

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med 30 juni 2013.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B VÅREN 2007

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.						
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs B". <i>Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.</i> Del II: Miniräknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs B".						
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. <i>Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.</i>						
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. Del I består av 8 uppgifter och Del II av 9 uppgifter. Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i>) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.						
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 42 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med $\boxtimes$, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget <table style="width: 100%;"> <tr> <td>Godkänd:</td><td>12 poäng.</td></tr> <tr> <td>Väl godkänd:</td><td>25 poäng varav minst 6 vg-poäng.</td></tr> <tr> <td>Mycket väl godkänd:</td><td>25 poäng varav minst 13 vg-poäng.</td></tr> </table> Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de $\boxtimes$-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.	Godkänd:	12 poäng.	Väl godkänd:	25 poäng varav minst 6 vg-poäng.	Mycket väl godkänd:	25 poäng varav minst 13 vg-poäng.
Godkänd:	12 poäng.						
Väl godkänd:	25 poäng varav minst 6 vg-poäng.						
Mycket väl godkänd:	25 poäng varav minst 13 vg-poäng.						

Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina svar på denna del ges på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.

Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

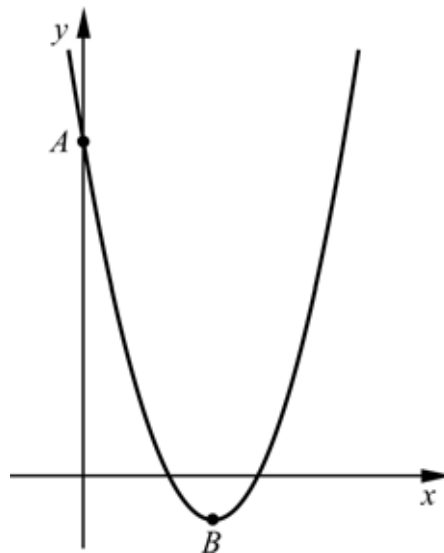
1. Lös ekvationen $x^2 + 8x - 20 = 0$ (2/0)

2.
 - a) Rita i ett koordinatsystem en rät linje som går genom punkten (3, 2) och har riktningskoefficienten $k = -2$ (1/0)
 - b) Bestäm linjens ekvation. (1/0)

3. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt
 - a) $25 + (x + 5)(x - 5)$ *Endast svar fordras* (1/0)
 - b) $2(4 + x) - x(2 + 3x)$ *Endast svar fordras* (1/0)

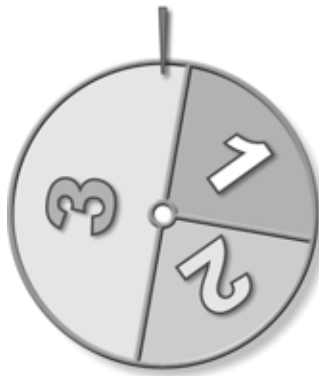
4. Peter har en påse med 4 röda kulor och 6 vita kulor.
 - a) Peter drar slumpmässigt en kula ur påsen. Hur stor är sannolikheten att han får en röd kula? (1/0)
 - b) Peter ställer upp sannolikheten för en händelse som $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}$
Vilken händelse har han beräknat sannolikheten för? (0/1)
 - c) Peter ställer upp sannolikheten för en händelse som $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10}$
Vilken händelse har han beräknat sannolikheten för? (0/1)

5. Figuren visar kurvan
 $y = x^2 - 6x + 8$



- a) Bestäm y -koordinaten för punkten A . *Endast svar fordras* (1/0)
- b) Bestäm x -koordinaten för punkten B . (0/1)

6. Ett lyckohjul ser ut som i figuren. När man snurrar hjulet kan utfallet bli 1, 2 eller 3.



Vilket bör det ungefärliga medelvärdet av utfallen bli, om man snurrar hjulet många gånger?

(0/1)

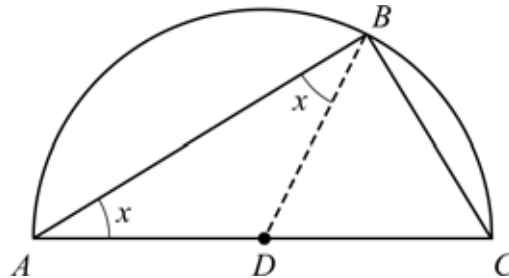
7. Vilket är det största heltal som uppfyller olikheten $5x + 3 < 31 + x$?

Endast svar fordras

(0/1)

8. Thales från Miletos var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan. Han formulerade följande sats:
 ”Varje triangel som är inskriven i en halvcirkel har en rät vinkel.”

Nedanstående triangel ABC är inskriven i en halvcirkel. Punkten D är mittpunkt på sträckan AC . I figuren är även sträckan BD inritad.



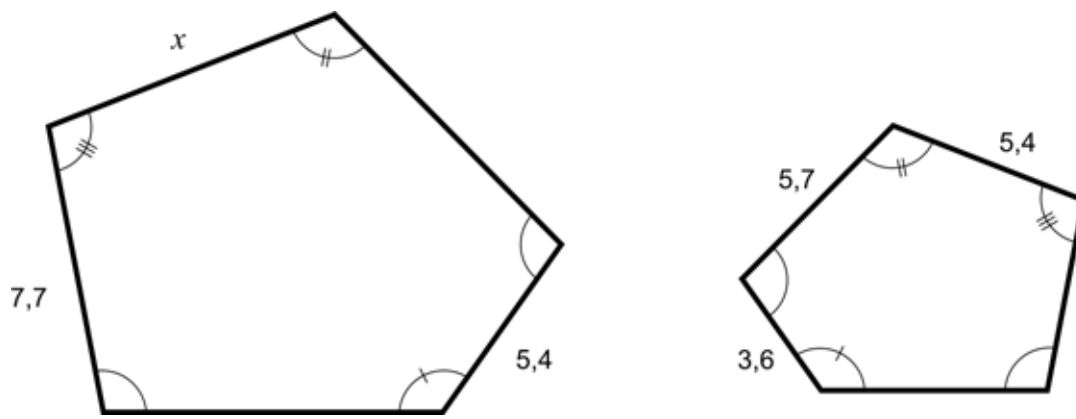
- a) Förklara varför de två vinklarna x är lika stora. (1/0)
- b) Visa att Thales sats är korrekt utan att använda randvinkelsatsen. (0/2/□)

Del II

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 6y = 39 \\ 2x + 3y = 51 \end{cases}$ (2/0)

10. Följande två femhörningar är likformiga. Bestäm x . (2/0)



11. I en biltidning kan man läsa en undersökning om hur mycket det bullrar i bilar vid olika hastigheter. Bullernivån $L(v)$ decibel är en funktion av bilens hastighet v km/h.

a) Förklara vad $L(90) = 70$ betyder med ord. (1/0)

b) För en viss bil gäller att $L(50) = 60$, $L(90) = 70$ samt $L(150) = 75$. Avgör om detta är en linjär funktion. (2/0)

12. Alma har fått en stor godislåda som innehåller tre olika sorters kola: hallon-, lakrits- och gräddkola. I lådan finns det cirka 3000 kolar totalt.

Alma tycker att lakritskola är godast. Hon vill ta reda på ungefär hur många lakritskolor det finns i lådan utan att räkna alla.

Beskriv hur Alma kan göra en god uppskattning av hur många lakritskolor det finns i lådan.

(2/0)

13. Lisa sa till Melker:

- Tänk på ett tal mellan -100 och 100 .
- Kvadrera talet.
- Addera det ursprungliga talet två gånger till det tal du fick.
- Subtrahera 168 från detta.
- Vad får du då?

Melker: Jag fick noll.

Lisa: Tänkte du på talet 12?

Melker: Nej.

Vilket tal tänkte Melker på? (Förutsatt att han har räknat rätt.)

(0/2)

14. José har lämnat tre backar med tillsammans 60 tomglas i pantautomaten och Maria har lämnat en back med 16 tomglas. Bilden visar deras kvitton.

Bestäm panten för en tom back och panten för ett tomglas.

(0/3)

Josés kvitto

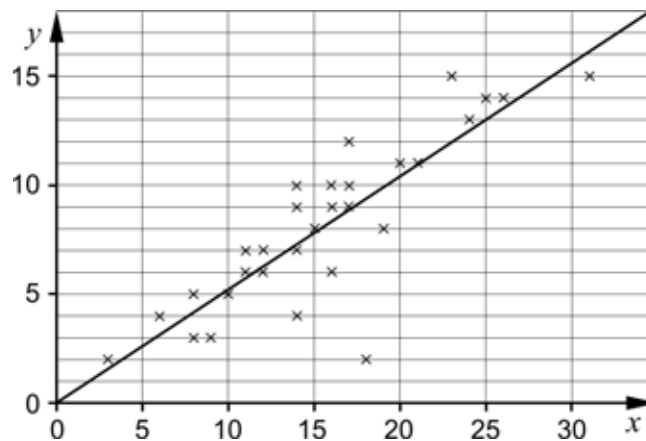
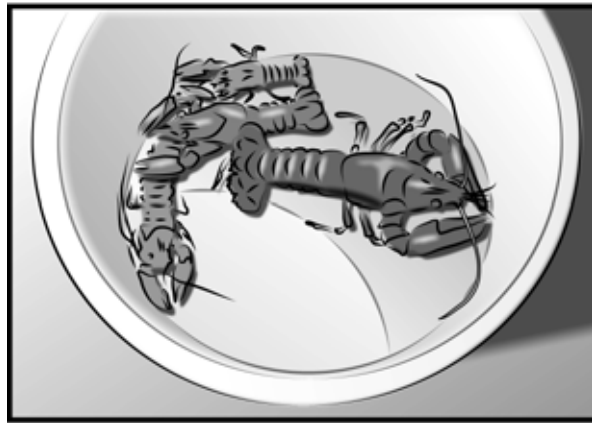


Marias kvitto



15. Under år 2002 genomfördes ett provfiske av signalkräftor i Småland. En natt placerades 30 kräftburar ut i ett antal sjöar. Bland annat undersöktes sambandet mellan totala antalet kräftor (x) och antalet stora kräftor (y).

I diagrammet nedan visas resultatet från provfisket i form av 30 punkter, en för varje bur. En linje har anpassats till punkterna.



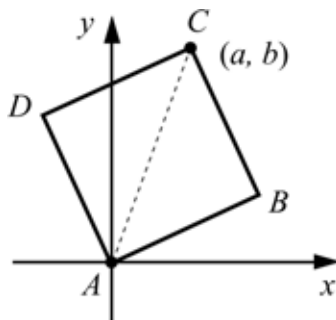
- Bestäm linjens ekvation. (1/0)
 - Ge en tolkning av vad denna ekvation beskriver om sambandet mellan antalet stora kräftor och totala antalet kräftor. (0/1)
 - Bestäm medianen för antalet **stora** fångade kräftor. Endast svar fordras (0/1)
16. En grupp på 5 personer gjorde ett test som kan ge maximalt 85 poäng. Både medelvärdet och medianen för gruppen blev 54 poäng. Variationsbredden var 40 poäng.
- Är det möjligt att någon i gruppen fick 85 poäng? Förklara. (0/2/∅)

Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur generell din lösning är
- Vilka matematiska kunskaper du visar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar och kommenterar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

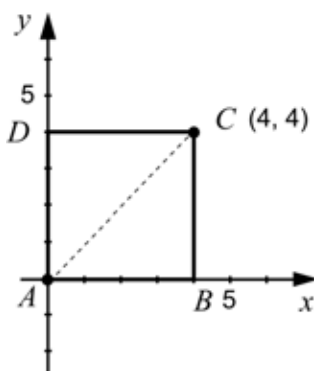
17. Nedan visas några kvadrater med olika storlek i ett koordinatsystem, se figur 1 – 4. Alla kvadraterna har ett hörn A placerat i origo. Koordinaterna för det motstående hörnet C för respektive kvadrat finns också angivet i figurena.

- Undersök hur placeringen av hörnet C i en kvadrat påverkar arean av kvadraten. Bestäm ett samband mellan koordinaterna för punkten C och kvadratens area.
Hörnet A är alltid placerat i origo. Se figur 1.

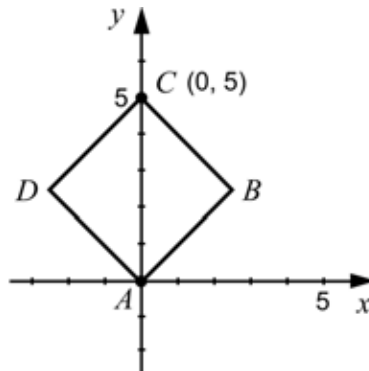


figur 1

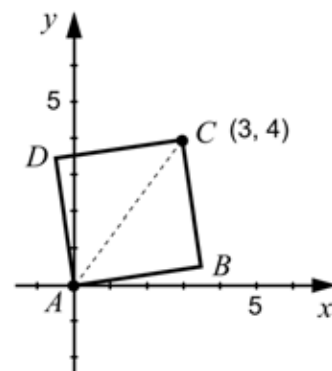
Om du vill kan du börja din undersökning genom att bestämma areorna för kvadraterna i figur 2, figur 3 och figur 4 och sedan formulera en slutsats om hur läget av punkten C (det vill säga C 's koordinater) påverkar kvadraternas areor.



figur 2



figur 3



figur 4

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning	6
Bedömningsanvisningar del I och del II	7
Mål för matematik kurs B – Kursplan 2000	20
Betygskriterier 2000	21
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	22
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG- kvaliteter	23
Insamling av provresultat våren 2007	24

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 4, 6, 8, 10, 11b, 12, 13, 14, 15, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 4bc, 8, 11, 12, 14, 16 och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4bc, 7, 8, 11, 12, 15b, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 6, 12 och 14.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2007 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

Upp- gift nr	g po- äng	vg po- äng	□	Kunskapsområde										Betygskriterium														
				Övr		Geo	Stat & sannolik			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0								x				x		x												
2a	1	0									x			x														
2b	1	0									x			x		x												
3a	1	0								x				x														
3b	1	0								x				x														
4a	1	0					x							x														
4b	0	1					x											x	x	x								
4c	0	1					x											x	x	x								
5a	1	0								x			x	x														
5b	0	1								x			x					x			x							
6	0	1					x											x		x	x	x						
7	0	1										x						x			x							
8a	1	0				x								x	x	x												
8b	0	2	□			x												x	x	x	x			x		x		
9	2	0										x		x		x												
10	2	0				x								x		x												
11a	1	0											x	x	x													
11b	2	0									x		x	x	x													
12	2	0							x					x	x													
13	0	2								x								x			x	x						
14	0	3										x						x		x	x	x						
15a	1	0									x		x	x		x												
15b	0	1									x		x					x	x									
15c	0	1						x										x		x	x	x						
16	0	2	□					x										x	x	x	x	x		x	x		x	
17	3	4	□			x				x				x	x	x		x	x	x	x	x		x	x		x	
Σ	22	20			0/0	6/5		3/6		9/8			4/1															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 42 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd: 12 poäng.

Väl godkänd: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänd: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng.
Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre
olika MVG-kvaliteter.

De □-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

MVG-kvalitet	Uppgift		
	8b	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○	■	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	■	○	■
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	○	■	○
Värderar och jämför metoder/modeller	■	■	■
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	○	○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknfel.

6. Aspektbedömning

Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (⌘) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med 30 juni 2013.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2007)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
	Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = -10$, $x_2 = 2$)	+1 g
2.		Max 2/0
a)	Godtagbart ritad linje	+1 g
b)	Korrekt svar ($y = -2x + 8$)	+1 g
3.		Max 2/0
a)	Korrekt svar (x^2)	+1 g
b)	Korrekt svar ($8 - 3x^2$)	+1 g
4.		Max 1/2
a)	Korrekt svar $\left(\frac{4}{10}\right)$	+1 g
b)	Godtagbart svar (”Peter tar upp två vita kulor”)	+1 vg
c)	Godtagbart svar (t.ex. ”Peter tar först upp en röd kula, lägger tillbaka den och tar sedan upp en vit kula”)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
5.		Max 1/1
a)	Korrekt svar ($y = 8$)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar lösning ($x = 3$)	+1 vg
6.		Max 0/1
	Redovisad godtagbar lösning $\left(\frac{9}{4}\right)$	+1 vg
7.		Max 0/1
	Korrekt svar (6)	+1 vg
8.		Max 1/2/□
a)	Godtagbar motivering (t.ex. "Triangeln ABD är likbent")	+1 g
b)	Eleven visar Thales sats för specialfall eller påbörjar en generell metod	+1 vg
	Eleven slutför ett bevis där någon motivering kan vara bristfällig	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra beviset med korrekta motiveringar.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

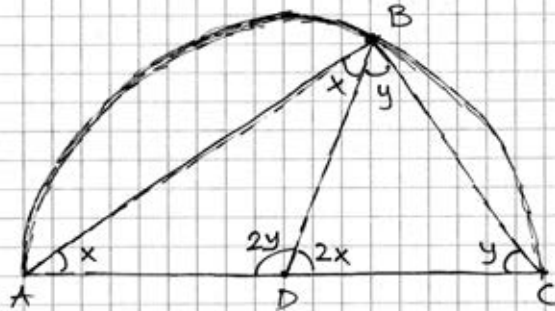
Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 2 vg och en av MVG-kvaliteterna)

A) $AD = BD$

SVAR: 2 LIKA LÅNGA STRÄCKOR I EN TRIANGEL
GER TVÅ LIKA STORA VINKLAR

B)



$$2x + 2y = 180^\circ$$

$$1x + 1y = 90^\circ$$

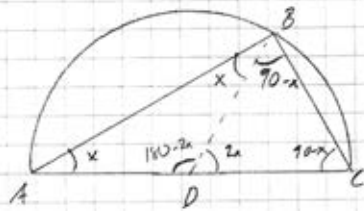
SVAR: VINKELN I B BLIR ALLTID 90°

Kommentar: Eleven visar en av MVG-kvaliteterna genom att använda en generell metod. Lösningen har en del brister, t.ex. framgår det inte varför trianglarna ABD och BCD är likbenta, vinklarna vid punkten D i figuren har inte motiverats och det framgår inte tydligt varifrån sambandet $2x + 2y = 180^\circ$ kommer. Detta gör beviset ofullständigt och bidrar till att redovisningen inte kan anses vara klar och tydlig.

Elevlösning 2 (1 g och 2 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

a.) Eftersom $AD = DC$ är AD radie i halvcirkeln. Likaså är BD eftersom sträckan utgår från samma punkt. Detta ger en likbent triangel varibens vinklarna alltid är lika stora i jämförelse med varandra.

b.)



$\triangle ADB$ har en vinkelsumma på 180° . $\angle A + \angle B = 2x$. $\angle ADB = 180 - 2x$. $\triangle ABC$ är inskriven i halvcirkel och därför är $\angle ADB + \angle BDC = 180^\circ$.

$$\text{Alltså är } \angle BDC = 180 - (180 - 2x)$$

$$= 2x$$

Vi vet sedan innan att vinkelsumman i en triangel är 180° (eller $180 - 2x + 2x$). $\triangle BDC$ måste ha en lika stor vinkelsumma. $BD = CD$ eftersom båda är radier. Det betyder att $\triangle BDC$ är likbent och att $\angle B = \angle C$. Detta ger att $\angle B = \frac{180 - 2x}{2} = 90 - x$.

Om man adderar $\angle ABD$ med $\angle CBD$ får man: $90 - x + x = 90^\circ$. Alltså är $\angle ABC = 90^\circ$ i alla fall där en triangel är inskriven i en halvcirkel.

Kommentar: Eleven visar tre av MVG-kvaliteterna genom att visa Thales sats med godtagbara motiveringar och med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. På några ställen kan resonemanget verka lite rörigt då eleven hänvisar till olika vinklar vid punkten B men använder samma beteckning ($\angle B$). Det framgår dock av elevens resonemang vilken triangel ($\triangle ADB$ eller $\triangle BDC$) vinkelbeteckningen används för i respektive fall.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
9.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar ($x = 21, y = 3$)	+1 g
10.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. använder likformigheten	
	korrekt, $\frac{x}{5,4} = \frac{5,4}{3,6}$	+1 g
	med korrekt svar ($x = 8,1$)	+1 g
11.		Max 3/0
a)	Godtagbart svar ("Bullernivån är 70 decibel då hastigheten är 90 km/h")	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ritar ett koordinatsystem med punkterna inlagda	+1 g
	med godtagbar motivering av varför funktionen inte är linjär	+1 g
12.		Max 2/0
	Eleven visar insikt om att ett stickprov ska tas, t.ex. ger beskrivningen "Alma tar 100 kolor ur lådan"	+1 g
	Eleven visar förståelse för att stickprovets fördelning mellan lakritskola och övriga kolor förväntas överensstämma med lådans fördelning	+1 g
13.		Max 0/2
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning (-14)	+1 vg
14.		Max 0/3
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar en ekvation för panten för 3 backar och 60 tomglas	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning med godtagbart svar (tom back: 23,40 kr, tomglas: 70 öre)	+1-2 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
--------------	------------------------------	--------------

15.		Max 1/2
------------	--	----------------

- | | | |
|--|---|-------|
| | a) Redovisad godtagbar lösning med ett svar där riktningskoefficienten k är i intervallet $0,50 < k < 0,53$ ($y = 0,50x$) | +1 g |
| | b) Godtagbar tolkning ("Antalet stora kräftor är 50 % av totala antalet kräftor") | +1 vg |
| | c) Korrekt svar (8 kräftor) | +1 vg |

16.		Max 0/2/□
------------	--	------------------

Visar förståelse för begreppen median och variationsbredd genom att t.ex. konstatera att poängtalerna 45, 54 och 85 ska vara med bland de 5 resultaten +1 vg

Redovisad godtagbar lösning innehållande resonemang kring totalpoäng och poängfördelning även om resonemanget kan innehålla smärre brister (Nej) +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra välgrundade slutsatser som leder till korrekt svar.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisningen är tydlig och klar.

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Medelvärde ger totala poängsumman $= 54 \cdot 5 = 270$
 Om någon fick 85 poäng skulle det se ut så här:
 Minst poäng: 45 Median: 54 Högst poäng: 85
 $45 + 54 + 85 = 184$ $270 - 184 = 86$
 86 poäng kvar att fördela på ett tal mellan
 45 och 54 och på ett tal mellan 54 och 85
 Inte möjligt!
Svar: Nej! det är inte möjligt

Kommentar: Elevens lösning visar MVG-kvalitet genom att beräkningarna är korrekta och slutsatsen är korrekt. Redovisningen är knapp och inte helt fullständig men nått och jämnt tillräcklig för att anses visa MVG-kvalitet. Eleven borde t.ex. hänvisat till variationsbredden för att motivera att det minsta värdet är 45.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****17.****Max 3/4/□**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			Totalpoäng
	Lägre		Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i> <i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven bestämmer arean för kvadraten i figur 3 på ett godtagbart sätt. 1 g	Eleven bestämmer arean för kvadraten i figur 4 på ett godtagbart sätt. 1 g och 1 vg	Eleven påbörjar en generell härledning, t.ex. arbetar med koordinaterna <i>a</i> och <i>b</i> och finner att diagonalen är $\sqrt{a^2 + b^2}$ 1 g och 2 vg	1/2
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven drar någon enkel slutsats baserad på sin undersökning, t.ex. ”Ju längre bort punkten <i>C</i> ligger från origo desto större blir arean.” 1 g	Eleven drar slutsatsen att arean = $(a^2 + b^2)/2$. Slutsatsen baseras på specialfall eller algebraisk härledning. 1 g och 1 vg		1/1
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>	Redovisningen är möjlig att följa och förstå. 1 g	Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. 1 g och 1 vg		1/1
Summa				3/4

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod för att hitta sambandet.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att arean kan skrivas som funktion av koordinaterna a och b , dvs. finner att $\text{arean} = (a^2 + b^2) / 2$
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17.**Elevlösning 1 (3 g och 2 vg)**

• Om man vill beräkna arean i figur 1 borde man först ta reda på längden AC
 $(AC)^2 = a^2 + b^2$ enligt Pythagoras sats
 sedan kan man räkna ut kateterna i triangeln ABC och på så sätt få ut längderna AB och AC i kvadraten

Ju längre ifrån origo punkten C placeras ju längre hypotenusan blir desto större blir kvadraternas area

Det framgår genom att räkna ut arean för de tre figurerna

fig 2 area : 16
 fig 3 area : 12,5
 fig 4 area : 12,5

} AC lika lång
 här

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	—		X →	1/2	Eleven påbörjar en generell härledning.
Matematiska resonemang	—	X	→	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	—	X	→	1/0	Eleven använder lämpliga beteckningar och lämpligt språkbruk för uttrycket för diagonalen, men i övrigt är redovisningen bristfällig.
Summa				3/2	

Elevlösning 2 (3 g och 3 vg)

fig. 2 Kvadraten sida är 4
kvadraten area är $4^2 = 16$

fig. 3. Om $\square$ delas upp i 2 $\triangle$ (vilket händer automatiskt med tanke på att diagonalen går från origo till en angiven punkten) kan A räknas ut medelst Pythagoras sats

Diagonalen är 5 längdenheter lång

$$\triangle = 2x^2 = 5^2 \quad (\text{Antag } x = \text{kvadraten sida})$$

$$x^2 = 12,5$$

$$x \approx \pm \sqrt{12,5}$$

$$x \approx \pm 3,5355$$

kvadraten sida är $\approx 3,536$

Kvadraten area är $3,536...^2 = 12,5$

Det ser alltså ut som om att kvadraten area är $\frac{\text{diagonalen}^2}{2}$

fig. 4. Diagonalen i fig. 4 är inte lika självklar som i fig. 3 (där en av variablerna = 0, alltså är diagonalen = det som läses av i den variabel $\neq 0$)

Diagonalen i fig. 4

Antag: $x = \text{diagonalen}$, $C = (3; 4)$

$$3^2 + 4^2 = x^2$$

$$25 = x^2$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

Använder mig av min formel

$$A = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{5^2}{2} = 12,5$$

fig. 2 igen $C = (4; 4)$

Jag använder samma modell som för
uträkningen i fig. 4

Antag: $x = \text{diagonalen}$

$$4^2 + 4^2 = x^2$$

$$x^2 = 32$$

$$x \approx 5,6569$$

Även här prövar jag min tes

$$A_{\square} = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{5,6569...^2}{2} = \underline{\underline{16}}$$

stämmer med tidigare uträkning vSB

Kvadratens area är alltså beroende av punkten C
i och med att den anger kvadratens diagonal

Ju längre bort C är placerad från origo, desto
större blir $\square$

Ex: fig. 2: Diagonalen = 5,66 $A = 16$

fig 3: Diagonalen = 5 $A = 12,5$

fig 4: Diagonalen = 5 $A = 12,5$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		X	1/1	Eleven använder sig enbart av specialfall i sin utredning.
Matematiska resonemang	—		X	1/1	Eleven finner att arean är $\text{diagonalen}^2/2$ och visar med exempel att diagonalen kan beräknas med hjälp av koordinaterna och Pythagoras sats.
Redovisning och matematiskt språk	—		X	1/1	Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
Summa				3/3	

Elevlösning 3 (3 g och 4 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Kvadraterns diagonal (sträckan AC) kan beräknas med Pythagoras sats med hjälp av koordinaterna

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Fig. 3: } 5^2 + 0^2 = AC^2 \quad \text{Fig. 1: } x^2 + y^2 = AC^2$$

$$5 = AC \quad \sqrt{x^2 + y^2} = AC$$

kvadraterns sidor kan i sin tur också beräknas med Pythagoras sats

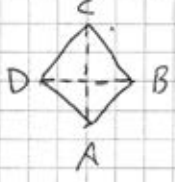


Fig. 3: $2(5/2)^2 = \text{sida}^2$ ~~Fig. 1:~~ $2(AC/2)^2 = AB^2$
 $12,5 = \text{sida}^2$ (eller BC, CD = AD)
 $\sim 3,54 = \text{sida}$

Arealen räknas i sin tur ut av sida $\times$ sida

Fig. 3: $3,54^2 = 12,5$ Fig. 1: $AB^2 = \text{arean}$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = AC \quad \underline{\text{Alltså:}} \quad 2 \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2} \right)^2 = \text{arean}$$

och
 $\text{arean} = \text{sida}^2$

T.ex. Fig. 3: $2((\sqrt{5^2 + 0^2})/2)^2 = 12,5$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			X	1/2	
Matematiska resonemang			X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk			X	1/1	Det finns brister i redovisningen men det matematiska språket är i huvudsak korrekt.
Summa				3/4	

Kommentar: Eleven härleder ett generellt uttryck för arean i termer av koordinaterna för hörnet C och visar därmed två av MVG-kvaliteterna. Redovisningen är något knapp och otydlig och kan därför inte anses visa MVG-kvalitet. Eleven använder t.ex. x och y istället för de givna beteckningarna a och b utan någon kommentar och areaberäkningen i samband med figuren är otydligt redovisad.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)

G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)

S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)

A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andrags-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former...

A5. ... lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)

F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—		→		
Matematiska resonemang	—		→		
Redovisning och matematiskt språk	—		→		
Summa					

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Insamling av provresultat

Vårterminen 2007 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs- och provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp. Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.

För matematik kurs B gäller följande:

Elevresultat rapporteras för **elever födda den 8:e, 10:e, 17:e och 26:e varje månad** på en webbplats som nås via <http://www.umu.se/edmeas/np>. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post **för elever födda den 8:e i varje månad**.

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga
mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:

Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet

Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se