NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C HÖSTEN 2012

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.**
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 7 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 12 poäng. Väl godkänt: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 15 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Derivera

a) $f(x) = 2$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = \dfrac{x^3}{4}$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $x^9 = 20$ *Endast svar fordras* (1/0)

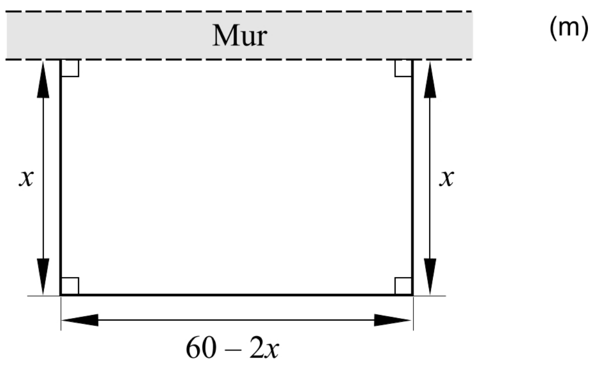
b) $e^x = 9$ *Endast svar fordras* (1/0)

c) $\lg x = 9$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. För vilket värde på x är uttrycket $\dfrac{3x-9}{x-5}$ inte definierat?

Endast svar fordras (1/0)

4. Leila har köpt 60 meter staket för att göra en fårhage där en av sidorna ska utgöras av en mur. Hon undersöker hur långa sidor fårhagen ska ha för att arean ska bli så stor som möjligt. Leila ritar en bild och betecknar fårhagens bredd med x m. Då blir längden $(60-2x)$ m. Se figur.



a) Teckna ett uttryck för fårhagens area. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm med hjälp av derivata fårhagens maximala area. (3/0)

5. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 + 8x$
För vilket värde på x gäller att grafen till f har lutningen 12? (2/0)

6. Förenkla uttrycket $\dfrac{(x-3)(x+2)}{2x-6}$ så långt som möjligt. (1/0)

7. Förenkla

a) $\ln e^{5x}$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $\lg(1000x) - 3$ (0/1)

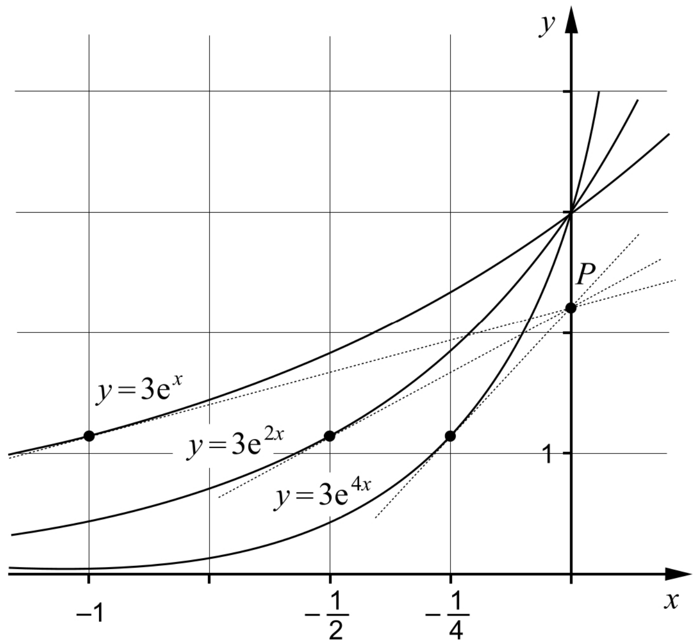
8. I ekvationen $x^3 + ax = 0$ är a en konstant. Ekvationen har olika antal reella lösningar beroende på värdet av a.

a) Bestäm ett värde på a så att ekvationen $x^3 + ax = 0$ har *endast en* reell lösning. (0/1)

b) Undersök för vilka värden på a som ekvationen $x^3 + ax = 0$ får *tre olika* reella lösningar. (0/1/¤)

9. För funktionen f gäller att $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(x+h)^2 + 7 - (x^2 + 7)}{h}$
Bestäm $f'(3)$ (0/2)

10. För funktionen f gäller att $f(x) = 3e^{ax}$ där $a \neq 0$
I figuren nedan ser du graferna till funktionen då $a = 1, 2$ och 4
För varje graf är tangenten i $x = -\frac{1}{a}$ ritad.



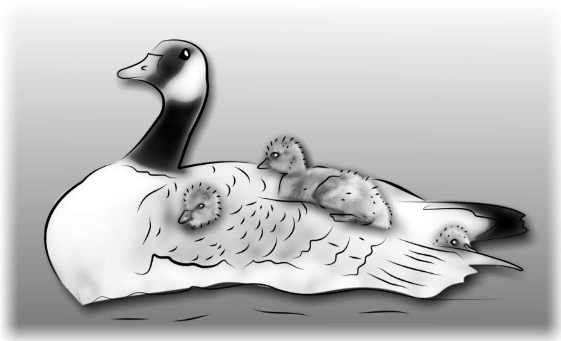
Då $a = 1, 2$ och 4 skär tangenterna *y*-axeln i en och samma punkt *P*.
Undersök om detta gäller för alla värden på *a* där $a \neq 0$ (0/3/¤)

Del II

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

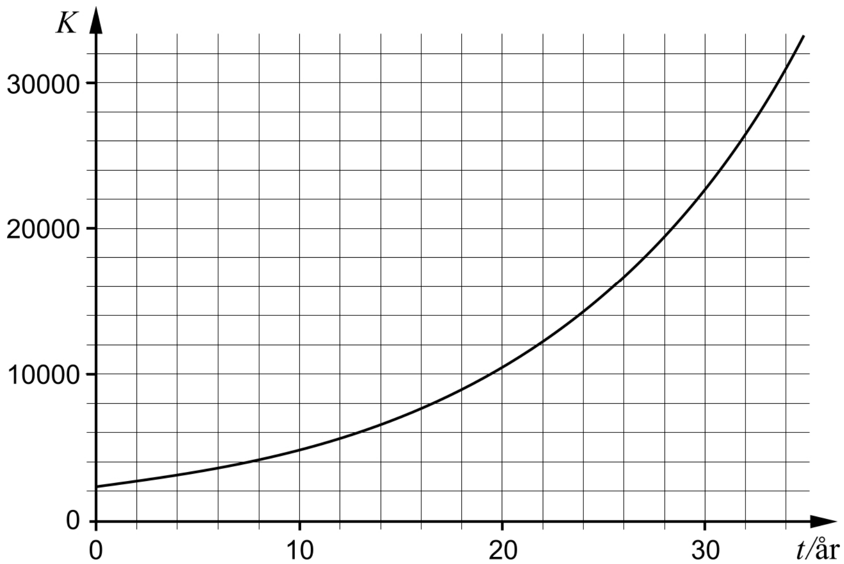
11. Beräkna $f'(5)$ då $f(x) = 6e^{0,7x}$
Avrunda till närmaste heltal. (1/0)

12.



Kanadagåsen infördes till Sverige på 1930-talet. Därefter har populationen ökat. Vid samma tidpunkt varje år görs en inventering av antalet kanadagäss. Populationens tillväxt kan beskrivas med en exponentiell modell.

Diagrammet nedan visar antalet kanadagäss K som funktion av tiden t år, där $t = 0$ motsvarar år 1977.



a) Bestäm ett närmevärde till $K'(30)$ med hjälp av grafen. (1/0)

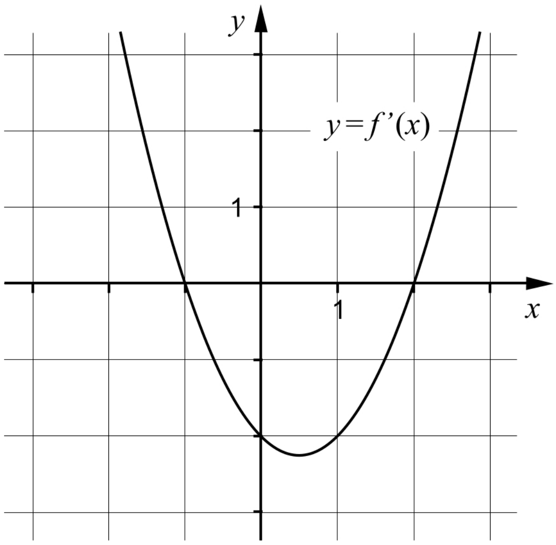
b) Ge en tolkning av vad $K'(20) = 800$ betyder för antalet kanadagäss i detta sammanhang. (0/1)

13. Kim ska lösa följande uppgift i sin mattebok:

> Funktionen $g(x) = x^3 + 1{,}5x^2 - 6x$ är definierad i intervallet $-3 \leqslant x \leqslant 3$
> I intervallet har funktionen två extrempunkter, (–2; 10) och (1; –3,5)
> Bestäm funktionens största värde.

Kim påstår att funktionens största värde är 10.
Undersök om Kim har rätt. (2/0)

14. Figuren nedan visar grafen till derivatan f' för en tredjegradsfunktion f.



a) För vilka värden på x är f avtagande? *Endast svar fordras* (0/1)

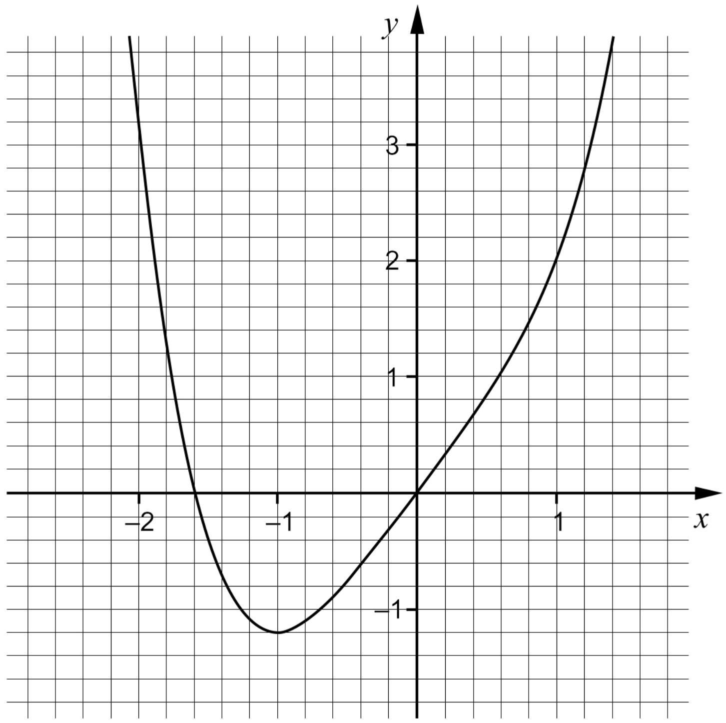
b) För vilket värde på x har f en minimipunkt? (0/2)

c) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan f i den punkt där $x = 0$
om $f(0) = 1$ (0/2)

15. I juni år 2001 fanns det 6,7 miljoner mobilabonnemang i Sverige och vid samma tidpunkt år 2011 hade antalet ökat till 13,1 miljoner. Anta att den årliga procentuella ökningen har varit lika stor under hela tidsperioden.

Vilket år var antalet mobilabonnemang 9,0 miljoner? (0/3)

16. Kajsa ska lösa ekvationen $0{,}4x^4 + 1{,}6x = 1$
Hon kan inte lösa ekvationen algebraiskt och tänker därför lösa den grafiskt.
Kajsa börjar med att rita grafen till $y = 0{,}4x^4 + 1{,}6x$



a) Med hjälp av grafen kan Kajsa bestämma två lösningar till ekvationen $0{,}4x^4 + 1{,}6x = 1$

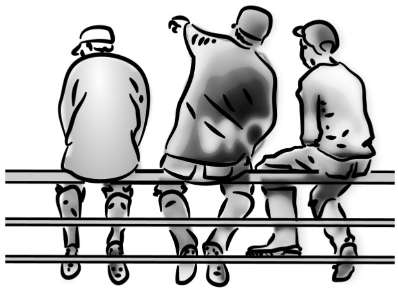
Vilka är dessa? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Kajsa är osäker på om det finns fler reella lösningar till ekvationen. Visa henne hur hon, utan att lösa ekvationen, kan vara säker på att det inte finns fler än två reella lösningar. (0/2/¤)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

17. Oskar, Martin och Johan, alla födda 1994, diskuterar regelbundna insättningar och vilket alternativ som ger mest ränta på pengarna.



Var och en ska sätta in totalt 10 000 kr på var sitt konto med en räntesats på 2 %.

Martin tänker sätta in 2000 kr varje år.
Oskar tänker sätta in 1000 kr varje år.
Johan tänker sätta in 2000 kr vartannat år.

Alla insättningar sker i slutet av året. Tabellen nedan visar när de tre pojkarna tänker göra sina insättningar.

	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Martin	2000	2000	2000	2000	2000					
Oskar	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Johan		2000		2000		2000		2000		2000

År

- Hur mycket pengar har Martin och Oskar på sina respektive konton just efter att de gjort sina sista insättningar?

- Martin låter sina pengar vara kvar på kontot efter sin sista insättning. Han påstår att han kommer att ha mer pengar på sitt konto än vad Oskar har på sitt konto just efter att Oskar gjort sin sista insättning.
  Undersök om Martin har rätt.

- Beräkna hur mycket pengar Johan har på sitt konto just efter att han gjort sin sista insättning.

Studera nu Oskars och Johans strategier för sparande under följande förutsättningar:

Räntesatsen är 2 % på båda kontona.
Oskar sätter in *b* kr varje år med start år 2012. Han gör *n* insättningar.
Johan sätter in det dubbla beloppet vartannat år med start år 2013.
Totalt sätter de in lika mycket pengar på var sitt konto och alla insättningar sker i slutet av året.

- Visa att Oskars strategi för sparande alltid ger mer pengar än Johans strategi oavsett värde på *b* och *n*. (4/3/¤)

Innehåll

Sid nr

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 10, 15, 16b och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 8b, 10, 12b, 16b och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 3, 8a, 8b, 9, 12b, 13, 14, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 4a, 15 och 17.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik ht 2012 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

				Kunskapsområde											Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr 1	Övr 4	aRitm 2	aRitm 3	Algebra 6	Algebra 7	Algebra 8	Dif & integral 1	Dif & integral 2	Dif & integral 3	Dif & integral 4	Godkänd 1	Godkänd 2	Godkänd 3	Godkänd 4	Väl godkänd 1	Väl godkänd 2	Väl godkänd 3	Väl godkänd 4	Väl godkänd 5	Väl godkänd 6	Mycket väl godkänd 1	Mycket väl godkänd 2	Mycket väl godkänd 3	Mycket väl godkänd 4	Mycket väl godkänd 5
1a	1	0									x				x														
1b	1	0									x				x														
2a	1	0				x									x														
2b	1	0				x									x														
2c	1	0				x									x														
3	1	0								x					x														
4a	1	0			x										x														
4b	3	0									x	x			x		x												
5	2	0										x			x		x												
6	1	0								x					x		x												
7a	1	0				x									x														
7b	0	1				x													x			x							
8a	0	1								x									x	x									
8b	0	1	¤							x									x	x		x				x			
9	0	2												x					x			x							
10	0	3	¤								x	x	x						x			x	x		x	x			
11	1	0									x				x		x												
12a	1	0										x			x		x												
12b	0	1											x							x									
13	2	0							x		x				x		x												
14a	0	1											x									x							
14b	0	2											x						x			x							
14c	0	2											x						x			x							
15	0	3				x	x												x		x	x	x						
16a	1	0							x						x														
16b	0	2	¤								x	x							x	x		x	x		x	x			
17	4	3	¤				x			x					x	x	x		x	x	x	x	x		x	x		x	
Σ	23	22		1/0		8/5		4/5			10/12																		

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt:	12 poäng.
Väl godkänt:	25 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	25 poäng varav minst 15 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst 3 *olika* MVG-kvaliteter av de 5 MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa 5 olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift			
MVG-kvalitet	8b	10	16b	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning		○		○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	○		○	○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang		○		
Värderar och jämför metoder/modeller				○
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk			○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaC ht 2012)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
Del I			
1.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar ($f'(x)=0$)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($g'(x)=\frac{3x^2}{4}$)	+1 g
2.			**Max 3/0**
	a)	Korrekt svar ($x=20^{1/9}$)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($x=\ln 9$)	+1 g
	c)	Korrekt svar ($x=10^9$)	+1 g
3.			**Max 1/0**
		Korrekt svar (5)	+1 g
4.			**Max 4/0**
	a)	Korrekt svar ($x(60-2x)$)	+1 g
	b)	Godtagbar ansats, bestämmer derivatans nollställe, $x=15$	+1 g
		med i övrigt korrekt bestämning av arean (450 m^2)	+1 g
		Godtagbar verifiering av maximum	+1 g

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
5.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2x+8=12$	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x=2$)	+1 g
6.		**Max 1/0**
	Godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{x+2}{2}\right)$	+1 g
7.		**Max 1/1**
a)	Korrekt svar ($5x$)	+1 g
b)	Godtagbar lösning med korrekt svar ($\lg x$)	+1 vg
8.		**Max 0/2/¤**
a)	Godtagbart värde på konstanten *a* med godtagbar verifiering av att det valda värdet ger *endast en* reell lösning	+1 vg

Kommentar: Alla värden på *a* där $a \geq 0$ är godtagbara värden.

b)	Godtagbar lösning med korrekt svar ($a<0$)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera ekvationen $x(x^2+a)=0$ och dra slutsatsen att ekvationen $x^3+ax=0$ får tre olika reella rötter när $a<0$.
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 1 (1 vg)

a) Om $a = 0$

$x^3 + 0x = 0 \quad x^3 = 0 \quad x = 0$ ← enda lösningen

b) $a = -1$

$x^3 + -1 \cdot x = 0$	$x = 1, -1, 0$	$1^3 - 1 \cdot 1 = 0$
$x^3 + -4 \cdot x = 0$	$x = 2, -2, 0$	$2^3 - 8 = 8 - 8 = 0$
$x^3 + 1 \cdot x = 0$	$x = 0$	$0 + 0 = 0$

svar: Om a har ett negativt värde har ekvationen tre lösningar. Är värdet ≥ 0 så har den endast lösningen $x = 0$.

Kommentar: Elevlösningen visar en undersökning av hur många lösningar som erhålls för några väl valda värden på *a* samt en korrekt slutsats. Sammantaget ges lösningen av b)-uppgiften 1 vg-poäng.

9. **Max 0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. identifierar funktionen som $f(x) = x^2 + 7$ +1 vg

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (6) +1 vg

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 + 7 - \overbrace{(x^2+7)}^{f(x)}}{h}$$

$$f'(x) = 2x + 7$$

$$f'(3) = 2 \cdot 3 + 7 = \underline{\underline{13}}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar ansats i och med att funktionen är identifierad. Sammantaget ges lösningen 1 vg-poäng.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 2 (2 vg)

$$f'(3) = \lim_{h \to 0} \frac{(3+h)^2+7-(3^2+7)}{h} = \frac{(9+6h+h^2)+7-16}{h} =$$

$$= \frac{6\cancel{h}+h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}} = 6+h = 6+0 = \underline{\underline{6}}$$

Kommentar: Elevlösningen visar en algebraisk hantering av uttrycket i och med korrekt utveckling av täljaren. Trots brister i det matematiska språket vid hanteringen av gränsvärdet bedöms lösningen sammantaget ge 2 vg-poäng.

10. **Max 0/3/¤**

Godtagbar ansats, t.ex. korrekt derivering av $f(x)$	+1 vg
med godtagbar bestämning av tangentens ekvation i något av de tre givna specialfallen	+1 vg
med korrekt slutsats som baseras på bestämning av tangentens ekvation i de tre specialfallen, (t.ex. ”Tangenterna skär alltid y-axeln i punkten $P\,(0,\ 6e^{-1})$”)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod för att bestämma ett korrekt uttryck för tangentens riktningskoefficient $3ae^{-1}$.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	visa att tangenten i punkten $x = -\frac{1}{a}$ för funktionen $f(x) = 3e^{ax}$ kommer att skära y-axeln i en och samma punkt $P\,(0,\ 6e^{-1})$ oavsett värde på a.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och en MVG-kvalitet)

$f(x) = 3e^{ax}$

$f'(x) = 3ae^{ax}$

$f'\left(-\frac{1}{a}\right) = 3ae^{a \cdot -\frac{1}{a}} = 3ae^{-\frac{a}{a}} = 3ae^{-1}$

Lutningen vid $x = -\frac{1}{a}$ är alltid $3ae^{-1}$

$\frac{3ae^{-1}}{1} \cdot \left(-\frac{1}{a}\right) = P$

$\frac{3ae^{-1} \cdot 1}{1 \cdot a} = \frac{3\cancel{a}e^{-1}}{\cancel{a}} = \frac{3e^{-1}}{1} = 3e^{-1}$

$P = 3e^{-1}$

oavsett värde på a så kommer tangenten till $f(x) = 3e^{ax}$ då $x = -\frac{1}{a}$ att korsa punkten $P = 3e^{-1}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt derivering av funktionen samt en generell bestämning av tangentens lutning. Fortsättningsvis har lösningen brister då bestämningen av *P* ej är korrekt. Sammantaget bedöms lösningen ge 1 vg-poäng och en MVG-kvalitet för användande av generella metoder.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

Del II

11. **Max 1/0**

Godtagbar lösning med korrekt svar (139) +1 g

12. **Max 1/1**

a) Godtagbar lösning med godtagbart svar ($K'(30) \approx 1700$) +1 g

b) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Antalet kanadagäss ökar med 800 per år då $t = 20$ år”) +1 vg

Källa: Jägareförbundet (2009). Kanadagås, publ. 2009-09-21, (hämtat 2010-10-07), http://www.jagareforbundet.se/Viltet/ViltVetande/Artpresentationer/Kanadagas/

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

Kanadagässen ökade med en hastighet av
800 gäss/år efter 20 år.

Kommentar: Tolkningen att det är en hastighet i antal kanadagäss/år som efterfrågas framgår av lösningen. Frasen ”efter 20 år” är otydlig eftersom det skulle kunna tolkas som att hastigheten är konstant då $t > 20$. Elevlösningen motsvarar därmed nätt och jämnt 1 vg-poäng.

13. **Max 2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. undersöker funktionsvärdet i någon av intervallets ändpunkter +1 g

med korrekt slutsats med godtagbar motivering (t.ex. ”Nej, Kim har fel för $g(3) = 22{,}5$ och det är större.”) +1 g

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 g)

x	− 3	− 2	0	+ 1	3
f	4,5	10	0	−3,5	22,5
f'	↗	→	↘	→	↗

Min slutsats: Största värde = (3, 22,5)
Minsta värde = (1, − 3,5)

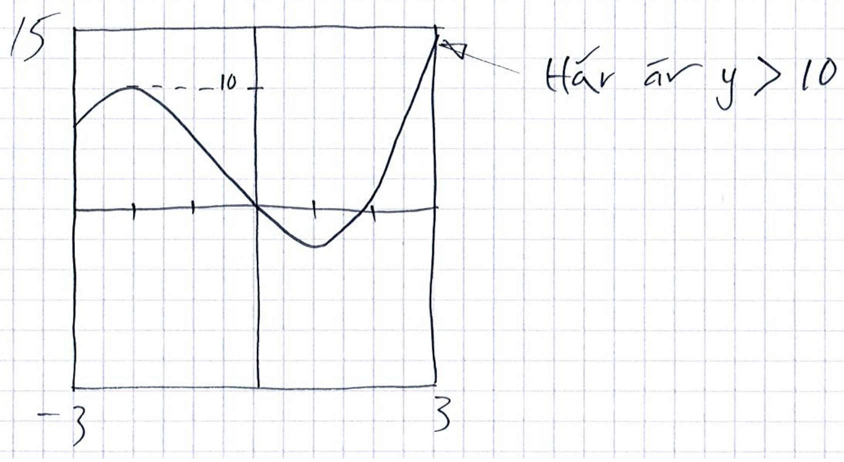
Kims slutsats: Största värde = (−2, 10)
Minsta värde = (1, −3,5)

Kim har fel största värde. Han borde svarat (3, 22,5) istället för (−2, 10).

Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar undersökning av funktionsvärdet i intervallets ändpunkter. Slutsatsen är korrekt och motiveringen bedöms vara godtagbar trots att största värdet anges med både *x*- och *y*-koordinater. Sammantaget ges elevlösningen 2 g-poäng.

Elevlösning 2 (2 g)

Jag ritar $y = x^3 + 1,5x^2 - 6x$ på räknaren



Kommentar: Elevlösningen visar en godtagbar motivering till varför Kim har fel genom att med hjälp av räknarfönstret visa att det inom det givna intervallet finns funktionsvärden som är större än 10. Sammantaget ges elevlösningen 2 g-poäng.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
14.		**Max 0/5**
a)	Korrekt svar ($-1 \le x \le 2$)	+1 vg

Kommentar: Vissa läromedel inkluderar inte derivatans nollställen i intervallet. Vid bedömning bör detta beaktas.

b)	Korrekt svar ($x = 2$)	+1 vg
	med godtagbar motivering (t.ex. ”Derivatan ändrar tecken från minus till plus”)	+1 vg
c)	Godtagbar ansats, bestämmer tangentens riktningskoefficient $k = -2$	+1 vg
	med i övrigt godtagbar bestämning av tangentens ekvation ($y = -2x + 1$)	+1 vg

15.		**Max 0/3**
	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $13{,}1 = 6{,}7 \cdot x^{10}$	+1 vg
	med godtagbar fortsättning, t.ex. godtagbar bestämning av ändringsfaktorn $x = 1{,}069$	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2005)	+1 vg

Källa: PTS Statistikportalen. Halvår 2011: Tabell 8; Mobila samtals- och datatjänster – antal kontraktsabbonemang och kontantkort [1] (tusental), (hämtat 2012-04-16), http://www.statistik.pts.se/pts1h2011/index.html

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
16.		**Max 1/2/¤**
a)	Godtagbar bestämning av rötterna ($x_1 \approx -1{,}8$, $x_2 \approx 0{,}6$)	+1 g
b)	Godtagbar ansats, t.ex. eleven påstår att problemet kan lösas med hjälp av derivata *eller* deriverar funktionen, $y' = 1{,}6x^3 + 1{,}6$	+1 vg
	med godtagbar bestämning av derivatans nollställe ($x = -1$)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att det bara finns två lösningar, baserat på ett logiskt och väl underbyggt resonemang, där eleven t.ex. hänvisar till att det bara finns ett reellt nollställe till derivatan.
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Elevens redovisning är i huvudsak korrekt.

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och två MVG-kvaliteter)

För att grafen ska kunna sjunka tillbaka till $y=1$ måste den nå ett nollställe först.

Om $x=-1$ är det enda nollstället finns det inte fler lösningar än de som syns på den ritade grafen

$$f'(x)=0$$
$$1,6x^3+1,6=0$$
$$1,6x^3=-1,6$$
$$x^3=-1$$
$$x=-1$$

Svar Det finns bara två lösningar till ekvationen eftersom det bara finns ett nollställe.

Kommentar: Eleven drar, baserat på ett godtagbart resonemang, slutsatsen att det bara finns två lösningar och uppnår därmed MVG-kriteriet gällande resonemang. När det gäller det matematiska språket talar eleven om ”nollställe” istället för ”derivatans nollställe”, vilket gör att framställningen blir något oklar. Eftersom eleven gör detta konsekvent och i redovisningen skriver ”Om $x = -1$ är det enda nollstället finns …” kan man anta att eleven ändå avser derivatans nollställe. Eleven skriver att ”grafen ska kunna sjunka tillbaka” vilket är en något otydlig men ändå begriplig beskrivning. I och med detta bedöms lösningen nätt och jämnt uppnå MVG-kriteriet för språk och redovisning. Sammantaget ges lösningen 2 vg-poäng och två MVG-kvaliteter gällande resonemang och matematiskt språk.

Uppgg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

17. **Max 4/3/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="3">Kvalitativa nivåer
Lägre → Högre</th><th>Total poäng</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven använder formeln för geometrisk summa i sina beräkningar
eller
eleven bestämmer antingen Oskars eller Martins saldo korrekt.
1 g</td><td>Eleven gör en korrekt beräkning av Oskars saldo (10950 kr)
och
av Martins saldo (10408 kr).
2 g</td><td></td><td>2/0</td></tr>
<tr><td></td><td>Eleven gör en korrekt bestämning av Johans saldo (10841 kr) med godtagbar metod, t.ex. genom upprepade beräkningar.
1 g</td><td>Eleven gör en korrekt beräkning av Johans saldo (10841 kr)
och
inser att kvoten /ändringsfaktorn vid beräkning av Johans saldo är $1,02^2$
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Matematiskt resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</td><td colspan="2">Eleven drar slutsatsen att Martin kommer att ha mer pengar än Oskar.
Slutsatsen baseras på:
ett enkelt resonemang, t.ex. ”Martin sätter in sina pengar tidigare och hinner få mer ränta.”
eller
en godtagbar beräkning av saldot på Martins konto (11491 kr).
1 g</td><td>Eleven troliggör att Oskars strategi för sparande alltid ger mer pengar än Johans strategi genom att:
föra ett godtagbart resonemang
eller
beräkna några specialfall där både n och b varieras.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2"></td><td>Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar minst tre punkter. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="3"></td><td>4/3</td></tr>
</table>

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella metoder för att t.ex. teckna de två modellerna $O = \frac{b \cdot (1{,}02^n - 1)}{1{,}02 - 1}$ och $J = \frac{2b \cdot \left((1{,}02^2)^{n/2} - 1 \right)}{1{,}02^2 - 1}$ korrekt.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera kvoten $\frac{O}{J}$ (eller föra ett motsvarande generellt resonemang) och dra slutsatsen att Oskars strategi alltid är mest fördelaktig.
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	inse att de två modellerna kan jämföras genom att t.ex. studera värdet på deras kvot eller differens.
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk, där redovisning omfattar generell metod och är i huvudsak korrekt.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 g)

Martin har $\frac{2000(1{,}02^4-1)}{1{,}02-1} = 8243$

Oskar har $\frac{1000(1{,}02^9-1)}{1{,}02-1} = 9754$

$8243 \cdot 1{,}02^5 = 9100$

Oskar fick 9754, så Nej, Martin har fel

Johan har $\frac{2000(1{,}02^5 \cdot 2-1)}{1{,}02-1}$

Oskars blir $\frac{b(1{,}02^n-1)}{1{,}02-1}$

Johans blir $\frac{2b(1{,}02^{n-1}-1)}{1{,}02-1}$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	1/0	
		0/0	
Matematiska resonemang	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		**2/0**	

Kommentar: Elevlösningen visar användning av formeln för geometrisk summa där antalet termer är felaktiga. Slutsatsen under punkt 2 blir utifrån de felaktiga beräkningarna korrekt. Eftersom de felaktiga beräkningarna under punkt 2 anses bero på ett följdfel så erhåller lösningen sammantaget 2 g-poäng; 1 g-poäng för metodval och 1 g-poäng för resonemang.

Elevlösning 2 (4 g och 2 vg)

Punkt 1.

M: $\frac{2000(1,02^5-1)}{1,02-1} \approx 10408$ kr

O: $\frac{1000(1,02^{10}-1)}{1,02-1} \approx 10950$ kr

Punkt 2.

Ränta på ränta i 3 år

$y = 10408 \times 1,02^3 \approx 11045$ kr

Martin hrar alltrå rätt.

Punkt 3.

2013 2000 kr

2014 $2000 \times 1,02 = 2040$

2015 $2000 + (2040 \times 1,02) = 4080,8$

2016 $4080,8 \times 1,02 = 4162,416$

2017 $2000 + (4162,416 \times 1,02) = 6245,66$

2018 $6245,66 \times 1,02 = 6370,577$

2019 $2000 + (6370,577 \times 1,02) = 8497,989$

2020 $8497,989 \times 1,02 = 8667,95$

2021 $2000 + (8667,95 \times 1,02) = 10841,3$

J: 10841 kr

Punkt 4.

Oskar kommer att ha mer eftersom hans pengar kan växa första året också och han kommer alltid ha minst lika mycket som Johan på kontot.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/0	
	X	1/0	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/2**	

Kommentar: Elevlösningen visar, under punkt 2, en beräkning av Martins summa som blir felaktig på grund av ett slarvfel. Eftersom metoden är korrekt och slutsatsen som dras också är korrekt delas g-poängen för resonemang ut. Vidare beräknas Johans summa på ett godtagbart sätt men eleven inser inte att ändringsfaktorn ska vara $1{,}02^2$. Därmed anses inte lösningen uppvisa vg-kvalitet gällande metodval. Resonemanget under punkt 4 anses godtagbart och lösningen ges därmed även vg-poängen för matematiska resonemang. Trots att lösningen är knapphändig då det gäller explicita förklaringar är den lätt att följa och omfattar alla fyra punkterna. Därmed uppfylls även kravet för redovisning och matematiskt språk på vg-nivå. Sammantaget ges lösningen 4 g- och 2 vg-poäng.

Elevlösning 3 (4 g och 3 vg och tre MVG-kvaliteter)

• Martin $\rightarrow \dfrac{2000(1{,}02^5-1)}{1{,}02-1} = 10408{,}08$ kr

Oskar $\rightarrow \dfrac{1000(1{,}02^{10}-1)}{1{,}02-1} = 10949{,}721$ kr

SVAR: Martin har 10408 kr
Oskar har 10949,7 kr

• $10408 \cdot 1{,}02^5 = 11491{,}36132$ kr
Han kommer ha 11491,361 SVAR: Ja, han har rätt

• $\dfrac{2000(1{,}0404^5-1)}{1{,}0404-1} = 10841{,}3$

(Räntan är $1{,}02^2$ eftersom det är två år mellan insättningarna)

SVAR: 10841,3 kr

• Oskars strategi : $\dfrac{b(1{,}02^n-1)}{1{,}02-1}$

Johans strategi : $\dfrac{2b(1{,}0404^{0{,}5n}-1)}{1{,}0404-1}$

$$\frac{\dfrac{b(1{,}02^n-1)}{0{,}02}}{\dfrac{2b(1{,}0404^{0{,}5n}-1)}{0{,}0404}} = 1{,}01$$

SVAR: Oskars strategi är 1% mer effektiv

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/0	
	X	1/1	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/3**	

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt tecknade generella modeller för såväl Oskars som Johans sparande. Tecknandet av kvoten $\frac{O}{J}$ tyder på en insikt i att modellerna kan jämföras genom en undersökning av deras kvot. I och med detta uppfylls MVG-kriteriet för såväl generella metoder som för jämförande av modeller. Slutsatsen att Oskars modell alltid kommer att ge en avkastning som är 1 % mer än det Johans modell ger är korrekt och därmed anses även MVG-kriteriet för analys vara uppfyllt. Redovisningen är lätt att följa i de tre första punkterna. Eftersom det i punkt 4 inte framgår av redovisningen hur kvoten $\frac{O}{J}$ resulterar i 1,01 anses inte MVG-kriteriet för språk och redovisning vara uppfyllt. Sammantaget ges lösningen 4 g- och 3 vg-poäng samt MVG-kvaliteterna för generella metoder, för analys samt för jämförande av modeller.

Elevlösning 4 (4 g och 3 vg och fyra MVG-kvaliteter)

I * Martin: In: 2000kr/år, ränta 2%

2000 [ENTER] → 2000 (2012)

[ANS] × 1,02 + 2000 [ENTER] → 4040 (2013)

— " —

⋮

— " — 10408 (2016)

* Oskar: In: 1000 kr/år, ränta 2%

1000 [ENTER] → 1000 (2012)

[ANS] × 1,02 + 1000 [ENTER] → 2020 (2013)

⋮

10 950 (2021)

II * Martin: Ingen insättning, ränta 2%

10408 [ENTER] 10 408 (2016)

[ANS] × 1,02 [ENTER] 10 616 (2017)

⋮

11 491 (2021)

Svar: Martin har rätt, han har 11491 kr år 2021 medan Oskar har 10950 kr då.

III * Johan: In: 2000 kr vartannat år, ränta 2%/år

2000 [ENTER] → 2000 (2013)

[ANS] × 1,02 × 1,02 + 2000 [ENTER] → 4081 (2015)

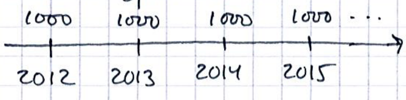
⋮

10 841 (2021)

forts.

(IV) Med 2% ränta blir 1000 kr värda 1020 kr året efter. Oskars insättning på 1000 kr år 2012 motsvarar en insättning på 1020 kr år 2013. På samma sätt motsvarar insättningen på 1000 kr år 2014 en insättning på 1020 kr år 2015 osv.

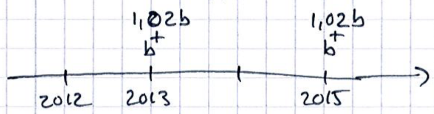
Oskars sparande



blir lika mycket som följande sparande:

Oskar sätter alltså in 1000 kr per år ~~men~~ från 2012 men han skulle lika gärna kunna sätta in 2020 kr vartannat år från 2013. Jämför vi med Johan som sparar 2000 kr vartannat år från 2013 så sparar Oskar 20 kr mer vid varje insättning.

Om Oskars belopp ändras till b kr/år blir det lika mycket som



Oskar 2,02b
Johan 2b
$2{,}02b > 2b$

Jämfört med Johan som sätter in 2b blir det även nu mer för Oskar vid varje insättning. Oskar får därför alltid mer i slutändan oavsett hur många år (jämnt antal år) han och Johan sparar.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande		2/0	
		1/1	
Matematiska resonemang		1/1	
Redovisning och matematiskt språk		0/1	
Summa		**4/3**	

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt lösning av hela uppgiften. Lösningen visar ett resonemang för hur Oskars sparande ser ut jämfört med Johans sparande som även omfattar det generella fallet vilket framgår av den sista figuren under punkt fyra. I och med detta uppfylls MVG-kriteriet för såväl generella metoder som för jämförande av modeller. Slutsatsen grundas på en algebraisk jämförelse av storleken på insättningarna av vilket det framgår att Oskars modell alltid kommer att ge en avkastning som är större än avkastningen från Johans modell. I och med detta anses även MVG-kriteriet för analys vara uppfyllt. Lösningen visar en tydlig redovisning av hur miniräknaren har använts i de tre första punkterna och är i övrigt välstrukturerad med ett i huvudsak korrekt språk och därmed anses MVG-kriteriet för språk och redovisning vara uppfyllt. Sammantaget ges lösningen 4 g- och 3 vg-poäng samt alla möjliga MVG-kvaliteter.

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)
R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)
A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)
D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt (Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	10	16b	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	10	16b	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8b	10	16b	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Insamling av provresultat för matematik kurs C

Från och med höstterminen 2011 utför SCB (Statistiska centralbyrån) på uppdrag av Skolverket en totalinsamling av elevresultat både vår- och hösttermin. Information om denna totalinsamling utgår från SCB. Denna insamling stänger den 18 januari 2013. Förutom denna totalinsamling genomför provinstitutionen en egen urvalsinsamling. Urvalsinsamlingen ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om höstens prov i slutet av februari. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på http://www.edusci.umu.se/np-pb/np/ Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

Urvalsinsamlingen

För urvalsinsamlingen gäller att när du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 7:e, 11:e, 13:e och 22:a i varje månad.** Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 7:e i varje månad**.

1. Gå in på http://www.edusci.umu.se/np-pb/np/ och klicka på rubriken **Resultatinsamling ht 2012** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **tina7mo** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 7:e, 11:e, 13:e och 22:a i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 7:e i varje månad** till:

Umeå universitet
Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap
Nationella prov
Att. Monika Kriström
901 87 Umeå

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i slutet av februari måste vi ha alla resultat **senast 23 januari 2013**.