NATIONAL TEST IN MATHEMATICS COURSE B
SPRING 2007

Directions

Test time	240 minutes for Part I and Part II together. We recommend that you spend no more than 60 minutes on Part I.
Resources	**Part I:** ”Formulas for the National Test in Mathematics Course B” *Please note that calculators are not allowed in this part.* **Part II:** Calculators and ”Formulas for the National Test in Mathematics Course B”.
Test material	The test material should be handed in together with your solutions. Write your name, the name of your education programme / adult education on all sheets of paper you hand in. *Solutions to Part I should be handed in before you retrieve your calculator. You should therefore present your work on Part I on a separate sheet of paper. Please note that you may start your work on Part II without a calculator.*
The test	The test consists of a total of 17 problems. **Part I** consists of 8 problems and **Part II** consists of 9 problems. For some problems (where it says *Only answer is required*) it is enough to give short answers. For the other problems short answers are not enough. They require that you write down what you do, that you explain your train of thought, that you, when necessary, draw figures. When you solve problems graphically/numerically please indicate how you have used your resources. Problem 17 is a larger problem which may take up to an hour to solve completely. It is important that you try to solve this problem. A description of what your teacher will consider when evaluating your work is attached to the problem. Try all of the problems. It can be relatively easy, even towards the end of the test, to receive some points for partial solutions. A positive evaluation can be given even for unfinished solutions.
Score and mark levels	The maximum score is 42 points. The maximum number of points you can receive for each solution is indicated after each problem. If a problem can give 2 ”Pass”-points and 1 ”Pass with distinction”-point this is written (2/1). Some problems are marked with ¤, which means that they more than other problems offer opportunities to show knowledge that can be related to the criteria for ”Pass with Special Distinction”. Lower limit for the mark on the test Pass: 12 points Pass with distinction: 25 points of which at least 6 ”Pass with distinction”-points. Pass with special distinction: 25 points of which at least 13 ”Pass with distinction”-points. You also have to show most of the ”Pass with special distinction” qualities that the ¤-problems give the opportunity to show.

Part I

This part consists of 8 problems that should be solved without the aid of a calculator. Your solutions to the problems in this part should be presented on separate sheets of paper that must be handed in before you retrieve your calculator. Please note that you may begin working on Part II without the aid of a calculator.

1. Solve the equation $x^2 + 8x - 20 = 0$ (2/0)

2.
a) In a coordinate system, draw a straight line that passes through the point (3, 1) and has gradient $k = -2$ (1/0)

b) Find the equation of the line. (1/0)

3. Simplify the following expressions as far as possible

a) $25 + (x+5)(x-5)$ *Only answer is required* (1/0)

b) $2(4+x) - x(2+3x)$ *Only answer is required* (1/0)

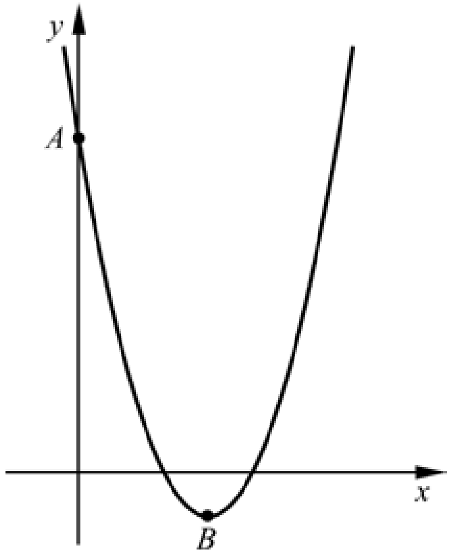
4. Peter has a bag with 4 red marbles and 6 white marbles.

a) Peter randomly takes a marble from the bag. What is the probability that he gets a red marble? (1/0)

b) Peter writes down the probability for an event as $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}$
For which event has he calculated the probability? (0/1)

c) Peter writes down the probability for an event as $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10}$
For which event has he calculated the probability? (0/1)

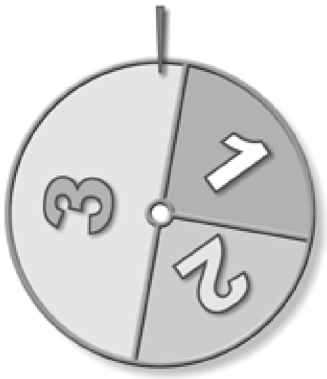
5. The figure shows the curve
$y = x^2 - 6x + 8$



a) Find the y-coordinate of point A. *Only answer is required* (1/0)

b) Find the x-coordinate of point B. (0/1)

6. The picture shows a wheel of fortune. When you spin the wheel the outcome can be 1, 2 or 3.

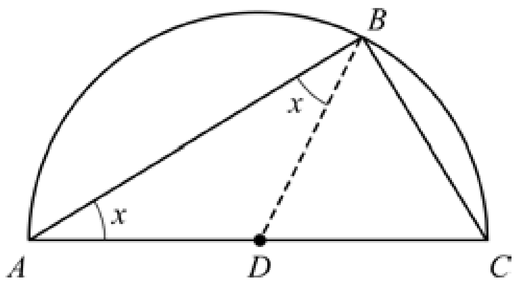


What should the approximate mean value of the outcomes be, if you spin the wheel many times? (0/1)

7. Which is the largest integer that satisfies the inequality $5x + 3 < 31 + x$?
Only answer is required (0/1)

8. Thales of Miletus was a Greek mathematician who lived 2600 years ago. He formulated the following theorem:
”Every triangle inscribed in a semi-circle has a right angle.”

The triangle *ABC* below is inscribed in a semi-circle. The point *D* is the centre of the segment *AC*. The segment *BD* is also drawn in the figure.



a) Explain why the two angles x are of equal size. (1/0)

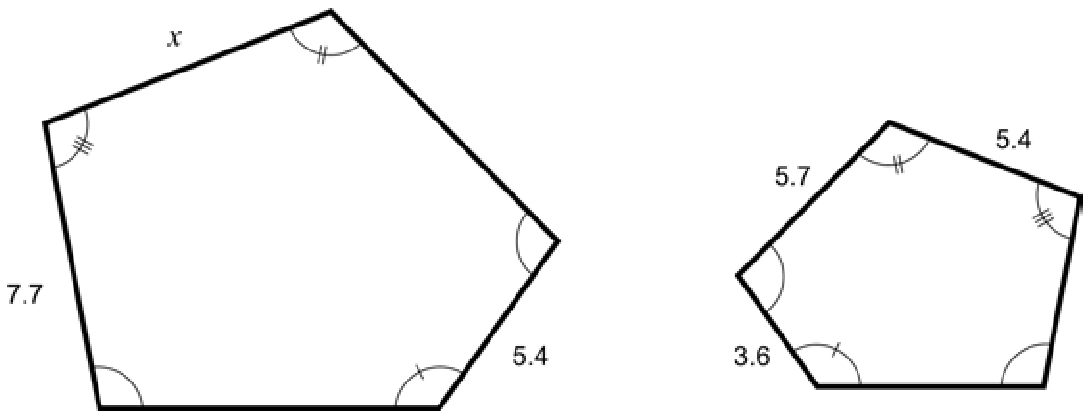
b) Show that Thales’ theorem is correct without using the theorem that states that the measure of an inscribed angle in a circle equals one-half the measure of its intercepted arc. (0/2/¤)

Part II

This part consists of 9 problems and you may use a calculator when solving them. Please note that you may begin working on Part II without your calculator.

9. Solve the simultaneous equations $\begin{cases} x+6y=39 \\ 2x+3y=51 \end{cases}$ (2/0)

10. The following pentagons are similar. Find *x*. (2/0)



11. In a car magazine there was a survey about how much noise there was from different cars at different speeds. The noise level $L(v)$ decibel is a function of the speed of the car *v* km/h.

a) In words, explain $L(90)=70$ (1/0)

b) For a certain car it holds that $L(50)=60$, $L(90)=70$ and $L(150)=75$
Decide whether this is a linear function. (2/0)

12. Alma has been given a large box of toffees that contains three different kinds of toffee: raspberry- liquorice- and cream toffee. There are about 3000 toffees in the box.

Alma likes liquorice toffees the best. She wants to find out approximately how many liquorice toffees there are in the box without having to count them all.

Describe how Alma can make a good estimation of the number of liquorice toffees in the box. (2/0)

13. Lisa said to Melker:

- Think of a number between -100 and 100.
- Square the number.
- Add the original number twice to the number you received.
- Subtract 168 from this.
- What do you get?

Melker: I got zero.
Lisa: Did you think of the number 12?
Melker: No.

What number did Melker think of? (Assuming that he has calculated correctly) (0/2)

14. José has left three crates with altogether 60 empty deposit bottles in the bottle return machine and Maria has left a crate with 16 empty deposit bottles. The figure below shows their receipts.

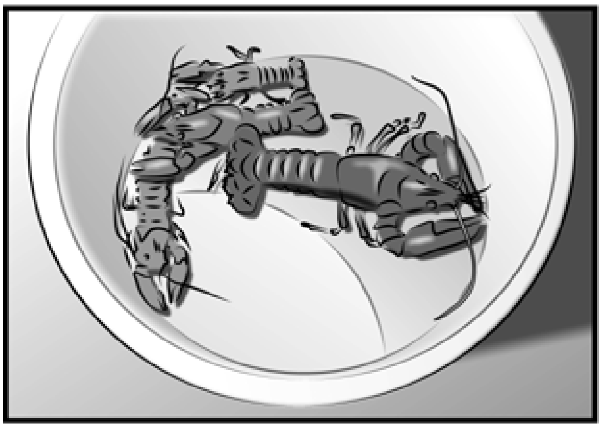
Calculate the deposit for an empty crate and the deposit for an empty deposit bottle. (0/3)

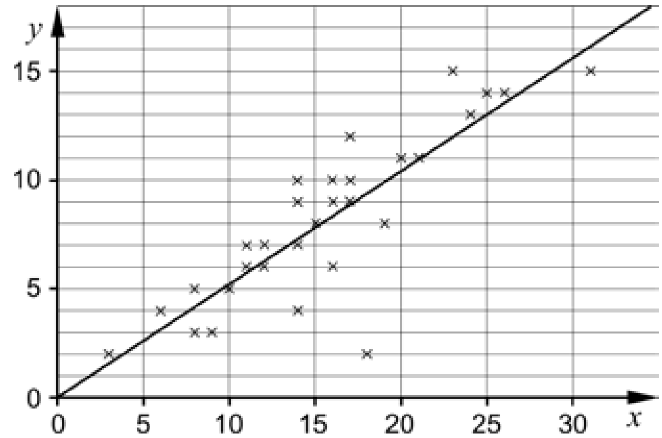
José's receipt

Maria's receipt

15. During the year 2002 signal crayfish were test fished in Småland. One night 30 crayfish-pots were placed in a number of lakes. The connection between the total number of crayfish (*x*) and the number of large crayfish (*y*) was investigated, among other things.

The diagram below shows the results of the test fishing. There are 30 points, one for each crayfish-pot. A line has been adjusted to the points.





a) Find the equation of the line. (1/0)

b) Provide an interpretation of what this equation says about the connection between the number of large crayfish and the total number of crayfish. (0/1)

c) Determine the median of the number of **large** crayfish caught. (0/1)

Only answer is required

16. A group of 5 people took a test with a maximum score of 85 points. Both the mean value and the median of the group were 54 points. The range of distribution was 40 points.

Is it possible that someone in the group scored 85 points? Explain. (0/2/¤)

When assessing your work with the following problem your teacher will take into consideration:
- How general your solution is
- What mathematical knowledge you show
- How well you justify your conclusions
- How well you carry out your calculations
- How well you present and comment on your work
- How well you use mathematical language

17. In the coordinate system below there are some squares of different size, see Figure 1 – 4. All the squares have one corner *A* placed at the origin. The coordinates for the opposite corner *C* for each square are also given in the figures.

- Investigate how the placing of corner *C* in a square affects the area of the square. Find a relationship between the coordinates of corner *C* and the area of the square.
  Corner *A* is always placed at the origin. See Figure 1.

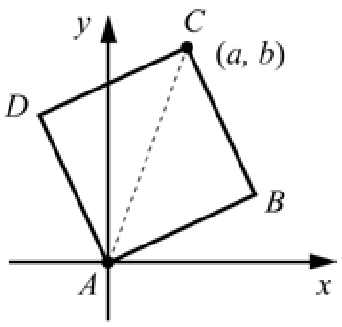


Figure 1

If you prefer you can start your investigation by determining the areas of the squares in Figure 2, Figure 3 and Figure 4 and then formulate a conclusion as to how the position of point *C* (that is the coordinates of point *C*) affects the area of the square.

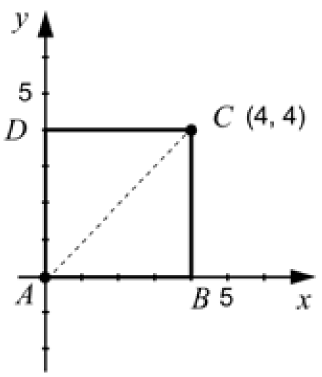


Figure 2

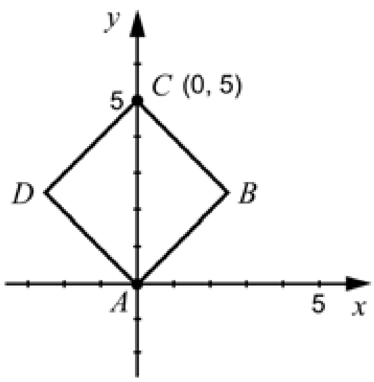


Figure 3

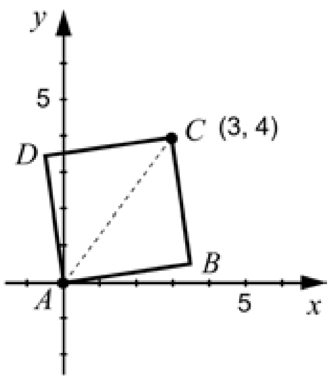


Figure 4

(3/4/¤)

Innehåll

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 4, 6, 8, 10, 11b, 12, 13, 14, 15, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 4bc, 8, 11, 12, 14, 16 och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4bc, 7, 8, 11, 12, 15b, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 6, 12 och 14.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2007 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium															
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		Geo	Stat & sannolik			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd					
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0								x				x		x												
2a	1	0									x			x														
2b	1	0									x			x		x												
3a	1	0								x				x														
3b	1	0								x				x														
4a	1	0					x							x														
4b	0	1					x											x	x	x								
4c	0	1					x											x	x	x								
5a	1	0								x			x	x														
5b	0	1								x			x					x			x							
6	0	1					x											x		x	x	x						
7	0	1										x						x			x							
8a	1	0				x								x	x	x												
8b	0	2	¤			x												x	x	x	x			x		x		
9	2	0										x		x		x												
10	2	0				x								x		x												
11a	1	0											x	x	x													
11b	2	0									x		x	x	x	x												
12	2	0							x					x	x													
13	0	2								x								x			x	x						
14	0	3										x						x		x	x	x						
15a	1	0									x		x	x		x												
15b	0	1									x		x						x	x								
15c	0	1						x										x		x	x	x						
16	0	2	¤					x										x	x	x	x	x		x	x		x	
17	3	4	¤			x				x				x	x	x		x	x	x	x	x		x	x		x	
Σ	22	20		0/0		6/5	3/6			9/8			4/1															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 42 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	12 poäng.
Väl godkänd:	25 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift		
MVG-kvalitet	8b	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○		○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		○	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	○		○
Värderar och jämför metoder/modeller			
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	○	○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2007)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
Del I			
1.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
		Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = -10$, $x_2 = 2$)	+1 g
2.			**Max 2/0**
	a)	Godtagbart ritad linje	+1 g
	b)	Korrekt svar ($y = -2x + 8$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar (x^2)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($8 - 3x^2$)	+1 g
4.			**Max 1/2**
	a)	Korrekt svar $\left(\frac{4}{10}\right)$	+1 g
	b)	Godtagbart svar (”Peter tar upp två vita kulor”)	+1 vg
	c)	Godtagbart svar (t.ex. ”Peter tar först upp en röd kula, lägger tillbaka den och tar sedan upp en vit kula”)	+1 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
5.		**Max 1/1**
a)	Korrekt svar ($y = 8$)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar lösning ($x = 3$)	+1 vg
6.		**Max 0/1**
	Redovisad godtagbar lösning $\left(\frac{9}{4}\right)$	+1 vg
7.		**Max 0/1**
	Korrekt svar (6)	+1 vg
8.		**Max 1/2/¤**
a)	Godtagbar motivering (t.ex. ”Triangeln *ABD* är likbent”)	+1 g
b)	Eleven visar Thales sats för specialfall eller påbörjar en generell metod	+1 vg
	Eleven slutför ett bevis där någon motivering kan vara bristfällig	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra beviset med korrekta motiveringar.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

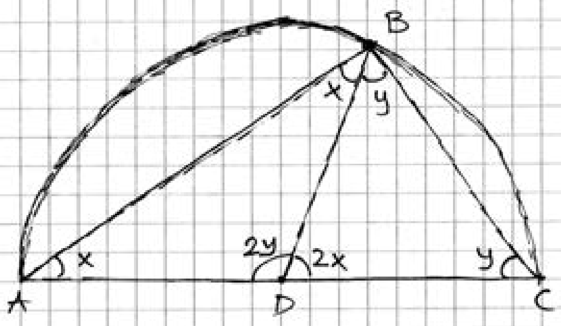
Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 2 vg och en av MVG-kvaliteterna)

A) AD = BD

SVAR: 2 LIKA LÅNGA STRÄCKOR I EN TRIANGEL GER TVÅ LIKA STORA VINKLAR

B)



$2x + 2y = 180°$

$1x + 1y = 90°$

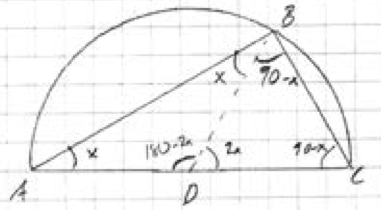
SVAR: VINKELN I B BLIR ALLTID 90°

Kommentar: Eleven visar en av MVG-kvaliteterna genom att använda en generell metod. Lösningen har en del brister, t.ex. framgår det inte varför trianglarna *ABD* och *BCD* är likbenta, vinklarna vid punkten *D* i figuren har inte motiverats och det framgår inte tydligt varifrån sambandet $2x + 2y = 180°$ kommer. Detta gör beviset ofullständigt och bidrar till att redovisningen inte kan anses vara klar och tydlig.

Elevlösning 2 (1 g och 2 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

a.) Eftersom $AD = DC$ är AD radie i halvcirkeln. Likaså är BD eftersom sträckan utgår från samma punkt. Detta ger en likbent triangel vari basvinklarna alltid är lika stora i jämförelse med varandra.

b.)



ΔADB har en vinkelsumma på $180°$. $\angle A + \angle B = 2x$. $\angle ADB = 180 - 2x$. ΔABC är inskriven i halvcirkel och därför är $\angle ADB + BDC = 180°$.

Alltså är $\angle BDC = 180 - (180 - 2x)$

$\quad$ " $= 2x$

Vi vet sedan innan att vinkelsumman i en triangel är $180°$ (eller $180 - 2x + 2x$). ΔBDC måste ha en lika stor vinkelsumma. $BD = CD$ eftersom båda är radier Det betyder att ΔBDC är likbent och att $\angle B = \angle C$. Detta ger att $\angle B = \frac{180 - 2x}{2} =$
$= 90 - x$.

Om man adderar $\angle ABD$ med $\angle CBD$ får man: $90 - x + x = 90$. Alltså är $\angle ABC = 90°$ i alla fall där en triangel är inskriven i en halvcirkel.

Kommentar: Eleven visar tre av MVG-kvaliteterna genom att visa Thales sats med godtagbara motiveringar och med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. På några ställen kan resonemanget verka lite rörigt då eleven hänvisar till olika vinklar vid punkten B men använder samma beteckning (ΛB). Det framgår dock av elevens resonemang vilken triangel (ΔADB eller ΔBDC) vinkelbeteckningen används för i respektive fall.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
9.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar ($x = 21,\ y = 3$)	+1 g
10.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. använder likformigheten korrekt, $\frac{x}{5,4} = \frac{5,4}{3,6}$	+1 g
	med korrekt svar ($x = 8,1$)	+1 g
11.		**Max 3/0**
a)	Godtagbart svar (”Bullernivån är 70 decibel då hastigheten är 90 km/h”)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ritar ett koordinatsystem med punkterna inlagda	+1 g
	med godtagbar motivering av varför funktionen inte är linjär	+1 g
12.		**Max 2/0**
	Eleven visar insikt om att ett stickprov ska tas, t.ex. ger beskrivningen ”Alma tar 100 kolor ur lådan”	+1 g
	Eleven visar förståelse för att stickprovets fördelning mellan lakritskola och övriga kolor förväntas överensstämma med lådans fördelning	+1 g
13.		**Max 0/2**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning (–14)	+1 vg
14.		**Max 0/3**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar en ekvation för panten för 3 backar och 60 tomglas	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning med godtagbart svar (tom back: 23,40 kr, tomglas: 70 öre)	+1-2 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
15.		**Max 1/2**
a)	Redovisad godtagbar lösning med ett svar där riktningskoefficienten k är i intervallet $0{,}50 < k < 0{,}53$ ($y = 0{,}50x$)	+1 g
b)	Godtagbar tolkning (”Antalet stora kräftor är 50 % av totala antalet kräftor”)	+1 vg
c)	Korrekt svar (8 kräftor)	+1 vg
16.		**Max 0/2/¤**
	Visar förståelse för begreppen median och variationsbredd genom att t.ex. konstatera att poängtalen 45, 54 och 85 ska vara med bland de 5 resultaten	+1 vg
	Redovisad godtagbar lösning innehållande resonemang kring totalpoäng och poängfördelning även om resonemanget kan innehålla smärre brister (Nej)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra välgrundade slutsatser som leder till korrekt svar.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisningen är tydlig och klar.

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Medelvärdet ger totala poängsumman $= 54 \cdot 5 = 270$

Om någon fick 85 poäng skulle det se ut så här:

Minst poäng: 45 Median: 54 Högst poäng: 85

$45 + 54 + 85 = 184$ $270 - 184 = 86$

86 poäng kvar att fördela på ett tal mellan 45 och 54 och på ett tal mellan 54 och 85

Inte möjligt!

Svar: Nej! det är inte möjligt

Kommentar: Elevens lösning visar MVG-kvalitet genom att beräkningarna är korrekta och slutsatsen är korrekt. Redovisningen är knapp och inte helt fullständig men nätt och jämnt tillräcklig för att anses visa MVG-kvalitet. Eleven borde t.ex. hänvisat till variationsbredden för att motivera att det minsta värdet är 45.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

17. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven bestämmer arean för kvadraten i figur 3 på ett godtagbart sätt.
1 g</td><td colspan="2">Eleven bestämmer arean för kvadraten i figur 4 på ett godtagbart sätt.
1 g och 1 vg</td><td>Eleven påbörjar en generell härledning, t.ex. arbetar med koordinaterna a och b och finner att diagonalen är $\sqrt{a^2+b^2}$
1 g och 2 vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="2">Eleven drar någon enkel slutsats baserad på sin undersökning, t.ex. ”Ju längre bort punkten C ligger från origo desto större blir arean.”
1 g</td><td colspan="2">Eleven drar slutsatsen att $\text{arean} = (a^2+b^2)/2$. Slutsatsen baseras på specialfall eller algebraisk härledning.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2">Redovisningen är möjlig att följa och förstå.
1 g</td><td colspan="2">Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod för att hitta sambandet.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att arean kan skrivas som funktion av koordinaterna *a* och *b*, dvs. finner att arean $=(a^2+b^2)/2$
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17.

Elevlösning 1 (3 g och 2 vg)

• Om man vill beräkna arean i figur 1 borde
man först ta reda på sträckan AC
$(AC)^2 = a^2 + b^2$ enligt pythagoras sats

sedan kan man räkna ut kateterna i
triangeln ABC och på så ~~sätt~~ få ut
sträckorna AB och AC i kvadraten

Ju längre ifrån Origo punkten C placeras
ju längre hypotenusan blir desto större blir
kvadratens area
Det framgår genom att räkna ut arean
för de tre figurerna
fig. 2 area : 16
fig 3 area : 12,5 } AC lika lång
fig 4 area : 12,5 } här

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			X	1/2	Eleven påbörjar en generell härledning.
Matematiska resonemang	X			1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X			1/0	Eleven använder lämpliga beteckningar och lämpligt språkbruk för uttrycket för diagonalen, men i övrigt är redovisningen bristfällig.
Summa				**3/2**	

Elevlösning 2 (3 g och 3 vg)

fig. 2 Kvadratens sida är 4
kvadratens area är $4^2 = 16$

fig 3. Om □ delas upp i 2 △ (vilket händer automatiskt med tanke på att diagonalen går från origo till en angivna punkten) kan A räknas ut medelst Pythagoras sats

Diagonalen är 5 längdenheter lång

△ = $2x^2 = 5^2$ (Antag x = kvadratens sida)

$x^2 = 12,5$

$x \approx \pm\sqrt{12,5}$

$x \approx \pm 3,5355$

kvadratens sida är $\sim 3,536$

Kvadratens area är $3,536...^2 = 12,5$

Det ser alltså ut som om att kvadratens area är $\frac{\text{diagonalen}^2}{2}$

fig 4. Diagonalen i fig. 4 är inte lika självklar som i fig. 3 (där en av variablerna = 0, alltså är diagonalen = det som läses av i den variabel ≠ 0)

Diagonalen i fig. 4

Antag: x = diagonalen, $c = (3; 4)$

$3^2 + 4^2 = x^2$

$25 = x^2$

$x = \sqrt{25}$

$\underline{\underline{x = 5}}$

Använder mig av min formel

$A = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{5^2}{2} = 12,5$

fig.2 igen $C = (4;4)$

Jag använder samma modell som för uträkningen i fig. 4

Antag: x = diagonalen

$$4^2 + 4^2 = x^2$$

$$x^2 = 32$$

$$x \approx 5,6569$$

Även här prövar jag min tes

$$A_{II} = \frac{\text{diagonalen}^2}{2} = \frac{5,6569...^2}{2} = \underline{\underline{16}}$$

stämmer med tidigare uträkning VSB

Kvadratens area är alltså beroende av punkten C i och med att den anger kvadratens diagonal

Ju längre bort C är placerad från origo, desto större blir □

Ex: fig. 2: Diagonalen = 5,66 A = 16

fig 3: Diagonalen = 5 A = 12,5

fig 4: Diagonalen = 5 A = 12,5

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	Eleven använder sig enbart av specialfall i sin utredning.
Matematiska resonemang	X	1/1	Eleven finner att arean är diagonalen^2/2 och visar med exempel att diagonalen kan beräknas med hjälp av koordinaterna och Pythagoras sats.
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
Summa		**3/3**	

Elevlösning 3 (3 g och 4 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Kvadratens diagonal (sträckan AC) kan beräknas med Pythagoras sats med hjälp av koordinaterna

$a^2+b^2=c^2$ Fig. 3: $5^2+0^2 = AC^2$ Fig. 1: $x^2+y^2 = AC^2$

$5 = AC$ $\sqrt{(x^2+y^2)} = AC$

kvadratens sidor kan i sin tur också beräknas med Pythagoras sats

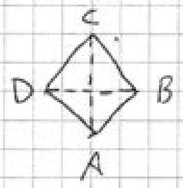


Fig 3: $2(5/2)^2 = \text{sida}^2$ Fig. 1: $2(AC/2)^2 = AB^2$ (eller BC, CD o AD)

$12,5 = \text{sida}^2$

$\approx 3,54 = \text{sida}$

Arean räknas i sin tur ut av sida × sida

Fig. 3: $3,54^2 = 12,5$ Fig. 1: AB^2 = arean

$\sqrt{x^2+y^2} = AC$ och arean = sid.^2

Alltså: $2\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}\right)^2$ = arean

T.ex. Fig. 3: $2((\sqrt{5^2+0^2})/2)^2 = 12,5$

Bedömning

Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	1/2	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/1	Det finns brister i redovisningen men det matematiska språket är i huvudsak korrekt.
Summa		**3/4**	

Kommentar: Eleven härleder ett generellt uttryck för arean i termer av koordinaterna för hörnet C och visar därmed två av MVG-kvaliteterna. Redovisningen är något knapp och otydlig och kan därför inte anses visa MVG-kvalitet. Eleven använder t.ex. x och y istället för de givna beteckningarna a och b utan någon kommentar och areaberäkningen i samband med figuren är otydligt redovisad.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragrads-ekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Insamling av provresultat

Vårterminen 2007 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs**- och **provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp**.** Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.

För matematik kurs B gäller följande:

Elevresultat rapporteras för **elever födda den 8:e, 10:e, 17:e och 26:e varje månad** på en webbplats som nås via http://www.umu.se/edmeas/np. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post **för elever födda den 8:e i varje månad.**

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet
Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se