# NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C HÖSTEN 2008

## Anvisningar

| | |
|---|---|
| Provtid | 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 120 minuter för arbetet med Del I. |
| Hjälpmedel | **Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.*<br>**Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”. |
| Provmaterialet | Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.<br>Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.<br>*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.* |
| Provet | Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter.<br>Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.<br>Uppgift 9 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.<br>Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. |
| Poäng och betygsgränser | Provet ger maximalt 44 poäng.<br>Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.<br>Undre gräns för provbetyget<br>Godkänt: 12 poäng.<br>Väl godkänt: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng.<br>Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa. |

# Del I

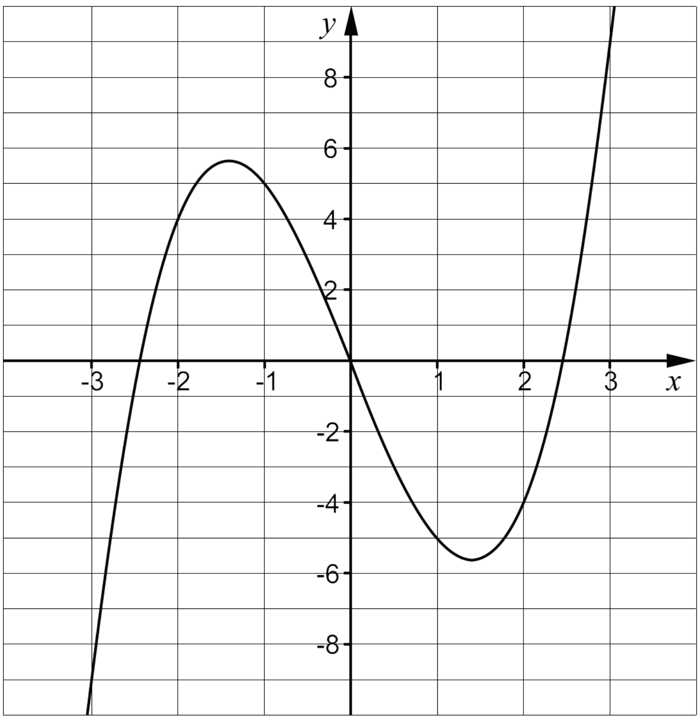
**Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare.** Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

**1.** Derivera

a) $f(x) = 4x^2 + 7x + 5$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $f(x) = 3e^{2x}$ *Endast svar fordras* (1/0)

**2.** Figuren visar grafen till $f(x) = x^3 - 6x$




Ange koordinaterna för en punkt på grafen där derivatan är positiv.
*Endast svar fordras* (1/0)

**3.** Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $x^7 = 14$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $7^x = 14$ *Endast svar fordras* (1/0)

**4.** Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

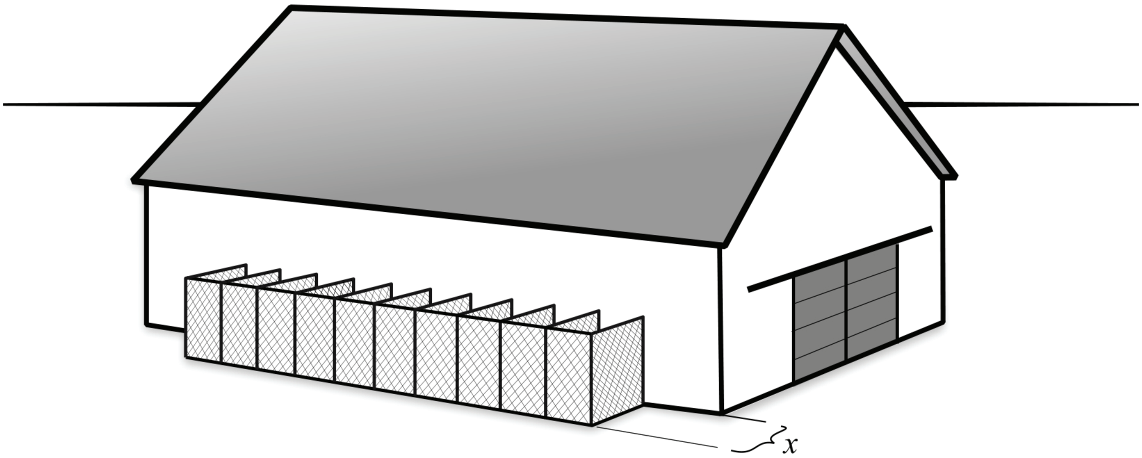
a) $\dfrac{5x^7+10}{x^7+2}$ (1/0)

b) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$ (1/0)

c) $\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{1}{1-x}$ (0/1)

**5.** Lös ekvationen $x^3-7x=0$
Svara exakt. (2/0)

**6.** Karin driver en kennel och ska bygga 10 stycken rektangulära rastgårdar till sina hundar. Rastgårdarna ska ligga mot en ladugård och vara lika stora. Karin har 44 m stängsel som ska användas då hon bygger rastgårdarna.




Arean för en rastgård $A$ m$^2$ som funktion av längden på rastgårdens sida $x$ m (se figur) ges då av
$A(x)=4{,}4x-1{,}1x^2$ där $0<x<4$

a) Bestäm med hjälp av derivata det värde på $x$ som ger varje rastgård så stor area som möjligt. (3/0)

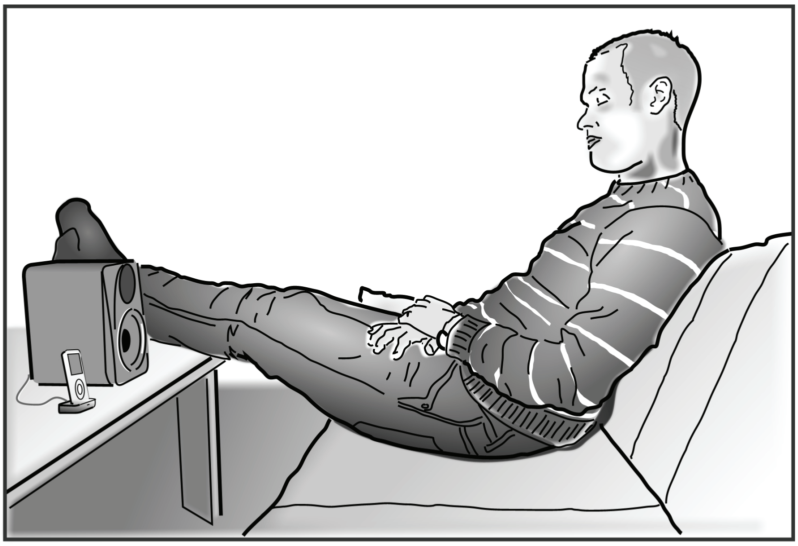
b) Visa att arean $A$ m$^2$ kan skrivas $A(x)=4{,}4x-1{,}1x^2$ (0/2)

**7.** För funktionen $f$ gäller att $f(x) = Ax^3$ där $A$ är en konstant.
Bestäm $f'(x)$ med hjälp av derivatans definition. (0/2/¤)

**8.** Ljudnivå är ett mått på hur starkt ett ljud är och mäts i enheten decibel (dB). Lucas sitter och lyssnar på musik i sitt rum. En förenklad modell av ljudnivån $L$ dB från hans högtalare kan skrivas

$$L = 90 + 10 \cdot \lg P$$

där $P$ Watt (W) är den effekt som högtalaren får från förstärkaren.



a) Beräkna ljudnivån när effekten är 1 W. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Lucas har läst att under vissa förutsättningar kan en ljudnivå på 100 dB skada hans hörsel.
Vid vilken effekt från förstärkaren blir ljudnivån skadlig? (2/0)

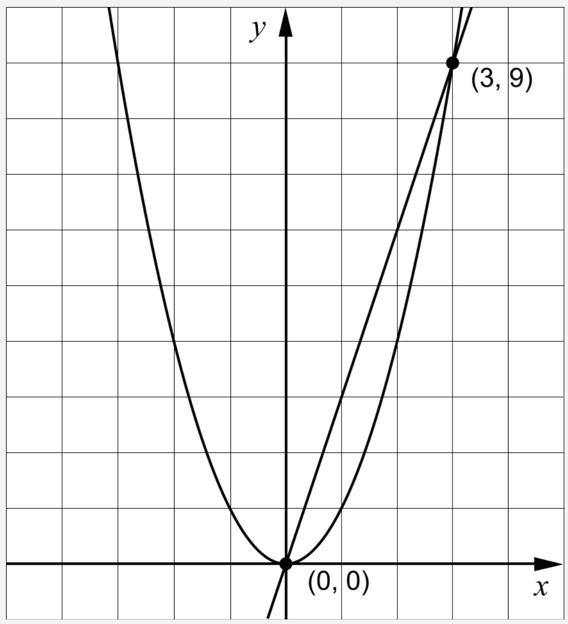
I allmänhet gäller att en ökning av ljudnivån med 10 dB uppfattas av örat som att ljudet blivit dubbelt så starkt.

c) Hur många gånger större effekt krävs det för att örat ska uppfatta att ljudet blivit dubbelt så starkt? (0/1/¤)

**Vid bedömningen av ditt arbete med följande uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:**
- Hur väl du genomför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

**9.** Kalle och Stina har fått följande matteuppgift av sin lärare:

I figuren visas grafen till $f(x) = x^2$ och en sekant som går genom punkterna (0, 0) och (3, 9). En sekant är en rät linje som går genom två punkter på kurvan.
Beräkna sekantens riktningskoefficient.




För att beräkna sekantens riktningskoefficient ställer de upp följande uttryck:

Kalle: $\dfrac{f(3) - f(0)}{3 - 0}$  Stina: $\dfrac{f'(0) + f'(3)}{2}$

De beräknar värdet av sitt uttryck och upptäcker att de båda får värdet 3. Kalle tror att Stina haft tur som fått rätt svar. De bestämmer sig därför för att göra om samma typ av beräkning för en annan sekant och väljer sekanten som går genom punkterna (1, 1) och (5, 25). De ställer upp följande uttryck:

Kalle: $\dfrac{f(5) - f(1)}{5 - 1}$  Stina: $\dfrac{f'(1) + f'(5)}{2}$

- Beräkna värdena för Kalles och Stinas nya uttryck.
- Dra en slutsats om Kalles och Stinas metoder utifrån värdena av de fyra uttrycken ovan.
- Undersök om samma slutsats kan dras om du istället studerar alla tänkbara typer av andragradsfunktioner. (3/3/¤)

# Del II

**Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.**
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

**10.** Friidrottaren Susanna Kallur tävlar i grenen 100 meter häck. Hon tillhör världseliten inom häcklöpning. Vid VM i friidrott 2007 blev hon fyra på tiden 12,51 s.

Genom att granska reprisen av loppet har tiden när hon passerar respektive häck fastställts.

| **Häck nr** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Löpt sträcka (m)** | 8,5 | 17 | 25,5 | 34 | 42,5 | 51 | 59,5 | 68 | 76,5 | 85 |
| **Tid (s)** | 2,2 | 3,2 | 4,2 | 5,2 | 6,1 | 7,1 | 8,1 | 9,1 | 10,1 | 11,1 |

a) Vilken medelhastighet hade Susanna mellan den första häcken och den tionde häcken? (1/0)

Den sträcka $s(t)$ meter som Susanna sprungit är en funktion av tiden $t$ sekunder efter start.

b) För Susannas häcklopp gäller att $s'(11{,}6) = 10{,}6$
Tolka vad detta betyder. (0/1)

**11.** Julias mormor gör regelbundna insättningar av pengar till sitt barnbarn. Mormor sätter in 1000 kr på ett bankkonto varje födelsedag från och med det år Julia fyller 1 år till och med det år hon fyller 18 år.

Hur mycket kan Julia ta ut från bankkontot den dag hon fyller 18 år just efter den sista insättningen förutsatt att årsräntan är 4 %? (2/0)

**12.** Skissa grafen till en funktion $f$ för vilken det gäller att
$f(10) = 25$ och $f'(10) = 0$ (2/0)

**13.** För vilket värde på $x$ är uttrycket $\dfrac{x-1}{e^{x}-1}$ inte definierat?

*Endast svar fordras* (1/0)

**14.** Bakterien *Clostridium perfringens* kan orsaka allvarlig matförgiftning. Om mat som innehåller denna bakterie får svalna i rumstemperatur ökar antalet bakterier med 5,9 % per minut. Därför bör man alltid snabbt kyla ner maten efter tillagning. Det krävs ungefär 100 000 bakterier per gram mat för att en person ska bli matförgiftad. (Källa: Smittskyddsinstitutet)

I en bit kokt lax finns efter tillagning 100 bakterier per gram. Den kokta laxen får svalna i rumstemperatur. Hur lång tid tar det innan det finns så många bakterier per gram i laxen att en person som äter av den blir matförgiftad? (0/2)

**15.** I en geometrisk summa med 10 termer är en term 40,5 och därpå följande term 121,5. Bestäm första termens värde om summan är 14762 (0/2)

**16.** För funktionen $f$ gäller att $f(x) = \dfrac{x^3}{3} + 2x^2 - 250x$

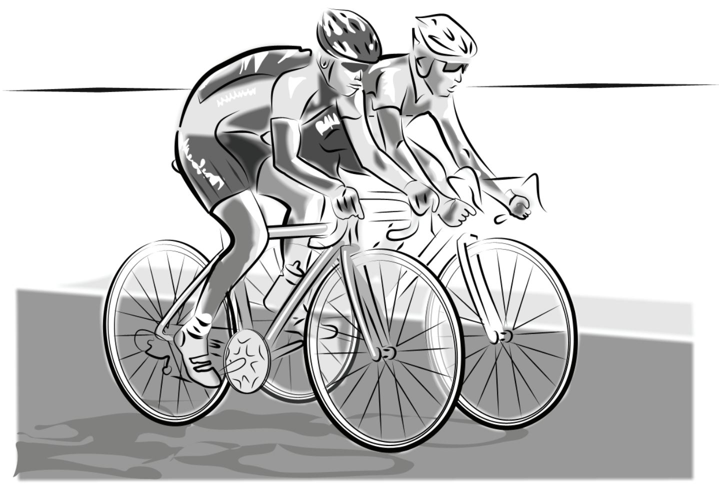
a) Hur många punkter på funktionens graf har en tangent med riktningskoefficienten 2? (0/2)

b) Grafen till funktionen $f$ har tangenter i alla punkter. Vilka värden kan riktningskoefficienterna till dessa tangenter anta? (0/2)

**17.** Fredrik och Gustav deltar i samma cykellopp. Loppet är 90 km långt. Fredrik håller jämn fart hela loppet medan Gustavs fart varierar. Man kan förenklat beskriva den sträcka (i km) de har cyklat med funktionerna:

$f(t) = 30t$ och $g(t) = t^3 - 6t^2 + 37{,}8t$ där $t$ är tiden i timmar efter start.

Fredrik och Gustav startar samtidigt. Fredrik går i mål först. Han passerar mållinjen precis 3 timmar efter start.



Hur lång tid efter start är avståndet mellan Fredrik och Gustav störst och hur långt är avståndet mellan dem då? (0/2/¤)

| **Innehåll** | **Sid nr** |
|---|---|
| Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000 .................................................. | 3 |
| Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet .............................. | 4 |
| Kravgränser ........................................................................................................... | 5 |
| Allmänna riktlinjer för bedömning .......................................................................... | 6 |
| Bedömningsanvisningar del I och del II .................................................................. | 7 |
| Mål för matematik kurs C – Kursplan 2000 ............................................................ | 22 |
| Betygskriterier 2000 ................................................................................................ | 23 |
| Kopieringsunderlag för aspektbedömning .............................................................. | 24 |
| Kopieringsunderlag för bedömning av MVG- kvaliteter.......................................... | 25 |
| Insamling av provresultat hösten 2008 ..................................................................... | 26 |

**Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000**

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 6b, 7, 8b, 8c, 9, 10b, 11, 14, 15, 16b och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 6a, 7, 8c, 9, 10b, 16b och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 2, 6b, 7, 8c, 9, 10b, 11, 14, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 6, 11, 14 och 17.

## Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik ht 2008 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte)

| | | | | Kunskapsområde | | | | | | | | | | | Betygskriterium | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Upp-gift nr | g po-äng | vg po-äng | ¤ | Övr | | aRitm | | Algebra | | | Dif & integral | | | | Godkänd | | | | Väl godkänd | | | | | | Mycket väl godkänd | | | | |
| | | | | 1 | 4 | 2 | 3 | 6 | 7 | 8 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1a | 1 | 0 | | | | | | | | | x | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 1b | 1 | 0 | | | | | | | | | x | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | 0 | | | | | | | | | x | x | | | x | x | x | | | | | | | | | | | | |
| 3a | 1 | 0 | | | | x | | | | | | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 3b | 1 | 0 | | | | x | | | | | | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 4a | 1 | 0 | | | | | | | | x | | | | | | | x | | | | | | | | | | | | |
| 4b | 1 | 0 | | | | | | | x | | | | | | | | x | | | | | | | | | | | | |
| 4c | 0 | 1 | | | | | | | | x | | | | | | | | | x | | | x | x | | | | | | |
| 5 | 2 | 0 | | | | | | | | x | | | | | | | x | | | | | | | | | | | | |
| 6a | 3 | 0 | | | | | | | | | x | x | | | | x | x | | | | | | | | | | | | |
| 6b | 0 | 2 | | | | | | | x | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | | | | | | |
| 7 | 0 | 2 | ¤ | | | | | | x | x | x | | | x | | | | | x | x | x | x | x | | x | | x | | |
| 8a | 1 | 0 | | | | x | x | | | | | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 8b | 2 | 0 | | | | x | x | | | | | | | | | | x | | | | | | | | | | | | |
| 8c | 0 | 1 | ¤ | | | x | x | | | | | | | | | | | | x | x | x | x | x | | x | | x | | |
| 9 | 3 | 3 | ¤ | | | | | | x | x | x | x | | | x | x | x | | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | |
| 10a | 1 | 0 | | | | | | | | | x | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 10b | 0 | 1 | | | | | | | | | x | | | | | | | | x | | x | | x | | | | | | |
| 11 | 2 | 0 | | | | | x | | | | | | | | | | x | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 2 | 0 | | | x | | | | | | x | | x | | | | x | | | | | | | | | | | | |
| 13 | 1 | 0 | | | | x | | | | x | | | | | x | | x | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 0 | 2 | | | | x | x | | | | | | | | | | | | x | | x | x | x | | | | | | |
| 15 | 0 | 2 | | | | | x | | | | | | | | | | | | x | | | x | x | | | | | | |
| 16a | 0 | 2 | | | | | | | | | x | x | x | | | | | | x | x | | x | x | | | | | | |
| 16b | 0 | 2 | | | | | | | | | x | x | x | | | | | | x | x | | x | x | | | | | | |
| 17 | 0 | 2 | ¤ | | | | | | x | | x | x | x | | | | | | x | x | x | x | x | | x | x | | x | |
| Σ | 24 | 20 | | 1/0 | | 7/5 | | 5/5 | | | 11/10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**Kravgränser**

Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

| | |
|---|---|
| Godkänt: | 12 poäng. |
| Väl godkänt: | 25 poäng varav minst 6 vg-poäng. |
| Mycket väl godkänt: | 25 poäng varav minst 13 vg-poäng.<br>Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter. |

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fem olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

| | Uppgift | | | |
|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 7 | 8c | 9 | 17 |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | ○ | ○ | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | ○ |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | ○ | ○ | ○ | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | ○ | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | ○ | | ○ | ○ |

## Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

| | |
|---|---|
| Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation | +1 g |
| med korrekt svar | +1 g |

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

# Bedömningsanvisningar (MaC ht 2008)

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen "godtagbar" ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

| Uppg. | | Bedömningsanvisningar | Poäng |
|---|---|---|---|
| **Del I** | | | |
| **1.** | | | **Max 2/0** |
| | a) | Korrekt svar ( $f'(x) = 8x + 7$ ) | +1 g |
| | b) | Korrekt svar ( $f'(x) = 6e^{2x}$ ) | +1 g |
| **2.** | | | **Max 1/0** |
| | | Korrekt svar (t.ex. $(2, -4)$ ) | +1 g |
| **3.** | | | **Max 2/0** |
| | a) | Korrekt svar $\left( x = 14^{\frac{1}{7}} \right)$ | +1 g |
| | b) | Korrekt svar $\left( x = \frac{\lg 14}{\lg 7} \right)$ | +1 g |
| **4.** | | | **Max 2/1** |
| | a) | Redovisad godtagbar lösning (5) | +1 g |
| | b) | Redovisad godtagbar lösning ( $a^4 - 1$ ) | +1 g |
| | c) | Redovisad godtagbar lösning (1) | +1 vg |

| Uppg. | Bedömningsanvisningar | Poäng |
|---|---|---|
| **5.** | | **Max 2/0** |
| | Korrekt faktorisering av vänsterledet, t.ex. $x(x^2-7)=0$ | +1 g |
| | med korrekt bestämning av rötterna ( $x_1=0, x_2=\sqrt{7}$ och $x_3=-\sqrt{7}$ ) | +1 g |
| **6.** | | **Max 3/2** |
| | a) Korrekt bestämning av derivatan, $A'(x)=4{,}4-2{,}2x$ | +1 g |
| | med redovisad godtagbar bestämning av derivatans nollställe, $x=2$ | +1 g |
| | Godtagbar verifiering av maximum | +1 g |
| | b) Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för summan av bredden av alla rastgårdar, $44-11x$ | +1 vg |
| | med i övrigt godtagbar lösning | +1 vg |
| **7.** | | **Max 0/2/¤** |
| | Korrekt tecknad ändringskvot, $\dfrac{A(x+h)^3-Ax^3}{h}$ | +1 vg |
| | med godtagbart slutförd härledning | +1 vg |

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | bevisa att $f'(x)=3Ax^2$ med hjälp av derivatans definition. |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | lösa uppgiften korrekt och redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. |

**Uppg. Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

**Elevlösning 1 (2 vg)**

$$f(x) = Ax^3$$

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{A(x+h)^3 - Ax^3}{h} = \frac{A(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-Ax^3}{h}$$

$$= \frac{A3x^2h + A3xh^2 + Ah^3}{h} = \frac{h(A3x^2+A3xh+Ah^2)}{h}$$

$$= A3x^2 + A3xh + Ah^2 = A3x^2$$

$$(h=0)$$

*Kommentar*: Eleven tecknar en ändringskvot och utför en korrekt förenkling av denna. Ingen MVG-kvalitet uppvisas i denna lösning då eleven inte använder derivatans definition i sin helhet.

**Elevlösning 2 (2 vg och en av MVG-kvaliteterna)**

$$f(x) = Ax^3$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{A(x+h)^3 - Ax^3}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{A(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)-Ax^3}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{Ax^3+A3x^2h+A3xh^2+Ah^3-Ax^3}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h(A3x^2+A3xh+Ah^2)}{h} = \lim_{h \to 0} = A3x^2$$

Svar: $f'(x) = A3x^2$ (då $h \to 0$)

*Kommentar*: Eleven utför beviset och lösningen uppvisar därmed motsvarande MVG-kvalitet. Däremot ses vissa språkliga brister i slutet av lösningen där eleven infogat ”$\lim\limits_{h \to 0}$” mellan två likhetstecken och i svaret, där eleven skrivit ”$h \to 0$”. Detta medför att den MVG-kvalitet som rör redovisning och matematiskt språk inte erhålls för denna lösning.

| **Uppg.** | **Bedömningsanvisningar** | **Poäng** |
|---|---|---|
| **8.** | | **Max 3/1/¤** |
| a) | Korrekt svar (90 dB) | +1 g |
| b) | Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $100 = 90 + 10\lg P$ | +1 g |
| | med redovisad godtagbar lösning (10 W) | +1 g |
| c) | Redovisad godtagbar lösning som baseras på specialfall (10 ggr så stor effekt) | +1 vg |

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | välja en generell metod och t.ex. teckna $10 = (90 + 10\lg P_2) - (90 + 10\lg P_1)$ |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | utifrån en generell metod, visa att $P_2 = 10P_1$ |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | |

**Uppg. Bedömningsanvisningar** **Poäng**

**9.** **Max 3/3/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

| **Bedömningen avser** | **Kvalitativa nivåer**<br>**Lägre** → | **Högre** | **Total poäng** |
|---|---|---|---|
| **Metodval och genomförande**<br>*I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.*<br>*Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.* | Eleven beräknar de två uttrycken godtagbart (6)<br><br>**1 g** | Eleven beräknar de två uttrycken godtagbart (6)<br><br>Eleven gör någon delvis generell ansats, t.ex. genom att påbörja en undersökning av $f(x) = ax^2$ för specifika punkter.<br><br>**1 g och 1 vg** | **1/1** |
| **Matematiskt resonemang**<br>*Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.* | Eleven drar någon relevant slutsats t.ex. "Båda metoderna ger samma svar"<br>*och*<br>visar i tredje punkten att slutsatsen även stämmer för någon annan andragradsfunktion, t.ex. $f(x) = 3x^2$<br><br>**1-2 g** | Eleven drar någon relevant slutsats t.ex. "Båda metoderna ger samma svar"<br>*och*<br>motiverar att slutsatsen stämmer utifrån en delvis generell undersökning, t.ex. för $f(x) = ax^2$ med specifika punkter.<br><br>**2 g och 1 vg** | **2/1** |
| **Redovisning och matematiskt språk**<br>*Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner* | | Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är lämpligt.<br><br>**1 vg** | **0/1** |
| **Summa** | | | **3/3** |

**MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.**

**Uppg. Bedömningsanvisningar** **Poäng**

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | uttrycka riktningskoefficienten för någon av lösningsmetoderna, t.ex. $k = \dfrac{ax_2^2 - ax_1^2}{x_2 - x_1}$ Här krävs godtyckliga punkter och en andragradsfunktion med minst en godtycklig koefficient/konstant. |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | med generella metoder/resonemang, visa att båda metoderna alltid ger samma riktningskoefficient. Beräkningarna baseras på behandling av $f(x) = ax^2 + bx + c$ med godtyckliga punkter. |
| Värderar och jämför metoder/modeller | ansätta godtyckliga $x$-koordinater i båda lösningsmetoderna så att de blir jämförbara, t.ex. $k = \dfrac{2ax_1 + 2ax_2}{2}$ och $k = \dfrac{ax_2^2 - ax_1^2}{x_2 - x_1}$, förenkla uttrycken och dra slutsatsen att riktningskoefficienterna blir densamma. Här krävs godtyckliga punkter och en andragradsfunktion med minst en godtycklig koefficient/konstant. |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. |

**Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 9**

**Elevlösning 1 (2 g och 1 vg)**

- Kalle $\frac{f(5)-f(1)}{5-1} = \frac{x_1^2 - x_2^2}{5-1}$

$x_1 = 5$

$x_2 = 1$

$\frac{5^2-1^2}{4} = \frac{25-1}{4} = 6$

Stina $\frac{f'(1)+f'(5)}{2} = \quad f' = 2x$

$x_1 = 1$

$x_2 = 5$

$\frac{2x_1+2x_2}{2} = \frac{2+10}{2} = 6$

- Slutsats: med de olika punkter som har prövats ser det ut som att båda ger sekantens k-värde/riktningskoefficient

Kalles formel följer ekvationen

$$\frac{x_1^2-x_2^2}{x_1-x_2} = x_1 + x_2$$

Stinas formel följer ekvationen

$$\frac{2x_1+2x_2}{2} = x_1 + x_2$$

Dett gör att jag tror att svaren är lika beror på andragradsfunktionen och inte metoderna

• andragradsekvationens allmänna formel:

$f = nx^2 + px + q$

derivatan av denna funktion är

$f' = 2nx + p$

Kalle får då:

$$\frac{f(3)-f(0)}{3} = \frac{(2n3+p3+q)-(2n0+p0+q)}{3}$$

$$= (2n+p3+q)-(2n+q) = p3$$

Stina får då

$$\frac{f'(0)+f'(3)}{2} = \frac{(2n0+p)+(2n3+p)}{2} = n+p+2n3+p=$$

$$= 2n3+2p+n$$

Eftersom svaren de båda fick är olika kan jag dra slutsatsen att deras metoder inte är likvärdiga och att båda inte ger sekantens k-värde.

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och Genomförande | X (nivå 3) | 1/1 | Eleven påbörjar en delvis generell undersökning. |
| Matematiska resonemang | X (nivå 2) | 1/0 | |
| Redovisning och matematiskt språk | | 0/0 | |
| **Summa** | | **2/1** | |

*Kommentar:* Eleven generaliserar Kalles och Stinas metoder, och påstår att de går att skriva på samma form. Utifrån lösningen går det ej att bedöma om eleven förenklat det generella uttrycket för Kalles metod eller om eleven sett ett mönster i specialfallet med $x_1 = 5$ och $x_2 = 1$. Därför erhålls ingen vg-poäng för matematiskt resonemang.

**Elevlösning 2 (3 g och 3 vg och en av MVG-kvaliteterna )**

☆ FÖRST KONTROLLERAR JAG ATT DE BÅDA FÖRSTA UTTRYCKEN GER SVARET 3:

$$\frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{9-0}{3} = 3$$

$$\frac{f'(0)+f'(3)}{2} = \frac{0+6}{2} = 3$$

NU TESTAR JAG DE NYA UTTRYCKEN:

$$\frac{f(5)-f(1)}{5-1} = \frac{25-1}{4} = 6$$

$$\frac{f'(1)+f'(5)}{2} = \frac{2+10}{2} = 6$$

☆ SLUTSATSEN AV KALLES OCH STINAS BERÄKNINGAR ÄR ALLTSÅ ATT BARA SIFFRORNA I TÄLJAREN ÄR SAMMA I BÅDA UTTRYCKEN (T.EX 0 OCH 3 ELLER 1 OCH 5) GER BÅDA UTTRYCKEN SAMMA SVAR.

☆ KAN MAN APPLICERA DENNA SLUTSATS PÅ ALLA TÄNKBARA TYPER AV ANDRAGRADSFUNKTIONER?
DEN GENERELLA FORMELN FÖR EN ANDRAGRADS-FUNKTION ÄR $f(x) = x^2 + ax + b$
DÄR b ÄR EN KONSTANT
DÅ BLIR $f'(x) = 2x + a$

ENLIGT KALLE SKULLE DÅ UTTRYCKET BERÄKNAS

$$\frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{(3^2+3a+b)-(0^2+0\cdot a+b)}{3}$$

$$= \frac{9+3a+b-b}{3} = 3+a$$

STINAS UTTRYCK GER ISTÄLLET:

$$\frac{f'(0)+f'(3)}{2} = \frac{(2\cdot 0+a)+(2\cdot 3+a)}{2} =$$

$$= \frac{6+2a}{2} = 3+a$$

ÄVEN HÄR VERKAR ALLTSÅ DE BÅDA UTTRYCKEN GE SAMMA SVAR! JAG TESTAR UTAN SIFFROR:

$$\frac{f(c)-f(d)}{c-d} = \frac{(c^2+cx+b)-(d^2+dx+b)}{c-d} =$$

$$= \frac{(c^2+cx)-(d^2+dx)}{c-d} = \frac{c(c+x)-d(d+x)}{c-d}$$

$$\frac{f'(d)+f'(c)}{2} = \frac{(2d+a)+(2c+a)}{2} =$$

$$= \frac{2d+2c+2a}{2} = d+c+a$$

HINNER EJ KLART DE GENERELLA UTTRYCKEN

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och Genomförande | X | 1/1 | Eleven påbörjar en delvis generell undersökning. |
| Matematiska resonemang | X | 2/1 | Eleven visar att metoderna ger samma resultat för en andragradsfunktion på formen $y = x^2 + ax + b$ i de punkter där $x_1 = 0$ och $x_2 = 3$ |
| Redovisning och matematiskt språk | X | 0/1 | Redovisningen är lätt att följa och förstå och det matematiska språket är lämpligt. |
| **Summa** | | **3/3** | |

*Kommentar:* Eleven undersöker även $f(x) = x^2 + ax + b$ i de punkter där $x$-koordinaterna är $c$ och $d$ och visar att Stinas metod ger riktningskoefficienten $d + c + a$
Därmed uppvisar lösningen den MVG-kvalitet som rör generella metoder.

**Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och tre av MVG-kvaliteterna)**

$f(x) = x^2$ $\quad$ $f'(x) = 2x$

$f(5) = 25$ $\quad$ $f'(1) = 2$

$f(1) = 1$ $\quad$ $f'(5) = 10$

$\frac{25-1}{5-1} = \frac{24}{4} = 6$ $\quad$ $\frac{2+10}{2} = 6$

Lutningen hos en sekan till en $f(x)=x^2$ graf kan beräknas genom att man adderar lutningen hos två punkter på linjen och dividerar summan med två.

$f(x) = 2x^2$ $\quad$ $\frac{f'(4)+f'(2)}{2} = \frac{16+8}{2} = \underline{12}$

$f'(x) = 4x$

$f'(2) = 8$

$f'(4) = 16$ $\quad$ $\frac{32-8}{4-2} = \frac{24}{2} = \underline{12}$

$f(2) = 8$

$f(4) = 32$

Samma sak sker naturligtvis vid andragradsfunktioner med en konstant adderad eller subtraherad, t.ex. $f(x) = 3x^2+5$ eftersom konstanten ej påverkar lutningen.

Ex) $f(x)=3x^2+5$ har derivatan $f'(x)=6x$

vilket är samma derivata som funktionen $f(x) = 3x^2$ har

$f(x) = 3x^2+5$ $\quad$ $f'(x) = 6x$

$x$-värden $= 2$ och $4$

$f(2) = 17$ $\quad$ $\frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{53-17}{2} = \underline{18}$

$f(4) = 53$

$f'(2) = 12$ $\quad$ $\frac{f'(2)+f'(4)}{2} = \frac{12+24}{2} = \underline{18}$

$f'(4) = 24$

Nu ersätter jag koefficienten framför $x^2$-termen med en bokstav:

$f(x) = ux^2$

$f'(x) = 2ux$

Jag använder de okända talen a och b som x-värden för att göra en generell lösning.

$f(a) = ua^2$

$f(b) = ub^2$

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{ua^2-ub^2}{a-b} = \frac{u(a^2-b^2)}{a-b} =$$

$$= \frac{u(a+b)(a-b)}{a-b} = u(a+b) = ua+ub$$

$f'(a) = 2ua$

$f'(b) = 2ub$

$$\frac{f'(a)+f'(b)}{2} = \frac{2ua+2ub}{2} = \frac{2(ua+ub)}{2}$$

$$= ua+ub$$

Slutsats - Riktningskoefficienten hos en sekant till en andragradsfunktion kan beräknas på både Kalles och Stinas sätt.

*Bedömning*

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och Genomförande | X | 1/1 | |
| Matematiska resonemang | X | 2/1 | |
| Redovisning och matematiskt språk | X | 0/1 | |
| **Summa** | | **3/3** | |

*Kommentar:* Eleven visar att metoderna ger samma resultat för en godtycklig andragradsfunktion på formen $f(x) = ux^2$ i de punkter där $x_1 = a$ och $x_2 = b$. Lösningen uppvisar därmed de MVG-kvaliteter som rör generella metoder och jämföra metoder. Redovisningen är mycket välstrukturerad och tydlig med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Det matematiska språket uppvisar några smärre brister i och med formuleringar av typen ”man adderar lutningen hos två punkter” och ”Jag använder de okända talen *a* och *b* …”. Sammantaget bedöms redovisning och matematiskt språk vara av sådan karaktär att MVG-kvalitet nätt och jämnt uppvisas i denna lösning.

| Uppg. | Bedömningsanvisningar | Poäng |
|---|---|---|

## Del II

**10.** **Max 1/1**

a) Redovisad godtagbar lösning (8,6 m/s) +1 g

b) Godtagbar tolkning ("När hon sprungit i 11,6 sekunder springer hon med hastigheten 10,6 m/s") +1 vg

**11.** **Max 2/0**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. använder geometrisk summa +1 g

med godtagbart svar (25645 kr) +1 g

**12.** **Max 2/0**

Redovisad godtagbar skiss som uppfyller ett av villkoren +1 g

Redovisad godtagbar skiss som uppfyller båda villkoren +1 g

**13.** **Max 1/0**

Korrekt svar ( $x = 0$) +1 g

**14.** **Max 0/2**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $100000 = 100 \cdot 1{,}059^t$ +1 vg

med godtagbart svar (120 minuter) +1 vg

**15.** **Max 0/2**

Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation

$$a\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) = 14762$$ +1 vg

med korrekt svar (0,5) +1 vg

| **Uppg.** | **Bedömningsanvisningar** | **Poäng** |
|---|---|---|
| **16.** | | **Max 0/4** |
| | a) Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x^2 + 4x - 250 = 2$ | +1 vg |
| | med i övrigt godtagbar lösning (Två punkter) | +1 vg |
| | b) Redovisad godtagbar ansats, t.ex. ritar grafen till derivatan | +1 vg |
| | med korrekt svar ( $f'(x) \geq -254$ ) | +1 vg |
| **17.** | | **Max 0/2/¤** |
| | Redovisad godtagbar ansats, t.ex. bildar funktionen $h(t) = t^3 - 6t^2 + 7{,}8t$ | +1 vg |
| | med korrekt bestämning av funktionsvärdet vid någon av extrempunkterna eller vid ändpunkten | +1 vg |

| MVG-kvalitet | visar eleven i denna uppgift genom att: |
|---|---|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | analysera problemet och visa att det största avstådet är 3,6 km och att det inträffar just då Fredrik går i mål. |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. |

**Uppg.** **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

**Elevlösning 1 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)**

$f(t) = 30t$

$g(t) = t^3 - 6t^2 + 37{,}8t$

a = avstånd i km

t = tiden i t

f(t) och g(t) = avstånd i km

$a = f(t) - g(t) =$

$30t - t^3 + 6t^2 - 37{,}8t$

$a = -t^3 + 6t^2 - 7{,}8t$

$a' = -3t^2 + 12t - 7{,}8$

$a' = 0 \Rightarrow$

$-3t^2 + 12t - 7{,}8 = 0$

$3t^2 - 12t + 7{,}8 = 0$

$t^2 - 4t + 2{,}6 = 0$

$t = 2 \pm \sqrt{2^2 - 2{,}6}$

$t_1 \approx 3{,}18$

$t_2 \approx 0{,}82$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $\searrow$ | min | $\nearrow$ | max | $\searrow$ |
| $a'$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $t$ | | $0{,}82$ | | $3{,}18$ | |

$a(t_1) = 3{,}71$

$a(t_2) = -2{,}91$

Eftersom $t = 3{,}18$ inträffar efter målgången får man undersöka avståndet vid målgången

$t = 3 \quad a(3) = 3{,}6$

SVAR: avståndet är som störst efter 3h då Fredrik ligger 3,6 km före Gustav.

*Kommentar*: Eleven analyserar problemet korrekt och visar att det största avståndet är 3,6 km och att det inträffar just då Fredrik går i mål. Lösningen är välstrukturerad och det matematiska språket är korrekt men redovisningen är något knapphändig. Eleven visar t.ex. inte hur funktionsvärdena beräknats. Fokus i uppgiften är dock inte dessa beräkningar. Redovisningen och det matematiska språket bedöms sammantaget vara av sådan kvalitet att MVG-kvalitet kan anses ha uppvisats.

**Mål för matematik kurs C**

**Kursplan 2000**

**Aritmetik (R)**
R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

**Algebra och funktionslära (A)**
A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

**Differentialkalkyl (D)**
D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

**Övrigt (Ö)**
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

**Betygskriterier 2000**

## Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

## Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

## Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

# Kopieringsunderlag för aspektbedömning

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | |
| Matematiska resonemang | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | |
| **Summa** | | | |

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | |
| Matematiska resonemang | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | |
| **Summa** | | | |

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | |
| Matematiska resonemang | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | |
| **Summa** | | | |

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | |
| Matematiska resonemang | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | |
| **Summa** | | | |

| | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|---|---|---|---|
| Metodval och genomförande | | | |
| Matematiska resonemang | | | |
| Redovisning och matematiskt språk | | | |
| **Summa** | | | |

**Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter**

| Elevens namn: .................................................................. | Uppgift (¤-märkt) | | | | Övriga uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 7 | 8c | 9 | 17 | |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | | | | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | | |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | | | | | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | | | | | |


| Elevens namn: .................................................................. | Uppgift (¤-märkt) | | | | Övriga uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 7 | 8c | 9 | 17 | |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | | | | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | | |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | | | | | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | | | | | |

| Elevens namn: .................................................................. | Uppgift (¤-märkt) | | | | Övriga uppgifter |
|---|---|---|---|---|---|
| MVG-kvalitet | 7 | 8c | 9 | 17 | |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | | | | | |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet | | | | | |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang | | | | | |
| Värderar och jämför metoder/modeller | | | | | |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk | | | | | |

**Insamling av provresultat**

Höstterminen 2008 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum.** Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

**För matematik kurs C gäller följande:**

**Elevresultat** rapporteras för **elever födda den 1:a, 4:e, 16:e och 18:e varje månad** på en webbplats som nås via http://www.umu.se/edmeas/np. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

**Bedömda elevlösningar** till proven skickas in per post för **elever födda den 1:a i varje månad.**

*De bedömda elevlösningarna skickas till:*

**Umeå universitet**
**Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar**
**Nationella prov**
**901 87 Umeå**

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet
Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se