig och det matematiska språket är i huvudsak korrekt.

Elevlösning 3 (2 g och 4 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

- T ligger i en skuggad rektangel med arean
  $8 \cdot 4 = 32$ ae
  De omgivande trianglarna har areorna
  $\frac{2 \cdot 4}{2} = 4$ $\frac{8 \cdot 2}{2} = 8$ $\frac{4 \cdot 4}{2} = 8$ Totalt 20ae
  32 ae − 20ae = 12ae
  Triangel T:s area är alltså 12 ae

- Linjen L_1 mellan punkterna på koordinataxlarna är bas i triangeln.
  Ska triangeln ha samma area om (x, y) flyttas måste höjden vara samma om basen är densamma
  Om vi förlänger basen kan vi se vilka punkter som ger samma höjd



Punkter som ligger på den givna höjden ligger på L_2 som är parallell med L_1. L_1 har ekv. $y = -0{,}5x + 2$
L_2 har samma lutning som L_1 då de är parallella dvs $k = -0{,}5$
Punkten (8, 4) ligger på L_2 $\frac{y-4}{x-8} = -0{,}5$
$y - 4 = -0{,}5(x - 8)$
$y = -0{,}5x + 8$
Alla punkter som ligger på linjen $y = -0{,}5x + 8$ kan användas som tredje hörn i en triangel med arean 12 ae.

Bedömning

Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	
Matematiska resonemang	X	0/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**2/4**	

Kommentar: Eleven visar alla tre MVG-kvaliteter.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	10	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	10	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	10	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Insamling av provresultat

Höstterminen 2008 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum.** Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

För matematik kurs B gäller följande:

Elevresultat rapporteras för **elever födda den 1:a, 4:e, 16:e och 18:e varje månad** på en webbplats som nås via http://www.umu.se/edmeas/np. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post för **elever födda den 1:a i varje månad.**

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet
Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se