

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2016-06-30.
Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B VÅREN 2010

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs B". <i>Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.</i> Del II: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs B".
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. <i>Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.</i>
Provet	Provet består av totalt 18 uppgifter. Del I består av 9 uppgifter och Del II av 9 uppgifter. Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i>) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 43 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med $\square$, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 13 poäng. Väl godkänt: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de $\square$ -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Lös ekvationen $x^2 - 8x - 33 = 0$ (2/0)

2. En rät linje går genom punkten $(0, 2)$ och har riktningskoefficienten $k = -3$

a) Rita linjen i ett koordinatsystem. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm linjens ekvation. *Endast svar fordras* (1/0)

3. Vid ett konstlotteri med tre priser deltar 15 personer med var sin lott. Vinstlotterna dras i tur och ordning. Den som vunnit får inte fortsätta delta i utlottningen.



Emelie vinner inte första eller andra pris.

Hur stor är nu sannolikheten att Emelie vinner tredje pris?

Endast svar fordras (1/0)

4. I en butik kostar äpplen x kr/kg och apelsiner y kr/kg.

Frukternas priser ingår i följande ekvationssystem:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 69 \\ x + 2y = 42 \end{cases}$$

a) Lös ekvationssystemet ovan. (2/0)

b) Förklara med ord hur ekvationen $x + 2y = 42$ ska tolkas i detta sammanhang. (0/1)

5. Förenkla $(x+3)^2 + 3(4+x)$ så långt som möjligt. (2/0)

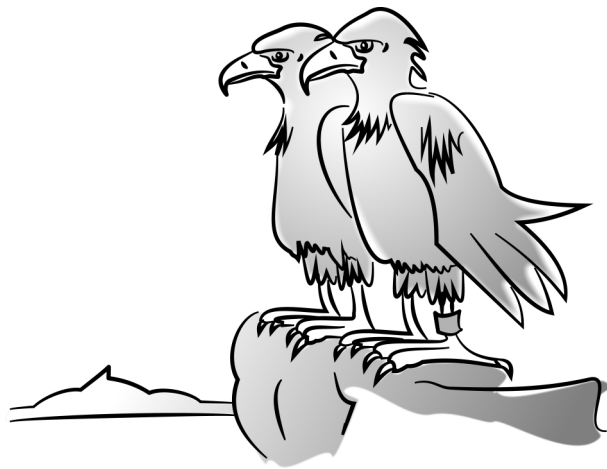
6. Låt $f(x) = x^2 + 5x$

Beräkna $f(4) - f(2)$ (1/0)

7. Uttrycket $(x-5)(x+7)$ får värdet 28 då $x = 7$. Uttryckets värde blir 28 även för ett annat värde på x .

Bestäm detta x -värde. (0/2)

8. Sveriges största rovfågel är havsörnen. Uppskattningsvis 70 % av de svenska havsörnarna är ringmärkta. Havsörnar som lever i par håller under hela sin livslängd ihop med samma partner.



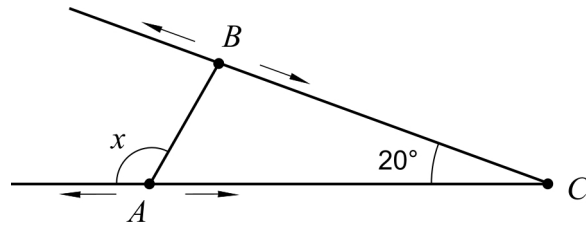
Beräkna sannolikheten att ett havsörnspar består av en ringmärkt och en omärkt fågel.

(1/1)

9. I figuren nedan är vinkeln vid punkten C 20° . A och B är två fritt rörliga punkter på var sitt vinkelben. Punkterna A och B kan flyttas oberoende av varandra, men utan att sammanfalla med C . När A och B flyttas ändras vinkeln x . Se figur.

Vilka värden kan vinkeln x anta?

(0/1/∞)



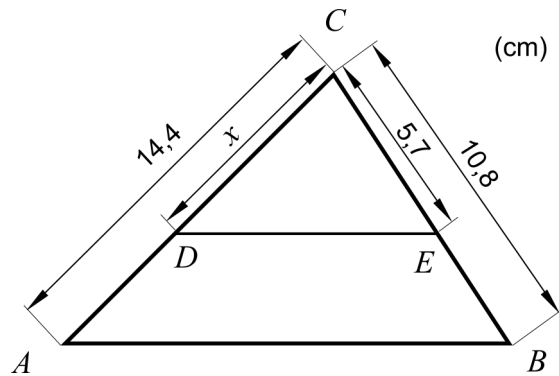
Del II

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. Bestäm en ekvation för den räta linje som går genom punkterna (6, 11) och (10, 16). (2/0)

11. I triangeln ABC är sträckan DE parallell med sidan AB .

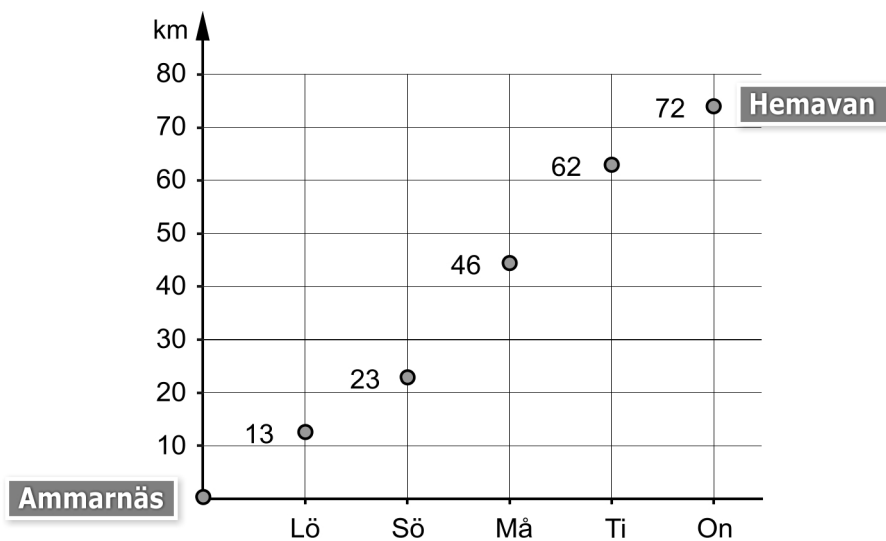
Bestäm x .



Figuren är ej skalenligt ritad

(2/0)

12. Mia och Pia börjar sin fjällvandring i Ammarnäs. Deras mål är Hemavan som ligger 72 km bort.
Varje kväll noterar de hur långt de har kommit från Ammarnäs. Diagrammet nedan visar hur långt de vandrat varje dag.



- a) Hur långa var dagsetapperna i genomsnitt? (1/0)
- b) Hur stor var variationsbredden i dagsetappernas längd? (1/0)

13. För att kunna träna med rätt intensitet är det bra att känna till sin maxpuls. Till exempel är det lämpligt att ha en puls som är cirka 70 % av maxpulsen vid konditionsträning. Tabellen visar hur den teoretiska maxpulsen varierar med åldern.

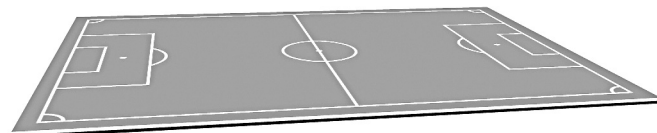
Ålder (år)	Maxpuls (slag/minut)
25	195
30	190
35	185
40	180
45	175
50	170
55	165
60	160
65	155
70	150

- a) Använd tabellen och uppskatta maxpulsen för en tjugoåring.
Endast svar fordras (1/0)
- b) Sambandet mellan maxpulsen och åldern tycks vara linjärt.
Förklara hur man kan avgöra detta med hjälp av tabellen. (1/0)
- c) Bestäm den funktion som beskriver sambandet mellan maxpulsen y slag/minut och åldern x år. (0/1)

14. En fotbollsklubb ska anlägga en ny fotbollsplan. För att avgöra om planen ska ha konstgräs eller vanligt gräs genomförde klubben en medlemsomröstning. Alla 1 500 medlemmar tillfrågades och 1 140 svarade. Av dessa svarade 63,8 % att de ville ha konstgräs.

Inför beslutet i styrelsen kom ett önskemål från en medlem om att bortfallet måste granskas. Hon menade att det inte är säkert att en majoritet av medlemmarna vill ha konstgräs.

Kan det vara så att det finns en majoritet bland medlemmarna för vanligt gräs? (0/2)



15. Till vissa utbildningar på högskolan finns det ibland fler sökande med maximal meritpoäng än det finns utbildningsplatser. Vid antagning till dessa utbildningar används då ibland *lottning*.

Vid ett tillfälle sökte 20 män och 80 kvinnor med maximal meritpoäng.

- a) Hur stor är sannolikheten att den första studenten som lottas in är en man?
Endast svar fordras (1/0)

För att få en jämnare könsfördelning bland de antagna används ibland *viktad lottning*. Det innebär i det här fallet, med 20 män och 80 kvinnor, att varje manlig sökande får flera lotter eftersom det är färre män än kvinnor som sökt utbildningen.

- b) Varje kvinna får en lott. Om varje man får två lotter, hur stor sannolikhet är det då att den första studenten som lottas in är en man? (0/1)
- c) Varje kvinna får en lott. Om det ska vara lika stor sannolikhet att den första studenten som lottas in är en man som att det är en kvinna, hur många lotter ska då varje man få? (0/1)

Vid en viss utbildning ska det vara lika stor sannolikhet att den första studenten som lottas in är en man som att det är en kvinna, oavsett hur många män och kvinnor med maximal meritpoäng som söker.

- d) Utgå från att m män och k kvinnor söker med maximal meritpoäng till denna utbildning. Ge förslag på hur många lotter varje man respektive varje kvinna ska ha. Det är tänkbart att både män och kvinnor får flera lotter var. (0/1/□)

16. Ozonskiktet uppe i stratosfären skyddar oss från UV-strålning. Ozonlagrets tjocklek mäts i enheten Dobson Unit (DU). När meteorologer talar om ozonhål över bland annat Antarktis menar de egentligen områden som har en ozontjocklek som är mindre än 220 DU. Det är alltså inte frågan om ett hål utan snarare om ett tunnare ozonlager.

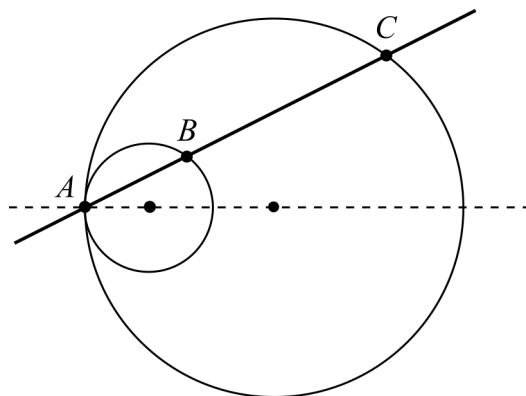
Sedan 1980-talet mäter SMHI ozonlagrets tjocklek på olika platser i Sverige, bland annat över Norrköping. En funktion som bygger på dessa mätningar från 1 juni till 31 december år 2008 ges av:

$$f(x) = 0,0052x^2 - 1,4x + 378, \quad 0 \leq x \leq 210$$

där $f(x)$ är ozonlagrets tjocklek i enheten DU och x är antal dagar efter 1 juni.

- a) Bestäm $f(0)$ och beskriv hur $f(0)$ ska tolkas i detta sammanhang. (1/1)
- b) Antar funktionen ovan värden som är mindre än 220 DU?
Motivera ditt svar. (0/2)

17. De två cirkarna i figuren har sina medelpunkter på den streckade linjen. Cirkelnas radier är 12 cm respektive 36 cm.



A är en punkt som ligger på den streckade linjen. Båda cirkarna går genom punkten A. En rät linje som dras genom punkten A skär cirkarna i två punkter B och C.

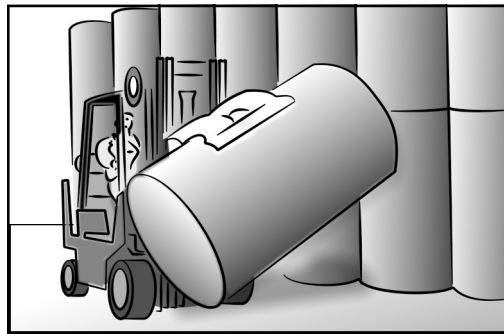
Visa att $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$

(0/2/α)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

18.



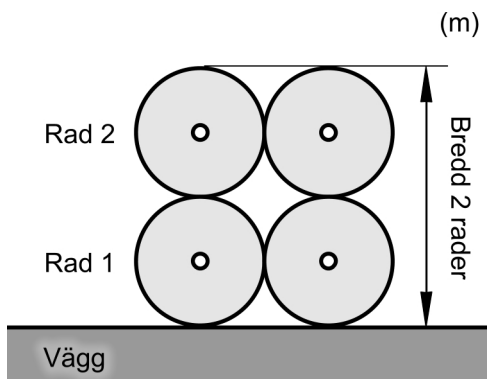
Lager med pappersrullar

Ett pappersbruk har flera lagerbyggnader där färdiga pappersrullar förvaras. Pappersrullarna förvaras stående i rader enligt Modell 1 nedan. Rullarnas radie är 1,0 meter.

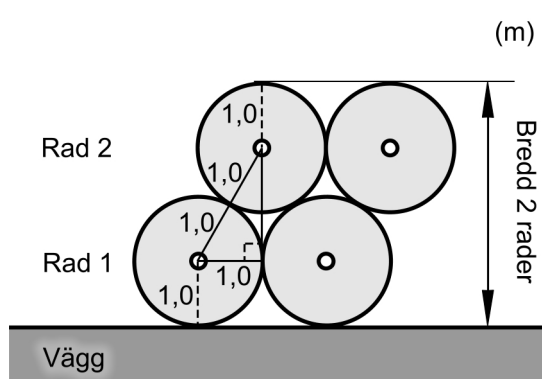
Företagsledningen vill pröva en ny lagringsmodell för sina pappersrullar, Modell 2, som också kan ses nedan.

Din uppgift är att jämföra de två modellerna och undersöka hur mycket mindre den totala bredden av de lagrade pappersrullarna blir med den nya modellen, Modell 2.

Modell 1 (Lager sett uppifrån)

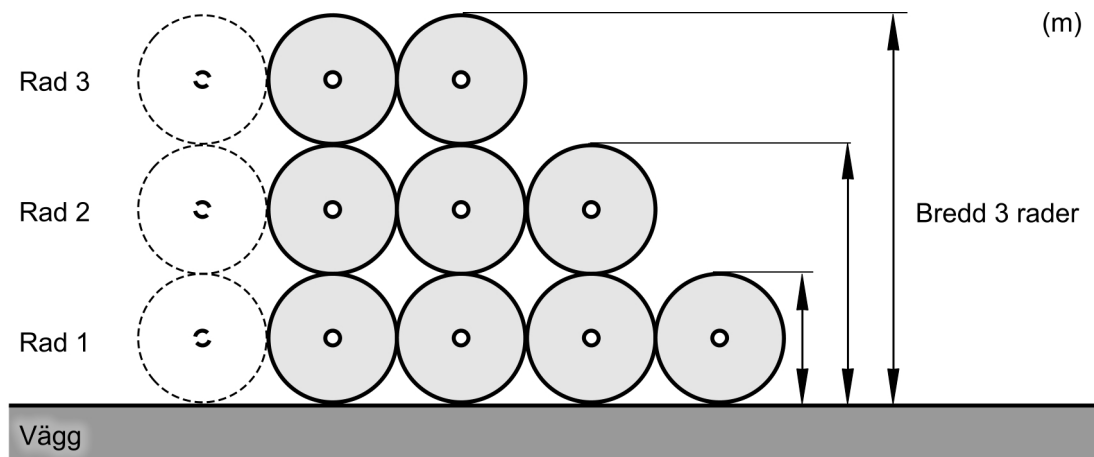


Modell 2 (Lager sett uppifrån)

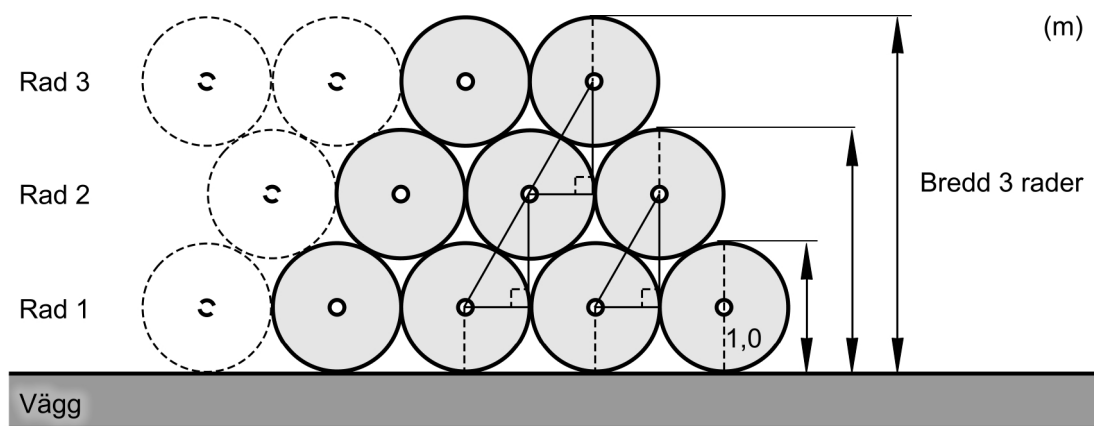


- Bestäm den totala bredden av två rader för Modell 1 och Modell 2.
- Hur många procent mindre blir den totala bredden med Modell 2 jämfört med Modell 1 om två rader lagras?

Modell 1 (Lager sett uppifrån)



Modell 2 (Lager sett uppifrån)



- Hur många procent mindre blir den totala bredden med Modell 2 jämfört med Modell 1 om tre rader lagras?
- Undersök så noggrant och utförligt som möjligt vad som händer med denna procentsats när fler och fler rader med pappersrullar lagras. (3/3/□)

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning	6
Bedömningsanvisningar del I och del II	7
Mål för matematik kurs B – Kursplan 2000	29
Betygskriterier 2000	30
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	31
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter	32
Insamling av provresultat för matematik kurs B våren 2010	33

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 8, 9, 14, 15, 16, 17 och 18 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 4, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 17 och 18. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4, 9, 13, 15, 16, 17 och 18 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 4, 8, 13, 15, 16 och 18.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2010 i förhållande till betygs-kriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

Uppgift nr	g po-äng	vg po-äng	□	Kunskapsområde										Betygskriterium														
				Övr		Geo	Stat & sannoli			Algebra			Fun	Godkänt				Väl godkänt						Mycket väl godkänt				
				1	4	3	2	3	4	3	4	5	2	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0								X				X		X												
2a	1	0									X			X														
2b	1	0									X			X		X												
3	1	0					X							X														
4a	2	0										X		X		X												
4b	0	1										X							X									
5	2	0								X				X		X												
6	1	0											X	X		X												
7	0	2								X								X				X						
8	1	1					X							X		X		X		X	X	X						
9	0	1	□			X						X						X	X		X	X		X	X	X		
10	2	0									X			X		X												
11	2	0				X								X		X												
12a	1	0						X						X		X												
12b	1	0						X						X		X												
13a	1	0									X			X	X	X												
13b	1	0									X			X	X	X												
13c	0	1									X		X					X		X	X							
14	0	2							X									X	X	X	X							
15a	1	0					X							X		X												
15b	0	1					X											X		X	X	X						
15c	0	1					X											X	X	X	X	X						
15d	0	1	□				X											X	X	X	X	X		X	X		X	
16a	1	1								X			X	X	X	X		X		X	X							
16b	0	2								X			X					X	X	X	X	X						
17	0	2	□			X												X	X	X	X	X		X	X	X	X	
18	3	3	□			X					X			X	X	X		X	X	X	X	X		X	X	X	X	
Σ	24	19		0/0	4/3		5/6			13/6			2/4															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 43 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 13 poäng.

Väl godkänt: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng.

Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre olika MVG-kvaliteter av de fem MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De α -märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fem olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift			
MVG-kvalitet	9	15d	17	18
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning		○		○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		○		○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○		○	
Värderar och jämför metoder/modeller				○
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk			○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)
 - 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
 - 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
 - 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
 - 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
 - 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpöängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²
 - 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknfel.
6. Aspektbedömning
Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
 - 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
 - 7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
 - 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
 - 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2016-06-30. Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2010)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbart” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 2/0
	Godtagbar bestämning av en rot	+1 g
	Godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = -3$, $x_2 = 11$)	+1 g
2.		Max 2/0
a)	Godtagbart ritad linje (graf till $y = -3x + 2$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($y = -3x + 2$)	+1 g
3.		Max 1/0
	Korrekt svar $\left(\frac{1}{13}\right)$	+1 g
4.		Max 2/1
a)	Godtagbar metod	+1 g
	med korrekt svar ($x = 12$, $y = 15$)	+1 g
b)	Godtagbar förklaring (”1 kg äpplen och 2 kg apelsiner kostar totalt 42 kr”)	+1 vg
5.		Max 2/0
	Korrekt utveckling av $(x + 3)^2$	+1 g
	med korrekt svar ($x^2 + 9x + 21$)	+1 g

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****6. Max 1/0**

Godtagbar lösning (22) +1 g

7. Max 0/2Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $(x-5)(x+7) = 28$ +1 vgmed i övrigt godtagbar lösning ($x = -9$) +1 vg**8. Max 1/1**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer sannolikheten för att den första fågeln är omärkt och den andra fågeln är ringmärkt +1 g

med i övrigt godtagbar lösning (0,42) +1 vg

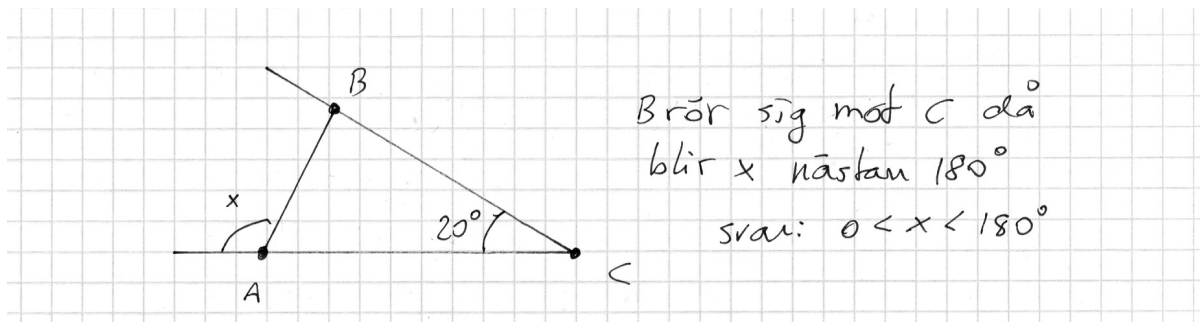
9. Max 0/1/□

Godtagbar bestämning av någon av begränsningarna med godtagbar motivering +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	bestämma ett korrekt intervall för vinkeln x med godtagbar motivering ($20 < x < 180$)
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

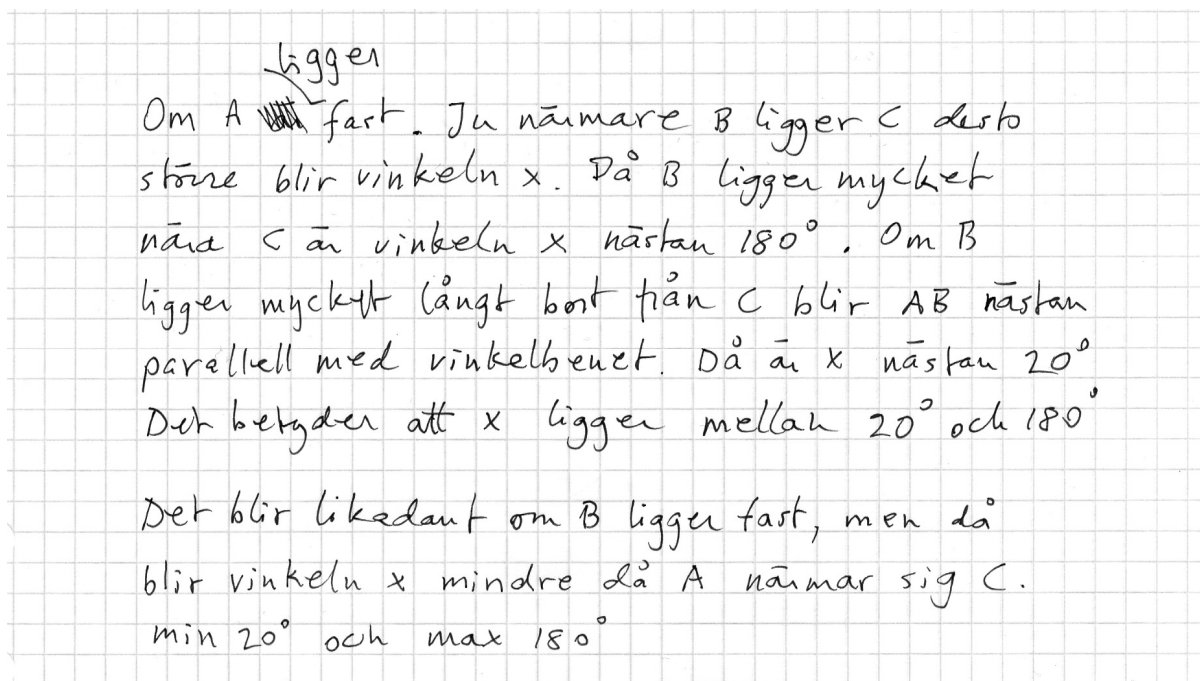
Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)



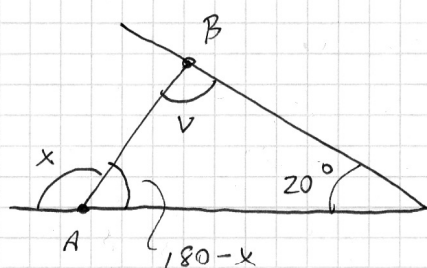
Kommentar: Eleven bestämmer en av begränsningarna: $x < 180^\circ$. Elevens beskrivning av vad som händer med vinkeln x då B närmar sig C kan anses vara en tillräcklig motivering av den funna begränsningen och ger därför en vg-poäng.

Elevlösning 2 (1 vg och en MVG-kvalitet)



Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att resonera sig fram till ett korrekt intervall för vinkeln x . Motiveringarna kan anses tillräckliga då eleven diskuterar både vad som händer då A är fix och B rör sig och vad som händer då B är fix och A rör sig, även om det senare fallet är något kortfattat beskrivet.

Elevlösning 3 (1 vg och en MVG-kvalitet)



Den andra vinkeln vid A
måste vara $180-x$

Vinkelsumman i en triangel
är 180°

$$180^\circ - x + v + 20^\circ = 180^\circ$$

$$x = v + 20^\circ$$

Eftersom v är en vinkel i triangeln så kan inte
 x anta ett värde som är mindre än 20°

eftersom vinkeln v inte kan vara negativ.

sedan kan x inte heller vara större än 180° .

Eftersom sidovinkeln till x måste vara $180^\circ - x$

och den vinkeln kan inte anta värdet 0 eller

ett negativt värde : $20^\circ < x < 180^\circ$

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom tydliga motiveringar av de båda begränsningarna för x .

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
--------------	------------------------------	--------------

Del II

10.		Max 2/0
------------	--	----------------

	Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning ($y = 1,25x + 3,5$)	+1 g

11.		Max 2/0
------------	--	----------------

	Godtagbar ansats, använder likformighet korrekt	+1 g
	med korrekt svar (7,6)	+1 g

12.		Max 2/0
------------	--	----------------

	a) Godtagbar lösning (14,4 km)	+1 g
	b) Godtagbar lösning (13 km)	+1 g

13.		Max 2/1
------------	--	----------------

	a) Korrekt svar (200)	+1 g
	b) Godtagbar motivering för linjärt samband ("Den minskar lika mycket hela tiden")	+1 g
	c) Godtagbar bestämning av funktionen ($y = -x + 220$)	+1 vg

14.		Max 0/2
------------	--	----------------

	Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det kan finnas många i bortfallet som vill ha vanligt gräs	+1 vg
	med godtagbara beräkningar som visar att det kan vara möjligt att det finns en majoritet för vanligt gräs	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****15.****Max 1/3/□**

- a) Korrekt svar (0,20) +1 g
- b) Godtagbar lösning (0,33) +1 vg
- c) Godtagbar lösning (4 lotter per man) +1 vg
- d) Godtagbar ansats, t.ex. konstaterar att totala antalet lotter ska vara lika för gruppen män som för gruppen kvinnor samt bestämmer fördelningen i ett specialfall eller påbörjar en generell metod +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	påbörja en generell metod där m och k ingår.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra en korrekt slutsats, t.ex. att männen ska ha k lotter och kvinnorna m lotter var.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

T.ex. 100 m 200k
$\frac{200k}{100m} = 2$ här har tjejerna
2 gånger så stor chans att komma in. Så beroende på vilket kön som det finns flest sökande ska dom andra få så många ggr fler röster.

Kommentar: Eleven beskriver en möjlig metod att fördela lotterna på för alla fall då den uppställda kvoten blir ett heltal och illustrerar metoden med ett sifferexempel. Eleven säger indirekt att lotterna ska fördelas lika mellan könen. Sammantaget en godtagbar ansats som ger en vg-poäng. Observera att elevens m och k inte står för variablerna i uppgiften utan endast är en förkortning för män och kvinnor.

Elevlösning 2 (1 vg)

männen och kvinnorna borde ha exakt lika
många lotter sammanlagt
T.ex. 4 män 20 kvinnor
då borde männen få 10 lotter var och
kvinnorna 2 var För då blir det exakt
jämnt med antal lotter.

Kommentar: Eleven beskriver generellt i ord hur lotterna ska fördelas och ger ett sifferexempel på en möjlig fördelning men har ingen koppling till förutsättningen med m män och k kvinnor. Sammantaget en godtagbar ansats som ger en vg-poäng.

Elevlösning 3 (1 vg och en MVG-kvalitet)

m = antal män k = antal kvinnor
 n = antal lotter per man
 x = antal lotter per kvinna
 $m \cdot n = k \cdot x$

Kommentar: Eleven tecknar ett generellt samband för situationen att männen och kvinnorna har lika många lotter var totalt sett och som inkluderar förutsättningen att det är m män och k kvinnor, men ger inget förslag på en lämplig fördelning av lotterna. Eleven visar därmed MVG-kvaliteten som rör den påbörjade generella metoden men inte den som rör slutsatsen.

Elevlösning 4 (1 vg och två MVG-kvaliteter)

" m " är män " k " är kvinnor
Antal manliga röster : $m \cdot k$
Antal kvinnliga röster : $k \cdot m$
Blir jämnt fördelat mellan kvinnor och män
männen får k röster var
kvinnorna får m röster var

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att ge en generell beskrivning av hur lotterna kan fördelas under förutsättningen att det är m män och k kvinnor och som visar på att männen och kvinnorna ska ha lika många lotter var totalt sett, även om eleven inte uttryckt likheten i en formel utan enbart i ord. Eleven visar också MVG-kvalitet genom att dra en korrekt slutsats: männen ska ha k lotter och kvinnorna m lotter var.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
-------	-----------------------	-------

16.		Max 1/3
------------	--	----------------

- | | | |
|----|---|-------|
| a) | Godtagbar bestämning av $f(0)$, (378) | +1 g |
| | Godtagbar tolkning ("Ozonlagrets tjocklek 1:a juni") | +1 vg |
| b) | Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $0,0052x^2 - 1,4x + 378 = 220$ | +1 vg |
| | med i övrigt godtagbar lösning ("Nej, det blir minus under rottecknet") | +1 vg |

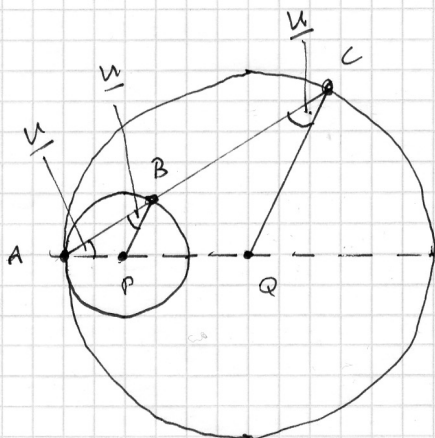
17.		Max 0/2/□
------------	--	------------------

- | | | |
|--|--|-------|
| | Godtagbar ansats, t.ex. ritar och identifierar två likformiga trianglar | +1 vg |
| | med godtagbar fortsättning, dvs. kommer fram till det sökta förhållandet
men där någon motivering kan vara bristfällig eller saknas | +1 vg |

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	korrekt motivera likformigheten och slutföra beviset.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 2 (2 vg och två MVG-kvaliteter)



lilla cirkeln $r = 12 \text{ cm}$

stora cirkeln $r = 36 \text{ cm}$

De två cirkelns radier
bildar alltid två likbenta
trianglar

Radie för den stora cirkeln bildar en likbent
triangel AQC , den lilla cirkeln radie
bildar också en likbent triangel APB .
Vinkeln u är alltid gemensam för båda,
trianglarna och eftersom de är likbenta
så har båda trianglarna 2 vinklar u var.
Eftersom de har 2 lika vinklar är de
likformiga $APB \sim AQC$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AP}{AQ} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \quad \text{V. S. B.}$$

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att först motivera att trianglarna är likformiga, eftersom trianglarna är likbenta och en basvinkel är gemensam, och sedan slutföra beviset. Eleven visar också MVG-kvalitet genom att redovisa välstrukturerat och tydligt med ett korrekt matematiskt språk.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****18.****Max 3/3/□**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		Total poäng
	Lägre	Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven bestämmer bredden av två rader för Modell 1 (4 m) och Modell 2 (3,7 m). Eleven visar att bredden blir 7 % mindre för Modell 2 eller bestämmer bredden för ytterligare något fall, t.ex. för tre rader för Modell 1 (6 m) och Modell 2 (5,5 m).	Eleven genomför en undersökning av procentuella förändringar med ytterligare minst två fall eller påbörjar en generell undersökning av hur lagerbredden beror av antalet rader, t.ex. hittar ett mönster även om det inte är helt korrekt $B_2 = 2 + n \cdot 1,73$ (n står här för antal rader minus ett).	2/1
Matematiskt resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i>	Eleven gör en enkel jämförelse, t.ex. jämför bredderna för modellerna för två rader och tre rader och drar någon slutsats ”Procentsatsen blev större för tre rader än för två rader”.	Eleven gör en jämförelse av modellerna efter prövning av minst tre fall eller generell undersökning och drar någon relevant slutsats om hur mycket som sparas, t.ex. ”Procentsatsen ökar varje gång man lägger till en rad.”	1/1
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>		Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar mer än två av punkterna. Det matematiska språket är acceptabelt.	0/1
Summa			3/3

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella modeller, t.ex. ställa upp sambanden mellan antal rader och bredd för de två modellerna, $B_1 = 2n$ för Modell 1 och $B_2 = 2 + \sqrt{3}(n-1) \approx 1,73n + 0,268$ för Modell 2.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra någon relevant slutsats om hur många procent av bredden som sparas då n blir stort, t.ex. "Om antalet rader n blir stort så sparas ca 13 % av längden med Modell 2." eller "Procentsatsen ökar hela tiden men ökningen blir mindre och mindre ju fler rader som läggs till".
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	jämföra Modell 1 och 2, t.ex. undersöka förhållandet $\frac{B_1 - B_2}{B_1} = \frac{2n - n\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}{2n}$ eller kvoten $\frac{B_2}{B_1} = \frac{(n-1) \cdot 1,73 + 2}{2n}$
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

A diagram showing four circles arranged in a 2x2 grid. The top-right circle is divided vertically into two equal halves, each labeled '1 m'.

$$\text{Bredd} = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 \text{ m}$$

1modell blir bredden 4m

$$1^2 + x^2 = 2^2$$

$$x^2 = 4 - 1 \quad x^2 = 3 \quad x = \sqrt{3}$$

$$x = 1,732$$

Bredd: $1 + 1 + 1,732 = 3,732\text{m}$

1 modell 2 blir bredden 3,772 m

$$* \quad \% : \frac{3,732}{4} = 0,933$$

mindre: $1 - 0,933 = 0,067 \rightarrow 6,7\%$

Bredden på Modell 2 blir 6,7 % mindre

* Modell 1: $3 \cdot 2 = 6 \text{ m}$

Modell 2: $2 + 2 \cdot (1,732) = 5,464 \text{ m}$

$$\frac{0}{0} : \frac{5,464}{6} = 0,910667$$

mindre: $1 - 0,9106 = 0,0893 \approx 8,9 \%$

Bredden för modell 2 blir 8,9% mindre om det är 3 rader

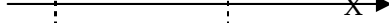
*	Bredden	% mindre	
1 rader :	2 m	6,7 %	} 2,2
2 rader :	3,732 m	8,9 %	
3 rader :	5,464 m	10,1 %	} 1,2
4 rader :	2 + 3 (1,732) 7,196 m	10,7 %	
5 rader :	2 + 4 (1,732) 8,928 m		} 0,6

Det blir större och större procentuell skillnad mellan modell 1 och 2 ju fler rader det lagras.

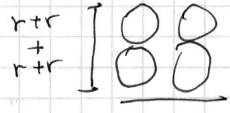
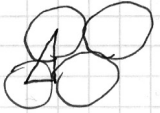
Medan modell 1 ökar med 2 m varje rad ökar bara modell 2 med 1,732 m. Skillnaden är 0,268 m. Den procentuella skillnaden / rad blir mindre ju fler rader som lagras

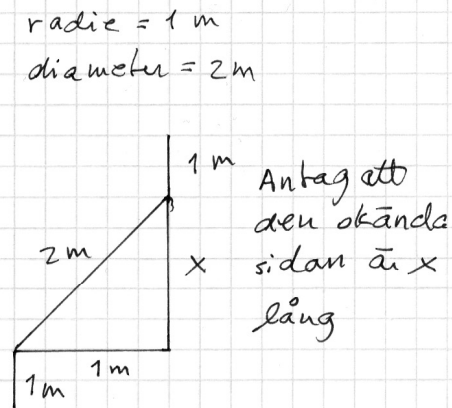
$$1 - \frac{2 + n(1,732)}{2n} = \text{den procentuella skillnaden där } n = \text{raden}$$

Bedömning

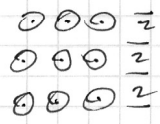
	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande		2/1	Eleven genomför en undersökning av 5 fall och påbörjar också en generell undersökning men ställer upp en formel som inte är helt korrekt.
Matematiska resonemang		1/1	Eleven gör en jämförelse av modellerna och drar en relevant slutsats som kunde ha varit på MVG-nivå om den baserats på en korrekt modell och ett större antal rader.
Redovisning och matematiskt språk		0/1	
Summa		3/3	

Elevlösning 2 (3 g och 2 vg och en MVG-kvalitet)

- Modell 1  $2+2 = 4\text{ m}$
 $2+2 = 4\text{ m}$
Modell 1. = en bredd på 4 m
Modell 2. 
Använder Pythagorassats
 $a^2 + b^2 = c^2$
 $1 + x^2 = 4$
 $\sqrt{x^2} = \sqrt{3}$
 $x = 1,73$
bredden = $1 + 1 + 1,73 = 3,73$



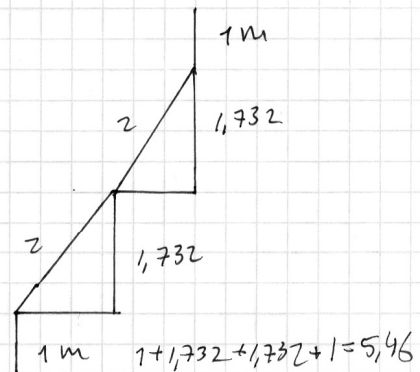
- Procent mindre bred modell 2 än modell 1
 $7,2\%$ mindre $\frac{4}{3,73} = 1,0717$
Modell 1 är $7,2\%$ bredare än modell 2

- Modell 1  $2 \cdot 3 = 6\text{ m}$ bred

- Modell 2.  $= 5,46\text{ m}$

$$\frac{6}{5,46} = 1,099$$

- Modell 1 är nu $9,9\%$ bredare än Modell 2



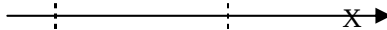
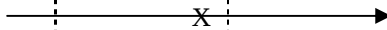
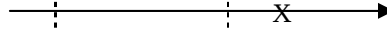
- Om man antar att det är x antal rader
 $(x-1)(\sqrt{3}) + 2 = \text{modell 2's bredd}$

$$\frac{2x}{(x-1)(\sqrt{3})+2} = \% \text{ skillnad mellan de två staplingsmodellerna}$$

$2x = \text{modell 1's bredd}$

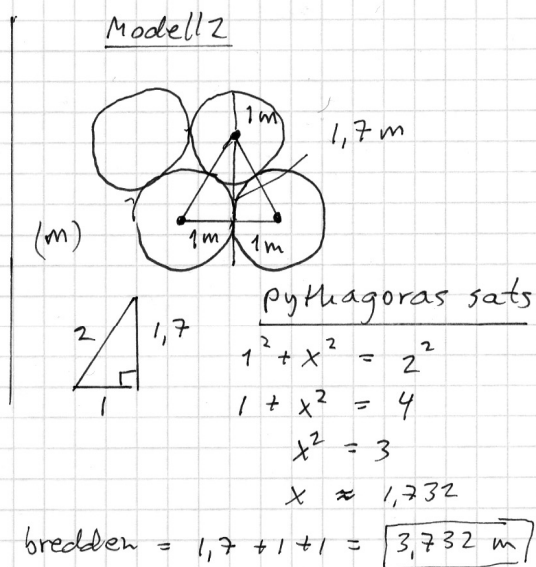
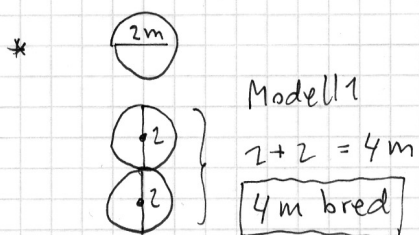
procenten ökar till 5:e raden sedan stannar den upp för att sedan fortsätta att höjas. Varför vet jag inte.

Bedömning

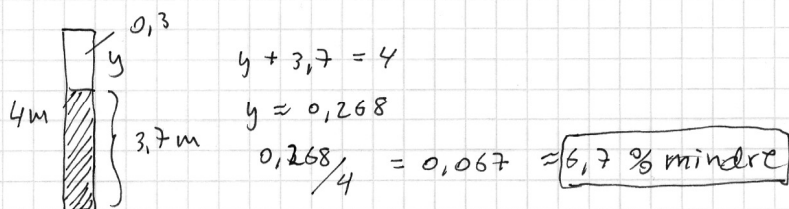
	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande		2/1	Eleven gör ett fel i andra punkten och börjar sedan jämföra hur mycket bredare Modell 1 är jämfört med Modell 2 och gör detta konsekvent genom resten av problemet.
Matematiska resonemang		1/0	Eleven gör en enkel jämförelse och kommer med en slutsats som är delvis korrekt "procenten ökar till 5:e raden...". Slutsatsen överensstämmer i alla fall med de två fall som eleven redovisat.
Redovisning och matematiskt språk		0/1	
Summa		3/2	

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att ställa upp sambanden mellan antal rader och bredd för de två modellerna. Observera att eleven inte visar MVG-kvaliteten som rör jämförelsen av modellerna även om eleven har ställt upp ett samband för förhållandet mellan Modell 1 och Modell 2. Dels kallar eleven det felaktigt för den procentuella skillnaden mellan modellerna och dels så har eleven inte gått vidare och använt sambandet.

Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och två MVG-kvaliteter)



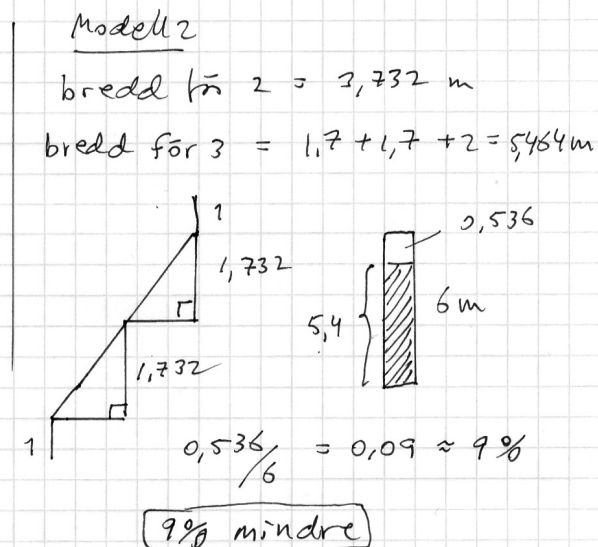
= modell 2
 = modell 1



* Modell 1

bredd för 1 = 2m

bredd för 3 = 6m



modell 2

$$2 \text{ rader} = 7,7 \text{ m bred}$$

$$3 \text{ rader} = 5,5 \text{ m bred}$$

$$4 \text{ rader} = 3 \cdot 1,7 + 2 = 7,2 \text{ m bred}$$

$$12 \text{ rader} = 21 \text{ m bred}$$

$$n \text{ rader} = \sqrt{3}(n-1) + 2 = \text{bredd för modell 2}$$

$$9 \text{ rader} = 1,7(9-1) + 2 = 15,9 \text{ m}$$

$$20 \text{ rader} = 34,9 \text{ m bred}$$

modell 1

$$2 \text{ rader} = 4 \text{ m bred}$$

$$3 \text{ rader} = 6 \text{ m bred}$$

$$4 \text{ rader} = 8 \text{ m bred}$$

$$9 \text{ rader} = 18 \text{ m bred}$$

$$12 \text{ rader} = 24 \text{ m bred}$$

$$20 \text{ rader} = 40 \text{ m}$$

differensen

$$4 - 3,7 = 0,27 \text{ m}$$

$$6 - 5,5 = 0,54 \text{ m}$$

$$8 - 7,2 = 0,8 \text{ m}$$

$$18 - 15,9 = 2,14 \text{ m}$$

$$24 - 21 = 2,95 \text{ m}$$

differens i procent. modell 2 % mindre än modell 1:

$$2 \text{ rader} : 6,7\% \text{ mindre}$$

$$3 \text{ rader} : 9\% \text{ --" --}$$

$$4 \text{ rader} : 10\% \text{ --" --}$$

$$9 \text{ rader} : 12\% \text{ --" --}$$

$$12 \text{ rader} : 12,3\% \text{ --" --}$$

$$20 \text{ rader} : 12,8\% \text{ --" --}$$

$$40 \text{ rader} : 13\% \text{ --" --}$$

Modell 1

$$40 \text{ rader} = 80 \text{ m bred}$$

Modell 2

$$\sqrt{3} \cdot 39 + 2 = 69,5 \text{ m bred}$$

$$80 - 69,5 = 10,5 \text{ m}$$

$$10,5 / 80 \approx 0,13$$

slutsats: Procentsatsen ökar hela tiden. Om man kollar på t.ex. skillnaden mellan 40 rader och 50 rader så är procentsatsen nästan densamma.

$$40 \text{ rader} = 13,06\% \text{ mindre än modell 2 än modell 1}$$

$$50 \text{ rader} = 13,1\% \text{ mindre är modell 2 än modell 1}$$

Som sagt procentsatsen ökar ju fler rader som byggs på.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	— — — — — X —	2/1	
Matematiska resonemang	— — — — — X —	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X —	0/1	
Summa		3/3	

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att ställa upp och använda ett korrekt generellt samband för Modell 2. Det är nätt och jämnt för att eleven inte ställer upp något samband för Modell 1, men detta kompenseras i viss mån genom att eleven använder sambandet för Modell 2 för stora n . Eleven visar också MVG-kvalitet genom att dra en relevant slutsats om vad som händer med procentsatsen och för att ha testat stora värden på antalet rader i samband med detta. Det är nätt och jämnt MVG-kvalitet för att det inte framgår att ökningen minskar hela tiden och eleven inte baserat sin undersökning på något generellt uttryck för procentsatsen.

Elevlösning 4 (3 g och 3 vg och fyra MVG-kvaliteter)

2 rader

Bredd: $1\text{m} \cdot 4 = 4\text{m}$

Bredd:

$$1^2 + x^2 = 2^2$$

$$1 + x^2 = 4$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3}$$

Bredd: $\sqrt{3} + 2\text{m} \approx 3,73\text{m}$

$$\frac{\text{Bredd}_2}{\text{Bredd}_1} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} \approx 93,3\% \text{ av bredd 1}$$

$$\therefore 100 - 93,3 = 6,7\% \text{ mindre}$$

3 rader

6 m

$2x + 2 =$
 $2\sqrt{3} + 2$

$$\frac{2\sqrt{3} + 2}{6} \approx 0,9107 \therefore 8,9\% \text{ mindre}$$

4 rader

Modell 1: $4 \cdot 2 = 8\text{m}$

↑ ↑
rader m/rad

Modell 2: $3\sqrt{3} + 2 = 7,196\text{m}$

↑ ↑
kan kalla den n-1 1m uppe och 1m nere

Procent av modell 1 modell 2 utgör:

$$\frac{7,196}{8} \approx 0,9 = 90\% \quad \text{minskning: } 100 - 90 = 10\%$$

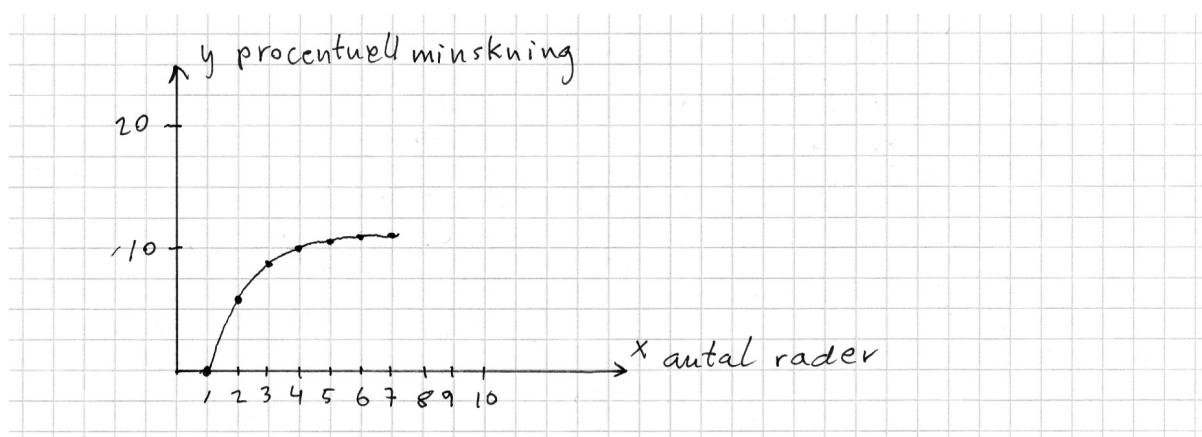
Antal lager	minskning	% av modell 1 modell 2 utgör
1	0	100%
2	6,7 %	93 %
3	8,9 %	91 %
4	10 %	90 %
5	11 %	89
6	11,1 %	88,9
7	11,5 %	88,5

Räknas ut genom

$$\frac{(n-1) \cdot \sqrt{3} + 2}{2n}$$

där $n = \text{antal rader}$

↑
procentsatsen stiger, men stiger mindre och mindre för varje ny rad



Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/1	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		3/3	

Kommentar: Eleven visar MVG-kvaliteten som rör generella modeller genom att direkt ställa upp ett samband för den procentsats som Modell 2 utgör av Modell 1. Genom att använda detta samband för den uppställda tabellen visar eleven också den MVG-kvalitet som rör jämförelsen av modellerna. Slutsatsen kan sägas nätt och jämnt visa MVG-kvalitet då den inte bygger på värden för stora n men uttrycker att procentsatsen ökar hela tiden och att denna ökning blir mindre och mindre, dessutom illustrerat med ett diagram. Eleven visar nätt och jämnt MVG-kvalitet vad gäller redovisning och matematiskt språk då redovisningen är ganska knapphändig men i övrigt matematiskt korrekt.

Elevlösning 5 (3 g och 3 vg och fyra MVG-kvaliteter)



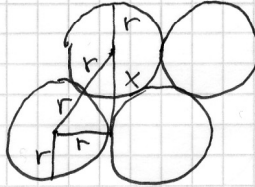
$$r = 1 \text{ m} \quad d = \text{diameter}$$

$$d = 2 \text{ m} \quad r = \text{radie}$$

Modell 1 : Bredd = $2 \cdot 2r$

★ Bredd = 4 m

Modell 2 :



$$r^2 + x^2 = (2r)^2$$

$$1 + x^2 = 4$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$x \approx 1,732$$

Bredden blir då $1,73 + 2r = 3,73$

★ Bredd = 3,73 m

$$4 - 3,73 = 0,27$$

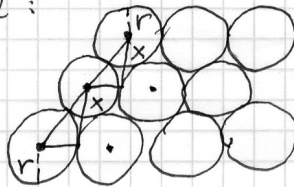
$$0,27/4 = 0,0675$$

Svar: 6,75%

Modell 1 : $3 \cdot 2r$

★ Bredd: 6 m

Modell 2 :



bredden är alltså

$$2x + 2r$$

$$x = \sqrt{3} \approx 1,73$$

$$2 \cdot 1,73 + 2 = 5,46$$

★ Bredd : 5,46 m

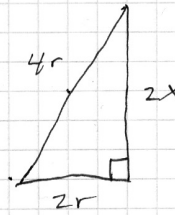
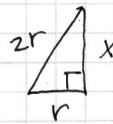
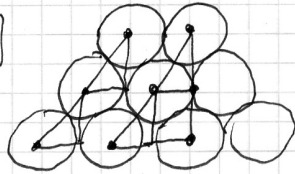
$$6 - 5,46 = 0,54$$

$$0,54/6 = 0,09$$

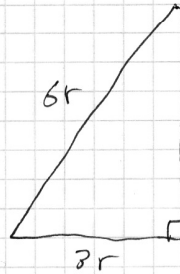
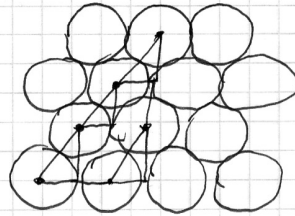
Svar: 9%

- Hur många lager det än än kommer formeln alltid sluta på $(+2r)$ p.g.a. yttrekanterna
- och eftersom radien i detta fall är ett blir det $(+2)$

3 lager



4 lager



så för varje
nytt lager
ökas bredden
med ett $x \approx 1,73r$

$$\begin{aligned} \text{Bredd} &= x(n-1) + 2r \\ &= 1,73(n-1) + 2 \\ &= 1,73n - 1,73 + 2 \\ &= 1,73n + 0,27 = \text{bredden} \end{aligned}$$

Modell 1: $2n = \text{bredden}$

skillnaden mellan dessa är då

$$2n - (1,73n + 0,27) = 0,27n - 0,27$$

procentsatsen får du fram genom att dividera
($0,27n - 0,27$) på det hela alltså $2n$

$$\frac{0,27n - 0,27}{2n} = \text{procenten volym man sparar}$$

Modell 2 tar...

1 rader	0 %	mindre plats än modell 1
2 rader	6,75 %	— " —
3 rader	9 %	— " —
4 rader	10,13 %	— " —
5 rader	10,8 %	— " —
6 rader	11,25 %	— " —
7 rader	11,57 %	— " —
8 rader	11,81 %	— " —

Enligt miniräknaren stabiliserar värdet på volymen som
man sparar på 13,4 %

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	— " —	2/1	
Matematiska resonemang	— " —	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	— " —	0/1	
Summa		3/3	

Kommentar: En tydlig och klar lösning som visar på alla fyra möjliga MVG-kvaliteter även om eleven använder sig av avrundade värden i sin undersökning.

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)

G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)

S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)

A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former...

A5. ... lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)

F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafitande hjälpmedel,

Övrigt (Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

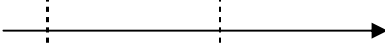
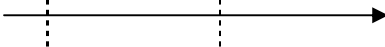
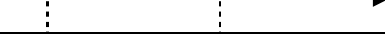
Kriterier för betyget Väl godkänt

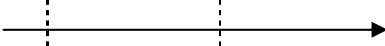
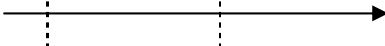
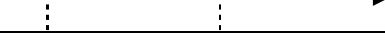
- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

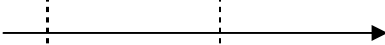
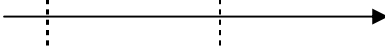
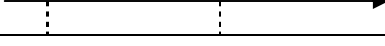
Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

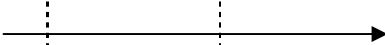
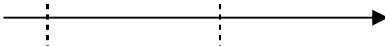
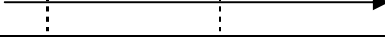
- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

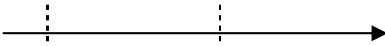
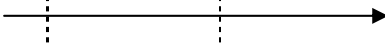
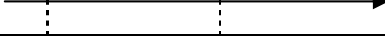
Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (α-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	15d	17	18	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (α-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	15d	17	18	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (α-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	15d	17	18	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Insamling av provresultat för matematik kurs B

Vårterminen 2010 deltar alla skolor i resultatinsamlingen genom att skicka in resultat för ett litet urval elever. Denna insamling ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om vårens prov i slutet av augusti. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på <http://www.umu.se/edmeas/np>. Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

När du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 5:e, 11:e, 24:e och 28:e i varje månad**. Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 28:e i varje månad**.

1. Gå in på <http://www.umu.se/edmeas/np> och klicka på rubriken **Resultatinsamling vt 2010** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **mar12sh** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 5:e, 11:e, 24:e och 28:e i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 28:e i varje månad** till:

Umeå universitet Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap Nationella prov Att. Monika Kriström 901 87 Umeå
--

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i slutet av augusti måste vi ha alla resultat **senast 16 juni 2010**.

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs- och provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp. Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.