

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till utgången av december 2014.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C HÖSTEN 2004

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.						
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E". <i>Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.</i> Del II: Miniräknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E".						
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. <i>Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.</i>						
Provet	Provet består av totalt 15 uppgifter. Del I består av 7 uppgifter och Del II av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i>) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 15 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.						
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 46 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med α, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget <table style="width: 100%;"> <tr> <td>Godkänd:</td><td>13 poäng.</td></tr> <tr> <td>Väl godkänd:</td><td>26 poäng varav minst 7 vg-poäng.</td></tr> <tr> <td>Mycket väl godkänd:</td><td>Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat <i>MVG-kvaliteter i minst två</i> av α-uppgifterna. Du ska dessutom ha minst 14 vg-poäng.</td></tr> </table>	Godkänd:	13 poäng.	Väl godkänd:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.	Mycket väl godkänd:	Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat <i>MVG-kvaliteter i minst två</i> av α -uppgifterna. Du ska dessutom ha minst 14 vg-poäng.
Godkänd:	13 poäng.						
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.						
Mycket väl godkänd:	Utöver kraven för Väl godkänd ska du ha visat <i>MVG-kvaliteter i minst två</i> av α -uppgifterna. Du ska dessutom ha minst 14 vg-poäng.						

Namn: _____ Skola: _____

Komvux/gymnasieprogram: _____

Del I

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.

Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Derivera

- | | | | |
|----|-------------------|----------------------------|-------|
| a) | $f(x) = 2x^3 + 5$ | <i>Endast svar fordras</i> | (1/0) |
| b) | $f(x) = x(x + 1)$ | <i>Endast svar fordras</i> | (1/0) |
| c) | $f(x) = e$ | <i>Endast svar fordras</i> | (1/0) |

2. Lös ekvationerna. Svara exakt.

- | | | | |
|----|-----------------|----------------------------|-------|
| a) | $e^x = 10$ | <i>Endast svar fordras</i> | (1/0) |
| b) | $2x^7 = 10$ | <i>Endast svar fordras</i> | (1/0) |
| c) | $(x - 1)^3 = 8$ | <i>Endast svar fordras</i> | (1/0) |

3. Funktionen $f(x) = x^3 - 3x$ har en lokal maximipunkt.

Bestäm x -koordinaten för denna punkt. (3/0)

4. För vilket värde på x är uttrycket $\frac{11-x}{x-3}$ inte definierat?

Endast svar fordras (1/0)

5. Det finns flera funktioner $y = f(x)$ som uppfyller villkoren:

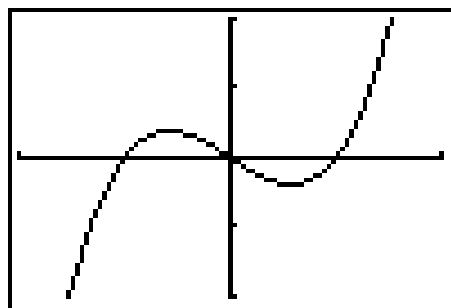
$$f(2) = 0, \quad f'(4) = 0 \quad \text{och} \quad f'(2) = 2$$

Skissa grafen till en funktion som uppfyller dessa villkor. (0/2)

6. Kalle löser ekvationen $x^3 - x = 0$ så här:

$$\begin{aligned} x^3 - x &= 0 \\ x^3 &= x \\ \frac{x^3}{x} &= \frac{x}{x} \\ x^2 &= 1 \\ x &= \pm 1 \\ \text{SVAR: } x_1 &= 1 \text{ och } x_2 = -1 \end{aligned}$$

Han ritar sedan grafen till funktionen $y = x^3 - x$ på sin grafräknare för att kontrollera om han har löst ekvationen rätt. Grafen till $y = x^3 - x$ ser ut så här:



Kalle ser grafen och inser att han gjorde något fel när han löste ekvationen.

- Hur många lösningar har ekvationen $x^3 - x = 0$? Motivera ditt svar utifrån grafens utseende. (1/0)
- Visa hur Kalle borde ha gjort för att lösa uppgiften och förklara *varför* Kalles lösning blir fel. (0/1/∞)

7. För funktionen $f(x) = e^{2x}$ gäller att $f(1,1) \approx 9$

- Bestäm ett närmevärde till $f'(1,1)$ (1/1)
- Visa att $f'(3,3) \approx 2 \cdot 9^3$ (0/1/∞)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

8. I en geometrisk talföljd är första termen 5000 och kvoten 1,02.

Beräkna summan av de 36 första termerna.

(2/0)

9. Innan fallskärmen vecklats ut faller en fallskärmshoppare i ett så kallat fritt fall.



På grund av luftmotståndet ökar inte hastigheten under hela det fria fallet. Efter 10 sekunder uppnår hopparen sin högsta hastighet.

En enkel modell som beskriver den sträcka som hopparen fallit under de 10 första sekunderna är:

$$s(t) = -\frac{t^3}{6} + 5t^2$$

där s är fallsträckan i meter och t är tiden i sekunder efter uthoppet.

- a) Använd modellen för att beräkna hur lång sträcka fallskärmshopparen har fallit under de första 10 sekunderna. (1/0)
- b) Använd modellen för att beräkna fallskärmshopparens högsta hastighet. (2/0)

10. Ibland behöver en läkare veta kroppsytan hos en patient för att kunna bestämma hur mycket medicin patienten ska få.

Två forskare, DuBois och DuBois, presenterade 1916 en formel för beräkning av kroppsytan hos en människa:

$$\lg A = -0,69364 + 0,725 \lg L + 0,425 \lg M$$

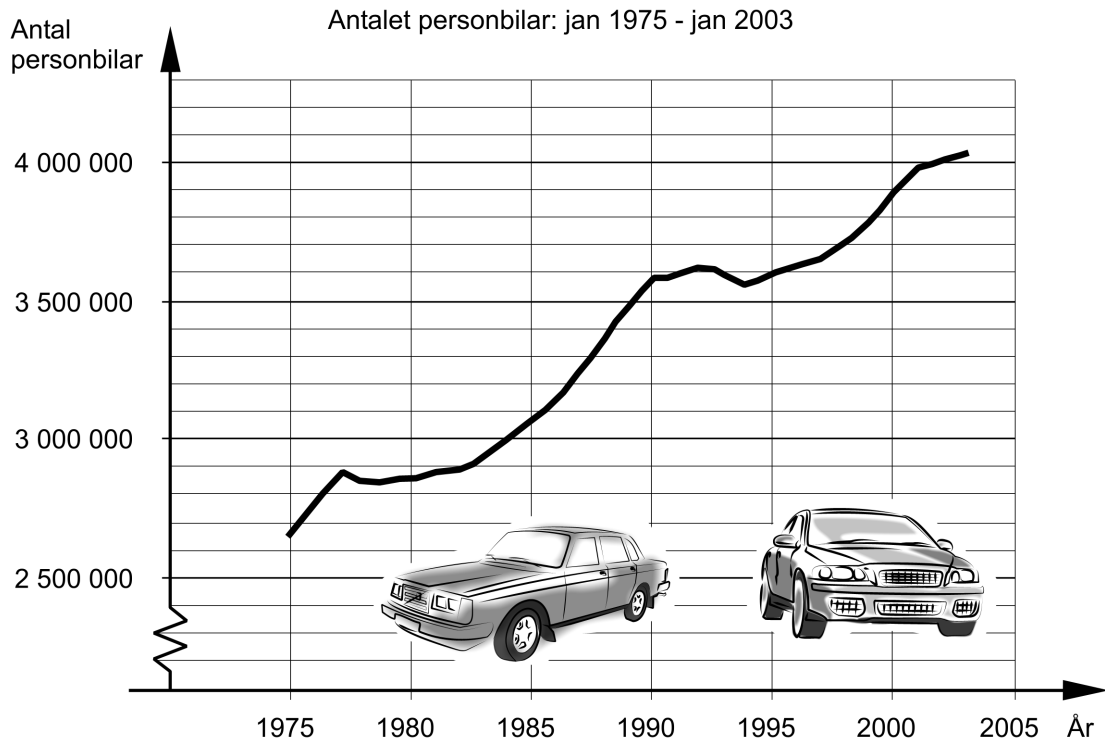
där A är kroppsytan i kvadratmeter, L är längden i meter och M är kroppsvikten i kilogram.

En läkare ska skriva ut medicinen Methotrexat till en patient som lider av sjukdomen reumatism. I informationen om medicinen står det att patienten ska ha 7 mg medicin per kvadratmeter kroppsytan. Patienten väger 65 kg och är 1,60 m lång.

Hur stor mängd medicin bör patienten få?

(2/0)

11. Diagrammet visar hur antalet personbilar i Sverige förändrats från januari 1975 till januari 2003.

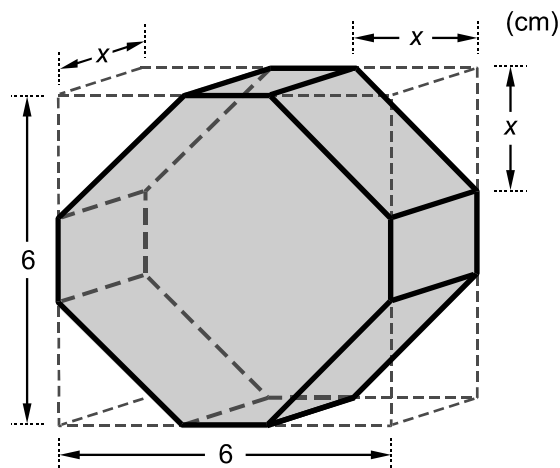


- a) Beräkna den årliga genomsnittliga ändringen av antalet personbilar under åren 1980-2000. (2/0)
- b) Beräkna den årliga procentuella ändringen av antalet personbilar under åren 1980-2000, om vi förutsätter att den procentuella ändringen varit lika stor varje år. (0/2)
- c) I deluppgifterna a) och b) så har du använt dig av två olika matematiska modeller för att beskriva hur antalet personbilar förändrats.

Vilken av dessa modeller skulle du använda för att uppskatta antalet personbilar år 2020? Motivera varför du skulle välja den modellen. (0/1)

12. Om $f(x) = Ax^2$, där A är en konstant, så gäller att $f'(x) = 2Ax$. Visa detta med hjälp av derivatans definition. (0/2/□)

13. Ett rakt åttasidigt prisma kan skapas genom att fyra likadana delar tas bort från ett rätblock. Se figuren nedan.



För vilket värde på x blir prismats volym maximal?

(0/4)

14. För att följa små barns utveckling under de första åren kontrolleras ofta deras vikt. Fotot nedan visar Joel som fyra veckor efter födseln väger 4300 g.

Under den femte veckan ökar hans vikt med 225 g. Om Joel följer barnavårdscentralens medelviktsskurva under första året, så kommer hans viktökning att minska med 3 % varje vecka.



Hur mycket kommer Joel att väga när han fyller ett år?

(0/3)

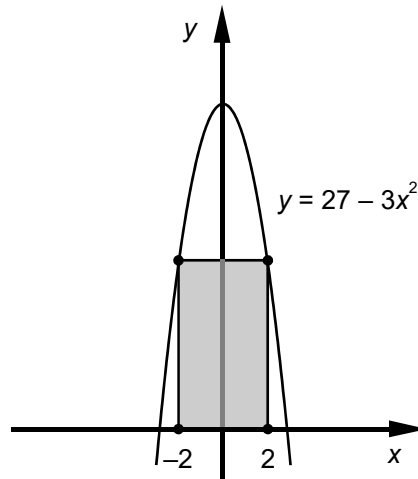
Vid bedömning av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta extra hänsyn till

- Hur generell din lösning är
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

15. I denna uppgift ska du undersöka arean hos en rektangel som ligger ovanför x -axeln och har två hörn placerade på en andragradskurva och två hörn på x -axeln.

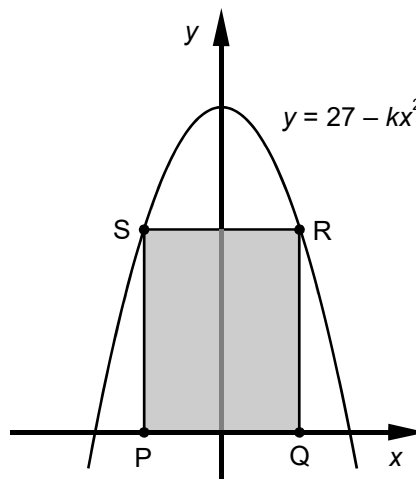
Figur 1 visar en rektangel med hörnen placerade på andragradskurvan $y = 27 - 3x^2$ och x -axeln.

- Beräkna rektangelns area.



figur 1

I figur 2 visas rektangeln $PQRS$ med hörnen placerade på andragradskurvan $y = 27 - kx^2$ och x -axeln, där k är en positiv konstant.



figur 2

Genom att flytta rektangelns hörn på kurvan kan vi få rektangelns area att variera. Rektangelns area beror även av värdet på konstanten k .

- Undersök så fullständigt som möjligt hur rektangelns area beror av placeringen av rektangelns hörn och värdet på konstanten k .

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet.....	4
Kravgränser	4
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	5
Bedömningsanvisningar del I och del II.....	6
Mål för matematik kurs C - Kursplan 2000.....	16
Betygskriterier 2000	17
Kopieringsunderlag för aspektbedömning.....	18

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 13, 14 och 15. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 6, 7, 11, 12 och 15. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 7, 13, 14 och 15 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 6, 11 och 15 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 9, 10 och 11.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik ht 2004 i förhållande till betygs-kriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde																Betygskriterium																			
Upp- gift nr	g po- äng	vg po- äng	□	Övr				aRitm				Algebra				Dif & integral				Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd									
				1	4	2	3	6	7	8	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5										
1a	1	0											x					x		x																			
1b	1	0											x					x		x																			
1c	1	0											x					x		x																			
2a	1	0					x											x		x																			
2b	1	0					x											x		x																			
2c	1	0					x											x		x																			
3	3	0											x					x		x																			
4	1	0												x				x																					
5	0	2													x																								
6a	1	0														x		x																					
6b	0	1	□																																				
7a	1	1																																					
7b	0	1	□																																				
8	2	0																																					
9a	1	0																																					
9b	2	0																																					
10	2	0																																					
11a	2	0																																					
11b	0	2																																					
11c	0	1																																					
12	0	2	□																																				
13	0	4																																					
14	0	3																																					
15	3	5	□																																				
Σ	24	22		1/0		7/6		2/5		14/11																													

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 46 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd: 13 poäng.

Väl godkänd: 26 poäng varav minst 7 vg-poäng.

Mycket väl godkänd: Utöver kravet för Väl godkänd ska eleven ha visat *MVG-kvaliteter i minst två* av □-uppgifterna. Eleven ska dessutom ha minst 14 vg-poäng.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

- 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
- 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

- 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
- 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
- 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²
- 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknfel.

6. Aspektbedömning

Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna "Metodval och genomförande", "Matematiskt resonemang" samt "Redovisning och matematiskt språk" som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

- 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
- 7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
- 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
- 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (□) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till utgången av december 2014.

Bedömningsanvisningar (MaC ht 2004)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 3/0
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 6x^2$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($f'(x) = 2x + 1$)	+1 g
c)	Korrekt svar ($f'(x) = 0$)	+1 g
2.		Max 3/0
a)	Korrekt svar ($x = \ln 10$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($x = 5^{\frac{1}{7}}$)	+1 g
c)	Korrekt svar ($x = 3$)	+1 g
3.		Max 3/0
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknat ekvationen $f'(x) = 0$	+1 g
	med bestämning av derivatans nollställen ($x = \pm 1$)	+1 g
	med godtagbart svar ($x = -1$) och godtagbar verifiering	+1 g
4.		Max 1/0
	Korrekt svar ($x = 3$)	+1 g

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****5.****Max 0/2**

En godtagbart skissad funktion uppfyller följande villkor:

- $f(2) = 0$
- $f'(4) = 0$
- $1,5 < f'(2) < 2,5$

Skissen uppfyller minst två av villkoren

+1 vg

Skissen uppfyller alla tre villkoren

+1 vg

6.**Max 1/1/□**

a) Godtagbart svar ("Ekvationen har tre lösningar eftersom funktionen har tre nollställen") +1 g

b) Redovisar korrekt metod +1 vg

Eleven gör en kvalificerad motivering, t.ex. tar upp problemet kring division med noll □

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

$$\begin{aligned}
 x^3 - x &= 0 \\
 x(x^2 - 1) &= 0 \\
 x_1 = 0 \quad x^2 - 1 &= 0 \\
 &\quad x^2 = 1 \\
 &\quad x = \pm 1 \\
 &\quad x_2 = 1 \\
 &\quad x_3 = -1
 \end{aligned}$$

Kalle missar en lösning, det blir fel när han delar med x .

Kommentar: Eleven har visat en korrekt metod att lösa uppgiften men inte motiverat varför Kalle gjort fel, bara när felet blir.

Elevlösning 2 (1 vg och □)

$$\begin{aligned}
 x^3 - x &= 0 \\
 x^3 &= x \\
 x^2 &= 1 \quad x \neq 0 \\
 x_1 = -1 \quad x_2 &= 1 \\
 x = 0 &\Rightarrow 0^3 - 0 = 0 \Rightarrow x_3 = 0
 \end{aligned}$$

Kalle delar med x som kan vara noll och det funkar inte, om man inte gör som jag!

Kommentar: Eleven har visat en korrekt metod att lösa uppgiften samt motiverat varför Kalles lösning inte är korrekt. Elevlösningen bedöms vara precis över gränsen för erhållande av □.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		Max 1/2/□
a)	Deriverat funktionen korrekt med korrekt svar ($f'(1,1) \approx 18$)	+1 g +1 vg
b)	Redovisad godtagbar lösning Eleven använder i huvudsak ett korrekt och lämpligt matematiskt språk	+1 vg □
Del II		
8.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknat en geometrisk summa med godtagbart svar (259 972)	+1 g +1 g
9.		Max 3/0
a)	Redovisad godtagbar lösning (330 m)	+1 g
b)	Korrekt derivering, $s'(t) = -\frac{3 \cdot t^2}{6} + 5 \cdot 2t$ med godtagbart svar (50 m/s)	+1 g +1 g
10.		Max 2/0
	Godtagbar ansats, t.ex. bestämt lg A korrekt med godtagbart svar (11,7 mg)	+1 g +1 g
11.		Max 2/3
a)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar en ändringskvot med godtagbart svar (52500 personbilar/år)	+1 g +1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $3900000 = 2850000 \cdot a^{20}$ med godtagbart svar (1,6 %)	+1 vg +1 vg
c)	Godtagbar motivering, t.ex. ”Jag valde modellen i a eftersom ökningen troligtvis blir lika mycket nästa 20-årsperiod.” eller ”Jag skulle använda modell b därför att förändringen inte är lika varje år. Ökningen är exponentiell och därför blir b bästa modellen.”	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
12.		Max 0/2/□
	Korrekt tecknad ändringskvot $\frac{A(x+h)^2 - Ax^2}{h}$	+1 vg
	med godtagbart slutfört bevis	+1 vg
	Eleven löser uppgiften korrekt och använder ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk. Redovisningen är tydlig och lätt att följa och förstå.	□
13.		Max 0/4
	Redovisad godtagbar ansats till volymfunktion, t.ex. inser att den sökta volymen fås av $V_{\text{rätblock}} - 4 \cdot V_{\text{tresidigt prisma}}$	+1 vg
	med godtagbart tecknad volymfunktion, t.ex. $V(x) = 36x - 2x^3$	+1 vg
	med godtagbart svar ($x \approx 2,45$)	+1 vg
	med godtagbar verifiering av maximum	+1 vg
14.		Max 0/3
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar Joels viktökning som en geometrisk summa	+1 vg
	Korrekt tecknad geometrisk summa för viktökningen, t.ex. $\frac{225(0,97^{48} - 1)}{0,97 - 1}$	+1 vg
	med godtagbart svar (10,1 kg)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

15.

Max 3/5/□

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			Total poäng
	Lägre		Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven utför en godtagbar bestämning av en rektangelns area t.ex. den givna (60 a.e.). 1 g	Eleven tecknar korrekt arean som funktion av x för något specifikt värde på k och använder någon godtagbar metod, t.ex. grafräknaren, för att fastställa rektangelns största area. 1 g och 1 vg	Eleven påbörjar en generell metod genom att korrekt teckna arean som funktion av x och derivera det generella uttrycket. 1 g och 2 vg	1/2
Matematiskt resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i>	Utifrån resonemang eller beräkningar för ett specialfall drar eleven någon relevant slutsats om hur arean varierar med hörnens placering för något k och/eller arean varierar med k , för en given placering av hörnen på x -axeln 1-2 g	Eleven konstaterar att arean har ett maximalt värde för varje k , och att den maximala arean minskar när k ökar Slutsatserna baseras på resonemang eller beräkningar för minst två värden på k . 2 g och 1 vg	Eleven konstaterar att arean har ett maximalt värde för varje k , och att den maximala arean går mot noll då k blir stort. Slutsatserna baseras på resonemang eller beräkningar för minst tre värden på k , eller på en generell metod. 2 g och 2 vg	2/2
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>	Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. Elevens redovisning bör omfatta minst två specialfall eller en generell metod för att bedömning ska vara möjlig. 1 vg			0/1
Summa				3/5

Var och en av nedanstående punkter beskriver hur eleven kan visa olika MVG-kvaliteter i sitt arbete med denna uppgift:

- Eleven väljer och genomför en generell metod genom att bestämma ett generellt uttryck för arean ($A = 54x - 2kx^3$) och derivatans nollställen ($x = \pm 3/\sqrt{k}$).
Eleven fastställer och verifierar areans största värde ($108/\sqrt{k}$).
- Utifrån sin generella undersökning drar eleven slutsatserna att arean har ett maxvärde för varje värde på k samt konstaterar att areans maxvärde går mot noll då k blir stort eller att det går mot oändligheten då k blir litet.
- Eleven redovisar välstrukturerat och tydligt och använder ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 15

Elevlösning 1 (1 g)

Area av PQRS

$Q \Rightarrow 2,0$

$R \Rightarrow 2,15$ $y = 27 - 3 \cdot 2^2 = 15$

Höjden 15, bredden $2 \cdot 2 = 4$

$15 \cdot 4 = 60$

~~$y' = 2kx$~~

Rektangelns area är störst
 då den är en kvadrat,
 x-koordinaten för Q är hälften
 av y-koordinaten för R.

~~$y = 27 - kx^2$~~

$y = 2 \times (27 - kx^2)$

Area = Bredden $\cdot$ Höjden

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	Beräknar första arean korrekt. Tar fram en generell areafunktion men använder den inte.
Matematiskt resonemang		0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/0	
Summa		1/0	

Elevlösning 2 (2 g)

$$y = 27 - 3x^2$$

$$x = 2 \quad y = 15$$

$$\text{Area} = PQ \cdot QR = 4 \cdot 15 = \underline{\underline{60}} \text{ areenheter}$$

- Ju lägre k är, desto bredare blir rektangeln. Arean ökar då också. (Detta såg jag på räknaren)

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	
Matematiskt resonemang	X	1/0	Relevant slutsats men knapphändigt motiverad.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/0	
Summa		2/0	

Elevlösning 3 (3 g och 3 vg)

- $y = 27 - 3 \cdot 2^2 = 15$
 $A = 15 \cdot 4 = 60 \text{ a.e}$
 Rektangelns area blir 60 a.e

- $k = 2$
 $y = 27 - 2x^2$
 $A = 2x(27 - 2x^2)$
 $A = 54x - 4x^3$
 $A' = 54 - 12x^2$
 $A' = 0 \Rightarrow 54 - 12x^2 = 0$
 $x^2 = 4,5$
 $x = (\pm) 2,12$

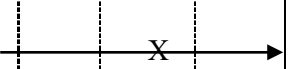
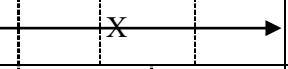
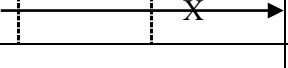
$$A_{\max} = 54 \cdot 2,12 - 4 \cdot 2,12^3 \approx 76 \text{ a.e}$$

- $k = 5$ $y = 27 - 5x^2$
 $A = 2x(27 - 5x^2) = 54x - 10x^3$
 $A' = 54 - 30x^2$
 $A' = 0 \Rightarrow 54 - 30x^2 = 0$
 $x^2 = 1,8$
 $x = (\pm) 1,34$

$$A_{\max} = 54 \cdot 1,34 - 10 \cdot 1,34^3 \approx 48 \text{ a.e}$$

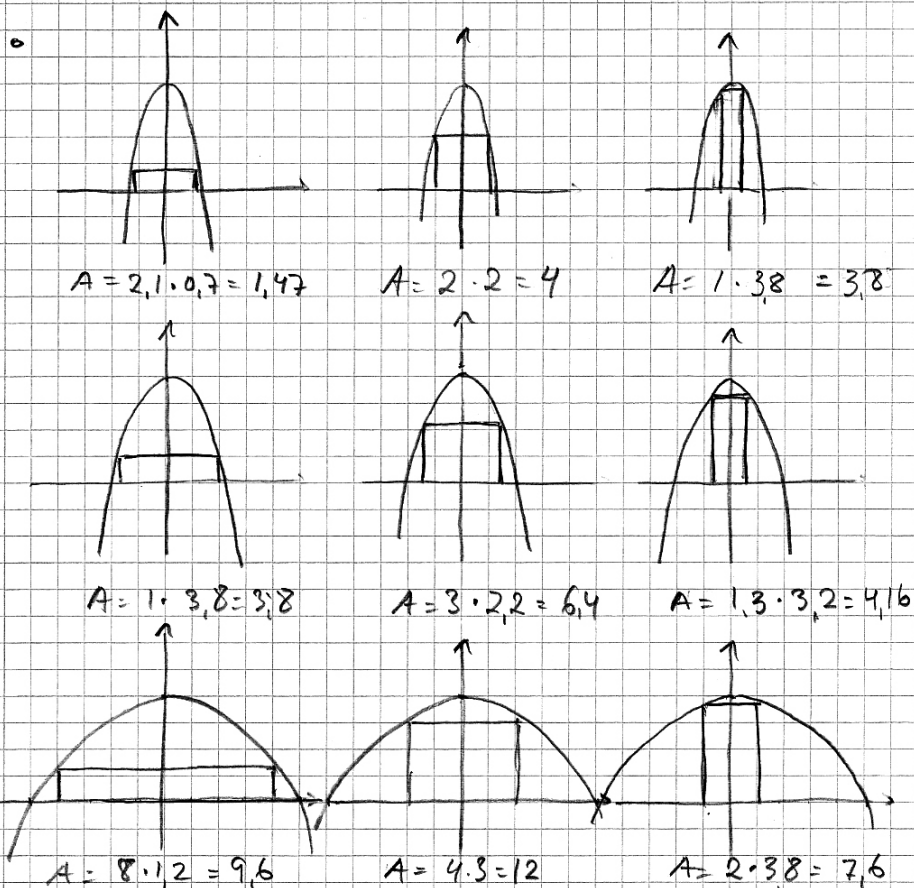
När k blir större blir $A_{\max}$ mindre

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		1/1	Tecknar korrekt areafunktion för specifika k -värden och beräknar rektanglarnas största värde.
Matematiskt resonemang		2/1	Eleven konstaterar endast indirekt att arean har maximalt värde.
Redovisning och matematiskt språk		0/1	
Summa		3/3	

Elevlösning 4 (3 g och 2 vg)

$$A = b \cdot h \quad b = 4 \quad h = 27 - 3 \cdot 2^2 = 15 \quad A = 60 \text{ are}$$



Ja mindre k desto mer ökar den maximala arean.

Ja större k desto mer minskar den maximala arean och blir så småningom noll

För ett k finns alltid en maximal area.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	Beräknar första arean korrekt.
Matematiskt resonemang	X	2/2	Drar relevanta slutsatser utifrån ett resonemang kring tre olika k -värden även om redovisningen är bristfällig.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/0	
Summa		3/2	

Elevlösning 5 (3 g och 5 vg och □)

$$\bullet y = 27 - 3 \cdot 2^2 = 15$$

$$A = 15 \cdot 4 = 60 \text{ a.e.}$$

$$\bullet A = 2x(27 - kx^2) = 54x - 2kx^3$$

$$A'(x) = 54 - 6kx^2$$

$$A'(x) = 0 \quad 54 - 6kx^2 = 0$$

$$\frac{54}{6} = \frac{6kx^2}{6}$$

$$kx^2 = 9 \quad x^2 = \frac{9}{k} \quad x = \sqrt{\frac{9}{k}}$$

Störst area då $x = \sqrt{\frac{9}{k}}$

$$A\left(\sqrt{\frac{9}{k}}\right) = 2 \cdot \sqrt{\frac{9}{k}} \left(27 - k\left(\sqrt{\frac{9}{k}}\right)^2\right) =$$

$$= 2\sqrt{\frac{9}{k}} \cdot 27 - 2\sqrt{\frac{9}{k}} \cdot k \cdot \frac{9}{k} = 54\sqrt{\frac{9}{k}} - 18\sqrt{\frac{9}{k}} = 36\sqrt{\frac{9}{k}}$$

Störst area $36\sqrt{\frac{9}{k}}$

Om $k=1$ blir $A_{\max} = 36 \cdot \sqrt{9} = 108$

Om $k=9$ blir $A_{\max} = 36 \cdot \sqrt{1} = 36$

Om $k=1000$ blir $A_{\max} = 36 \cdot \sqrt{\frac{9}{1000}} \approx 3,41$

Arean som störst $36\sqrt{\frac{9}{k}}$

Arean blir mindre och mindre och mindre...
om k ökar

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	
Matematiskt resonemang	X	2/2	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		3/5	

Kommentarer: Elevens lösning uppvisar □-kvaliteter.

Eleven väljer och genomför en generell metod och finner nollställena till areafunktionens derivata samt tar fram ett uttryck för den största arean ($36 \cdot \sqrt{9/k}$ a.e.) även om eleven inte verifierar att det är ett maximalt värde. Vidare drar eleven utifrån sin generella metod korrekta slutsatser om hur den maximala arean förändras då k ökar. Resonemanget är lätt att följa och förstå men det matematiska språket kunde vara bättre.

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)

R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)

A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)

D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

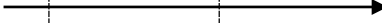
Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiskt resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiskt resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiskt resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiskt resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			
Matematiskt resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			