NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS B
VÅREN 2003

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 15 uppgifter. **Del I** består av 7 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 15 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 37 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 11 poäng Väl godkänd: 22 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ___________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

Del I

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Vilket av nedanstående uttryck är lika med $(x+5)(x+5)$?

Endast svar fordras (1/0)

A) $x^2 - 10x + 25$

B) $x^2 + 10x + 25$

C) $x^2 - 25$

D) $x^2 + 25$

E) $x^2 - 5x$

F) $x^2 + 5x$

2. Vilket av nedanstående alternativ visar ekvationen för den linje som är ritad i koordinatsystemet?

Endast svar fordras (1/0)

A) $y = \dfrac{x}{2} + 1$

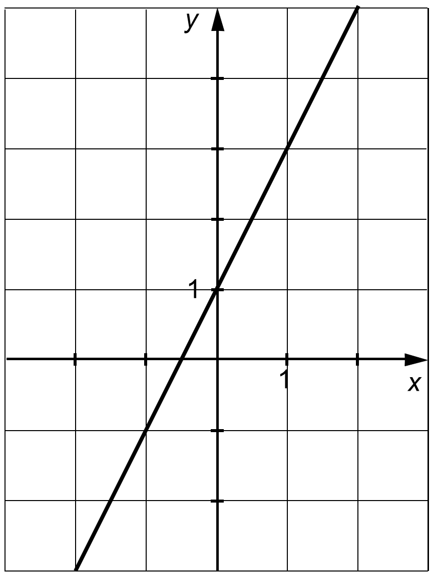
B) $y = \dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{2}$

C) $y = 2x + 1$

D) $y = 2x - \dfrac{1}{2}$

E) $y = 3x + 1$

F) $y = 3x - \dfrac{1}{2}$



3. Lös ekvationen $x^2 - 6x - 16 = 0$ (2/0)

4. a) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y = 6 - x \\ y = 3x - 2 \end{cases}$ grafiskt. (2/0)

b) Lös olikheten $6 - x < 3x - 2$ (1/0)

5. Du står framför ett lotteristånd och funderar på att köpa en enda lott.

Vad behöver du veta för att kunna räkna ut hur stor sannolikheten är att du får en vinstlott? (1/0)

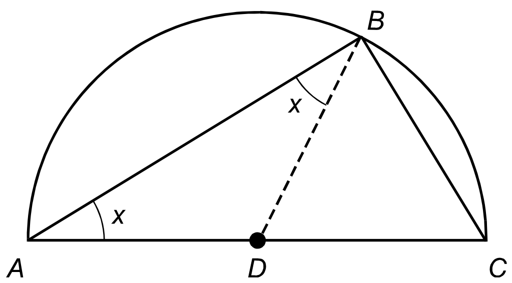
6. I tabellen nedan visas lönerna för ministrarna i landet Pedagorien.

Månadslön (kronor)	80 000	90 000	100 000	550 000	2 000 000
Antal ministrar	10	5	4	1	1

Vilket av lägesmåtten medianvärde och medelvärde är mest lämpligt att använda för att beskriva ministrarnas lönenivå? Motivera ditt val. (0/1)

7. Thales från Miletus var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan.
Han formulerade följande sats:
”Varje triangel som är inskriven i en halvcirkel har en rät vinkel.”

Nedanstående triangel *ABC* är inskriven i en halvcirkel. Punkten *D* är mittpunkt på sträckan *AC*. I figuren är även sträckan *BD* inritad.



a) Förklara varför de två vinklarna *x* är lika stora. (1/0)

b) Visa att Thales sats är korrekt utan att använda randvinkelsatsen. (0/2/¤)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare

8. I tabellen visas prislistan hos två taxifirmor.

	Citytaxi	Taxi Nord
Startavgift	25 kr	40 kr
Kostnad per km	9 kr	7 kr

a) Skriv den totala kostnaden y kr som en funktion av körsträckan x km för en resa med Citytaxi. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Vid vilken körsträcka blir den totala kostnaden densamma hos de båda taxifirmorna? (2/0)

9. I en biltidning kan man läsa en undersökning om hur mycket det bullrar i bilar vid olika hastigheter. Bullernivån $L(v)$ decibel är en funktion av bilens hastighet v km/h.

a) Förklara vad $L(90) = 70$ betyder med ord. (1/0)

b) För en viss bil gäller att $L(50) = 60$, $L(90) = 70$ samt $L(150) = 75$
Är detta en linjär funktion? Motivera ditt svar. (2/0)

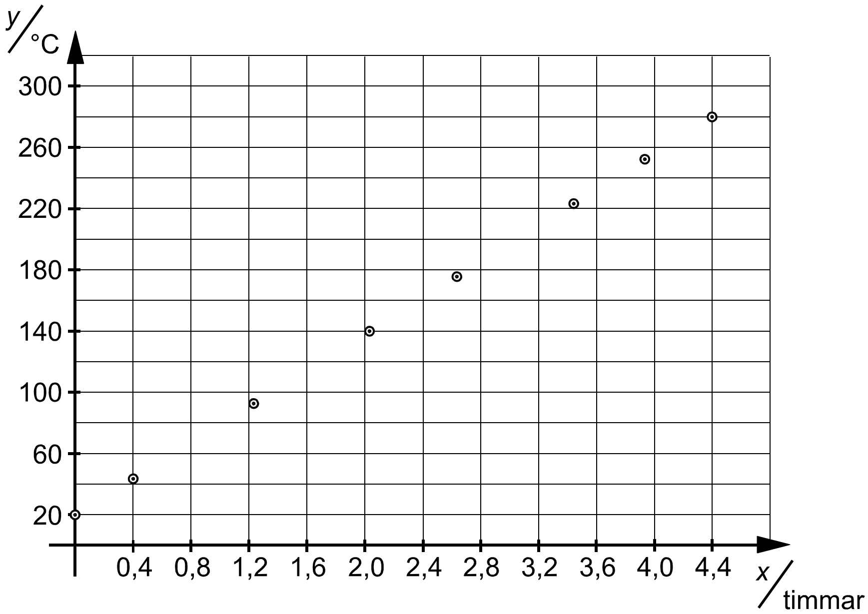
10. Jesper står framför en tuggummiautomat som innehåller endast tre vita och sju röda tuggummikulor. Han köper två tuggummikulor, en åt gången.

a) Hur stor är sannolikheten att båda tuggummikulorna är vita? (1/0)

b) Vilken av följande två händelser har störst sannolikhet? (0/2)

H_1: Jesper får två tuggummikulor av samma färg
H_2: Jesper får två tuggummikulor av olika färg

11. Carin har gjort en vas i lera som hon ska bränna i en ugn. Ugnen upphettas med vasen i. Vid upphettningen höjer man temperaturen långsamt. För att kontrollera ugnen mäter Carin temperaturen vid några tidpunkter. I diagrammet nedan ser du hur ugnens temperatur y °C i början av uppvärmningen beror av tiden x timmar efter det att ugnen slagits på.



Carin antar att sambandet mellan temperatur och tid är linjärt till dess att temperaturen är 450°C. Vid denna temperatur täpps de så kallade kikhålen i ugnen till.

a) Bestäm det linjära sambandet. (0/2)

b) Hur lång tid från start tar det innan temperaturen är 450°C? (0/1)

12. Den 21 mars år 2000 fick lärarfacket LR ett slutbud vid löneförhandlingar med motparten Kommunförbundet. Medlemmarna i LR fick rösta om de tyckte att LR skulle godta slutbudet.

62 procent av medlemmarna röstade. Av dessa röstade 16,2 procent *Ja* till slutbudet och 83,8 procent *Nej*. Vi vet ingenting om åsikten hos de medlemmar som inte röstade.

Mellan vilka procenttal kan andelen *Ja*-röster ligga för samtliga medlemmar? (0/2)

13. I en rätvinklig triangel är hypotenusan 25 cm och den ena kateten är 4,0 cm längre än den andra.

Bestäm triangelns area. (0/3)

14.

Magdalena går till en djuraffär för att köpa fiskar till sitt akvarium. Hon bestämmer sig för att köpa två ciklider, en hane och en hona. Kvinnan i affären fångar upp två fiskar ur ett akvarium med 30 fiskar, och säger att det inte går att se vilket kön fiskarna har när de är så små. Därför vet inte Magdalena om hon fått en hane och en hona.

När hon kommer hem börjar hon fundera på hur många fiskar hon skulle ha behövt köpa för att med ungefär 90 % sannolikhet få åtminstone ett ciklidpar (en hona och en hane).

Hon utför några beräkningar där hon antar att det är lika många honor och hanar i affärens akvarium när hon köper sina fiskar.

Beräkningsmodell 1

hanar $0{,}5^4$

honor $0{,}5^4$

$1-0{,}5^4-0{,}5^4=$

$=0{,}875$

Beräkningsmodell 2

hanar $\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

honor $\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

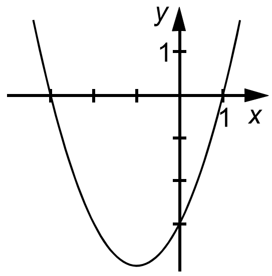
$1-\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}-\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}\approx$

$\approx 0{,}900$

Beskriv hur Magdalena kan ha resonerat då hon ställde upp sina beräkningsmodeller.
Ange vilken beräkningsmodell som är korrekt utifrån hennes antagande och motivera varför. (0/2/¤)

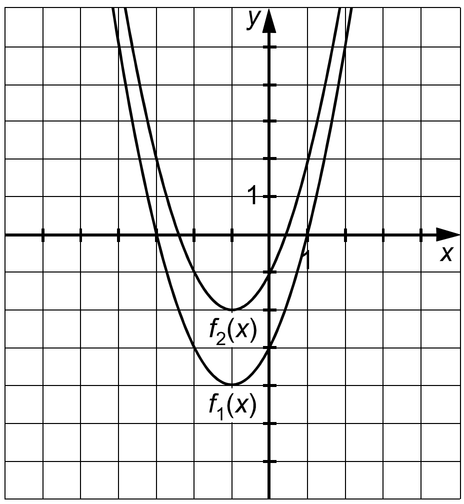
Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
• Vilka matematiska kunskaper du visar
• Hur väl du motiverar dina slutsatser
• Hur väl du genomför dina beräkningar
• Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete
• Hur väl du använder det matematiska språket

15. Syftet med den här uppgiften är att undersöka hur olika värden på de reella konstanterna a och b påverkar lösningarna till ekvationen $f(x)=0$, då
$f(x)=x^2+ax+b$



- Då $a=2$ och $b=-3$ blir $f(x)=x^2+2x-3$
  Grafen till denna funktion visas i figuren till höger.

  Lös ekvationen $f(x)=0$, då $f(x)=x^2+2x-3$



$f_1(x) = x^2 + 2x - 3$
$f_2(x) = x^2 + 2x - 1$

- I figuren bredvid visas två grafer till $f(x)=x^2+2x+b$ med olika värden på konstanten b.

  Undersök och beskriv så utförligt du kan hur konstanten b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x)=0$

- Bestäm algebraiskt hur konstanterna a och b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x)=0$ då $f(x)=x^2+ax+b$ (2/4/¤)

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7b, 8, 11a och 13 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 6, 7, 9, 10b, 12, 14 och 15. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7b, 10b, 12, 13, 14 och 15 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 5, 6, 7, 9b, 14 och 15 som har inslag av reflektion kring begrepp och matematiska aktiviteter. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 7b, 8, 11a, 13, 14 och 15 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2003 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Uppgift nr	g poäng	vg poäng	¤	Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	1	0								x				x														
2	1	0									x			x														
3	2	0								x				x														
4a	2	0										x		x														
4b	1	0										x		x														
5	1	0					x							x	x													
6	0	1						x												x								
7a	1	0				x									x													
7b	0	2	¤			x												x	x	x	x			x		x		
8a	1	0									x			x														
8b	2	0										x		x		x												
9a	1	0											x		x													
9b	2	0											x	x	x		x											
10a	1	0					x							x		x												
10b	0	2					x											x		x	x							
11a	0	2									x							x		x								
11b	0	1									x									x								
12	0	2							x									x		x								
13	0	3				x				x								x			x	x						
14	0	2	¤				x												x	x	x				x		x	
15	2	4	¤							x			x	x	x			x	x	x	x			x	x		x	
Σ	18	19		0/0		1/4	2/7			11/7			4/1															

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 37 poäng, varav 18 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	11 poäng.
Väl godkänd:	22 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	22 poäng varav minst 12 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)
   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp
   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]
   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg
   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2003)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 1/0**
		Korrekt svar (B; $x^2+10x+25$)	+1 g
2.			**Max 1/0**
		Korrekt svar (C; $y=2x+1$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar lösning ($x_1=8;\ \ x_2=-2$)	+1-2 g
4.			**Max 3/0**
	a)	Angivit godtagbar lösning till ekvationssystemet utifrån ritade linjer	+1 g
		med de givna ekvationernas linjer korrekt ritade	+1 g
	b)	Redovisad godtagbar lösning ($x>2$)	+1 g
5.			**Max 1/0**
		Godtagbart svar innehållande både antal gynnsamma utfall och totala antalet utfall	+1 g
6.			**Max 0/1**
		Korrekt lägesmått med godtagbar motivering (”Medianen är mest lämplig för att medelvärdet blir högt när en person tjänar så mycket mer än alla de andra.”)	+ 1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		**Max 1/2/¤**
a)	Godtagbar motivering innehållande att triangeln *ABD* är likbent	+1 g
b)	Eleven visar Thales sats för specialfall eller påbörjar en generell metod	+1 vg
	Eleven slutför beviset med en generell metod	+1 vg
	Eleven har genomfört beviset med en generell metod med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk och tydliga motiveringar	¤

Del II

8.		**Max 3/0**
a)	Korrekt funktion ($y = 9x + 25$)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar metod, t.ex. systematisk prövning	+1 g
	med korrekt svar (samma kostnad vid körsträckan 7,5 km)	+1 g
9.		**Max 3/0**
a)	Godtagbart svar (Bullernivån är 70 decibel då hastigheten är 90 km/h)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ritat koordinatsystem med punkterna inlagda	+1 g
	med godtagbar motivering av varför funktionen inte är linjär	+1 g
10.		**Max 1/2**
a)	Redovisad godtagbar lösning $\left(\frac{1}{15}\right)$	+1 g
b)	Redovisad godtagbar bestämning av sannolikheten för minst en händelse	+1 vg
	med redovisad godtagbar lösning (H_1 har störst sannolikhet)	+1 vg
11.		**Max 0/3**
a)	Redovisad godtagbar lösning ($y = 59x + 20$)	+1-2 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning (cirka 7 h från start)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
12.		**Max 0/2**
	Visad insikt i att alla i bortfallsgruppen kan rösta antingen *Ja* eller *Nej*	+1 vg
	Godtagbar beräkning av gränserna (10 % och 48 %)	+1 vg
13.		**Max 0/3**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation	+1 vg
	med redovisad godtagbar lösning (150 cm^2)	+1-2 vg
14.		**Max 0/2/¤**

En godtagbar beskrivning av modellerna innehåller:

- påståendet att sannolikheten att plocka upp en fisk av ett visst kön hela tiden är 0,5 i modell 1, eller en beskrivning av modell 2 som godtagbart förklarar hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten
- visad insikt i hur begreppet komplementhändelse används i minst en av modellerna
- godtagbar motivering till varför modell 2 är korrekt utifrån den i uppgiften beskrivna situationen, t.ex. ”modell 2 är korrekt för den tar hänsyn till att det blir färre och färre fiskar kvar i akvariet”

Beskrivningen av modellerna innehåller någon av ovanstående punkter	+1 vg
Beskrivningen av modellerna innehåller ytterligare en av ovanstående punkter	+1 vg
Beskrivningen av modellerna innehåller alla ovanstående punkter. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är lämpligt och i huvudsak korrekt.	¤

Elevlösning 1 (1 vg)

1 Beräkningsmodell 1. antar hon
att det finns lika många
hannar som honor och hon
plockar upp 4 av varje sort
på en gång $= 2(0,5^4)$
sedan räknar hon ut hur
stor chansen är att få upp
dessa, hon sätter 1 som max.
$1 - 0,5^4 - 0,5^4 = 0,875$ % chans.

1 Beräkningsmodell 2.
tänker hon att det finns
$\frac{15}{30}$ hanar och sedan tar upp
4 st. efter varandra
$\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29}$ $\frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$ för det försvinner
fiskar hela tiden när hon tar
upp dom.
sedan honorna och gör samma sak.
Sedan räknar hon ut %.

Kommentar: Eleven förklarar godtagbart hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten i modell 2 men eleven visar inte insikt i hur begreppet komplementhändelse används (+1 vg).

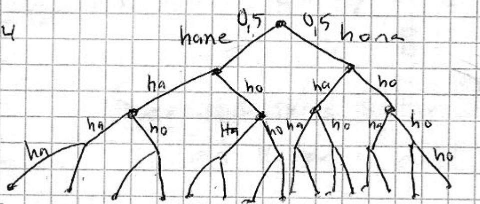
Elevlösning 2 (2 vg)

Magdalena köper: två ciklider; hane o hona
Kvinnan i affären plockar upp 2 av 30st
hur många ska hon köpa för att med minst 90% chans
få minst en hane o en hona

Beräkningsmodell 1

hanar $0,5^4$
honor $0,5^4$
$1-0,5^4-0,5^4$
$=0,875$

Här ställer hon nog upp sannolikhetsträd där hon får:



30st fiskar
grenarna som går till vänster är hanar och höger honor

Sen använder hon den "motsatta" lösningen
(kommer inte ihåg vad det heter)
alltså chansen att få BARA hanar eller
BARA honor: $1-0,0625-0,0625=0,875$

87,5 % chans att hon inte får bara honor eller bara hanar (alltså minst ett par)

Beräkningsmodel 2

hanar: $\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

honor: $\frac{15}{30}\cdot\frac{14}{29}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

$1-$

$\approx 0,9$

Hon gångrar nu bara sannolikheterna i bråkform med varandra och använder samma "motsatta" lösning i denna beräkning

BARA HANAR = $\frac{15 \text{ hanar}}{30 \text{ fiskar}}\cdot\frac{14 \text{ hanar}}{29 \text{ fiskar}}\cdot\frac{13}{28}\cdot\frac{12}{27}$

Det är ca 90% chans att hon nu får ett par.

Kommentar: Eleven beskriver godtagbart komplementhändelserna i båda modellerna och visar hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten i modell 2 (+2 vg).

Elevlösning 3 (2 vg)

M. (vill) köper: 2 ciklider (1 hona, 1 hane)

Det finns 30 fiskar i akvariet.

Beräkningsmodell 1:

hanar $0{,}5^4$
honor $0{,}5^4$

$1 - 0{,}5^4 - 0{,}5^4 = 0{,}875$

Beskrivning: Här antar hon att hon får en hane eller hona för varje "upplockning", men det kan bli två honor/hanar i rad. Om minst en hane/hona plockats upp är det inte längre 50% chans att få någon av alternativen näst gång.

Beräkningsmodell 2: ♂ $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

♀ $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

$1 - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \approx 0{,}900$

Beskrivning: Här är rätt modell. Här räknar hon att det försvinner t.ex. en hane om hon får en hane. Hon gör samma antagande med honorna. Eftersom att det finns 30 fiskar så minskar ju antalet fiskar som är kvar då man plockar upp en fisk.

Jämförelse: I metod 2 beräknar hon varenda "upplockning" som görs och får då ett mer exakt svar

Kommentar: Eleven beskriver modell 1 alltför torftigt men förklarar godtagbart hur upplockningen i modell 2 påverkar sannolikheten (+1vg). Eleven ger en godtagbar motivering till varför modell 2 är korrekt (+1vg) men eleven beskriver inte komplementhändelsen.

Uppg. Bedömningsanvisningar Poäng

15. **Max 2/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="6">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td colspan="2">Eleven löser ekvationen $x^2+2x-3=0$ $(x_1=-3,\ x_2=1)$

1 g</td><td colspan="2">Eleven löser ekvationen $x^2+2x-3=0$

Eleven undersöker med en godtagbar metod hur b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x)=0$, t.ex. genom prövning.

1 g och 1 vg</td><td colspan="2">Eleven löser ekvationen $x^2+2x-3=0$ och undersöker med en godtagbar metod hur b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x)=0$, t.ex. genom prövning.

Eleven påbörjar en algebraisk metod för att undersöka hur a och b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x)=0$

1 g och 2 vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="3">Elevens resonemang ger stöd för att värdet på b påverkar antalet lösningar till ekvationen.

1 g</td><td colspan="3">Elevens resonemang ger ett hållbart stöd för att:
$b<1$ ger två lösningar,
$b=1$ ger en lösning och
$b>1$ saknar lösning
för det fall då konstanten a är 2.

1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="3"></td><td colspan="3">Redovisningen är lätt att följa. Det matematiska språket är lämpligt.

1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="2"></td><td colspan="4"></td><td>2/4</td></tr>
</table>

Eleven löser ekvationen $x^2+2x-3=0$ och undersöker med en godtagbar metod hur b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x)=0$ då a är 2 och finner hållbara stöd för de tre möjliga fallen. Eleven undersöker ekvationen $x^2+ax+b=0$ med algebraisk metod och för ett generellt resonemang som ger ett hållbart stöd för minst en av slutsatserna $\frac{a^2}{4}-b<0$ saknar lösning, $\frac{a^2}{4}-b=0$ ger en lösning eller $\frac{a^2}{4}-b>0$ ger två lösningar. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är lämpligt och i huvudsak korrekt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 15.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$f(x) = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 3$

$x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$

$x = -1 \pm \sqrt{4}$

$x = -1 \pm 2$

$x_1 = -1 + 2 = 1 \qquad x_2 = -1 - 2 = -3$ Svar: $x_1 = 1$, $x_2 = -3$

$f(x) = x^2 + ax + b$

$f(x) = 0$ då $f(x) = x^2 + 2x + b$

$x^2 + 2x + b = 0$ sätt $y = 0$

$x^2 + 2x = -b$

$x = -1 (\pm) \sqrt{1^2 - b}$

$x = -1 \pm \sqrt{1 - b}$

$x_1 = -1 - 1 - b \qquad x_2 = -1 + 1 - b$

$x_1 = -1 - b \qquad x_2 = 0 - b$

b måste vara mindre än noll för att kunna få positiva svar

$x^2 + ax + b = 0$

$x^2 + ax + b - b = -b$

$x = -\frac{ax}{2} \pm \sqrt{\frac{ax}{2}^2 - b}$

$x = -\frac{ax}{2} \pm ax - b$

$x_1 = -\frac{ax}{2} + ax - b \qquad x_2 = -\frac{ax}{2} - ax - b$

$x_1 = \frac{ax}{2} - b \qquad x_2 = 1\frac{ax}{2} - b$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	Eleven finner ett korrekt samband mellan x och b då a är 2 men kommer sedan inte vidare med sin metod.
Matematiska resonemang	X	0	Eleven nämner inte något om hur b påverkar antalet lösningar.
Redovisning och matematiskt språk	X	0	Alltför stora brister i den algebraiska hanteringen.
Summa		**1/1**	

Elevlösning 2 (2 g och 3 vg)

$f(x) = x^2 + 2x - 3$

$f(x) = x^2 + 2x - 3 = 0$

$x^2 = -2x + 3$

$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 3}$

$x = -1 \pm \sqrt{4}$

$x = -1 \pm 2$

svar: $x_1 - 1 + 2 = 1$

$x_2 = -1 - 2 = -3$

$f(x) = 0$

$f(x) = x^2 + 2x + b$

$f(x) = x^2 + 2x + b = 0$

$x^2 = -2x - b$

$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - b}$

$x_1 = -1 + 1 - b = 0 - b$

$x_2 = -1 - 1 - b = -2 - b$

Här finns det två lösningar

$x = 0 - b$ och

$x = -2 - b$

Om $b = 1$

$f(x) = x^2 + 2x + 1 = 0$

$x^2 = -2x - 1$

$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1}$

$x = -1 \pm \sqrt{1 - 1}$

$x = -1$

Om $b = 1$ så finns det bara en lösning eftersom talet under rotmärket blir 0

Om $b = 4$

$f(x) = x^2 + 2x + 4 = 0$

$x^2 = -2x - 4$

$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4}$

$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4}$

$x = -1 \pm \sqrt{-3}$

Om $b = 4$ så finns ingen lösning eftersom talet under rotmärket är negativt

$$f(x) = 0$$
$$f(x) = x^2 + ax + b$$
$$x^2 = -ax - b$$
$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$
$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$
$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{b \cdot 4}{1 \cdot 4}}$$

Bedömning

Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	Eleven finner en korrekt algebraisk lösning till ekvationen i termer av *a* och *b* men kommer sedan inte vidare.
Matematiska resonemang	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	Redovisningen är lätt att följa. Det matematiska språket är lämpligt även om det finns brister i den algebraiska hanteringen.
Summa		**2/3**	

Elevlösning 3 (2 g och 3 vg)

- $f(x) = x^2 + 2x - 3 \qquad f(x) = 0$

  $0 = x^2 + 2x - 3$

  $x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$

  $x_1 = -1 + 2 = 1$

  $x_2 = -1 - 2 = -3 \qquad$ svar $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

- $f(x) = 0 \qquad f(x) = x^2 + 2x + b$

  $0 = x^2 + 2x + 9 \qquad$ om $b = 9$

  $x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 9} \qquad$ om $b = 1$

  $0 = x^2 + 2x + 1$

  $x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1}$

  $x_1 = -1 + 0$

  $x_2 = -1 - 0$

  om $b < 1$ finns två reela lösningar till x när $f(x) = 0$ om $b = 1$ är minpunkten -1

  om $b > 1$ finns inga x värden

- $f(x) = 0 \qquad f(x) = x^2 + ax + b$

  $0 = x^2 + ax + b$

  $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

  Om $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$ är negativt finns ingen lösning

  Om a är 2 gånger b finns det en lösning

  ex) $0 = x^2 + 4x + 2$

  $x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 2}$

  $x_1 = -2 - \sqrt{2}$

  $x_2 = -2 + \sqrt{2}$

  Om $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b$ finns endast en punkt på x-axeln

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X (i högsta nivån)	1/2	Eleven fullföljer en algebraisk metod och kommer med två korrekta slutsatser.
Matematiska resonemang	X	1/0	Eleven kommer med delvis korrekta slutsatser rörande konstanten *b* men uttryckliga motiveringar för dessa saknas även om visst stöd finns i beräkningarna.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**2/3**	

Kommentar: Eleven fullföljer en algebraisk metod men har inget resonemang som stöder slutsatserna.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragrads-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämp-ningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					