

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 4 kap. 3 § sekretesslagen. Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2019-06-30. Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS B VÅREN 2013

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs B". <i>Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.</i> Del II: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs B".
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. <i>Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.</i> <i>Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.</i>
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. Del I består av 8 uppgifter och Del II av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i>) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 43 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med $\square$, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 12 poäng. Väl godkänt: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 24 poäng varav minst 12 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de $\square$ -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

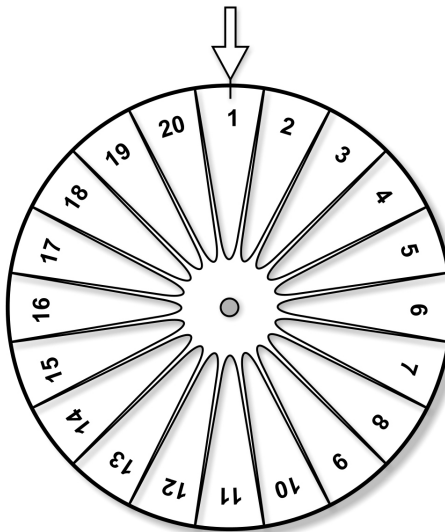
Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. En rät linje går genom punkten $(3, 1)$ och har riktningskoefficienten $k = -2$
 - a) Rita linjen i ett koordinatsystem. (1/0)
 - b) Bestäm linjens ekvation. (1/0)

2. Lös ekvationen $x^2 + 10x - 24 = 0$ (2/0)

3. Ett lyckohjul har 20 fält numrerade från 1 till 20. Alla nummer som är jämnt delbara med tre ger vinst.



Hamid spelar en gång på hjulet.

Hur stor är sannolikheten att han får vinst?

Endast svar fordras

(1/0)

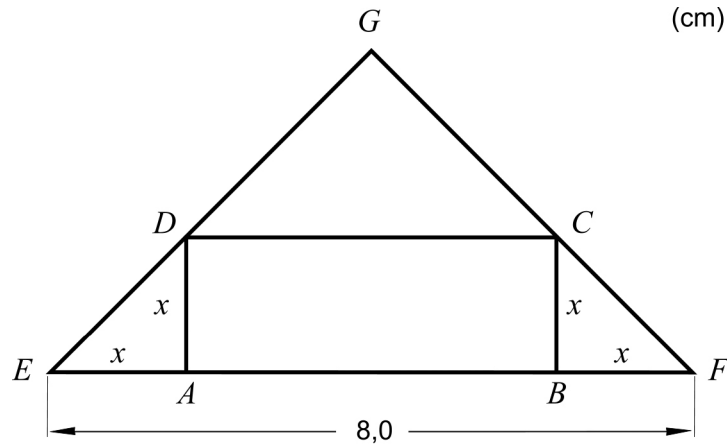
4. Förenkla $(x-3)^2 - (x-3)$ så långt som möjligt. (2/0)

5. En andragskurva med minimipunkten $(4, 2)$ skär y -axeln i punkten $(0, 5)$
 Ange ytterligare en punkt på kurvan. *Endast svar fordras* (1/0)

6. Bestäm värdet på konstanten a så att ekvationssystemet $\begin{cases} x + ay = 7 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$ får en lösning då $x = 3$

(0/2)

7. Rektangeln $ABCD$ är inskriven i triangeln EFG . Sträckorna EA och BF är lika långa som ena sidan i rektangeln, se figur.



- a) Teckna en ekvation med vars hjälp du kan bestämma x om rektangelns area är $6,0 \text{ cm}^2$.
- b) Hur stora är rektangelns sidor då arean är $6,0 \text{ cm}^2$?
8. För talen x och y gäller sambandet $x^2 + 2xy + y^2 = 9$

(0/1)

(0/2)

Visa att samtliga lösningar till sambandet kan beskrivas av två räta linjer i ett koordinatsystem.

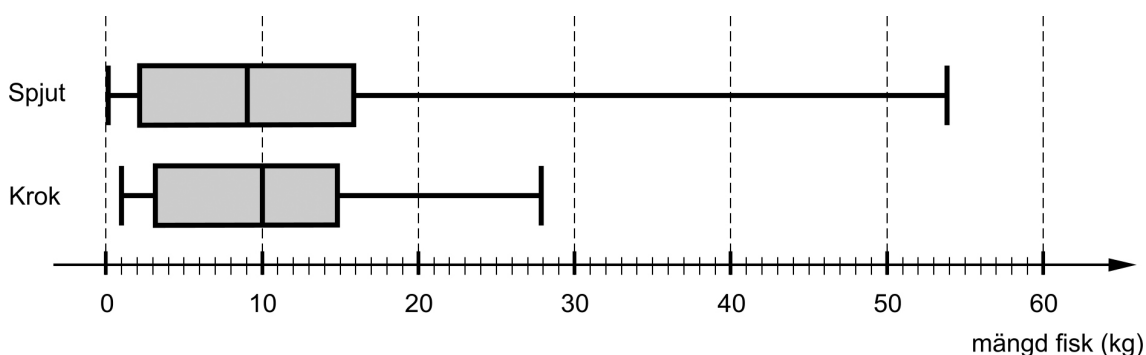
(0/2/∞)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. Två forskare undersökte fisket i byn Gwaimasi i regnskogen på Nya Guinea. De registrerade hur mycket fisk som var och en av männen i byn fångade under ett år. Det fanns 14 män i byn och var och en av dem använde två fiskemetoder, spjut och krok.

Resultatet av undersökningen redovisas med lådagran och tabell.

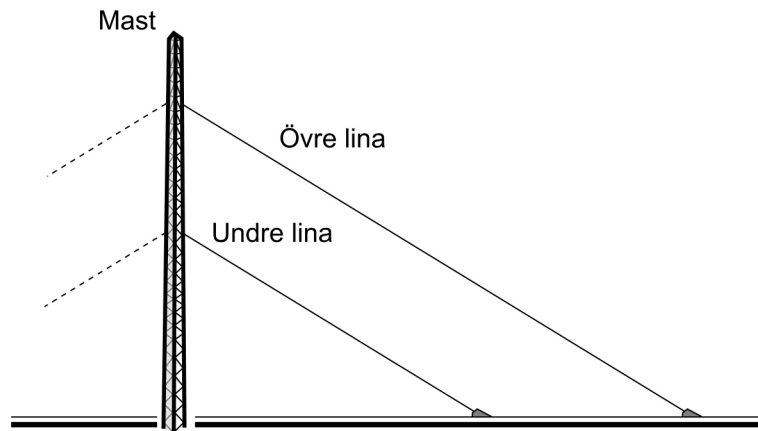


I tabellen visas medelvärde och median av årlig fångst per man och fångstmetod.

	Median (kg)	Medelvärde (kg)
Spjut	9,2	14,7
Krok	10,0	10,3

- a) Hur mycket fisk fångade den fiskare som lyckades bäst med krok?
Endast svar fordras (1/0)
- b) Hur många procent av männen som använde krok fick fångster mellan 3 kg och 15 kg?
Endast svar fordras (1/0)
- c) Hur stor mängd fisk fångade de 14 männen totalt under året?
Endast svar fordras (1/0)

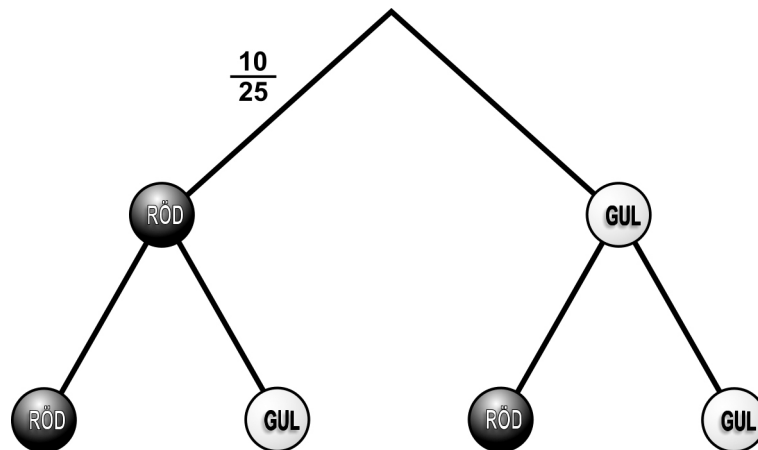
10. En 30 meter hög mast är fastspänd med linor som går från masten snett ner till marken. Den övre linan är 40 meter lång och har sitt fäste 5 meter under mastens topp. Den undre linan har sitt fäste ytterligare 10 meter längre ner på masten. Den är spänd parallellt med den övre linan.



Hur lång är den undre linan?

(2/0)

11. Ulrika har en burk med 10 röda och 15 gula kulor. Hon ska bestämma sannolikheten att få två kulor med olika färg om hon tar två kulor ur burken. Ulrika börjar göra ett träd diagram.

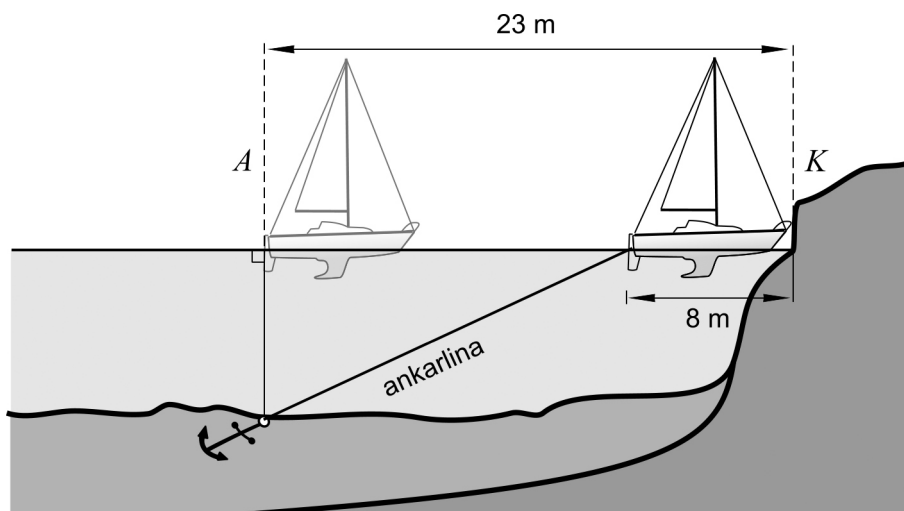


- a) Hjälp Ulrika att fullborda träd diagrammet genom att rita av träd diagrammet och fylla i de sannolikheter som saknas.
- b) Bestäm sannolikheten att Ulrika får två kulor med olika färg om hon tar två kulor ur burken.

(2/0)

(1/1)

12. En 8 meter lång segelbåt kommer in i en vik för att ankra. Från den plats A där seglaren vill släppa ner sitt ankare är det 23 meter till klippan K . För att ankaret ska fästa bra är det lämpligt att ankarlinan är tre gånger så lång som djupet. När ankaret är på plats driver båten iväg så långt som ankarlinan tillåter.

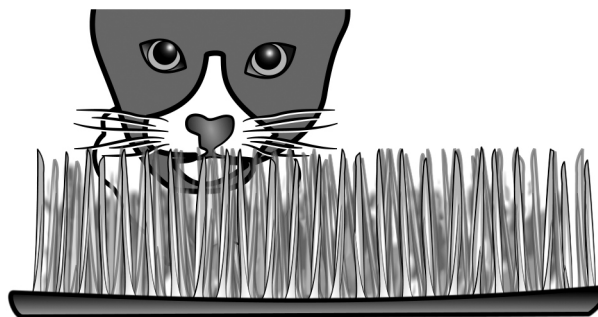


För att båten inte ska slå emot klippan K får det inte vara för djupt där ankaret släpps eftersom ankarlinan ska vara tre gånger så lång som djupet.

- Finns det en risk att segelbåten slår emot klippan K om djupet vid ankarplatsen A är 7 meter? (2/0)
- Hur djupt får det högst vara vid A ? (0/2)

13. På en skola undersökte en grupp elever hur snabbt kattgräs växer. De sådde gräsfrö i en kruka och när gräset började gro mätte de grässtrånas höjd en gång per dygn. Tabellen visar resultatet av deras försök.

Tid (dygn)	Höjd (cm)
0	0,5
1	0,8
2	1,3
3	2,1
4	3,3
5	5,2
6	8,1
7	13,4



Eleverna kom fram till att förloppet kan beskrivas med en matematisk modell som ges av funktionen:

$y = 0,5 \cdot 1,6^x$ där y är gräsets höjd i cm och x är tiden i dygn.

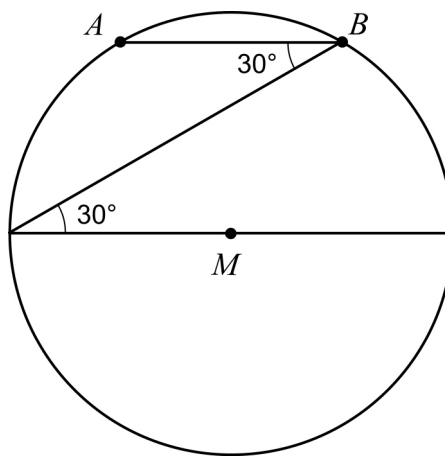
- Vad betyder talen 0,5 och 1,6 i funktionen? (2/0)
- Beskriv och visa hur du skulle göra för att komma fram till talet 1,6 med utgångspunkt från data i tabellen ovan. (0/2)

14. Det var marknad i Karesuando. Timo sålde blåbärssaft. Han hade små flaskor som kostade 50 kr och stora som kostade 130 kr. De små flaskorna innehöll en liter och de stora tre liter. När dagen var slut hade han sålt 100 flaskor och fått in 9 240 kr.

Hur många liter saft hade han sålt?

(0/3)

15. Punkterna A och B ligger på randen av en cirkel med medelpunkten M .



Visa att sträckan AB är lika lång som cirkelns radie.

(0/2/α)

Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till

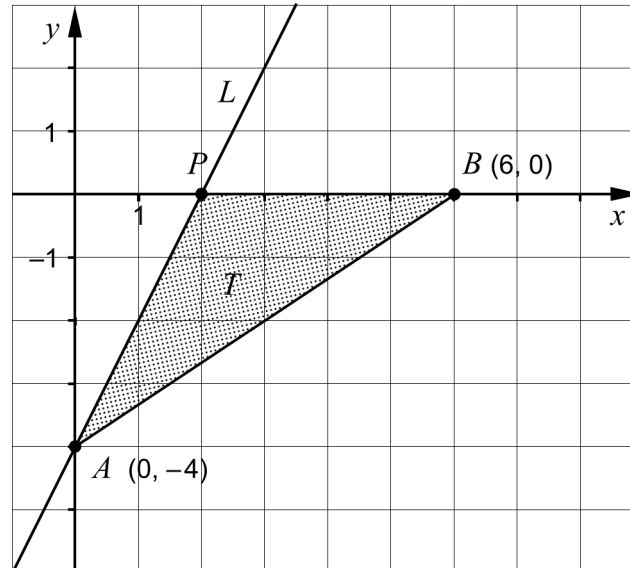
- hur långt mot en generell lösning du kommer
- hur väl du motiverar dina slutsatser
- hur väl du genomför dina beräkningar
- hur väl du redovisar ditt arbete
- hur väl du använder matematiskt språk och uttryckssätt

- 16.** Triangeln i koordinatsystemet nedan har sina hörn i punkterna A , B och P .
 Punkten P är rörlig längs x -axeln och dess x -koordinat ligger i intervallet $0 < x < 6$
 Linjen L går genom punkterna A och P .

Din uppgift är att undersöka hur triangelns area T beror av riktningskoefficienten k för linjen L .

- Bestäm T och k då P har koordinaterna $(2, 0)$
- När P rör sig längs x -axeln ändras triangelns area och linjens riktningskoefficient. Undersök och beskriv så noggrant som möjligt hur triangelns area T varierar för olika värden på linjens riktningskoefficient k .

(3/3/□)



Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning	6
Bedömningsanvisningar del I och del II	7
Mål för matematik kurs B – Kursplan 2000	21
Betygskriterier 2000	22
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	23
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG- kvaliteter	24

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 3, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 8, 11, 12, 13, 15 och 16. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 5, 8, 13, 15 och 16 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 10, 11, 12, 13 och 14.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i B-kursprovet i Matematik vt 2013 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

				Kunskapsområde										Betygskriterium														
Upp- gift nr	g po- äng	vg po- äng	α											Mycket väl														
				Övr 1	4	Geo 3	Stat & sannolik 2	3	4	Algebra 3	4	5	Fun 2	Godkänd 1	2	3	4	Väl godkänd 1	2	3	4	5	6	godkänd 1	2	3	4	5
1a	1	0							X			X																
1b	1	0							X			X	X															
2	2	0						X				X	X															
3	1	0				X						X	X															
4	2	0						X				X	X															
5	1	0									X	X																
6	0	2								X					X			X										
7a	0	1						X							X		X	X										
7b	0	2						X							X			X	X									
8	0	2	α					X							X	X		X	X			X	X	X	X			
9a	1	0				X						X	X															
9b	1	0				X						X	X	X														
9c	1	0				X						X	X	X														
10	2	0			X							X	X	X														
11a	2	0				X						X	X	X														
11b	1	1				X						X	X	X		X		X	X	X								
12a	2	0			X							X	X	X														
12b	0	2			X										X	X	X	X	X									
13a	2	0		X							X	X																
13b	0	2								X					X	X	X	X										
14	0	3								X					X	X	X	X	X									
15	0	2	α		X										X	X		X	X			X	X	X				
16	3	3	α		X				X			X	X	X		X		X	X			X	X	X	X			
Σ	23	20		0/0	4/4	7/1		9/13		3/2																		

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 43 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 12 poäng.

Väl godkänt: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 24 poäng varav minst 12 vg-poäng.
Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre
olika MVG-kvaliteter.

De □-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift		
MVG-kvalitet	8	15	16
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○		○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	○		○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang		○	
Värderar och jämför metoder/modeller			
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk		○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)
 - 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
 - 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
 - 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
 - 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
 - 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²
 - 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknefel.
6. Aspektbedömning
Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
 - 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
 - 7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
 - 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
 - 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (α) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 4 kap. 3 § sekretesslagen. Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2019-06-30. Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

Bedömningsanvisningar (MaB vt 2013)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 2/0
a)	Godtagbart ritad linje	+1 g
b)	Korrekt bestämning av linjens ekvation ($y = -2x + 7$)	+1 g
2.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar bestämning av en rot	+1 g
	Redovisad godtagbar bestämning av ytterligare en rot ($x_1 = 2$ och $x_2 = -12$)	+1 g
3.		Max 1/0
	Korrekt svar $\left(\frac{6}{20}\right)$	+1 g
4.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar lösning ($x^2 - 7x + 12$)	+1-2 g
5.		Max 1/0
	Korrekt svar (t.ex. punkten (8, 5))	+1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
6.		Max 0/2
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. beräknar att $y = 2$ då $x = 3$	+1 vg
	med i övrigt redovisad godtagbar lösning ($a = 2$)	+1 vg
7.		Max 0/3
a)	Godtagbar ekvation ($x(8 - 2x) = 6$)	+1 vg
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. finner längd och bredd för ett av fallen	+1 vg
	i övrigt redovisad godtagbar lösning för båda fallen (1 cm och 6 cm eller 3 cm och 2 cm)	+1 vg
8.		Max 0/2/□
	Redovisad godtagbar ansats, finner utifrån sambandet en av de räta linjerna t.ex. genom punkter i ett koordinatsystem eller skriver om sambandet till $(x + y)^2 = 9$ eller motsvarande	+1 vg
	Finner båda linjerna, t.ex. genom punkter i ett koordinatsystem	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	skriva om sambandet till $(x + y)^2 = 9$ och bestämma minst en av linjerna alternativt lösa ut en variabel ur sambandet.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att linjernas ekvationer är $y = -x + 3$ eller $y = -x - 3$
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

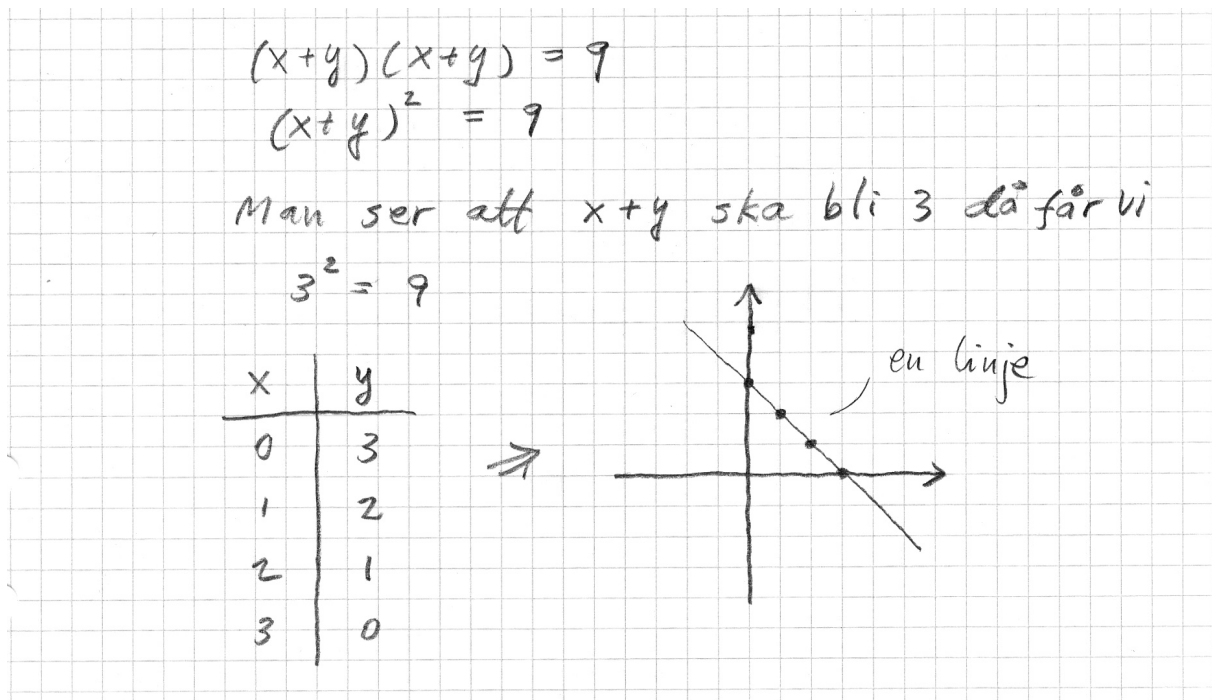
* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på MVG-kvalitet på samma gång.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsatts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. Bedömningsanvisningar

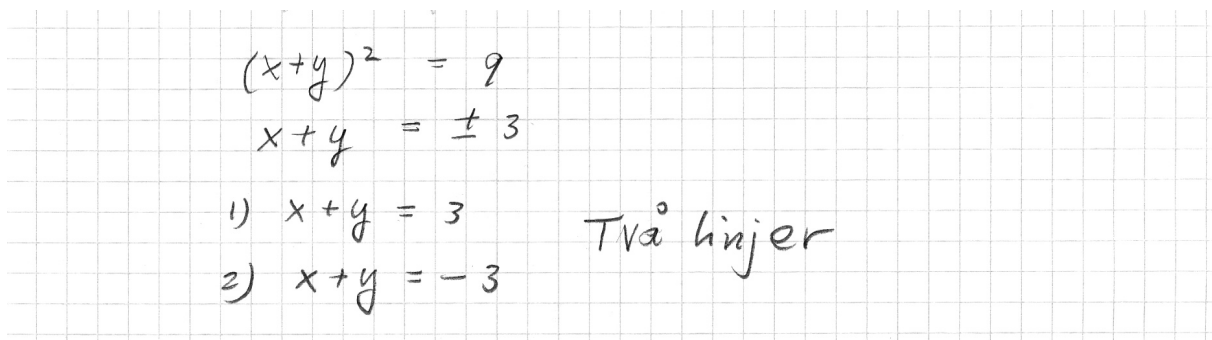
Poäng

Elevlösning 1 (1 vg och en av MVG-kvaliteterna)



Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att skriva om uttrycket och sedan använda det för att bestämma linjen grafiskt.

Elevlösning 2 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)

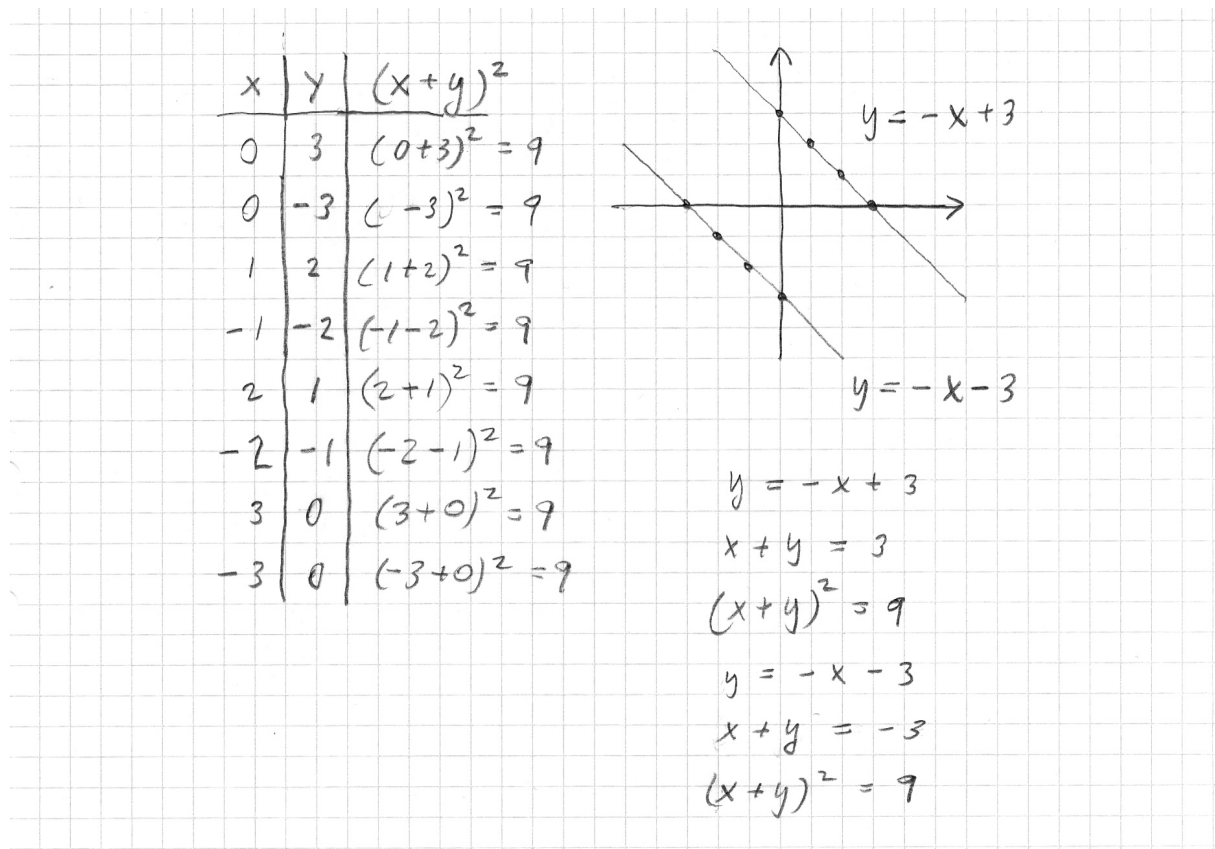


Kommentar: Eleven visar båda MVG-kvaliteterna genom att ta fram ekvationerna för de två linjerna och dra en korrekt slutsats även om ekvationerna inte är angivna på något av de vanliga sätten.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

Elevlösning 3 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)



Kommentar: Eleven visar två av MVG-kvaliteterna genom att skriva om uttrycket och sedan använda det för att ta fram de två linjerna. Eleven ger ingen tydlig slutsats men linjerna är skrivna på den vanligaste formen och eleven kontrollerar algebraiskt att de stämmer med det kvadratiske uttrycket.

Del II

9.

Max 3/0

- | | | |
|----|-----------------------|------|
| a) | Korrekt svar (28 kg) | +1 g |
| b) | Korrekt svar (50 %) | +1 g |
| c) | Korrekt svar (350 kg) | +1 g |

10.

Max 2/0

- | | |
|---|------|
| Redovisad godtagbar ansats, t.ex. använder likformighet korrekt | +1 g |
| med korrekt svar (24 m) | +1 g |

11

Elevlösning 1 (2 vg)

b) Man ser att höjden inte ökar med samma längd varje dag. Från början är höjden 0,5. Alltså är det en exponentiell kurva, vars allmänna formel är: $y = C \cdot a^x$.
 C i detta fallet är 0,5, eftersom gräset hade den höjden från början. a kan man komma fram till genom att dela den nya höjden med höjden från en tidigare dag. Sedan tar man medelvärdet av alla dessa.
 Ett exempel är om man delar 0,8 med 0,5

$$\frac{0,8}{0,5} = 1,6$$

Kommentar: Eleven visar med ett exempel hur förändringsfaktorn 1,6 kan beräknas ur mätvärdena och beskriver en godtagbar metod för bestämning av förändringsfaktorn, vilket kan räcka som motivering av hur 1,6 kan erhållas ur mätvärdena, även om eleven inte explicit använder alla mätvärdena för att visa att det faktiskt stämmer.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****14.****Max 0/3**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x + y = 100$
 med i övrigt redovisad godtagbar lösning (206 liter)

+1 vg

+1-2 vg

15.**Max 0/2/□**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. bestämmer någon vinkel med hänvisning
 till randvinkelsatsen

+1 vg

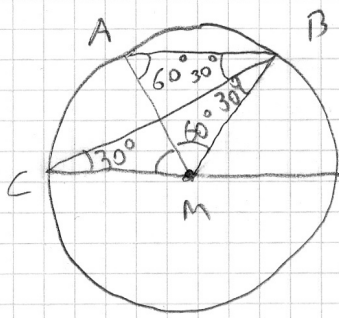
med slutfört bevis men där någon motivering kan vara bristfällig eller
 saknas

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra ett korrekt bevis.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsatts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg)



AB och CD är parallella

$$MB = MC$$

$\therefore \triangle MBC$ är en likbent triangel

$$\therefore \angle MBC = \angle MCB = 30^\circ$$

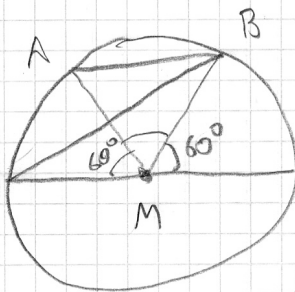
$$30 + 30 = 60$$

$\triangle ABM$ är en liksidig triangel

Alltså är AB lika lång som radien

Kommentar: Eleven visar i huvudsak att sträckan AB är lika lång som radien men visar inte MVG-kvalitet då det inte är tydligt att det är vinkeln ABM som åsyftas när eleven adderar $30 + 30 = 60$ och då motiveringen av att triangeln ABM är liksidig saknas.

Elevlösning 2 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)



Medelpunktsvinklarna
är 60° eftersom deras
randvinklar är 30°

$$\text{Vinkeln mellan} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

AM och BM är radier = lika långa

$\triangle ABM$ likbent då är

$$\angle MAB = \angle MBA = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$\triangle ABM$ liksidig

$$\therefore AB = AM = r \quad \text{vs B.}$$

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att genomföra ett korrekt bevis. Eleven visar nätt och jämnt MVG-kvalitet när det gäller redovisningen då det är lite otydligt vilka vinklar som är medelpunktsvinklar och randvinklar i början. I övrigt använder eleven ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****16.****Max 3/3/□**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		Totalpoäng
	Lägre	Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i> <i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven bestämmer T och k då P har koordinaterna $(2, 0)$ $(T = 8, k = 2)$ 1-2 g	Eleven påbörjar en bestämning av ett generellt samband för arean av triangeln ABP , t.ex. uttrycker arean som $T = \frac{(6-x)^4}{2}$ 2 g och 1 vg	2/1
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven drar någon enkel slutsats för hur arean varierar då k ändras, t.ex. "Då k blir större så ökar arean". 1 g	Eleven inser att arean varierar mellan 0 och 12 areaenheter eller drar slutsatsen att $k > \frac{2}{3}$ 1 g och 1 vg	1/1
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>		Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. 1 vg	0/1
Summa			3/3

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	bestämma ett generellt uttryck för arean, $T = 12 - \frac{8}{k}$
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra motiverade slutsatser om hur arean varierar med avseende på olika k -värden.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 16 ges på följande sidor.

Elevlösning 1 (3 g och 2 vg)

$$* k = \frac{0 - -4}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0, -4) (2, 0)$$

$$k = 2$$

Arean för hela rektangeln

$$4 \cdot 6 = 24 \text{ areaenheter}$$

$$0 \text{ till } -4 = 4 \text{ steg}$$

$$0 \text{ till } 6 = 6 \text{ steg}$$

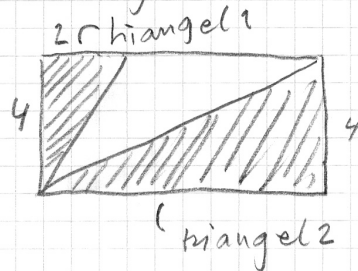
sedan drar man bort de små triangelarna

$$\frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ areaenheter}$$

$$\frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \text{ areaenheter}$$

$$12 + 4 = 16$$

$$24 - 16 = 8 \text{ areaenheter}$$



* Om k står rätt upp får man den maximala arean (för linje L) Maximala area kan max vara

$$\frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ areaenheter, men då går linje } L \text{ på}$$

y -axeln

k får inte heller vara samma k -värde som andra linjen som går mellan A o B

$$\frac{0 - -4}{6 - 0} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad k \text{ måste vara större än } \frac{2}{3}$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/0	Eleven bestämmer T och k då P har koordinaterna $(2, 0)$
Matematiska resonemang	X	1/1	Eleven kopplar ihop övre gränsen för arean med en linje parallell med y -axeln och drar slutsatsen att $k > 2/3$
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		3/2	

Kommentar: Elevens resonemang kring gränserna för T och k är inte tillräckligt uttömmande för att anses visa MVG-kvaliteten som rör slutsatserna om hur arean varierar. Eleven säger t.ex. ingenting om arean kopplat till gränsvärdet, $2/3$, för k .

Elevlösning 2 (3 g och 3 vg och en av MVG-kvaliteterna)

$P_x - B_x = \Delta x = 4 = B$
 $P_y - A_y = 4 = h$
 Triangelns area = $\frac{B \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$ area enheter
 Svar: $T = 8$ a.e.
 linjen L: $y = kx + m$
 $-4 = k \cdot 0 + m$
 $m = -4$
 $y = kx - 4$
 $0 = k \cdot 2 - 4$
 $k \cdot 2 = 4$
 $k = \frac{4}{2} = 2$
 svar: k för L är 2

• Enskilda fall $k \leq \frac{2}{3}$ ger $T \leq 0$
 När k går mot oändligheten går
 arean mot 12 a.e.
 $k > \frac{2}{3}$ och $0 < T < 12$ större k ger
 större T

$T = (P_y - A_y)(B_x - P_x) / 2$
 $T = (P_y - (-4))(6 - P_x) / 2$
 P_y är alltid 0
 $T = \frac{4(6 - P_x)}{2}$

$0 = kx - 4$
 $kx = 4$
 $k = \frac{4}{x}$

$T = \frac{4(6 - \frac{4}{k})}{2}$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	X	2/1	
Matematiska resonemang	—	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	—	X	0/1	
Summa			3/3	

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att bestämma ett generellt uttryck för arean. Eleven beskriver hur arean varierar med k och anger gränserna för arean och k men slutsatserna är inte väl motiverande.

Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och en av MVG-kvaliteterna)

- 1 koordinater k för linjen L
 $A (0; -4)$
 $B (6; 0)$
 $C (2; 0)$
 $k = \frac{-4-0}{0-2} = \frac{-4}{-2} = 2$
 lutningen är 2 för linjen L

Vi räknar ut Arean T

$$6 \cdot 4 = 24 \quad \frac{24}{2} = 12$$

$$\frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \quad 12 - 4 = 8$$

Triangeln har 8 areaenheter

- 2 Om k blir större än 2 kommer triangelns area att öka, blir k mindre än 2 kommer triangelns Area att minska

som minsta lutning för k är

$$\frac{-4-0}{0-6} = \frac{-4}{-6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

k måste vara större än $\frac{2}{3}$ annars är $T = 0$

$$\frac{2}{3} < k$$

småsta lutningen för k $\frac{-4-0}{0-0}$ = går inte

Arean blir bara nästan $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$ areaenheter

det som gäller är alltså $k > \frac{2}{3}$. Arean blir större då k blir större. Den ligger mellan 0 och 12 areaenheter

$T = 12 - 4x$ där x löses ut ur ekvationen

$$x = \frac{4}{k} \text{ där } k > \frac{2}{3} \text{ gäller}$$

Bedömning

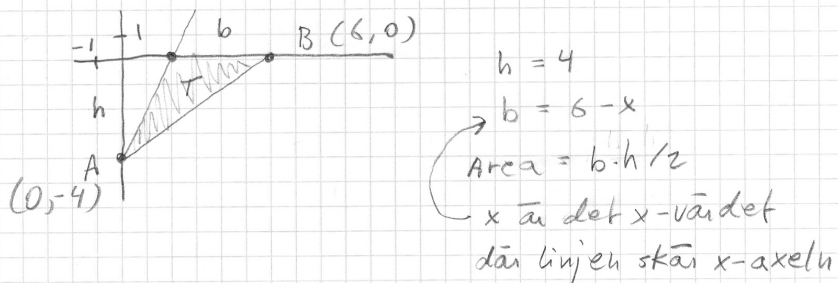
	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	— $\rightarrow$ X	2/1	
Matematiska resonemang	—	— $\rightarrow$ X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	—	— $\rightarrow$ X	0/1	
Summa			3/3	

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att bestämma gränserna för arean och k och genom att reda ut hur arean varierar med k . Eleven anger en felaktig ekvation för arean men ger ett korrekt samband mellan P 's x -koordinat och k .

Elevlösning 4 (3 g och 3 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Man ser i bilden redan att A är punkten $(0, 4)$ och att $k=2$ då P är i punkten $(2, 0)$

Test 1 P är i punkten $(2, 0)$



$$\text{Test 1: } b = 6 - 2 = 4$$

$$\text{Area}_{\text{test 1}} = 4 \cdot 4 / 2 = 8 \text{ a.e.}$$

$$\text{Area } T = 4 \cdot (6 - x) / 2 = 2 \cdot (6 - x)$$

$$y = kx + m$$

$$m = -4$$

$$6 > x > 0, \quad y = 0$$

$$k \text{ kan inte vara } \leq \frac{0 - (-4)}{6 - 0} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

för då går linjen i punkten $(6, 0)$

$$k > \frac{2}{3} \quad k < \infty$$

$$y = kx + m$$

$$0 = kx - 4$$

$$4 = kx$$

$$x = \frac{4}{k}$$

$$\text{Area} = 12 - 2 \cdot \frac{4}{k}$$

$$T = 12 - \frac{8}{k} \quad \text{Ju större } k, \text{ ju större Area } T$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	X →	2/1	
Matematiska resonemang	—	X →	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	—	X →	0/1	
Summa			3/3	

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att bestämma ett generellt uttryck för arean. Eleven visar MVG-kvalitet genom att redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Eleven bestämmer gränserna för k men reder inte ut gränserna för arean och visar därför inte MVG-kvaliteten som rör slutsatser om hur arean varierar med k .

Mål för matematik kurs B

Kursplan 2000

Geometri (G)

G3. kunna förklara, bevisa och vid problemlösning använda några viktiga satser från klassisk geometri,

Statistik (S)

S2. kunna beräkna sannolikheter vid enkla slumpförsök och slumpförsök i flera steg samt kunna uppskatta sannolikheter genom att studera relativa frekvenser,

S3. med omdöme använda olika lägesmått för statistiska material och kunna förklara skillnaden mellan dem samt känna till och tolka några spridningsmått,

S4. kunna planera genomföra och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna diskutera olika typer av fel samt värdera resultatet,

Algebra (A)

A3. kunna tolka förenkla och omforma uttryck av andra graden samt lösa andragradsekvationer och tillämpa kunskaperna vid problemlösning,

A4. kunna arbeta med räta linjens ekvation i olika former...

A5. ... lösa linjära olikheter och ekvationssystem med grafiska och algebraiska metoder,

Funktionslära (F)

F2. kunna förklara vad som kännetecknar en funktion samt kunna ställa upp, tolka och använda några icke-linjära funktioner som modeller för verkliga förlopp och i samband därmed kunna arbeta både med och utan dator och grafitande hjälpmedel,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiska resonemang	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiska resonemang	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiska resonemang	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiska resonemang	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiska resonemang	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				