NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS B
VÅREN 2008

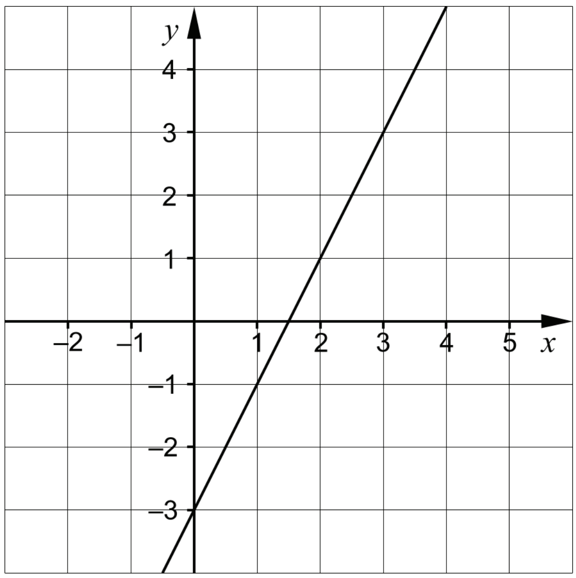
Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs B”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 7 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 40 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 12 poäng. Väl godkänt: 23 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 23 poäng varav minst 12 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina svar på denna del ges på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Bestäm en ekvation för linjen i figuren nedan.



Endast svar fordras (1/0)

2. Lös ekvationen $x^2 - 4x + 3 = 0$ (2/0)

3. Förenkla uttrycket $(x+3)(x-3)+(x+2)^2$ så långt som möjligt. (2/0)

4. En godisskål innehåller enbart 4 hallonbåtar och 6 lakritsbåtar.
Lukas och Emma tar var sin godis ur skålen utan att titta.

Hur stor är sannolikheten att både Lukas och Emma får en hallonbåt? (1/1)

5. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y + 2x = 1 \\ y - 5x = 29 \end{cases}$

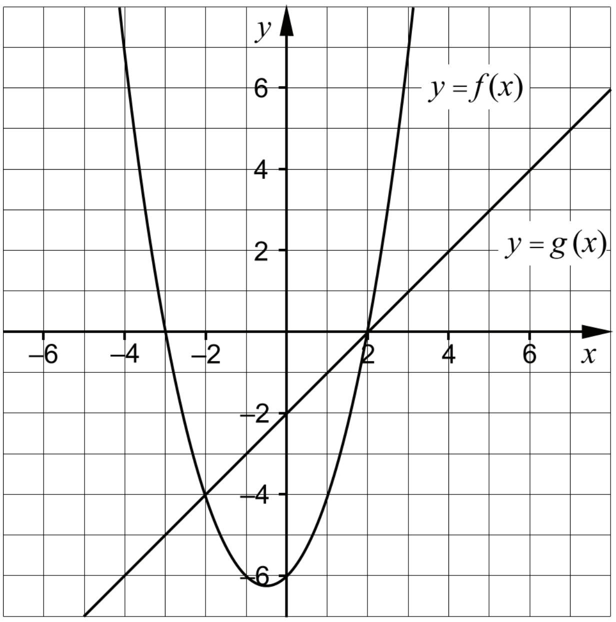
(2/0)

6.

a) Lös olikheten $3x - 3 > x + 5$ (1/0)

b) Ange det minsta heltal som uppfyller olikheten. *Endast svar fordras* (1/0)

7. I figuren nedan återges graferna till funktionerna $y = f(x)$ och $y = g(x)$

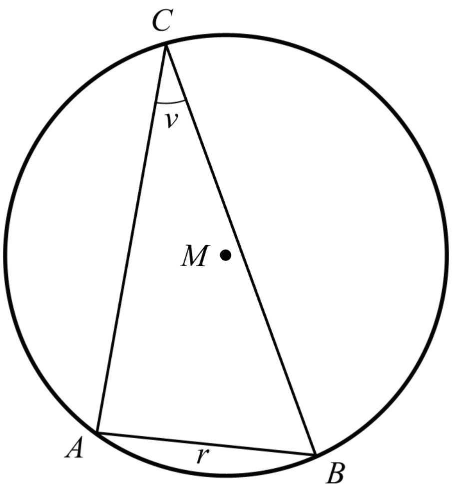


a) Bestäm $f(3) - g(3)$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) För vilka värden på x är $f(x) < g(x)$ *Endast svar fordras* (0/1)

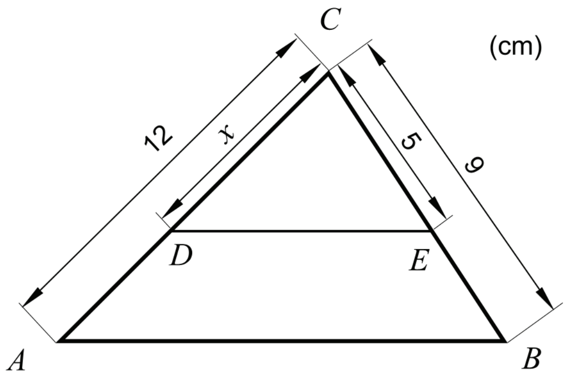
8. Triangeln ABC har sina hörn på en cirkel med medelpunkten M och radien r cm. Sidan AB är r cm.

Bestäm vinkeln v.



(0/2)

9. I triangeln *ABC* är sidan *AC* 12 cm och sidan *BC* 9 cm. En parallelltransversal skär sidan *AC* i punkten *D* och sidan *BC* i punkten *E*, så att *EC* blir 5 cm. Sträckan *DC* är *x* cm.



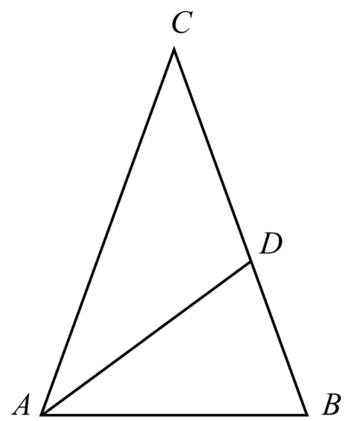
Från vilka två ekvationer 1) till 6) kan ett korrekt värde på *x* beräknas?

Endast svar fordras

1) $\frac{x}{5} = \frac{12}{9}$ 2) $\frac{x}{5} = \frac{9}{12}$ 3) $\frac{x}{12} = \frac{4}{9}$

4) $\frac{x}{12} = \frac{9}{4}$ 5) $\frac{12-x}{x} = \frac{5}{9}$ 6) $\frac{12-x}{x} = \frac{4}{5}$ (1/1)

10. I triangeln *ABC* är sidan *AC* lika lång som sidan *BC*. Sträckan *AD* delar vinkeln *CAB* mitt itu. Visa att vinkeln *ADC* alltid är tre gånger så stor som vinkeln *CAD*.

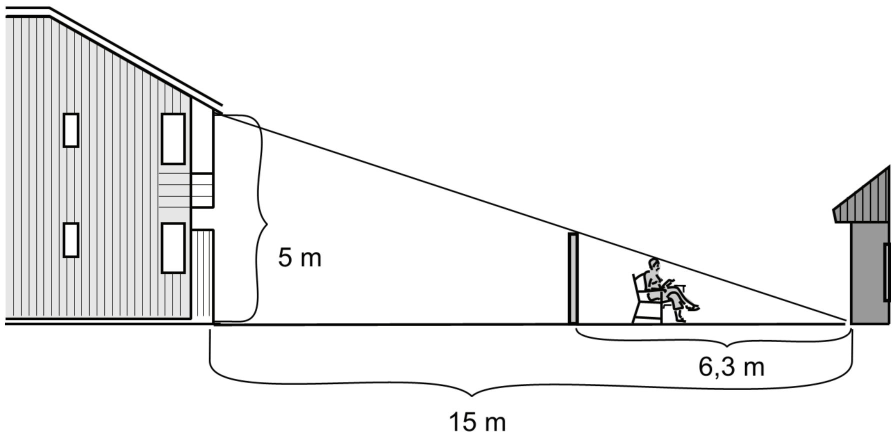


(0/2/¤)

Del II

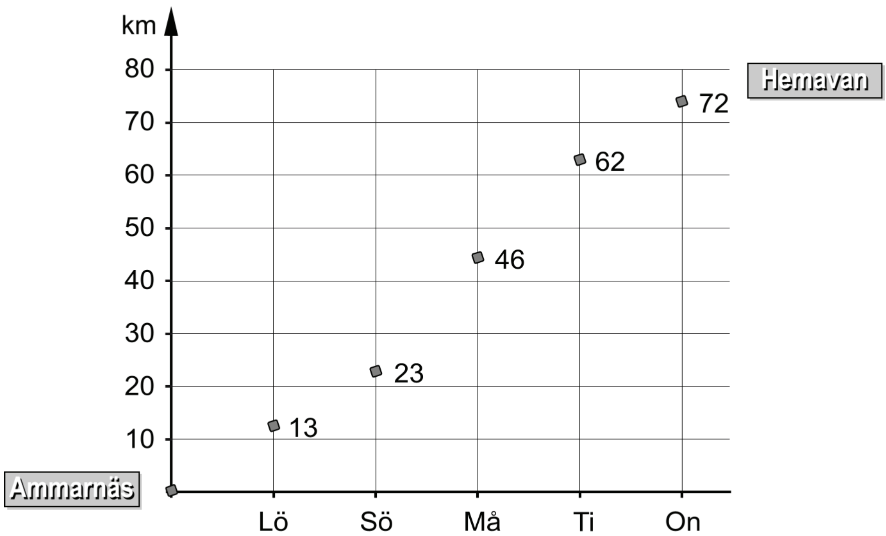
Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

11. Familjen Svensson har bestämt sig för att bygga ett insynsskydd på sin uteplats. Hur högt ska insynsskyddet vara för att grannfamiljen inte ska se in till familjen Svenssons uteplats?



(2/0)

12. Mia och Pia börjar sin fjällvandring i Ammarnäs. Deras mål är Hemavan som ligger 72 km bort.
Varje kväll noterar de hur långt de har kommit från Ammarnäs. Diagrammet nedan illustrerar deras vandring.



a) Hur långa var dagsetapperna i genomsnitt? (1/0)

b) Hur stor var variationsbredden i dagsetappernas längd? (2/0)

13. I en kommun finns det två gymnasieskolor, Östra och Västra. I Östra går det 1350 elever och i Västra 520 elever. I kommunen har diskussioner förts om att förbjuda försäljning av godis i cafeterian på skolorna.
För att ta reda på vad eleverna tycker har skolornas elevråd gemensamt gjort en undersökning. De valde ut några SP-klasser på varje skola till vilka frågan ställdes:

"Tycker du att man ska få köpa godis i skolan?"

Svaren framgår av tabellen:

Skola	Antal icke svarande	Antal ja	Antal nej
Östra	17	27	58
Västra	30	49	16

Elevråden sammanfattade undersökningen på följande sätt:

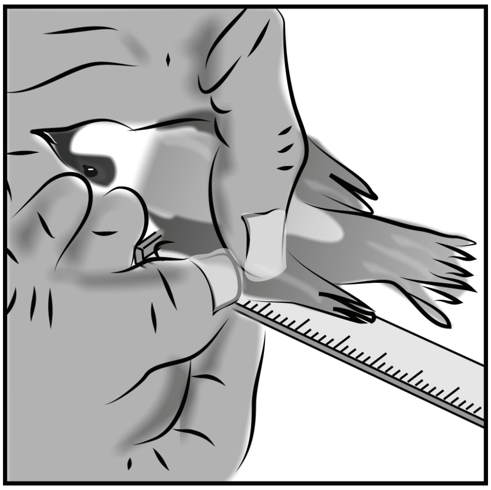
Andel "Ja": $\dfrac{27+49}{27+49+58+16} \approx 51\ \%$
Alltså: En majoritet av eleverna på gymnasiet tycker att man ska få köpa godis i skolan.

Några elever har kritiska synpunkter på undersökningen och elevrådens slutsats.
Ange två kritiska synpunkter. (2/0)

14. Anna och Pär använder två sexsidiga tärningar i ett spel. De kastar tärningarna var sin gång och beräknar skillnaden mellan antalet prickar på de två tärningarna.
Om skillnaden är 1 eller 5 så vinner Anna och om skillnaden är 3 eller 4 så vinner Pär.
Undersök om båda har lika stor chans att vinna.

(0/2)

15. I samband med ringmärkning av fåglar bestäms ofta fågelns vikt och ett vingmått.



En biolog vid sjön Tåkern i Östergötland ringmärker pungmesar.
Hennes mätdata leder fram till följande modell

$y = -0{,}0060x^2 + 0{,}36x + 6{,}0$

där vikten, y gram, beror av vingmåttet, x mm.

Hon observerar att en unge med vingmåttet 10 mm har samma vikt som en fullvuxen fågel.
Hur stort vingmått bör en fullvuxen pungmes ha enligt modellen? (0/3)

16. En linje L går genom origo i ett koordinatsystem. L skär linjen $y = 2x - 3$ i en punkt vars x-koordinat är större än 50.
Vilka ekvationer för linjen L är möjliga? (0/2/¤)

Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till
• hur väl du motiverar dina slutsatser • hur väl du genomför dina beräkningar • hur väl du redovisar ditt arbete • hur väl du använder matematiskt språk och uttryckssätt

17. Hjalmar och Agnes har fått i uppdrag att baka bullar och kakor som de ska sälja för att få pengar till en skolresa. De räknar med att sälja allt de bakar.

De skriver upp de två recepten på ett papper och bestämmer att vinsten ska vara 4 kr per bulle och 2 kr per kaka.

Bullar (100 st)	**Kakor (100 st)**
2400 gram mjöl	600 gram mjöl
500 gram smör	400 gram smör
425 gram socker	170 gram socker
2,5 paket jäst	4 teskedar bakpulver
1,5 liter mjölk	6 teskedar vaniljsocker
1 tesked salt	
Vinst: 4 kr per bulle	**Vinst: 2 kr per kaka**

För att veta hur mycket de kan baka kollar Agnes och Hjalmar hur mycket av ingredienserna de har hemma.

Agnes har 2000 gram smör och ställer upp ekvationen $5x + 4y = 2000$ och Hjalmar har 6000 gram mjöl och ställer upp ekvationen $4x + y = 1000$ där x är antal bullar och y är antal kakor.

I figur 1 (se nästa sida) är linjerna för Agnes och Hjalmars ekvationer uppritade.

- Förklara vilken linje som motsvarar Agnes ekvation och vilken som motsvarar Hjalmars ekvation.

- Beskriv vad som gäller för tillgången på mjöl och smör i områdena markerade med *A* och *D* i figur 1.

Hjalmar: Vinsten blir 400 kr om vi bakar 100 bullar och inga kakor eller om vi bakar 200 kakor och inga bullar.

Agnes: Ja det stämmer, men vi ska väl baka båda sorterna? Det måste finnas många kombinationer av antalet bullar och kakor som ger vinsten 400 kr.

Hjalmar: Dessutom borde vi kunna få en större vinst än 400 kr. Varför inte en vinst på 800 kr eller 1400 kr?

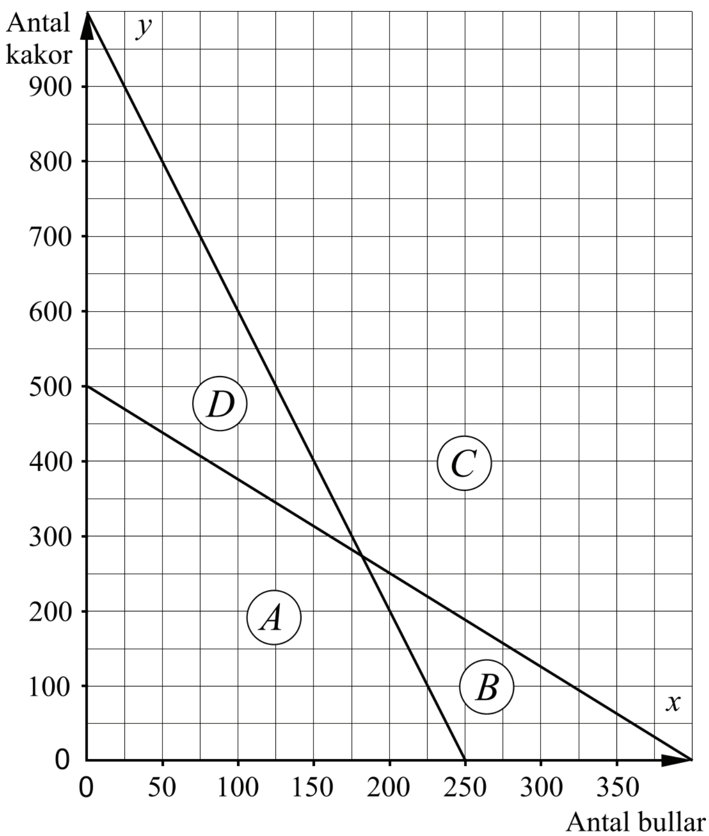
- Rita av figur 1. Bestäm några punkter (x bullar och y kakor) där vinsten är 800 kr respektive 1400 kr och rita in vinstsambanden i figuren.

Agnes: Vi använder mina 2000 gram smör och dina 6000 gram mjöl och köper resterande ingredienser. Kan vi då få en vinst på 1400 kr?

- Förklara för Agnes hur hon kan besvara frågan utifrån figuren.

Hjalmar: Vilken är den största vinst vi kan få om vi använder mitt mjöl och ditt smör?

- Rita den linje som svarar mot maximal vinst och motivera valet av denna linje. Besvara sedan Hjalmars fråga.



Figur 1

(2/5/¤)

Innehåll Sid nr

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 4, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15 16 och 17som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 7b, 8, 10, 13, 14, 16, och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 7b, 8, 9, 10 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 8, 15, och 17.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2008 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte)

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		Geo	Stat & sannolik			Algebra			Fun	Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	1	0									x			x														
2	2	0								x				x														
3	2	0								x				x														
4	1	1					x							x				x		x								
5	2	0								x				x														
6a	1	0										x		x														
6b	1	0										x			x													
7a	1	0											x	x														
7b	0	1											x					x										
8	0	2				x												x	x		x							
9	1	1				x								x				x										
10	0	2	¤			x												x	x		x			x		x		
11	2	0				x								x														
12a	1	0			x									x														
12b	2	0						x						x														
13	2	0							x						x													
14	0	2							x									x	x									
15	0	3								x			x					x										
16	0	2	¤								x	x						x						x	x			
17	2	5	¤								x	x		x	x	x		x	x	x	x	x		x	x	x	x	
Σ	21	19		1/0		3/5	5/3			11/8			1/3															

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 40 poäng, varav 21 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt:	12 poäng.
Väl godkänt:	23 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	23 poäng varav minst 12 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa 4 olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift		
MVG-kvalitet	10	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○		
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		○	○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○		○
Värderar och jämför metoder/modeller			
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2008)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		**Max 1/0**
	Korrekt svar $y = 2x - 3$	+1 g
2.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
	Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = 1$ och $x_2 = 3$)	+1 g
3.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar ansats t.ex. utvecklat konjugatregeln	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning ($2x^2 + 4x - 5$)	+1 g
4.		**Max 1/1**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. inser att sannolikheten ska tecknas i två steg, även om eleven multiplicerar $\frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10}$ i stället för $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9}$	+1 g
	med korrekt svar $\left(\frac{2}{15}\right)$	+1 vg
5.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar $(x = -4,\ y = 9)$	+1 g

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
6.			**Max 2/0**
	a)	Redovisad godtagbar lösning ($x > 4$)	+1 g
	b)	Korrekt svar (5)	+1 g
7.			**Max 1/1**
	a)	Godtagbart svar (6)	+1 g
	b)	Godtagbart svar ($-2 < x < 2$)	+1 vg
8.			**Max 0/2**
		Redovisad godtagbar ansats, t.ex. markerat medelpunktsvinkeln och motiverat att den är 60°	+1 vg
		med redovisad godtagbar motivering (30°)	+1 vg
9.			**Max 1/1**
		Ett korrekt alternativ	+1 g
		med ytterligare ett korrekt alternativ $\left(1);\ \frac{x}{5} = \frac{12}{9} \text{ och } 6);\ \frac{12-x}{x} = \frac{4}{5}\right)$	+1 vg
10.			**Max 0/2/¤**
		Redovisad godtagbar ansats, t.ex. insett att $\wedge DAB = \wedge CAD$ och att basvinklarna i ΔABC är lika stora	+1 vg
		med slutfört bevis men där någon motivering kan vara bristfällig eller saknas	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod t.ex. genomföra resonemanget med hjälp av generella beteckningar på vinklarna. *
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra ett korrekt bevis.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning kommer godtagbara elevlösningar att ge 2 vg-poäng och visa på MVG-kvalitet på samma gång.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**

Del II

11. **Max 2/0**

	Redovisad godtagbar metod	+1 g
	med godtagbart svar ($x = 2{,}1$ m)	+1 g

12. **Max 3/0**

a)	Redovisad godtagbar lösning (14,4 km)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats t.ex. genom att bestämma längden av respektive dagsetapp	+1 g
	med korrekt svar (13 km)	+1 g

13. **Max 2/0**

	Angivit en relevant synpunkt	+1 g
	Angivit ytterligare en relevant synpunkt	+1 g
	(t.ex. "ej gjort urvalet slumpmässigt", "bortfallsundersökning saknas", "ej tagit hänsyn till att skolorna har olika antal elever")	

14. **Max 0/2**

	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. utreder möjliga kombinationer av antal prickar	+1 vg
	med godtagbar motivering och korrekt svar (”Nej, Anna har störst chans 12/36 mot Pärs 10/36 att vinna”)	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

Anna 6 - 5, 5 - 4, 4 - 3, 3 - 2, 2 - 1

6 - 1 ⇒ 6 st

Pär 6 - 3, 5 - 2, 4 - 1

6 - 2, 5 - 1 ⇒ 5 st

Anna har störst chans att vinna

Kommentar: Eleven kommer fram till rätt slutsats men motiveringen är ofullständig eftersom eleven inte tagit hänsyn till att tärningarna har två utfall för varje sifferkombination.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
15.		**Max 0/3**
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. beräknar $y(10) = 9{,}0$	+1 vg
	med godtagbar metod för bestämning av vingmåttet	+1 vg
	med godtagbart svar (50 mm)	+1 vg
16.		**Max 0/2/¤**
	Redovisad godtagbar ansats t.ex. $kx = 2x - 3$	+1 vg
	med ett korrekt villkor för riktningskoefficienten t.ex. $k > 1{,}94$	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	inse att $k < 2$ för att linjerna ska skära varandra för $x > 50$ och att alla ekvationer av typen $y = kx$ där $1{,}94 < k < 2$ är möjliga.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och 2 av MVG-kvaliteterna)

$y = 2 \cdot 50 - 3 = 97$

$x > 50 \rightarrow y > 97 \quad k = 2 \quad m = -3$

$L: m = 0 \quad k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{97}{50} = 1{,}94 \quad k < 2$

$y = kx \quad 1{,}94 < k < 2$

Linjen L kan ha alla ekvationer där m är 0 och k är större än 1,94 men mindre än 2

Kommentar: Eleven inser att $k < 2$. Redovisningen är något knapphändig men tydlig och klar. Sammantaget bedöms dock lösningen nätt och jämt uppvisa MVG-kvaliteterna.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

17. **Max 2/5/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer** **Lägre** ⟶	**Högre**	**Total-poäng**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.* *Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.*	Eleven identifierar Agnes och Hjalmars ekvationer korrekt genom att t.ex. jämföra *m*-värden. Eleven ritar in vinstsambanden på ett godtagbart sätt. **1-2 g**	Eleven ritar in maximala vinstlinjen på ett godtagbart sätt. Eleven väljer en metod som ger en vinst i intervallet 1268 kr - 1274 kr. **2 g och 1-2 vg**	**2/2**
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.*		Eleven beskriver något av områdena *A* eller *D* t.ex. i område *D* ”räcker mjölet men inte smöret”. Eleven konstaterar att vinsten 1400 kr inte går att uppnå eftersom vinstlinjen ligger utanför området *A*. **1-2 vg**	**0/2**
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*		Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. **1 vg**	**0/1**
Summa			**2/5**

MVG kriterierna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	korrekt tolkar egenskaperna hos de båda områdena *A* och *D*.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	utgående från en diskussion om parallellförflyttning av vinstlinjen, godtagbart bestämma den maximala vinsten 1268 kr - 1274 kr.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa med klar tankegång och med i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Kommentar:
Det krävs inte att eleven utreder vilka möjliga heltal av bullar och kakor som ger största vinsten (1272 kr då antalet bullar är 182 st och antalet kakor är 272 st).

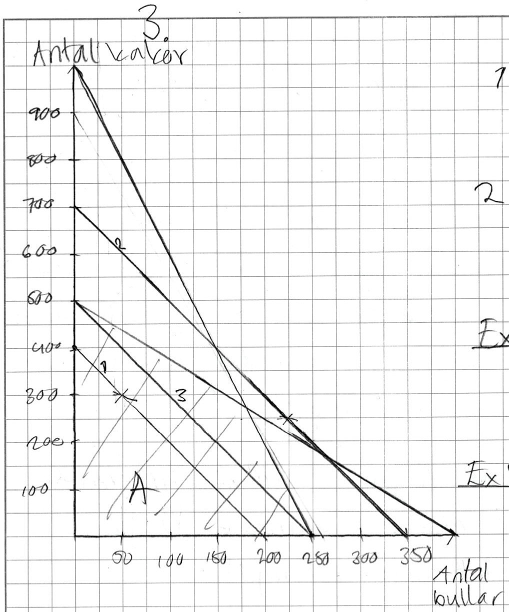
Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17

Elevlösning 1 (2 g och 2 vg och en av MVG-kvaliterna)

1. A: $5x+4y=2000$ ger $y=500-(5/4)x$
Agnes ekvation skär y-axeln i i punkten (0,500) alltså är den linje med minde lutning Agnes. Den andra linjen motsvarar alltså Hjalmars

2. I område A har vi tillgång till både smör & mjöl. I område D har vi bara tillgång till mjöl

3.



1 $4x+2y=800$
ger $y=400-2x$

2 $4x+2y=1400$
ger $y=700-2x$

Ex1 ger 50 bullar + 300 kakor
en vinst på 800

Ex2 ger 225 bullar + 250 kakor

4. Nej eftersom att linje två aldrig är i område A alltså kan vinsten aldrig bli 1400 kr.

5. Linje 3. Då används både smör & mjöl

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	——X————→	2/0	Eleven identifierar ekvationerna korrekt och ritar in vinstsambanden på ett godtagbart sätt.
Matematiska resonemang	————————X→	0/2	Eleven motiverar att vinsten 1400 kr inte kan uppnås.
Redovisning och matematiskt språk	—————————→		
Summa		**2/2**	

Kommentar: Eleven visar en av MVG-kvaliteterna genom att på ett korrekt sätt tolka egenskaperna hos område *A* och *D*.

Elevlösning 2 (2 g och 4 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Agnes

$4y = 2000 - 5x$

$y = 500 - 1{,}25x$

$x = 100$

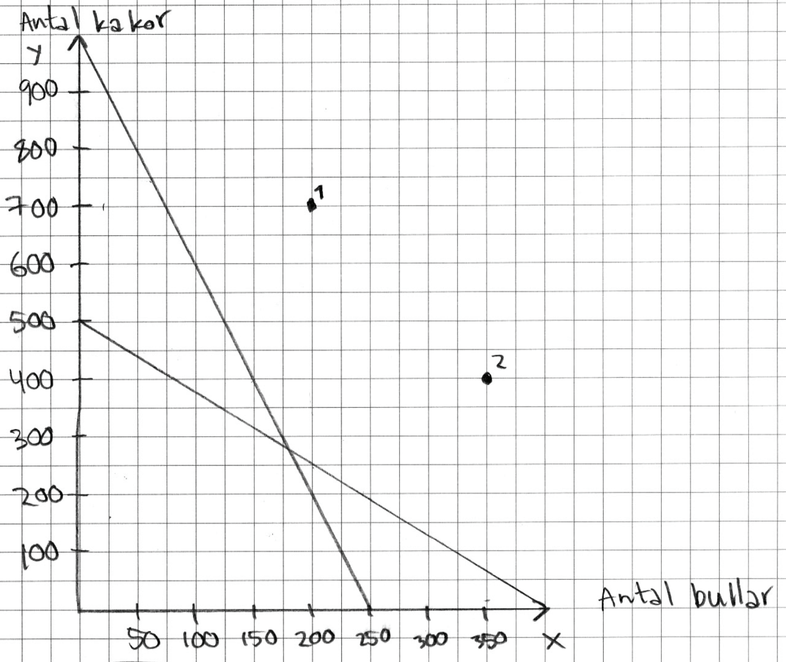
$y = 500 - 1{,}25 \cdot 100 =$

$= 375$

Agnes linje är den som har mindre lutning.

Tillgången till smör och mjöl är tillräcklig i alla punkter i A.

Tillgången till smör är otillräcklig i D men inte tillgången på mjöl.



1 = $700 \cdot 2\text{kr} = 1400\text{kr}$, $200 \cdot 4\text{kr} = 800\text{ kr}$

2 = $400 \cdot 2\text{kr} = 800\text{kr}$, $350 \cdot 4\text{kr} = 1400\text{kr}$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 2000 \\ 4x + y = 1000 \quad \cdot -4 \end{cases}$$

$5x + 4y = 2000$

$-16x - 4y = -4000$

$-11x = -2000$

$\frac{\cancel{11}x}{\cancel{11}} = \frac{2000}{11}$

$x = 181,8$

$y = 272,7$

$2000 - 5x = 4y$

$500 - 1,25x = y$

$500 - 1,25 \cdot 181,8 = y$

$y = 272,7$

Vinst bullar = $181 \cdot 4$ kr = 724 kr

Vinst kakor : $272 \cdot 2$ kr = 544 kr

Total vinst = 1268 kr

Nej, de får bara in 1268kr

Där linjen för hur mkt de får för 2000 gram smör respektive linjen för 6000 gram mjöl möts.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/1	Eleven ritar inte ut den maximala vinstlinjen.
Matematiska resonemang	X	0/2	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**2/4**	

Kommentar: Eleven tolkar egenskaperna hos de båda områdena *A* och *D* korrekt. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt. Eleven visar därför två av MVG-kvaliteterna. Vissa brister finns i det matematiska resonemanget trots ett godtagbart svar. Därför uppfyller eleven inte MVG-kvaliten för matematisk resonemang.

Elevlösning 3 (2 g och 5 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

•1 Enkelt att kolla (på linjerna) är vars de skär y-axeln.

Agnes $5x + 4y = 2000$ Alltså är Agnes linje nr 2

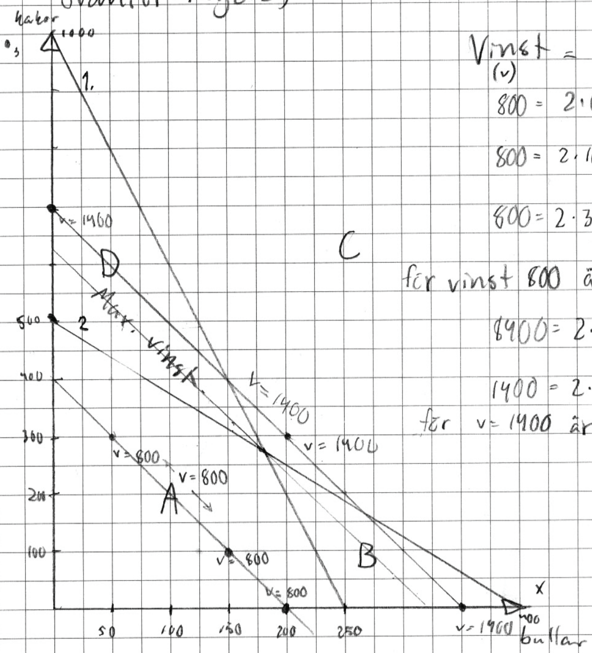
$5 \cdot 0 + 4y = 2000$ och där för är Hjalmars

$y = 500$ linje linje 1.

•2 I område (A) räcker både mjöl och smör.

I område (D) har smöret tagit slut (området är ovanför linje 2)

•3



Vinst (v) $= 2y + 4x$

$800 = 2 \cdot 0 + 4 \cdot 200$

$800 = 2 \cdot 100 + 4 \cdot 150$

$800 = 2 \cdot 300 + 4 \cdot 50$

för vinst 800 är $y = -2x + 400$

$1400 = 2 \cdot 700 + 4 \cdot 0$

$1400 = 2 \cdot 0 + 4 \cdot 350$

för $v = 1400$ är $y = -2x + 700$

•4 Genom att avläsa i figuren ser vi att linjen $y = -2x + 700$ (dvs vinst 1400 kr) inte skär område (A). Alltså går det inte

•5 Tendensen visar tydligt att alla vinst linjer är parallella och har formeln $y = -2x + 0.5 \cdot v$. Den maximala vinsten är därför den vars linje skär område (A)'s yttersta hörn.

G

dvs där linjerna $y = -1{,}25x + 500$ och $y = -4x + 1000$
skär varandra. Dvs:

$$-1{,}25x + 500 = -4x + 1000 \qquad y = -4 \cdot 181{,}8 + 1000$$

$$2{,}75x = 500$$

$$x = \frac{500}{2{,}75} \approx 181{,}8 \qquad y \approx 272{,}7$$

Men eftersom ingen vill ha 0,8 bullar
bakar vi bara 181 st och kan då baka
273 kakor

Det ger vinsten $4 \cdot 181 + 2 \cdot 273 = \underline{\underline{1270 \text{ kr}}}$

Svar: Den maximala vinsten är
1270 kr.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/2	
Matematiska resonemang	X	0/2	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**2/5**	

Kommentar: Eleven tolkar egenskaperna hos de båda områdena *A* och *D* korrekt. Eleven resonerar om att alla vinstlinjer är parallella och den maximala vinsten erhålls för den punkt där vinstlinjen skär A´s yttersta hörn. Elevens matematiska resonemang och matematiska språket är i huvudsak korrekt. Totalt sett uppfyller eleven tre MVG-kvaliteter.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)
G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)
S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)
A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former…

A5. … lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)
F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafritande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		
Matematiska resonemang		
Redovisning och matematiskt språk		
Summa		

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	10	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	10	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	10	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Insamling av provresultat

Vårterminen 2008 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs**- och **provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp**.** Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.

För matematik kurs B gäller följande:

Elevresultat rapporteras för **elever födda den 2:a, 7:e, 14:e och 21:a varje månad** på en webbplats som nås via http://www.umu.se/edmeas/np. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post **för elever födda den 2:a i varje månad.**

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet
Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se