

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2016-12-31.  
Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

## NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C HÖSTEN 2010

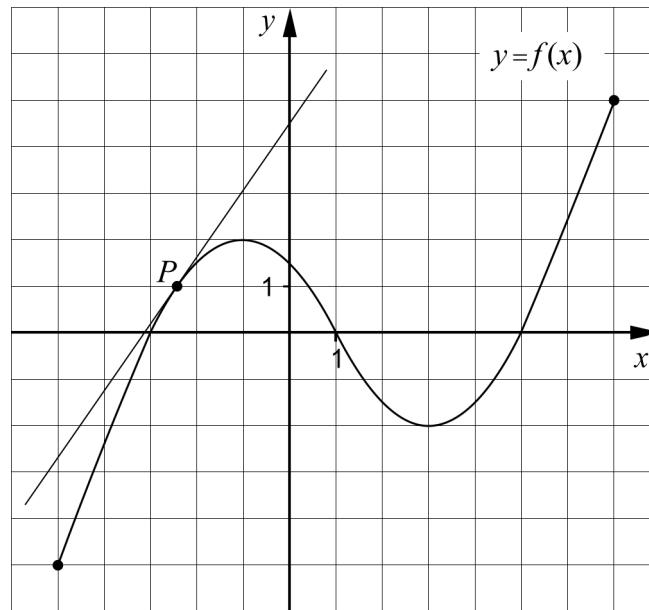
### Anvisningar

|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Provtid                 | 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. <b>Vi rekommenderar att du använder högst 120 minuter för arbetet med Del I.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Hjälpmedel              | <b>Del I:</b> "Formler till nationellt prov i matematik kurs C".<br><i>Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.</i><br><br><b>Del II:</b> Miniräknare, även symbolhanterande räknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs C".                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Provmaterialet          | Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.<br><br>Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.<br><i>Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Provet                  | Provet består av totalt 17 uppgifter. <b>Del I</b> består av 9 uppgifter och <b>Del II</b> av 8 uppgifter.<br><br>Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i> ) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.<br><br>Uppgift 9 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.<br><br>Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. |
| Poäng och betygsgränser | Provet ger maximalt 44 poäng.<br><br>Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med $\alpha$ , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.<br><br>Undre gräns för provbetyget<br>Godkänt: 12 poäng.<br>Väl godkänt: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng.<br>Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 14 vg-poäng.<br><br>Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de $\alpha$ -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

## Del I

**Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare.** Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. I figuren visas grafen till en funktion  $f$ . Lös följande uppgifter med hjälp av grafen.



- a) Punkten  $P$  ligger på kurvan. Genom punkten  $P$  går en rät linje som har samma lutning som kurvan har i  $P$ . Vad kallas en sådan linje?

*Endast svar fordras*

(1/0)

Funktionen  $f$  är definierad i intervallet  $-5 \leq x \leq 7$

- b) För vilka  $x$  gäller att  $f'(x) = 0$ ?

*Endast svar fordras*

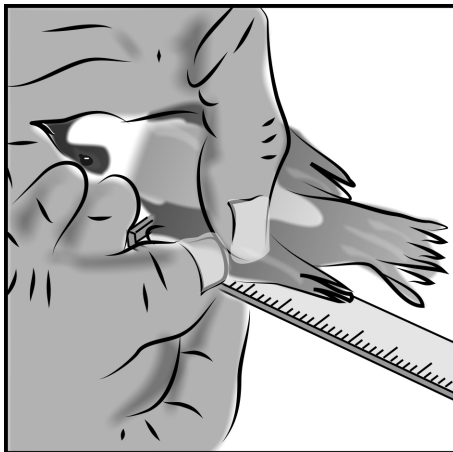
(1/0)

- c) Ange funktionens största värde.

*Endast svar fordras*

(1/0)

2.



I samband med ringmärkning av fåglar bestäms ofta fågelns vikt och ett vingmått. En biolog har ringmärkt ett antal pungmesar vid sjön Tåkern i Östergötland. Biologens mätdata leder fram till följande modell mellan fåglarnas vikt och vingmått:

$$y = -6x^2 + 360x + 5000 \quad \text{där } 10 \leq x \leq 40$$

I sambandet är  $y$  vikten i milligram och  $x$  vingmättet i millimeter.

Använd derivata för att beräkna den maximala vikten hos en pungmes enligt denna modell.

(4/0)

3. Beräkna

a)  $\lg 10000 + \lg 100$

(1/0)

b)  $\ln e^4 + e^{\ln 2}$

(1/0)

4. Funktionen  $f$  har en terrasspunkt i  $(2, 3)$ Bestäm  $f'(2)$ *Endast svar fordras*

(1/0)

5. Förenkla så långt som möjligt

a)  $(1-x)(1+x+x^2)$

(1/0)

b)  $\frac{(a-b)(a^2+2ab+b^2)}{(a+b)^3}$

(0/1)

6. Lös följande ekvationer

a)  $7^x - 5 = 0$  (1/0)

b)  $10x^3 - 1000x = 0$  (2/0)

c)  $\lg x + \lg 4 = 2$  (0/2)

7. Lovisa vill beräkna

$$12345678 \cdot 12345678 \cdot 12345678 - 12345678 \cdot 12345677 \cdot 12345679$$

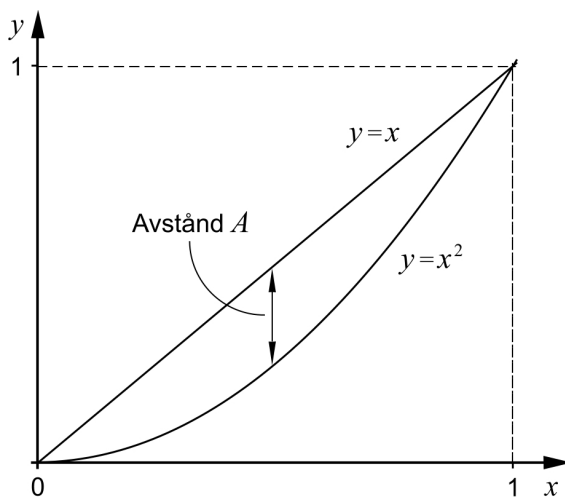
Hon använder sin räknare och får svaret 0. Lovisa är säker på att räknaren har gett fel svar och tror att det istället går att använda algebra för att bestämma det korrekta svaret. Hjälp Lovisa att bestämma det korrekta svaret med hjälp av algebra. (0/2)

8. Använd derivatans definition och bestäm derivatan till  $f(x) = \frac{A}{x}$  där  $A$  är en konstant. (0/2/□)

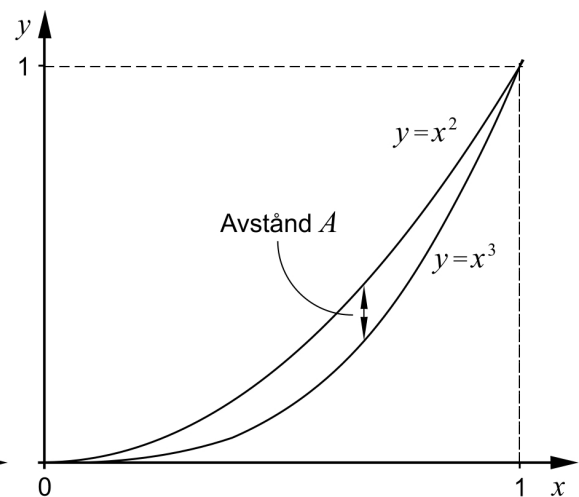
**Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:**

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

9. I den här uppgiften ska du undersöka för vilket värde på  $x$  som avståndet är störst (i  $y$ -led) mellan två kurvor i intervallet  $0 < x < 1$



Figur 1



Figur 2

I figur 1 visas kurvorna  $y = x$  och  $y = x^2$ . Avståndet mellan kurvorna ges av  $A(x) = x - x^2$

- För vilket värde på  $x$  är avståndet störst i figur 1?

I figur 2 visas kurvorna  $y = x^2$  och  $y = x^3$

- För vilket värde på  $x$  är avståndet störst i figur 2?

I det allmänna fallet ges de två kurvorna av  $y = x^n$  och  $y = x^{n+1}$  där  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Även i det allmänna fallet finns ett värde på  $x$  i intervallet  $0 < x < 1$  där avståndet mellan kurvorna är störst. Vi kallar detta  $x$ -värde för  $x_{\max}$

- Undersök vad som händer med värdet på  $x_{\max}$  då  $n$  blir större och större. (3/3/α)

## Del II

**Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.**  
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. Beräkna  $f'(0,5)$  då  $f(x) = 5e^{2x}$   
Avrunda till närmaste heltal. (1/0)

11. Ögats förmåga att reglera pupillens storlek avtar med åldern, vilket innebär att toleransförmågan mot bländning minskar ju äldre man blir. Toleransförmågan mot bländning som funktion av åldern kan beskrivas med sambandet

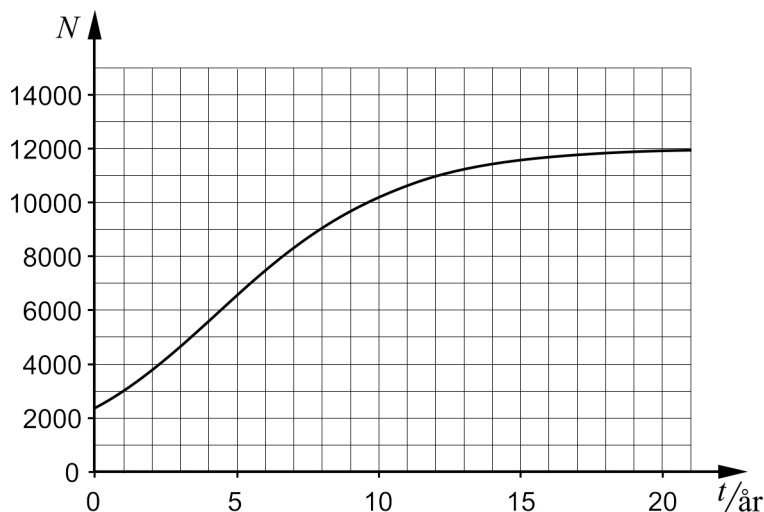
$$T(x) = 283 \cdot e^{-0,0578x} \quad \text{där } x \geq 18$$

där  $T(x)$  är toleransförmågan\* och  $x$  är åldern i år.

- a) Beräkna toleransförmågan för en person som är 18 år. (1/0)
- b) Vid vilken ålder är toleransförmågan hälften så stor som den är vid 18-års ålder? (2/0)

(\*Du kan bortse ifrån toleransförmågans enhet.)

12. En forskare studerade antalet sälur i en population. Figuren nedan visar antalet sälur  $N$  som funktion av tiden  $t$  år.



- a) Bestäm ett närmevärde till  $N'(10)$  med hjälp av grafen. (1/0)
- b) Ge en tolkning av vad  $N'(10)$  betyder i detta sammanhang. (0/1)

13. Chihuahuan är världens minsta hundras. Under 2000-talet har rasen blivit allt populärare.

År 2000 registrerades 306 hundar av rasen och år 2008 registrerades 2220 hundar av rasen i Sverige.

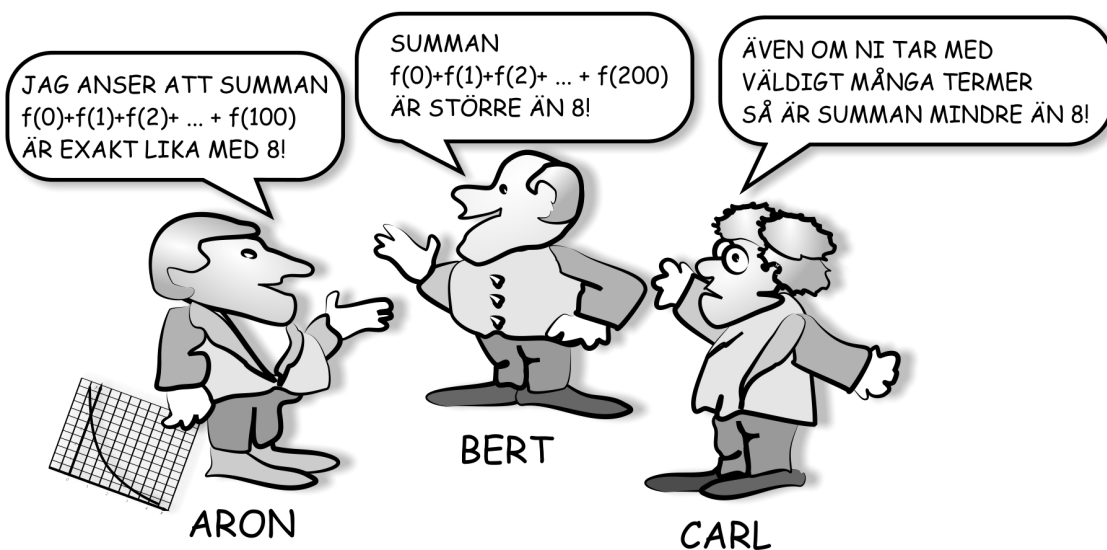
Antag att ökningen varit exponentiell. Med hur många procent per år har antalet registrerade hundar av rasen Chihuahua ökat?

(Källa: Svenska Kennelklubben)



(0/2)

14. Aron, Bert och Carl tittar på grafen till funktionen  $f(x) = 4 \cdot 0,5^x$  och diskuterar den summa de får om de adderar  $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots$ . De har olika uppfattning om summans värde:



Avgör vem eller vilka av dem som har rätt. Motivera ditt svar.

(0/2/□)

15. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = x^2$ . Ange en annan funktion  $g$  för vilken det gäller att  $g'(x) < f'(x)$  för alla  $x > 0$

Endast svar fordras

(0/1)

16. Frida har löst en uppgift i sin mattebok. En del av hennes lösning ser ut så här:

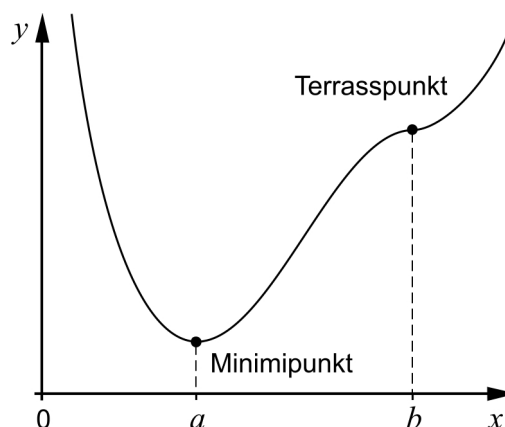
$$\begin{aligned}
 A(x) &= x(200 - 2x) \\
 A(x) &= 200x - 2x^2 \\
 A'(x) &= 200 - 4x \\
 200 - 4x &= 0 \\
 4x &= 200 \\
 x &= 50
 \end{aligned}$$

Svar: Maximal area fås då  $x = 50$ .

Formulera en egen uppgiftstext som passar till Fridas lösning. Uppgiftstexten ska handla om en verklig situation där en area  $A$  ska undersökas. I din uppgiftstext ska det framgå vad  $x$  och 200 står för.

(0/2/□)

17. Figuren nedan visar huvuddragen hos grafen till en fjärdegradsfunktion  $f$  där  $y = f(x)$ . Grafen har en minimipunkt där  $x = a$  och en terrasspunkt där  $x = b$



- a) Rita en skiss som visar grafen till funktionens derivata.

(0/2)

Derivatan till funktionen kan skrivas på formen  $f'(x) = k(x - a)(x - b)^2$  där  $k$  är en positiv konstant.

- b) Studera uttrycket för derivatan,  $f'(x) = k(x - a)(x - b)^2$  och grafen till funktionen  $f$  då  $x > a$ . Förklara sambandet mellan grafens utseende och det faktum att faktorn  $(x - b)$  är kvadrerad i uttrycket för derivatan.

(0/2/□)

| <b>Innehåll</b>                                                     | <b>Sid nr</b> |
|---------------------------------------------------------------------|---------------|
| Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000 .....              | 3             |
| Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet ..... | 4             |
| Kravgränser .....                                                   | 5             |
| Allmänna riktlinjer för bedömning .....                             | 6             |
| Bedömningsanvisningar del I och del II .....                        | 7             |
| Mål för matematik kurs C – Kursplan 2000 .....                      | 30            |
| Betygskriterier 2000 .....                                          | 31            |
| Kopieringsunderlag för aspektbedömning .....                        | 32            |
| Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter .....            | 33            |
| Insamling av provresultat för matematik kurs C hösten 2010 .....    | 34            |

## Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7, 9, 14, 16 och 17b som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 8, 9, 12b, 14, 16 och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4, 9, 12, 14, 15 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 13 och 16.

# Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

**Tabell 1** Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik ht 2010 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

|                    |                 |                  |   | Kunskapsområde |     |       |     |         |     |   |                 |   |       |   |         | Betygskriterium |   |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
|--------------------|-----------------|------------------|---|----------------|-----|-------|-----|---------|-----|---|-----------------|---|-------|---|---------|-----------------|---|---|-------------|---|---|---|---|---|-----------------------|---|---|---|---|---|--|--|--|
| Upp-<br>gift<br>nr | g<br>po-<br>äng | vg<br>po-<br>äng | □ | Övr            |     | aRitm |     | Algebra |     |   | Diff & integral |   |       |   | Godkänt |                 |   |   | Väl godkänt |   |   |   |   |   | Mycket väl<br>godkänt |   |   |   |   |   |  |  |  |
|                    |                 |                  |   | 1              | 4   | 2     | 3   | 6       | 7   | 8 | 1               | 2 | 3     | 4 | 1       | 2               | 3 | 4 | 1           | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1                     | 2 | 3 | 4 | 5 |   |  |  |  |
| 1a                 | 1               | 0                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               |   |       |   | X       |                 |   |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 1b                 | 1               | 0                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               | X |       |   | X       |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 1c                 | 1               | 0                |   |                |     |       |     |         |     |   |                 | X |       |   | X       |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 2                  | 4               | 0                |   |                | X   |       | X   |         |     |   | X               | X | X     |   |         | X               | X | X |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 3a                 | 1               | 0                |   |                |     | X     |     |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 3b                 | 1               | 0                |   |                |     | X     |     |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 4                  | 1               | 0                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               | X |       |   | X       |                 |   |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 5a                 | 1               | 0                |   |                |     |       |     | X       |     |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 5b                 | 0               | 1                |   |                |     |       |     |         | X   |   |                 |   |       |   |         |                 |   |   | X           |   |   | X | X |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 6a                 | 1               | 0                |   |                |     | X     |     |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 6b                 | 2               | 0                |   |                |     |       |     |         | X   |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 6c                 | 0               | 2                |   |                |     | X     |     |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 |   |   | X           |   |   | X | X |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 7                  | 0               | 2                |   |                |     |       |     | X       |     |   |                 |   |       |   |         |                 |   |   | X           |   |   | X | X |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 8                  | 0               | 2                | □ |                |     |       |     |         | X   |   |                 |   | X     |   |         |                 |   |   | X           | X |   | X | X |   | X                     |   | X |   |   |   |  |  |  |
| 9                  | 3               | 3                | □ |                |     |       |     |         |     |   | X               | X | X     |   |         | X               | X |   | X           | X | X | X | X |   | X                     |   |   | X |   |   |  |  |  |
| 10                 | 1               | 0                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               | X |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 11a                | 1               | 0                |   |                |     | X     | X   |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 11b                | 2               | 0                |   |                |     | X     | X   |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 12a                | 1               | 0                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               | X | X     |   | X       |                 | X |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 12b                | 0               | 1                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               |   | X     |   |         |                 |   |   |             |   | X | X |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 13                 | 0               | 2                |   |                |     | X     | X   |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 |   |   | X           |   |   | X | X | X |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 14                 | 0               | 2                | □ |                |     | X     | X   |         |     |   |                 |   |       |   |         |                 |   |   | X           | X |   | X | X |   | X                     |   | X | X |   |   |  |  |  |
| 15                 | 0               | 1                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               | X |       |   |         |                 |   |   | X           |   |   |   | X |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 16                 | 0               | 2                | □ |                |     |       | X   |         |     |   | X               | X |       |   |         |                 |   |   | X           |   |   | X | X | X |                       | X |   |   |   |   |  |  |  |
| 17a                | 0               | 2                |   |                |     |       |     |         |     |   | X               | X | X     |   |         |                 |   |   | X           |   |   |   | X |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |
| 17b                | 0               | 2                | □ |                |     |       |     |         |     |   | X               | X | X     |   |         |                 |   |   | X           | X |   | X | X |   | X                     | X | X |   | X | X |  |  |  |
| Σ                  | 22              | 22               |   |                | 1/0 |       | 6/6 |         | 3/4 |   |                 |   | 12/12 |   |         |                 |   |   |             |   |   |   |   |   |                       |   |   |   |   |   |  |  |  |

**Kravgränser**

Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 12 poäng.

Väl godkänt: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 14 vg-poäng.

Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre olika MVG-kvaliteter av de fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De  $\alpha$ -märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

|                                                                                          | Uppgift |   |    |    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---|----|----|-----|
| MVG-kvalitet                                                                             | 8       | 9 | 14 | 16 | 17b |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning |         | ○ |    | ○  | ○   |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   |         | ○ | ○  |    | ○   |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang                               | ○       |   | ○  |    |     |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |         |   |    |    |     |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  | ○       | ○ | ○  |    | ○   |

## Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt  
Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning  
Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng  
För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)
  - 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
  - 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
  - 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
  - 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen<sup>1</sup>. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
  - 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.<sup>2</sup>
  - 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel<sup>3</sup>, formella fel och enklare räknefel.
6. Aspektbedömning  
Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
  - 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
  - 7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
  - 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
  - 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (⌘) uppgifter.

---

<sup>1</sup> Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

<sup>2</sup> Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

|                                                 |      |
|-------------------------------------------------|------|
| Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation | +1 g |
| med korrekt svar                                | +1 g |

<sup>3</sup> Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2016-12-31. Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

## Bedömningsanvisningar (MaC ht 2010)

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

### Uppg.      Bedömningsanvisningar      Poäng

#### Del I

#### 1. Max 3/0

- |    |                                           |      |
|----|-------------------------------------------|------|
| a) | Korrekt svar (Tangent)                    | +1 g |
| b) | Korrekt svar ( $x_1 = -1$ och $x_2 = 3$ ) | +1 g |
| c) | Korrekt svar (5)                          | +1 g |

*Kommentar:* I tabellen nedan ges några exempel på svar som anses vara godtagbara respektive ej godtagbara. De ej godtagbara svaren kännetecknas av att det inte framgår om eleven anser att det största värdet ges av  $y$ - eller  $x$ -koordinaten.

| Exempel på godtagbara svar                     | Exempel på ej godtagbara svar                |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Största värdet är 5 då $x = 7$<br>5 då $x = 7$ | (5, 7)<br>$y = 5$ och $x = 7$<br>När $x = 7$ |

#### 2. Max 4/0

- |                                                           |      |
|-----------------------------------------------------------|------|
| Korrekt derivering, $y' = -12x + 360$                     | +1 g |
| med korrekt bestämning av derivatans nollställe, $x = 30$ | +1 g |
| med korrekt beräkning av vikten (10400 mg)                | +1 g |
| Godtagbar verifiering av maximum                          | +1 g |

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

## Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

## Elevlösning 1 (3 g)

$$\begin{aligned}
 y &= -6x^2 + 360x + 5000 & 10 \leq x \leq 40 \\
 y'(x) &= -12x + 360 & \text{Max pga-tecken på } x^2 \\
 -12x + 360 &= 0 \\
 x &= 30 & \begin{array}{r} 36 \\ :3 \\ \hline 108 \end{array} \\
 y(30) &= -6 \cdot 30^2 + 360 \cdot 30 + 5000 \\
 &= -6 \cdot 900 + 10800 + 5000 = -5400 + 10800 + 5000 \\
 &= 10800 - 4000 = 6800 & \underline{\underline{\text{Svar: } 6800 \text{ kg}}}
 \end{aligned}$$

*Kommentar:* Eleven bestämmer derivatans nollställe, men räknar inte ut vikten på ett korrekt sätt. Verifieringen av maximum bedöms som godtagbar även om formuleringen inte är språkligt korrekt. Lösningen ges 3 g-poäng.

3.

Max 2/0

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar (6) +1 g
- b) Godtagbar lösning med korrekt svar (6) +1 g

4.

Max 1/0

Korrekt svar (0) +1 g

5.

Max 1/1

- a) Godtagbar lösning med korrekt svar ( $1 - x^3$ ) +1 g
- b) Godtagbar lösning med korrekt svar  $\left( \frac{a-b}{a+b} \right)$  +1 vg

**Uppg. Bedömningsanvisningar****Poäng****6.****Max 3/2**

- a) Godtagbar lösning med godtagbart svar  $\left(x = \frac{\lg 5}{\lg 7}\right)$  +1 g
- b) Godtagbar ansats som leder till att alla tre rötter kan bestämmas,  
t.ex. faktorerar ekvationens vänsterled,  $10x(x^2 - 100) = 0$  +1 g  
med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar  
( $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -10$  och  $x_3 = 10$ ) +1 g
- c) Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning av ekvationen till  $\lg 4x = 2$  +1 vg  
med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar ( $x = 25$ ) +1 vg

**7.****Max 0/2**

- Godtagbar ansats, t.ex. skriver uttrycket som  $a^3 - a(a-1)(a+1)$  +1 vg  
med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar (12345678) +1 vg

**8.****Max 0/2/□**

- Korrekt tecknad ändringskvot  $\frac{\frac{A}{(x+h)} - \frac{A}{x}}{h}$  +1 vg
- med godtagbar fortsättning, t.ex. omskrivning till  $\frac{Ax - A(x+h)}{x(x+h)h}$  +1 vg

|                                                                                          |                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MVG-kvalitet                                                                             | visar eleven i denna uppgift genom att:                                                                       |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning |                                                                                                               |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   |                                                                                                               |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang                                     | visa att $f'(x) = -\frac{A}{x^2}$ med hjälp av derivatans definition.                                         |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                                                                                                               |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  | lösa uppgiften korrekt och redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. |

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

### Elevlösning 1 (2 vg)

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{A}{x+h} - \frac{A}{x}}{h} = \frac{\frac{x A}{x(x+h)} - \frac{A(x+h)}{x(x+h)}}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x A - x A + h A}{x(x+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h A}{h x(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{A}{x^2 + h x} \\
 &= \frac{A}{x^2}
 \end{aligned}$$

*Kommentar:* Det matematiska språket är visserligen i huvudsak korrekt men eleven gör ett teckenfel i sin lösning och därmed uppfylls inte någon av MVG-kvaliteterna. Sammantaget ges lösningen 2 vg-poäng.

### Elevlösning 2 (2 vg och en MVG-kvalitet)

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{A}{x+h} - \frac{A}{x}}{h} = \frac{\frac{Ax}{x^2+h x} - \frac{Ax + Ah}{x^2 + h x}}{h} = \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{Ax - Ax - Ah}{x^2 + h x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-Ah}{(x^2 + h x)h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-A}{x^2 + h x} = \\
 &\text{då } h \rightarrow 0 \text{ blir } xh = 0 \\
 &\lim_{h \rightarrow 0} -\frac{A}{x^2}
 \end{aligned}$$

*Kommentar:* Eleven bestämmer  $f'(x)$  på ett algebraiskt korrekt sätt som ger såväl 2 vg-poäng som den MVG-kvalitet som utdelas för bevis. Språkligt brister lösningen på de sista två raderna och därmed uppfyller inte elevens lösning kriterierna för MVG-kvaliteten gällande det matematiska språket. Denna elevlösning ger sammanlagt 2 vg och en MVG-kvalitet.

**Uppg. Bedömningsanvisningar****Poäng****9.****Max 3/3/□**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

| Bedömningen avser                                                                                                                                                                                                                                      | Kvalitativa nivåer                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                        | Total poäng |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                        | Lägre                                                                                                                                                                                                                                 | Högre                                                                                                                                                                                                                                                  |             |
| <b>Metodval och genomförande</b><br><i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.<br/> Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i> | Eleven beräknar att avståndet är störst i figur 1 då $x = \frac{1}{2}$<br>och<br>beräknar att avståndet är störst i figur 2 då $x = \frac{2}{3}$<br><br><b>1-2 g</b>                                                                  | Eleven tecknar uttrycket $A(x) = x^n - x^{n+1}$ och deriverar detta korrekt,<br>$A'(x) = nx^{n-1} - (n+1)x^n$<br><br><b>2 g och 1 vg</b>                                                                                                               | <b>2/1</b>  |
| <b>Matematiska resonemang</b><br><i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i>                                                                                                    | Eleven granskar ytterligare minst ett specialfall och gör någon reflektion om hur $x_{\max}$ förändras för allt större värden på $n$ : t.ex. " $x_{\max}$ blir större och större" eller " $x_{\max}$ närmar sig 1".<br><br><b>1 g</b> | Eleven finner på något godtagbart sätt, t.ex. genom granskning av ytterligare minst ett specialfall, att $x_{\max} = \frac{n}{n+1}$<br>och<br>drar slutsatsen att " $x_{\max}$ närmar sig 1 då $n$ blir större och större".<br><br><b>1 g och 1 vg</b> | <b>1/1</b>  |
| <b>Redovisning och matematiskt språk</b><br><i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                       | Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.<br><br><b>1 vg</b>                                                                                                                                                 | <b>0/1</b>  |
| <b>Summa</b>                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>3/3</b>  |

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

|                                                                                          |                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MVG-kvalitet                                                                             | visar eleven i denna uppgift genom att:                                                                |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | använda generella metoder och visa att<br>$x_{\max} = \frac{n}{n+1}$                                   |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   | baserat på en generell metod dra slutsatsen att $x_{\max}$ närmar sig 1 då $n$ blir större och större. |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang                                     |                                                                                                        |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                                                                                                        |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  | redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.                     |

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

## Elevlösning 1 (2 g)

•  $A(x) = x - x^2$  är avståndet  
 $A'(x) = 0$  är max punkt  $\Rightarrow$  Det största avståndet

$$A'(x) = 1 - 2x$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 1 - 2x = 0$$

$$-2x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-2} = 0,5$$

När  $x = 0,5$  är avståndet som störst i fig. 1.

•  $A(x) = x^2 - x^3$

Samma sak här, där  $A'(x)$  är 0 är avståndet som störst.

$$A'(x) = 2x - 3x^2$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3x^2 = 0$$

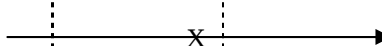
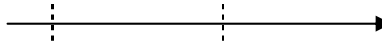
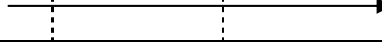
$$-3x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x$$

$$x = \frac{\frac{2}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}}{2} = \frac{2}{6} \pm \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

Svar: Avståndet är störst då  $x = \frac{4}{6}$  i fig. 2.

•  $x_{\max}$  blir större med ökande värden på  $n$ .

## Bedömning

|                                   | Kvalitativa nivåer                                                                  | Poäng      | Motiveringar |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|--------------|
| Metodval och Genomförande         |  | 2/0        |              |
| Matematiska resonemang            |  | 0/0        |              |
| Redovisning och matematiskt språk |  | 0/0        |              |
| <b>Summa</b>                      |                                                                                     | <b>2/0</b> |              |

Kommentar: Eleven beräknar att avståndet är störst då  $x = \frac{1}{2}$  respektive  $x = \frac{4}{6}$ , vilket är korrekt för funktionerna i figur 1 och 2. Eleven drar visserligen en godtagbar slutsats, " $x_{\max}$  blir större med ökande värden på  $n$ ", men baserar inte denna på något ytterligare specialfall. Lösningen motsvarar därmed 2 g-poäng.

## Elevlösning 2 (3 g och 2 vg)

$$A(x) = x - x^2$$

$$A'(x) = 1 - 2x$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 1 - 2x = 0$$

$$x = 1/2$$

$$A(x) = x^6 - x^7$$

$$A'(x) = 6x^5 - 7x^6$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow x^5(6 - 7x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 6/7$$

$$A(x) = x^2 - x^3$$

$$A'(x) = 2x - 3x^2$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow x(2 - 3x) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 2/3$$

$$A(x) = x^{10} - x^{11}$$

$$A'(x) = 10x^9 - 11x^{10}$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow x^9(10 - 11x) = 0$$

$$x = 0 \quad x_2 = 10/11$$

| $A(x)$     | $x - x^2$ | $x^2 - x^3$ | $x^6 - x^7$ | $x^{10} - x^{11}$ | $x^n - x^{n+1}$ |
|------------|-----------|-------------|-------------|-------------------|-----------------|
| $x_{\max}$ | $1/2$     | $2/3$       | $6/7$       | $10/11$           | $n/n+1$         |

Man ser att det blir  $n/n+1 = x_{\max}$

Då  $n$  går mot oändligheten går  $\frac{n}{n+1}$  mot 1.

## Bedömning

|                                   | Kvalitativa nivåer            | Poäng      | Motiveringar |
|-----------------------------------|-------------------------------|------------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | $\xrightarrow{\quad X \quad}$ | 2/0        |              |
| Matematiska resonemang            | $\xrightarrow{\quad X \quad}$ | 1/1        |              |
| Redovisning och matematiskt språk | $\xrightarrow{\quad X \quad}$ | 0/1        |              |
| <b>Summa</b>                      |                               | <b>3/2</b> |              |

*Kommentar:* Eleven granskar ytterligare två specialfall och ser att  $x_{\max} = \frac{n}{n+1}$ . Eleven drar

en korrekt slutsats, men den baseras inte på en generell metod, därför erhålls ingen MVG-kvalitet för analys och resonemang. I och med att eleven inte ger en generell lösning av problemet ges heller ingen möjlighet att visa redovisning och matematiskt språk på MVG-nivå. Redovisningen är dock lätt att följa och förstå och det matematiska språket är acceptabelt därför uppfyller lösningen kravet för en vg-poäng för redovisning och matematiskt språk.

**Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och två MVG-kvaliteter)**

$$\bullet A(x) = x - x^2$$

$$A'(x) = 1 - 2x = 0$$

$$x = 0,5$$

$$\bullet A(x) = x^2 - x^3$$

$$A'(x) = 2x - 3x^2 = 0$$

$$x(2 - 3x) = 0$$

$$2 = 3x \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\bullet A(x) = x^n - x^{n+1}$$

$$A'(x) = nx^{n-1} - (n+1)x^n = 0$$

$$nx^{n-1} - nx^n - x^n = 0$$

$$x^n \left( \frac{n}{x} - n - 1 \right) = 0$$

$$\frac{n}{x} - n - 1 = 0$$

$$\frac{n}{x} = n + 1$$

$$n = x(n+1)$$

$$x = \frac{n}{n+1} \approx 1 \quad \text{då } n \rightarrow \infty$$

**Bedömning**

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng      | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|------------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | $\xrightarrow{x}$  | 2/1        |              |
| Matematiska resonemang            | $\xrightarrow{x}$  | 1/1        |              |
| Redovisning och matematiskt språk | $\xrightarrow{x}$  | 0/1        |              |
| <b>Summa</b>                      |                    | <b>3/3</b> |              |

*Kommentar:* Eleven utreder inte lösningen till ekvationerna  $x = 0$  och  $x^n = 0$  vilket kan vara en följd av att det är givet i uppgiften att  $0 < x < 1$ . I sista punkten använder eleven en generell metod och drar en korrekt slutsats. Redovisningen är visserligen strukturerad men uppvisar inte MVG-kvalitet när det gäller det matematiska språket. Det är inte lämpligt att skriva  $A'(x) = 1 - 2x = 0$  och eleven gör motsvarande detta på ytterligare två ställen. Det är inte

heller lämpligt att skriva att  $x = \frac{n}{n+1} \approx 1$  då  $n \rightarrow \infty$ . För redovisning och matematiskt språk

ges därmed en vg-poäng. Sammantaget ger elevlösningen 3 g och 3 vg-poäng och två MVG-kvaliteter.

## Elevlösning 4 (3 g och 3 vg och tre MVG-kvaliteter)

- Avståndet  $\Delta$  ges av

$$\Delta(x) = x - x^2$$

Vi deriverar för att få fram maxipunkt  
för funktionen  $\Delta'(x) = 1 - 2x$

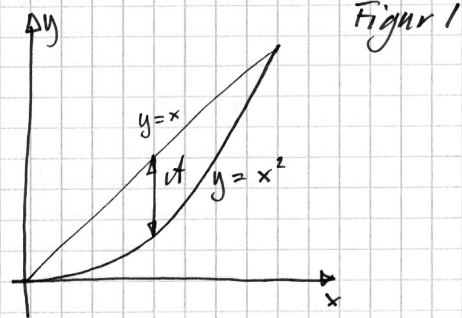
Vi söker maxipunkt

$$\Delta'(x) = 0 \text{ ger}$$

$$1 - 2x = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2} = 0,5$$



Figur 1

Svar: Avståndet mellan kurvorna är störst vid  $x=0,5$  (Figur 1)

- Avståndet  $\Delta$  ges av

$$\Delta(x) = x^2 - x^3$$

Vi deriverar för att få fram  
maximi och minipunkter

$$\Delta'(x) = 2x - 3x^2$$

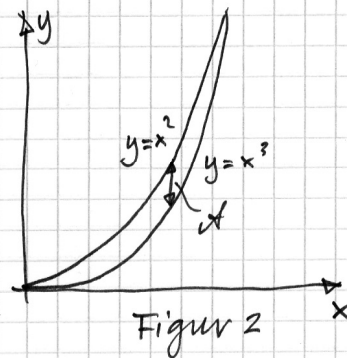
$$= x(2 - 3x)$$

Vi söker max o min. punkter:

$$\Delta'(x) = 0, \text{ dvs}$$

$$x_1 = 0 \text{ och } 2 - 3x_2 = 0, \text{ alltså är}$$

$$x_1 = 0 \text{ och } x_2 = \frac{2}{3}$$



Figur 2

Maximipunkten befinner sig vid  $x = \frac{2}{3}$ , största värdet  
på  $\Delta$  nås alltså vid  $x = \frac{2}{3}$

Svar: Avståndet är störst vid  $\frac{2}{3}$  (figur 2)

- Istället ges av

$$f(x) = x^n - x^{n+1}$$

Vid derivering får vi

$$f'(x) = nx^{n-1} - (n+1)x^n$$

$x_{\max}$  söks där

$$f'(x) = 0, \text{ vilket ger}$$

$$nx^{n-1} - (n+1)x^n = 0$$

$$nx^{n-1} = (n+1)x^n$$

$$\frac{x^n}{x^{n-1}} = \frac{n}{n+1}$$

$$x^{n(n-1)} = x' = \frac{n}{n+1}$$

vilket gäller att

$$x_{\max} = \frac{n}{n+1}$$

Slutsats: Då  $n$  ökar i värde gäller att  $x \rightarrow 1$ , eftersom förhållandeskillnaden mellan  $n$  och  $n+1$  minskar.

#### Bedömning

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng      | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|------------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | X                  | 2/1        |              |
| Matematiska resonemang            | X                  | 1/1        |              |
| Redovisning och matematiskt språk | X                  | 0/1        |              |
| <b>Summa</b>                      |                    | <b>3/3</b> |              |

*Kommentar:* Lösningen visar alla tre MVG-kvaliteter, vilket innefattar generell metod för att visa att  $x_{\max} = \frac{n}{n+1}$ , korrekt slutsats och ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

**Uppg. Bedömningsanvisningar****Poäng****Del II****10.****Max 1/0**

Godtagbar lösning med korrekt svar (27)

+1 g

**11.****Max 3/0**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (100)

+1 g

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen  $50 = 283 \cdot e^{-0,0578x}$ 

+1 g

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (30 år)

+1 g

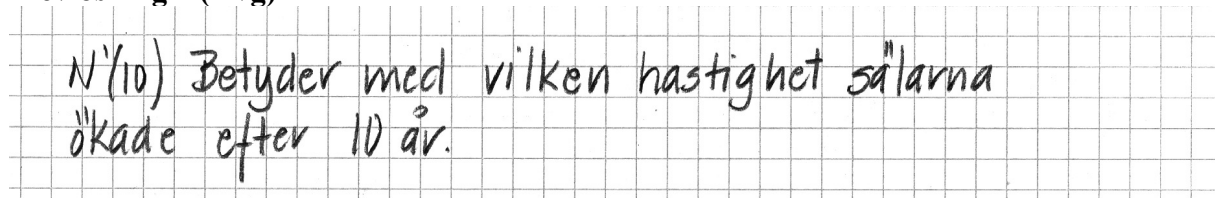
**12.****Max 1/1**a) Godtagbar metod med godtagbart svar ( $N'(10) \approx 500$ )

+1 g

b) Godtagbar tolkning t.ex. "Förändringshastigheten hos antalet sälar då  $t = 10$  år"

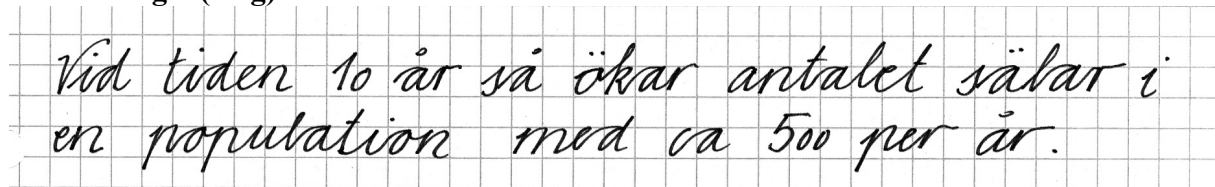
+1 vg

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

**Elevlösning 1 (1 vg)**


$N'(10)$  Betyder med vilken hastighet sälarna ökade efter 10 år.

*Kommentar:* Svaret tyder på att eleven inser att  $N'(10)$  motsvarar en förändringshastighet. Det framgår däremot inte om det handlar om antalet sälar/år och inte heller att det är just vid  $t = 10$  år. Elevens "efter 10 år" skulle kunna visa på en linjär ökning efter 10 år. Det väsentliga här är dock att eleven inser att det handlar om en förändringshastighet. Sammantaget bedöms lösningen motsvara en kvalitet som nätt och jämnt ger 1 vg-poäng.

**Elevlösning 2 (1 vg)**


Vid tiden 10 år så ökar antalet sälar i en population med ca 500 per år.

*Kommentar:* Här framgår tydligare än i elevlösning 1 att ökningen av antalet sälar/år gäller just vid  $t = 10$  år. Lösningen motsvarar 1 vg-poäng.

**Uppg. Bedömningsanvisningar****Poäng****13.****Max 0/2**Godtagbar ansats, tecknar ekvationen  $306 \cdot a^8 = 2220$ 

+1 vg

med godtagbar bestämning av den årliga procentuella ökningen (28 %)

+1 vg

**14.****Max 0/2/□**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att det rör sig om en geometrisk summa där kvoten är 0,5

+1 vg

Godtagbar fortsättning, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck för beräkning av någon av Arons, Berts eller Carls summa

+ 1 vg

| MVG-kvalitet                                                                             | visar eleven i denna uppgift genom att:                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning |                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   | dra slutsatsen att Aron eller Bert har fel genom att diskutera värdet av summorna<br>$4 \left( \frac{0,5^{101} - 1}{0,5 - 1} \right) < 8 \text{ eller } 4 \left( \frac{0,5^{201} - 1}{0,5 - 1} \right) < 8$                                                                    |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang                                     | visa att Carl har rätt* (vilket medför att de andra har fel), t.ex. genom att föra ett resonemang av typen:<br>$4 \left( \frac{0,5^n - 1}{0,5 - 1} \right) = 4 \left( \frac{1 - 0,5^n}{1 - 0,5} \right) = 8(1 - 0,5^n) < 8$<br>eftersom $1 - 0,5^n < 1$ oavsett värde på $n$ . |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  | redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.                                                                                                                                                                                             |

\* Elever som visar att Carl har rätt erhåller per automatik MVG-kvalitet för analys och tolkning av resultat.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

**Elevlösning 1 (1 vg)**

$$\frac{a(k^x - 1)}{k - 1} = a \frac{(1 - k^x)}{1 - k} = \frac{4(1 - 0,5^x)}{1 - 0,5} =$$

Aron: 101 termer  $\frac{4(1 - 0,5^{100})}{1 - 0,5} =$

Bert: 201 termer  $\frac{4(1 - 0,5^{200})}{1 - 0,5} =$

Carl:

Kommentar: Eleven sätter in fel antal termer i formeln för den geometriska summan för såväl Arons som Berts fall. Lösningen ger 1 vg-poäng.

**Elevlösning 2 (2 vg och tre MVG-kvaliteter)**

Summan för  $f(0) + f(1) + f(2) + \dots$  fås av

$$4(1 + 0,5 + 0,5^2 + 0,5^3 + \dots)$$

Detta är en geometrisk summa som kan beräknas med formeln

$$S_x = \frac{4(1 - 0,5^x)}{1 - 0,5} = 8(1 - 0,5^x)$$

Eftersom  $0,5^x$  aldrig kan bli 0 eller mindre än 0, hur stort  $x$  än blir, kan den geometriska summan aldrig bli 8 eller större.

Detta bevisar att Carl har rätt i sitt påstående.

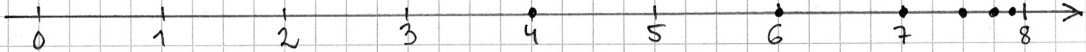
Kommentar: Eleven tecknar det generella uttrycket för den geometriska summan, för ett resonemang och drar en korrekt slutsats. Sammantaget ges lösningen 2 vg-poäng och alla tre MVG-kvaliteterna.

## Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

## Elevlösning 3 (2 vg och tre MVG-kvaliteter)

$f(x) = 4 \cdot 0,5^x$   
 $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots = 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$



Här syns att hur många termer man än lägger till så ger den sista termen bara en ökning till summan som är hälften så stort som det avstånd som är kvar till 8, dvs, Carl har rätt!

Ex. Du står på 4, det är 4 kvar, nästa term ger ökningen 2  
 Du står på 7, det är 1 kvar, nästa term ger ökningen 0,5. Du står på 7,75, det är 0,25 kvar, nästa term ger ökningen  $\frac{1}{8} = 0,125$  osv.

**Kommentar:** Eleven använder inte geometrisk summa, utan resonerar sig fram till en korrekt slutsats genom att visa vad som händer med summans värde när ytterligare en term läggs till. I elevens resonemang framgår varför summans värde verkligen understiger 8 i och med att eleven talar om att den term som läggs till bara räcker till halva "det avstånd som är kvar till 8". Redovisningen är välstrukturerad och tydlig och det matematiska språket är korrekt. Sammantaget har lösningen en kvalitet som motsvarar 2 vg-poäng och alla MVG-kvaliteterna.

Notera att resonemang av typen "Carl har rätt eftersom man lägger till mindre och mindre tal hela tiden" inte förklarar varför summan understiger 8, och bedöms därför inte vara en godtagbar förklaring till varför Carl har rätt.

15.

Max 0/1

Korrekt svar (t.ex.  $g(x) = 0,5x^2$ )

+1 vg

**Uppg. Bedömningsanvisningar****Poäng****16.****Max 0/2/□**

En godtagbart formulerad uppgift innehåller

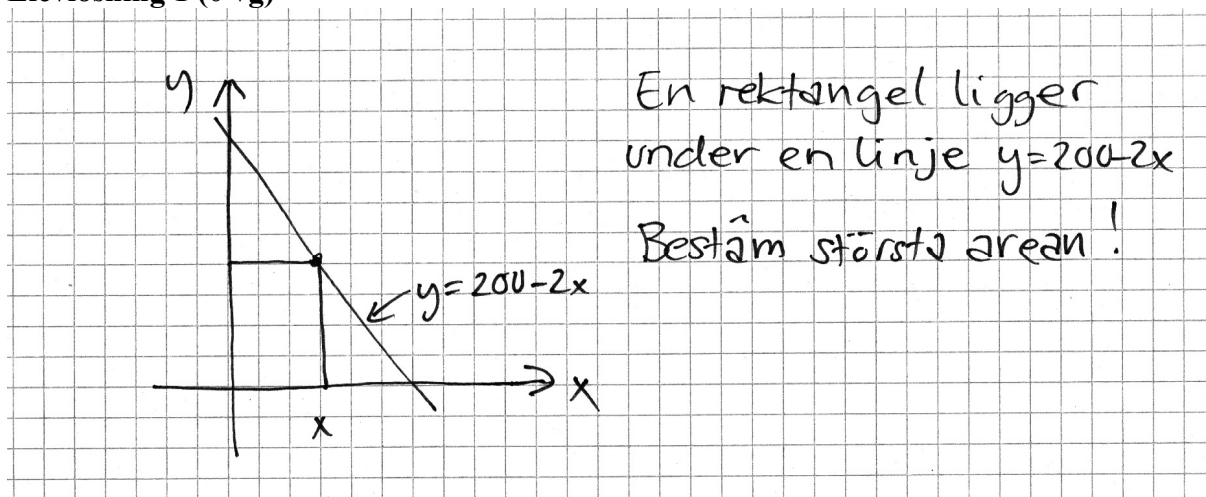
- 1) en verklig situation där en area, t.ex.  $A(x) = x(200 - 2x)$ , behandlas
- 2) en uppgiftstext som *genererar* den korrekta areafunktionen  $A(x) = x(200 - 2x)$
- 3) en beskrivning av vad  $x$  står för
- 4) en korrekt förklaring av vad 200 står för
- 5) en uppmaning till beräkning av vilket värde på  $x$  som ger maximal area

Godtagbar ansats, eleven formulerar en uppgift som uppfyller kraven 1 och 5 +1 vg

där även krav 2 och 3 är uppfyllda +1 vg

| MVG-kvalitet                                                                             | visar eleven i denna uppgift genom att:                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | formulera en uppgiftstext som uppfyller alla kraven ovan (inklusive krav 4) och där uppgiftstexten är tydlig. |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   |                                                                                                               |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang                                     |                                                                                                               |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                                                                                                               |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  |                                                                                                               |

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

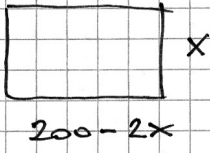
**Elevlösning 1 (0 vg)**

*Kommentar:* I och med att uppgiften inte beskriver en verklig situation uppfylls inte krav 1 och därmed ges elevlösningen 0 vg-poäng.

**Elevlösning 2 (1 vg)**

Bestäm maxarean hos en fyrkantig hage. Arean är  $A(x) = x(200 - 2x)$

*Kommentar:* Krav 1 och 5 är uppfyllda, vilket ger 1 vg-poäng. Krav 2 är inte uppfyllt eftersom problemtexten inte genererar areafunktionen utan areafunktionen anges direkt.

**Elevlösning 3 (2 vg)**


Bosse ska konstruera en rektangelformad hage. För att inte störa grannarna får hagen vara max 100 m bred och 200 m lång. Sidorna måste förhålla sig så att om bredden är  $x$  blir längden  $200 - 2x$ .  
Vilket värde på bredden ger störst area?

*Kommentar:* Elevlösningen uppfyller krav 1, 2, 3 och 5. Uppgiftstexten är på vissa ställen motsägelsefull, t.ex. kan längden på hagen aldrig bli 200 m enligt den ritade figuren. Uppgiftstext och figur genererar visserligen korrekt areafunktion men uppgiftsformuleringen är ofullständig då  $200 - 2x$  inte förklaras. Sammantaget bedöms krav 2 nätt och jämt vara uppfyllt.

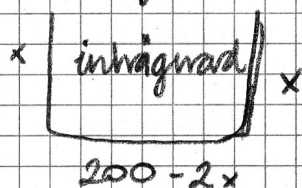
## Elevlösning 4 (2 vg)

EN HAGE SKA HA 200M STÄNGSEL TOTALT  
MEN EN SIDA SKA INTE VARA MED.  
BESTÄM VILKEN SIDA  $x$  SOM GER  
STÖRSTA AREN ÅT HAGEN.

Kommentar: Uppgiftsformuleringen visar att eleven förstått vad  $x$  och 200 kan stå för. Alla krav är uppfyllda, däribland krav 2 som handlar om att den korrekta areafunktionen genereras. Tydlighet saknas eftersom eleven inte förklarat varför en sida inte ska vara med och att hagen är rektangulär. Sammantaget ger detta 2 vg-poäng.

## Elevlösning 5 (2 vg och en MVG-kvalitet)

Du ska göra en rektangulär inhägnad med så stor area som möjligt. En av inhägnadens långsidor ska vara öppen och du har 200 m stängsel till ditt förfogande. Hur långa blir kortsidorna,  $x$ ?



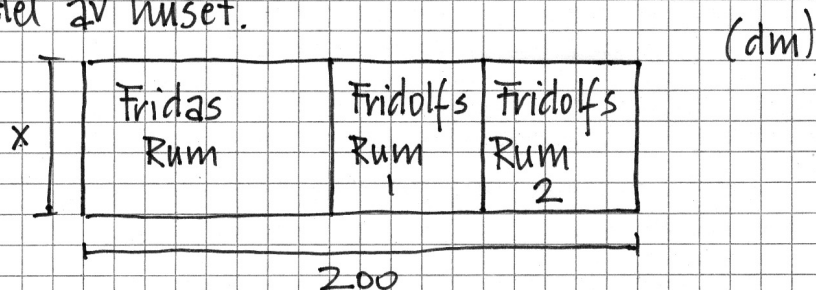
Kommentar: Elevens uppgiftstext uppfyller kraven 1-5 och är tydlig. Uppgiftstexten genererar den korrekta areafunktionen. Krav 5 uppfylls genom inledningen "en rektangulär area med så stor area som möjligt" och frågan "Hur långa blir kortsidorna,  $x$ ?" tillsammans, vilket är ett godtagbart sätt att formulera frågeställningen. Den enda tveksamheten gäller ifall en yta där det endast finns begränsningar på tre sidor kan anses vara en inhägnad. Detta stör dock inte förståelsen av uppgiften eftersom det finns en tydlig figur som stöd till texten. Sammantaget ger elevens lösning 2 vg-poäng och en MVG-kvalitet.

## Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

## Elevlösning 6 (2 vg och en MVG-kvalitet)

Frida och hennes man ska bygga ett hus. De har köpt en tomt som gör att huset kan vara högst 20 meter långt, Fridas man Fridolf, är besatt av kvadrater och kräver att få två egna helt kvadratiska rum, se ritning. Resten av huset får Frida göra vad hon vill med, vilken bredd,  $x$ , ska huset ha för att Frida ska få maximal yta till sin del av huset.



Kommentar: Elevlösningen uppfyller samtliga 5 krav och är dessutom tydlig. Kontexten är något ovanlig men helt godtagbar.

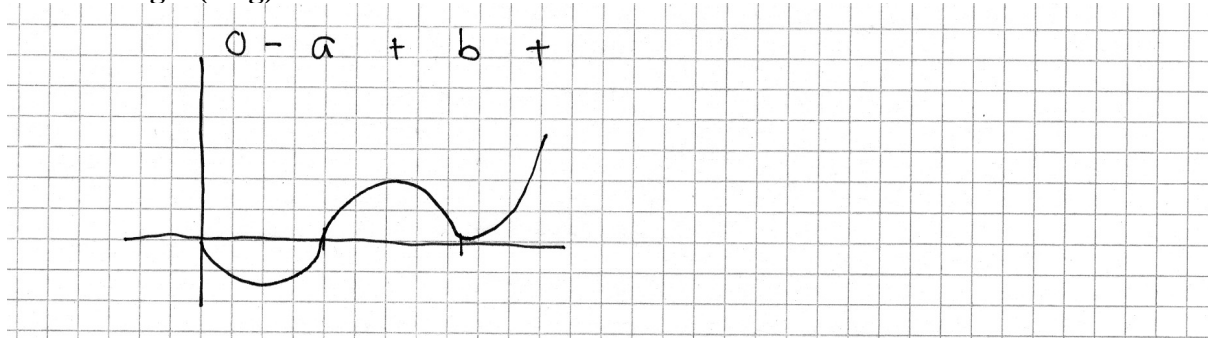
17.

Max 0/4/□

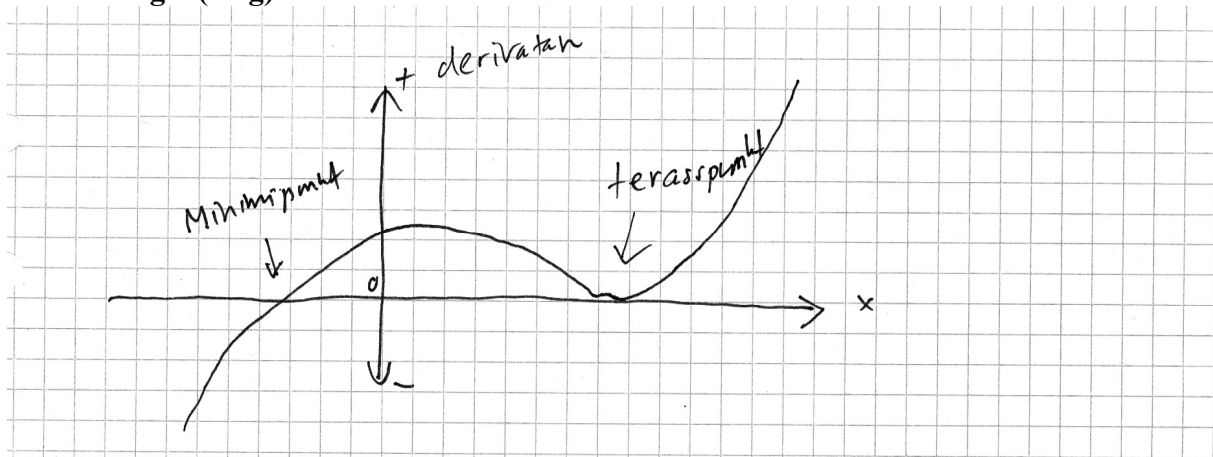
- a) Godtagbar skiss, där grafen har godtagbar form +1 vg  
 där det tydligt framgår att derivatans graf har ett nollställe där  $x = a$  och  
 en minimipunkt i  $(b, 0)$  +1 vg

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

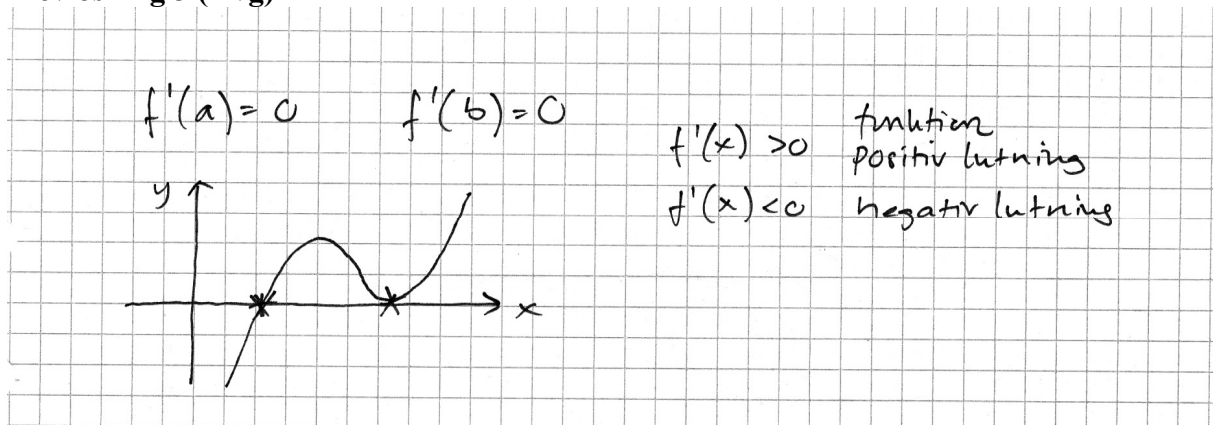
## Elevlösning 1 (0 vg)



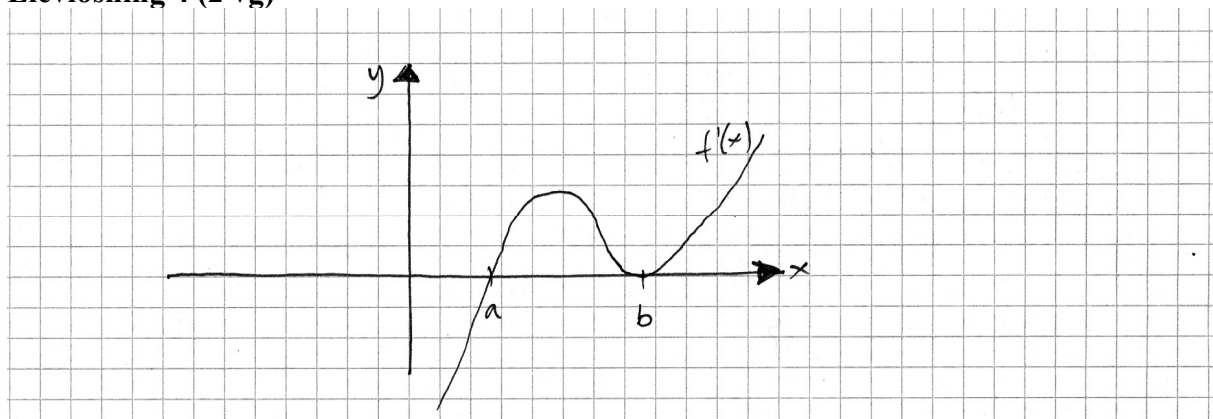
Kommentar: Denna graf är inte godtagbar eftersom den har fel form då  $x < a$

**Elevlösning 2 (1 vg)**

*Kommentar:* Denna skiss visar en graf som nätt och jämnt kan anses ha en godtagbar form kring terrasspunkten. Den är felaktigt förskjuten i  $x$ -led, vilket får till följd att nollstället och minimipunkten inte ligger i  $x = a$  respektive  $(b, 0)$ .

**Elevlösning 3 (1 vg)**

*Kommentar:* Eleven har ritat en godtagbar skiss av derivatan, men det framgår inte tydligt att grafen har ett nollställe där  $x = a$  och en minimipunkt i  $(b, 0)$ .

**Elevlösning 4 (2 vg)**

*Kommentar:* Eleven har ritat en godtagbar skiss där det tydligt framgår att derivatans graf har ett nollställe där  $x = a$  och en minimipunkt i  $(b, 0)$ .

**Uppg. Bedömningsanvisningar****Poäng**

- b) Godtagbar ansats till förklaring, t.ex. eleven gör en koppling mellan att grafen till  $f$  har en terrasspunkt och att faktorn är i kvadrat +1 vg
- med godtagbart slutförd förklaring, där vissa brister kan förekomma +1 vg

| MVG-kvalitet                                                                             | visar eleven i denna uppgift genom att:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning | utveckla problemet, genom att påpeka att faktorn $(x-a)$ är positiv för alla $x > a$ . Detta faktum i kombination med analysen nedan* ger då den fullständiga förklaringen på frågan.                                                                                                                                                                                                                                   |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   | *analysera grafen till $f$ och derivatafunktionen och förklara kopplingen mellan grafens utseende och $(x-b)^2$ .<br><br>T.ex. "När man studerar grafen till $f$ så ser man att grafen har en terrasspunkt då $x = b$ . Kring terrasspunkten är derivatans teckenväxling $+ 0 +$ . Faktorn $(x-b)^2$ ger denna teckenväxling eftersom den är positiv för alla $x < b$ , noll då $x = b$ och positiv för alla $x > b$ ". |
| Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  | redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

**Elevlösning 1 (1 vg)**

b)  $f'(x) = K(x-a)/(x-b)^2$

SVAR: OM  $(x-b)^2$  INTE HADE STÅTT I KVADRAT SÅ HADE GRAFEN INTE HATT NÅGON TERRASSPUNKT. KVADRATEN GÖR ATT GRAFEN BLIR EN FJÄRDEGRADS-FUNKTION.

Kommentar: Eleven gör en koppling, om än vag, mellan att faktorn är i kvadrat och att grafen  $f$  har en terrasspunkt. Lösningen ger nätt och jämnt 1 vg-poäng.

## Elevlösning 2 (2 vg)

En fjärdegradsekvation innehåller en  $x^4$ -term, vilken med derivationsreglerna blir till en tredjegradsterm:  $4x^3$ .  
För att få en tredjegradsterm räcker alltså inte  $(x-a)(x-b)$  eftersom det bara ger en andragradsterm.

$$(x-a)(x-b) = x^2 - bx - ax - ab$$

utan man måste kvadrera en av dessa termer alltså:

$$(x-a)(x-b)^2 = (x-a)(x-b)(x-b) = x^3 - 2bx^2 + b^2x - ax^2 - 2abx - ab$$

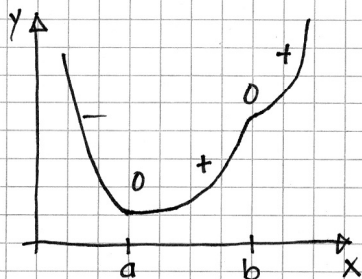
Åtledningen till att man väljer att kvadrera  $(x-b)$  är för att  $b$  är en terrasspunkt  $T$ .

$f'(x)$  är större än noll mellan punkter  $a$  och  $b$ , och även större än noll efter punkten  $b$ . Den blir alltså inte negativ.  
Ett tal i kvadrat blir heller aldrig negativt.

Kommentar: Lösningen innehåller felaktigheter och mycket icke relevant information. Enbart de fem sista raderna behandlar själva frågeställningen. Lösningen visar dock på förståelse för kopplingen mellan  $(x-b)^2$ -faktorn och terrasspunkten. Resonemanget kring grafens utseende och teckenväxlingen hos faktorn  $(x-b)^2$  är däremot något ofullständigt beskrivet eftersom resonemanget inte behandlar fallet då  $x = b$ . Sammantaget bedöms lösningen ha en kvalitet som motsvarar 2 vg-poäng.

## Elevlösning 3 (2 vg och två MVG-kvaliteter)

DERIVATAN ÄR POSITIV TILL VÄNSTER OCH HÖGER OM  $b$ , SE FIGUR. HADE FAKTORN INTE VARIT I KVADRAT HADE DET INTE BLIVIT EN TERRASSPUNKT EFTERSOM DERIVATAN HADE BYTT TECKEN. ALLT I KVADRAT BLIR POSITIVT, DVS FAKTORN BLIR POSITIV OM  $x < b$  OCH OM  $x > b$  OCH 0 OM  $x = b$ . OCH SÅ SKA DET JU BLI NÄR DET ÄR EN TERRASSPUNKT.



$$y = f(x)$$

+ OCH - VISAR DERIVATAN

Kommentar: Eleven uppvisar den MVG-kvalitet som rör analys då den förklarar kopplingen mellan grafens utseende och  $(x-b)^2$ . Däremot nämner eleven inget om att faktorn  $(x-a)$  inte påverkar teckenväxlingen hos derivatan kring terrasspunkten och uppnår därmed inte den MVG-kvalitet som rör utveckling av problem. Det matematiska språket bedöms som korrekt och redovisningen är tydlig eftersom eleven förstärker sitt resonemang kring derivatans teckenväxling med en figur. Sammantaget ges 2 vg och två MVG-kvaliteter.

## Elevlösning 4 (2 vg och tre MVG-kvaliteter)

$$f'(x) = k(x-a)(x-b)^2 \quad k > 0$$

Kring terrasspunkten är derivatans teckenväxling  $+ 0 +$  i grafen

| $x$       | 0 |   | $a$ |   | $b$ |   |
|-----------|---|---|-----|---|-----|---|
| $x-a$     | - | - | 0   | + | +   | + |
| $(x-b)^2$ | + | + | +   | + | 0   | + |
| $f'(x)$   |   |   |     | + | 0   | + |

alltså en terrasspunkt!

*Kommentar:* Eleven utgår från derivatans teckenväxling kring terrasspunkten  $(+ 0 +)$  och visar i en tabell vilket tecken respektive faktor  $(x-a)$  och  $(x-b)^2$  får för olika värden på  $x$ . I tabellen visar eleven även att den "samlade" derivatans teckenväxling överensstämmer med den som är kring terrasspunkten. Lösningen är något kortfattad, men den är så tydlig så det råder ingen tvekan om att förklaringen är fullständig. Det matematiska språket bedöms som korrekt.

## Mål för matematik kurs C

### Kursplan 2000

#### Aritmetik (R)

R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

#### Algebra och funktionslära (A)

A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

#### Differentialkalkyl (D)

D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafitande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet  $e$  införs,

#### Övrigt (Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

## Betygskriterier 2000

### Kriterier för betyget Godkänt

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

### Kriterier för betyget Väl godkänt

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

### Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

## Kopieringsunderlag för aspektbedömning

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|-------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | — ————— —————→     |       |              |
| Matematiska resonemang            | — ————— —————→     |       |              |
| Redovisning och matematiskt språk | — ————— —————→     |       |              |
| <b>Summa</b>                      |                    |       |              |

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|-------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | — ————— —————→     |       |              |
| Matematiska resonemang            | — ————— —————→     |       |              |
| Redovisning och matematiskt språk | — ————— —————→     |       |              |
| <b>Summa</b>                      |                    |       |              |

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|-------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | — ————— —————→     |       |              |
| Matematiska resonemang            | — ————— —————→     |       |              |
| Redovisning och matematiskt språk | — ————— —————→     |       |              |
| <b>Summa</b>                      |                    |       |              |

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|-------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | — ————— —————→     |       |              |
| Matematiska resonemang            | — ————— —————→     |       |              |
| Redovisning och matematiskt språk | — ————— —————→     |       |              |
| <b>Summa</b>                      |                    |       |              |

|                                   | Kvalitativa nivåer | Poäng | Motiveringar |
|-----------------------------------|--------------------|-------|--------------|
| Metodval och Genomförande         | — ————— —————→     |       |              |
| Matematiska resonemang            | — ————— —————→     |       |              |
| Redovisning och matematiskt språk | — ————— —————→     |       |              |
| <b>Summa</b>                      |                    |       |              |

**Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter**

|                                                                                          |                   |   |    |    |     |                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|---|----|----|-----|------------------|
| Elevens namn:<br>.....                                                                   | Uppgift (□-märkt) |   |    |    |     | Övriga uppgifter |
| MVG-kvalitet                                                                             | 8                 | 9 | 14 | 16 | 17b |                  |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning |                   |   |    |    |     |                  |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   |                   |   |    |    |     |                  |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang                               |                   |   |    |    |     |                  |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                   |   |    |    |     |                  |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  |                   |   |    |    |     |                  |

|                                                                                          |                   |   |    |    |     |                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|---|----|----|-----|------------------|
| Elevens namn:<br>.....                                                                   | Uppgift (□-märkt) |   |    |    |     | Övriga uppgifter |
| MVG-kvalitet                                                                             | 8                 | 9 | 14 | 16 | 17b |                  |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning |                   |   |    |    |     |                  |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   |                   |   |    |    |     |                  |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang                               |                   |   |    |    |     |                  |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                   |   |    |    |     |                  |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  |                   |   |    |    |     |                  |

|                                                                                          |                   |   |    |    |     |                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|---|----|----|-----|------------------|
| Elevens namn:<br>.....                                                                   | Uppgift (□-märkt) |   |    |    |     | Övriga uppgifter |
| MVG-kvalitet                                                                             | 8                 | 9 | 14 | 16 | 17b |                  |
| Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning |                   |   |    |    |     |                  |
| Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet                   |                   |   |    |    |     |                  |
| Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang                               |                   |   |    |    |     |                  |
| Värderar och jämför metoder/modeller                                                     |                   |   |    |    |     |                  |
| Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk                                  |                   |   |    |    |     |                  |

## Insamling av provresultat för matematik kurs C

Hösttermin 2010 deltar alla skolor i resultatinsamlingen genom att skicka in resultat för ett litet urval elever. Denna insamling ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om höstens prov i mitten av februari. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på <http://www.umu.se/edmeas/np>. Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

När du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 8:e, 10:e, 16:e, 23:e, 25:e och 29:e i varje månad**. Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 8:e i varje månad**.

1. Gå in på <http://www.umu.se/edmeas/np> och klicka på rubriken **Resultatinsamling ht 2010** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **peda3er** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 8:e, 10:e, 16:e, 23:e, 25:e och 29:e i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 8:e i varje månad** till:

|                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Umeå universitet</b><br/> <b>Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap</b><br/> <b>Nationella prov</b><br/> <b>Att. Monika Kriström</b><br/> <b>901 87 Umeå</b></p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i mitten av februari måste vi ha alla resultat **senast 21 januari 2011**.