

Concerning test material in general, the Swedish Board of Education refers to the Official Secrets Act, the regulation about secrecy, 4th chapter 3rd paragraph. For this material, the secrecy is valid until the expiration of June 2013.

NATIONAL TEST IN MATHEMATICS COURSE B SPRING 2003

Directions

Test time 240 minutes for Part I and Part II together. We recommend that you spend no more than 60 minutes on Part I.

Resources **Part I:** "Formulas for the National Test in Mathematics Course B"
Please note calculators are not allowed in this part.

Part II: Calculators, and "Formulas for the National Test in Mathematics Course B".

Test material The test material should be handed in together with your solutions.

Write your name, the name of your education programme / adult education on all sheets of paper you hand in.

Solutions to Part I should be handed in before you retrieve your calculator. You should therefore present your work on Part I on a separate sheet of paper. Please note that you may start your work on Part II without a calculator.

The test The test consists of a total of 15 problems. **Part I** consists of 7 problems and **Part II** consists of 8 problems.

To some problems (where it says *Only answer is required*) it is enough to give short answers. For the other problems short answers are not enough. They require that you write down what you do, that you explain your train of thought, that you, when necessary, draw figures. When you solve problems graphically/numerically please indicate how you have used your resources.

Problem 15 is a larger problem which may take up to an hour to solve completely. It is important that you try to solve this problem. A description of what your teacher will consider when evaluating your work, is attached to the problem.

Try all of the problems. It can be relatively easy, even towards the end of the test, to receive some points for partial solutions. A positive evaluation can be given even for unfinished solutions.

Score and mark levels The maximum score is 37 points.

The maximum number of points you can receive for each solution is indicated after each problem. If a problem can give 2 "Pass"-points and 1 "Pass with distinction"-point this is written (2/1). Some problems are marked with $\boxplus$, which means that they more than other problems offer opportunities to show knowledge that can be related to the criteria for Pass with Special Distinction.

Lower limit for the mark on the test

Pass: 11 points

Pass with distinction: 22 points of which at least 6 "Pass with distinction points".

Pass with special distinction: The requirements for Pass with distinction must be well satisfied. Your teacher will also consider how well you solve the $\boxplus$ -problems.

Name: _____ School: _____

Education programme/adult education: _____

Part I

This part consists of 7 problems that should be solved without the aid of a calculator. Your solutions to the problems in this part should be presented on separate sheets of paper that must be handed in before you retrieve your calculator. Please note that you may begin working on Part II without the aid of a calculator.

1. Which of the expressions below is equal to $(x + 5)(x + 5)$?

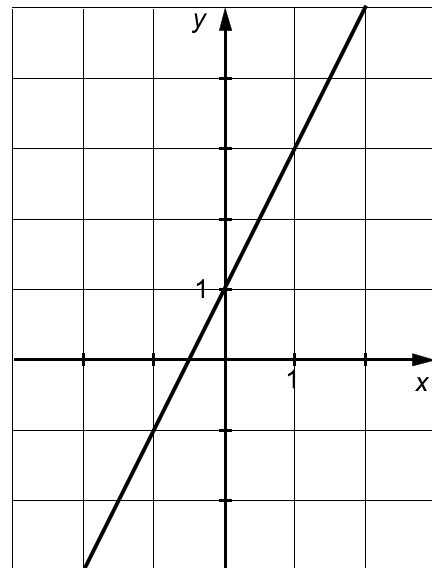
Only answer is required (1/0)

- A) $x^2 - 10x + 25$
- B) $x^2 + 10x + 25$
- C) $x^2 - 25$
- D) $x^2 + 25$
- E) $x^2 - 5x$
- F) $x^2 + 5x$

2. Which of the alternatives below shows the equation to the line drawn in the coordinate system?

Only answer is required (1/0)

- A) $y = \frac{x}{2} + 1$
- B) $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$
- C) $y = 2x + 1$
- D) $y = 2x - \frac{1}{2}$
- E) $y = 3x + 1$
- F) $y = 3x - \frac{1}{2}$



3. Solve the equation $x^2 - 6x - 16 = 0$

(2/0)

4. a) Solve the simultaneous equations $\begin{cases} y = 6 - x \\ y = 3x - 2 \end{cases}$ graphically. (2/0)

- b) Solve the inequality $6 - x < 3x - 2$ (1/0)

5. You are standing in front of a lottery stand, thinking of buying one single lottery ticket.

What do you need to know to be able to calculate the probability that you get a winning ticket?

(1/0)

6. The table below shows the salaries of the ministers in the country Pedagorien.

Monthly wage (SEK)	80 000	90 000	100 000	550 000	2 000 000
Number of ministers	10	5	4	1	1

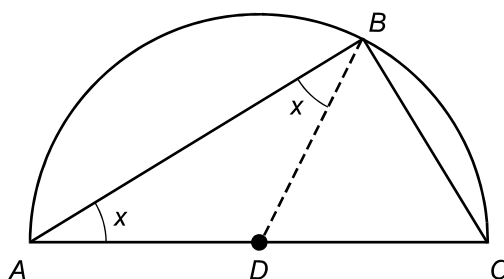
Which of the measures of location median and mean is most suitable for describing the wage levels for the ministers? Justify your choice.

(0/1)

7. Thales of Miletus was a Greek mathematician who lived 2600 years ago. He formulated the following theorem:

"Every triangle that is inscribed in a semicircle has a right angle."

The triangle ABC below is inscribed in a semicircle. The point D is the centre of the segment AC . The segment BD is also drawn in the figure.



- a) Explain why the two angles x are of equal size. (1/0)

- b) Show that Thales' theorem is correct without using the theorem that states that the measure of an inscribed angle in a circle equals one-half the measure of its intercepted arc. (0/2/∞)

Part II

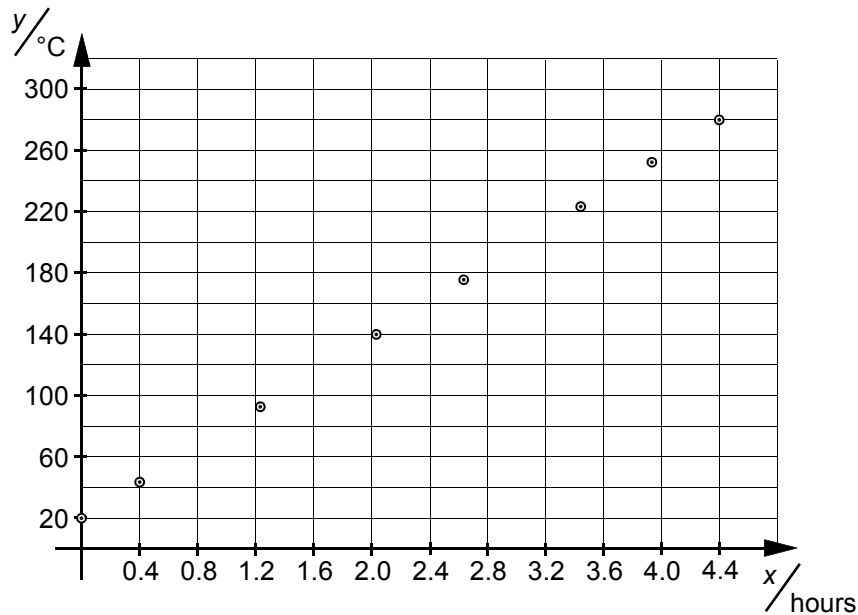
This part consists of 8 problems and you may use a calculator when solving them. Please note that you may begin working on Part II without your calculator.

8. The table below shows the price lists from two taxi companies.

	City Cab	Taxi North
Fixed cost	SEK 25	SEK 40
Cost per km	SEK 9	SEK 7

- a) Write down the total cost y (SEK) as a function of the distance covered x km for a trip with City Cab. *Only answer is required* (1/0)
- b) At what distance is the total cost equal at the two taxi companies? (2/0)
9. In a car magazine you can read about a survey of the amount of noise in cars at different speed. The noise level $L(v)$ decibel is a function of the speed of the car v km/h.
- a) In words, explain what $L(90) = 70$ means. (1/0)
- b) For a certain car, it is true that $L(50) = 60$, $L(90) = 70$ and $L(150) = 75$. Is this a linear function? Justify your answer. (2/0)
10. Jesper is standing in front of a chewing-gum machine that only contains three white and seven red chewing-gums. He buys two chewing-gums, one at a time.
- a) What is the probability that both chewing-gums are white? (1/0)
- b) Which of the following two events has the greatest probability? (0/2)
- H_1 : Jesper receives two chewing-gums of the same colour.
- H_2 : Jesper receives two chewing-gums of different colours.

11. Carin has made a vase of clay that she is going to burn in an oven. The oven is heated with the vase inside. When heating, the temperature is slowly raised. To control the oven, Carin measures the temperature at some different points in time. In the diagram below you can see how the temperature of the oven $y^{\circ}\text{C}$ in the beginning of the heating depends on the time x hours after the oven has been turned on.



Carin assumes that the relation between the temperature and the time is linear until the temperature is 450°C . At this temperature, the so-called peep-holes are stopped up.

- Find the linear relation. (0/2)
 - How long does it take from the start before the temperature is 450°C ? (0/1)
12. On March 21 2000 the teachers' union LR received a final offer in the wage negotiations with the opponent, the Swedish Association of Local Authorities. The members in LR voted whether they thought LR should accept the final offer.

62 per cent of the members voted. 16.2 per cent of these voted *Yes* to the final offer and 83.8 per cent *No*. We do not know anything about the opinions of the members who did not vote.

Between which percentages can the share of *Yes*-votes be for the total number of members?

(0/2)

13. In a right-angled triangle the hypotenuse is 25 cm, and one of the smaller sides is 4.0 cm longer than the other one.

Calculate the area of the triangle.

(0/3)

14.



Magdalena goes to a pet shop to buy fish for her aquarium. She decides to buy two cichlids, one male and one female. The woman in the shop picks out two fish from an aquarium containing 30 fish, and she says that it is impossible to tell the sexes apart when they are that small. Therefore, Magdalena does not know if she has got a male and a female.

When she comes home, she starts thinking about how many fish she would have had to buy to get at least one cichlid couple (a female and a male) at about 90 % probability.

She does some calculations where she assumes that there are an equal number of females and males in the aquarium in the store when she buys her fish.

Model 1

$$\text{males } 0.5^4$$

$$\text{females } 0.5^4$$

$$1 - 0.5^4 - 0.5^4 = \\ = 0.875$$

Model 2

$$\text{males } \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$$

$$\text{females } \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$$

$$1 - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \approx \\ \approx 0.900$$

Describe how Magdalena may have reasoned when writing down her models. Based on her assumptions, which model is correct? Justify your answer.

(0/2/∞)

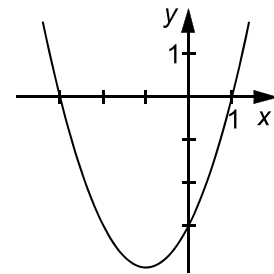
When assessing your work your teacher will consider the following:

- What mathematical knowledge you present
- How well you justify your conclusions
- How well you carry out your calculations
- How well you present and comment on your work
- How well you use the mathematical language

15. The aim with this problem is to investigate how different values of the real constants a and b affect the solutions to the equation $f(x) = 0$, when

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

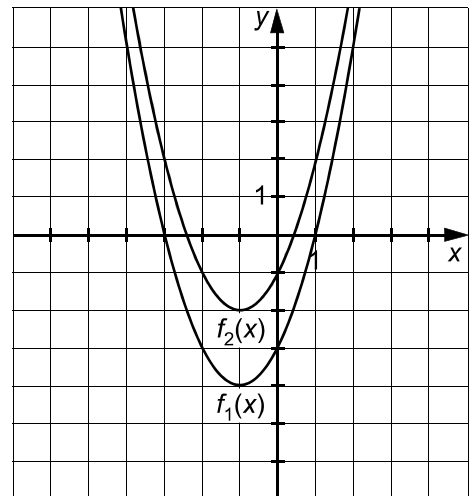
- When $a = 2$ and $b = -3$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$
The graph to this function is shown in the figure to the right.



Solve the equation $f(x) = 0$, when
 $f(x) = x^2 + 2x - 3$

- In this figure you can see two graphs to $f(x) = x^2 + 2x + b$ with different values of the constant b .

Investigate and describe, as fully as you can, how the constant b affects the number of solutions to the equation $f(x) = 0$



$$f_1(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$f_2(x) = x^2 + 2x - 1$$

- Determine algebraically how the constants a and b affect the number of solutions to the equation $f(x) = 0$ when $f(x) = x^2 + ax + b$ (2/4/∞)

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbyggnad samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7b, 8, 11a och 13 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 6, 7, 9, 10b, 12, 14 och 15. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7b, 10b, 12, 13, 14 och 15 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 5, 6, 7, 9b, 14 och 15 som har inslag av reflektion kring begrepp och matematiska aktiviteter. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 7b, 8, 11a, 13, 14 och 15 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2003 i förhållande till betygs-kriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp- gift nr	g po- äng	vg po- äng	□											Mycket väl														
				Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	1	0								x				x														
2	1	0									x			x														
3	2	0								x				x														
4a	2	0										x		x														
4b	1	0										x		x														
5	1	0					x							x	x													
6	0	1						x												x								
7a	1	0				x									x													
7b	0	2	□			x												x	x	x	x			x		x		
8a	1	0									x			x														
8b	2	0										x		x		x												
9a	1	0											x		x													
9b	2	0											x	x	x		x											
10a	1	0				x								x		x												
10b	0	2				x												x		x	x							
11a	0	2									x							x		x								
11b	0	1									x									x								
12	0	2							x									x		x								
13	0	3				x				x								x			x	x						
14	0	2	□			x													x	x	x				x		x	
15	2	4	□							x			x	x	x			x	x	x	x			x	x		x	
Σ	18	19		0/0	1/4	2/7				11/7		4/1																

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 37 poäng, varav 18 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd: 11 poäng.

Väl godkänd: 22 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänd: 22 poäng varav minst 12 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst en* av □-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning**1. Allmänt**

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

- 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
- 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

- 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
- 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
- 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²
- 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

- 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
- 7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
- 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
- 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (⌘) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med utgången av juni 2013.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2003)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 1/0
	Korrekt svar (B; $x^2 + 10x + 25$)	+1 g
2.		Max 1/0
	Korrekt svar (C; $y = 2x + 1$)	+1 g
3.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar lösning ($x_1 = 8$; $x_2 = -2$)	+1-2 g
4.		Max 3/0
a)	Angivit godtagbar lösning till ekvationssystemet utifrån ritade linjer	+1 g
	med de givna ekvationernas linjer korrekt ritade	+1 g
b)	Redovisad godtagbar lösning ($x > 2$)	+1 g
5.		Max 1/0
	Godtagbart svar innehållande både antal gynnsamma utfall och totala antalet utfall	+1 g
6.		Max 0/1
	Korrekt lägesmått med godtagbar motivering (”Medianen är mest lämplig för att medelvärdet blir högt när en person tjänar så mycket mer än alla de andra.”)	+ 1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		Max 1/2/□
a)	Godtagbar motivering innehållande att triangeln ABD är likbent	+1 g
b)	Eleven visar Thales sats för specialfall eller påbörjar en generell metod	+1 vg
	Eleven slutför beviset med en generell metod	+1 vg
	Eleven har genomfört beviset med en generell metod med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk och tydliga motiveringar	□
Del II		
8.		Max 3/0
a)	Korrekt funktion ($y = 9x + 25$)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar metod, t.ex. systematisk prövning	+1 g
	med korrekt svar (samma kostnad vid körsträckan 7,5 km)	+1 g
9.		Max 3/0
a)	Godtagbart svar (Bullernivån är 70 decibel då hastigheten är 90 km/h)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ritat koordinatsystem med punkterna inlagda	+1 g
	med godtagbar motivering av varför funktionen inte är linjär	+1 g
10.		Max 1/2
a)	Redovisad godtagbar lösning $\left(\frac{1}{15}\right)$	+1 g
b)	Redovisad godtagbar bestämning av sannolikheten för minst en händelse	+1 vg
	med redovisad godtagbar lösning (H_1 har störst sannolikhet)	+1 vg
11.		Max 0/3
a)	Redovisad godtagbar lösning ($y = 59x + 20$)	+1-2 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning (cirka 7 h från start)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
12.		Max 0/2
	Visad insikt i att alla i bortfallsgruppen kan rösta antingen <i>Ja</i> eller <i>Nej</i>	+1 vg
	Godtagbar beräkning av gränserna (10 % och 48 %)	+1 vg
13.		Max 0/3
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation	+1 vg
	med redovisad godtagbar lösning (150 cm ²)	+1-2 vg
14.		Max 0/2/□
	En godtagbar beskrivning av modellerna innehåller:	
	• påståendet att sannolikheten att plocka upp en fisk av ett visst kön hela tiden är 0,5 i modell 1, eller en beskrivning av modell 2 som godtagbart förklarar hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten • visad insikt i hur begreppet komplementhändelse används i minst en av modellerna • godtagbar motivering till varför modell 2 är korrekt utifrån den i uppgiften beskrivna situationen, t.ex. "modell 2 är korrekt för den tar hänsyn till att det blir färre och färre fiskar kvar i akvariet"	
	Beskrivningen av modellerna innehåller någon av ovanstående punkter	+1 vg
	Beskrivningen av modellerna innehåller ytterligare en av ovanstående punkter	+1 vg
	Beskrivningen av modellerna innehåller alla ovanstående punkter. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är lämpligt och i huvudsak korrekt.	□

Elevlösning 1 (1 vg)

1 Beräkningsmodell 1. antar hon att det finns lika många hanner som honor och hon plockar upp 4 av varje sort på en gång $2(0,5^4)$.
Sedan räknar hon ut hur stor chansen är att få upp dessa, hon sätter 1 som max.
 $1 - 0,5^4 - 0,5^4 = 0,875$ % chans.

1 Beräkningsmodell 2.
tänker hon att det finns $\frac{15}{30}$ hanner och sedan tar upp 4 st. efter varandra
 $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$ för det försvinner fiskar hela tiden när hon tar upp dem.
sedan honorerna och gör samma sak.
Sedan räknar hon ut %.

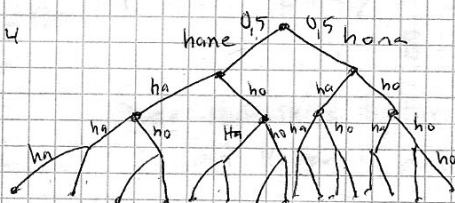
Kommentar: Eleven förklarar godtagbart hur upplockningen av fiskar påverkar sannolikheten i modell 2 men eleven visar inte insikt i hur begreppet komplementhändelse används (+1 vg).

Elevlösning 2 (2 vg)

Magdalena köper: två cikulider; hane o hona
 Kvinnan i affären pluckar upp 2 av 30st
 hur många ska hon köpa för att med minst 90% chans
 få ^{minst en} hane o en hona

Beräkningsmodell 1hanar $0,5^4$ honor $0,5^4$ $1 - 0,5^4 - 0,5^4$ $= 0,875$

Här ställer hon upp sannolikhets-
 träd där hon får:



30st fiskar

grenarna som går
 till vänster är hane
 och höger honor

använder
 Ser ~~för~~ hon den "motsatta" lösningen
 (kommer inte ihåg vad det heter)

alltså chansen att få BARA hane eller

BARA honor: $1 - 0,0625 - 0,0625 = 0,875$

87,5 % chans att hon inte får bara
 honor eller bara hankar (alltså minst ett par)

Beräkningsmodell 2hanar: $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$ honor: $\frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

1 -

 $\approx 0,9$

Hon gångar nu bara sannolikheterna i bråkform
 med varandra och använder samma "motsatta"
 lösning i denna beräkning

BARA HANAR = $\frac{15 \text{ hane}}{30 \text{ fiskar}} \cdot \frac{14 \text{ hane}}{29 \text{ fiskar}} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27}$

~~Det är ca 90% chans att~~
 hon nu får ett par.

Kommentar: Eleven beskriver godtagbart komplementhändelserna i båda modellerna och visar hur uppluckningen av fiskar påverkar sannolikheten i modell 2 (+2 vg).

Elevlösning 3 (2 vg)

(vill)

M. köper: 2 ciklider (1 hona, 1 hane)

Det finns 30 fiskar i akvariet.

Beräkningsmodell 1:

hanar $0,5^4$
 honor $0,5^4$

$$1 - 0,5^4 - 0,5^4 = 0,875$$

Beskrivning: Här antar hon att hon får en hane eller hona för varje "upplöckning", men det kan bli två honor/hanor i rad.

Om ^{minst} en hane/hona plockats upp är det inte längre 50-% chans att få någon av alternativen näst gång.

Beräkningsmodell 2:

$$\begin{aligned} \sigma &: \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \\ \text{♀} &: \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \end{aligned}$$

$$1 - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} - \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{29} \cdot \frac{13}{28} \cdot \frac{12}{27} \approx 0,900$$

Beskrivning: Här är rätt modell. Här räknar hon att det försvinner ~~ex~~ t.ex. en hane om hon får en hane. Hon gör samma antagande med honorna.

Eftersom att det finns 30 fiskar så minskar ju antalet fiskar som är kvar då man plockar upp en fisk.

Jämförelser I Metod 2 beräknar hon varenda "upplöckning" som görs och får då ett mer exakt svar

Kommentar: Eleven beskriver modell 1 alltför torftigt men förklarar godtagbart hur upplöckningen i modell 2 påverkar sannolikheten (+1 vg). Eleven ger en godtagbar motivering till varför modell 2 är korrekt (+1 vg) men eleven beskriver inte komplementhändelsen.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

15.

Max 2/4/□

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			Totalpoäng
	Lägre		Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problem-situation och lösa olika typer av problem.</i> <i>Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven löser ekvationen $x^2 + 2x - 3 = 0$ ($x_1 = -3$, $x_2 = 1$) 1 g	Eleven löser ekvationen $x^2 + 2x - 3 = 0$ Eleven undersöker med en godtagbar metod hur b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x) = 0$, t.ex. genom prövning. 1 g och 1 vg	Eleven löser ekvationen $x^2 + 2x - 3 = 0$ och undersöker med en godtagbar metod hur b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x) = 0$, t.ex. genom prövning. Eleven påbörjar en algebraisk metod för att undersöka hur a och b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x) = 0$ 1 g och 2 vg	1/2
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Elevens resonemang ger stöd för att värdet på b påverkar antalet lösningar till ekvationen. 1 g	Elevens resonemang ger ett hållbart stöd för att: $b < 1$ ger två lösningar, $b = 1$ ger en lösning och $b > 1$ saknar lösning för det fall då konstanten a är 2. 1 g och 1 vg		1/1
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>		Redovisningen är lätt att följa. Det matematiska språket är lämpligt. 1 vg		0/1
Summa				2/4

Eleven löser ekvationen $x^2 + 2x - 3 = 0$ och undersöker med en godtagbar metod hur b påverkar antalet lösningar till ekvationen $f(x) = 0$ då a är 2 och finner hållbara stöd för de tre möjliga fallen. Eleven undersöker ekvationen $x^2 + ax + b = 0$ med algebraisk metod och för ett generellt resonemang som ger ett hållbart stöd för minst en av slutsatserna $\frac{a^2}{4} - b < 0$ saknar lösning, $\frac{a^2}{4} - b = 0$ ger en lösning eller $\frac{a^2}{4} - b > 0$ ger två lösningar. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är lämpligt och i huvudsak korrekt.

□

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 15.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$$f(x) = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 3$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{4}$$

$$x = -1 \pm 2$$

$$x_1 = -1 + 2 = 1 \quad x_2 = -1 - 2 = -3 \quad \text{svar: } x_1 = 1, x_2 = -3$$

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$f(x) = 0 \text{ då } f(x) = x^2 + 2x + b$$

$$x^2 + 2x + b = 0 \quad \text{sätt } y = 0$$

$$x^2 + 2x = -b$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 - b}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - b}$$

$$x_1 = -1 - 1 - b \quad x_2 = -1 + 1 - b$$

$$x_1 = -1 - b \quad x_2 = 0 - b$$

b måste vara mindre än noll för att kunna få positiva svar

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + ax + b - b = -b$$

$$x = \frac{-ax}{2} \pm \sqrt{\frac{ax^2}{2} - b}$$

$$x = \frac{-ax}{2} \pm ax - b$$

$$x_1 = \frac{-ax}{2} + ax - b \quad x_2 = \frac{-ax}{2} - ax - b$$

$$x_1 = \frac{ax}{2} - b \quad x_2 = -\frac{3ax}{2} - b$$

Bedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X		1/1	Eleven finner ett korrekt samband mellan x och b då a är 2 men kommer sedan inte vidare med sin metod.
Matematiska resonemang	X			0	Eleven nämner inte något om hur b påverkar antalet lösningar.
Redovisning och matematiskt språk		X		0	Alltför stora brister i den algebraiska hanteringen.
Summa				1/1	

Elevlösning 2 (2 g och 3 vg)

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x^2 = -2x + 3$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 3}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{4}$$

$$x = -1 \pm 2$$

$$\text{Svar: } x_1 = -1 + 2 = 1$$

$$x_2 = -1 - 2 = -3$$

$$f(x) = 0$$

$$f(x) = x^2 + 2x + b$$

$$f(x) = x^2 + 2x + b = 0$$

$$x^2 = -2x - b$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - b}$$

$$x_1 = -1 + 1 - b = 0 - b$$

$$x_2 = -1 - 1 - b = -2 - b$$

Här finns det två lösningar

$$x = 0 - b \quad \text{och}$$

$$x = -2 - b$$

Om $b = 1$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x^2 = -2x - 1$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 1}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 1}$$

$$x = -1$$

Om $b = 1$ så finns det bara en lösning eftersom talet under rotmärket blir 0

Om $b = 4$

$$f(x) = x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$x^2 = -2x - 4$$

$$x = -1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{-3}$$

Om $b = 4$ så finns ingen lösning eftersom talet under rotmärket är negativt

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0 \\
 f(x) &= x^2 + ax + b \\
 x^2 &= -ax - b \\
 x &= -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 - b} \\
 x &= -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b} \\
 x &= -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{b \cdot 4}{1 \cdot 4}}
 \end{aligned}$$

Bedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			X	1/2	Eleven finner en korrekt algebraisk lösning till ekvationen i termer av a och b men kommer sedan inte vidare.
Matematiska resonemang	X			1/0	
Redovisning och matematiskt språk			X	0/1	Redovisningen är lätt att följa. Det matematiska språket är lämpligt även om det finns brister i den algebraiska hanteringen.
Summa				2/3	

Elevlösning 3 (2 g och 3 vg)

$$\bullet f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad f(x) = 0$$

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$

$$x_1 = -1 + 2 = 1$$

$$x_2 = -1 - 2 = -3$$

$$\text{svar } \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = 0 \quad f(x) = x^2 + 2x + b$$

$$0 = x^2 + 2x + 9 \quad \text{om } b = 9$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 9}$$

$$\text{om } b = 1$$

$$0 = x^2 + 2x + 1$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1}$$

$$x_1 = -1 + 0$$

$$x_2 = -1 - 0$$

om $b < 1$ finns två reella lösningar till x när
 $f(x) = 0$ om $b = 1$ är minipunkten -1
 om $b > 1$ finns inga x värden

$$\bullet f(x) = 0 \quad f(x) = x^2 + ax + b$$

$$0 = x^2 + ax + b$$

$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

Om $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$ är negativt finns ingen lösning

Om a är 2 gånger b finns det en lösning

$$\text{ex) } 0 = x^2 + 4x + 2$$

$$x = -2 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 2}$$

$$x_1 = -2 - \sqrt{2}$$

$$x_2 = -2 + \sqrt{2}$$

Om $\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b$ finns endast en punkt på x -axeln

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			X	1/2	Eleven fullföljer en algebraisk metod och kommer med två korrekta slutsatser.
Matematiska resonemang		X		1/0	Eleven kommer med delvis korrekta slutsatser rörande konstanten b men uttryckliga motiveringar för dessa saknas även om visst stöd finns i beräkningarna.
Redovisning och matematiskt språk			X	0/1	
Summa				2/3	

Kommentar: Eleven fullföljer en algebraisk metod men har inget resonemang som stöder slutsatserna.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)

G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)

S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)

A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andrags-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former...

A5. ... lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)

F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					