NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS C VÅREN 2001

Anvisningar

Provtid	240 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 15 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du prövar på denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Undre gräns för provbetyget Godkänd: 13 poäng. Väl godkänd: 26 poäng varav minst 5 vg-poäng.

Namn: ______________________________ Skola: __________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

1. $y = 5x^2 + 3x$

a) Bestäm y' *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm y'' *Endast svar fordras* (1/0)

2. Lös ekvationerna

a) $\lg x = 4$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $2^x = 6$ *Endast svar fordras* (1/0)

3.

Ted Gärdestad var en stor tonårsidol under 1970-talet. När han under 1972 turnerade i Sveriges folkparker fick han 3 000 kr för ett uppträdande.

Beräkna hur mycket detta motsvarar år 2000 om detta belopp hade följt KPI. (2/0)

År	KPI
1972	47
2000	261

(Informationen i tabellen är hämtad från Statistiska Centralbyrån. KPI = konsumentprisindex)

4. Följande uppgifter handlar om insättning av pengar på banken. Bortse från eventuella skatteeffekter.

a) Vilket slutkapital får man efter 15 år, då startkapitalet är 4000 kr och den årliga räntesatsen är 3,0 %? (1/0)

b) Vilken årlig räntesats ger efter 13 år slutkapitalet 18 000 kr, då man startar med 10 000 kr? (2/0)

5. Bestäm summan av de 50 första termerna i den geometriska talföljden:

1000, 900, 810, 729, ... (2/0)

6. a) Derivera $y = \mathrm{e}^{2x} + \ln 5$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm $f'(-7)$ om $f(x) = \frac{x^3}{3} + x$ (2/0)

7. I en kommun finns det två gymnasieskolor, Östra och Västra. I Östra går det 1350 elever och i Västra 520 elever. I båda skolorna är det förbjudet att ha mobiltelefon påslagen under lektionstid.

För att undersöka om förbudet har någon förankring bland eleverna har skolornas elevråd gemensamt gjort en undersökning. Man valde ut några SP-klasser på varje skola där man till alla elever ställde frågan:
"Tycker du att man ska få ha mobiltelefonen påslagen under lektionstid?"
Svaren framgår av tabellen:

Skola	Antal icke svarande	Antal ja	Antal nej
Östra	17	27	58
Västra	30	49	16

Elevråden sammanfattade undersökningen på följande sätt:

Andel "Ja": $\frac{27+49}{27+49+58+16} \approx 51\ \%$
Alltså: Majoritet för att få ha mobiltelefonen påslagen.

Några elever har kritiska synpunkter på undersökningen och elevrådens slutsats.

Ange två sådana synpunkter. (1/1)

8. Funktionen $f(x) = x^3 - 3x + 5$ är given.

Undersök med hjälp av derivata om funktionen $f(x)$ har någon maximipunkt i intervallet $-2 \leq x \leq 1$. (3/0)

9. Två elever löste följande problem:
I en bakterieodling ökade antalet bakterier från 300 till 900 på 5 timmar.
Bestäm den procentuella ökningen.

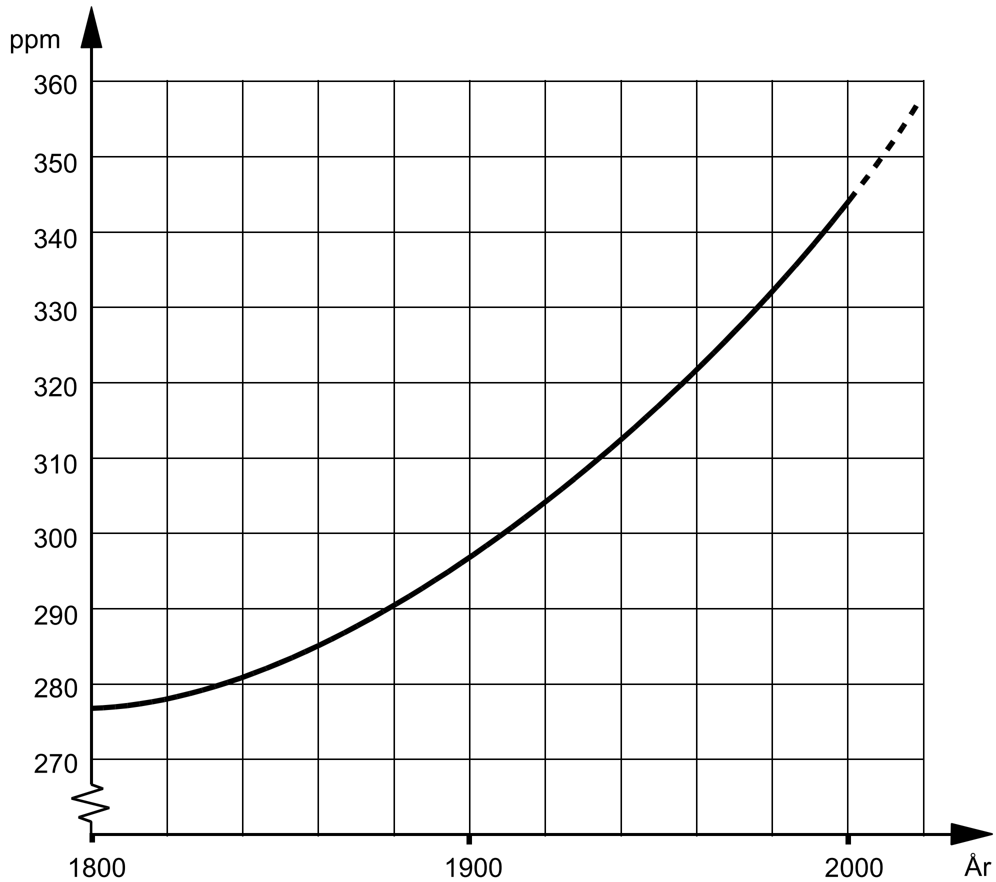
Ingela fick svaret ca 25 % och Elias 200 %.

Förklara med ord och beräkningar hur de kan ha tänkt. (2/1)

10. Genom förbränning av fossila bränslen har luftens halt av koldioxid ökat. Diagrammet nedan visar hur koldioxidhalten uttryckt i ppm ändrats från 1800-talets början fram till våra dagar. Koldioxidhaltens värden är resultat från mätningar på luft från isproppar som tagits ur inlandsisen i Antarktis och från mätningar på atmosfären utförda på Mauna Loa, Hawaii.

a) Hur många gånger större är den genomsnittliga förändringshastigheten för koldioxidhalten under 1900-talet än under 1800-talet? (2/0)

b) Bestäm koldioxidhaltens förändringshastighet år 1980. (0/2)

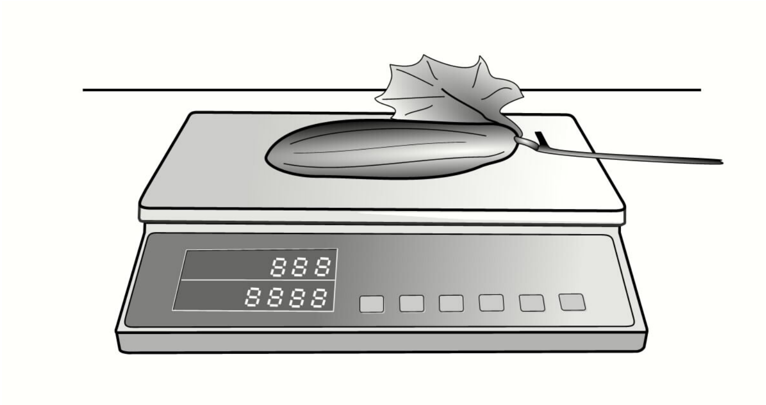


11. Anna har som specialarbete valt att undersöka hur en liten gurka tillväxer. Hon finner att gurkans vikt under de fyra första dygnen följer formeln:

$f(t) = 0{,}100 \cdot \mathrm{e}^{0{,}223 \cdot t}, \qquad 0 \le t \le 4$

där $f(t)$ är gurkans vikt i kilogram och t är tiden i dygn mätt från undersökningens början.

För de nästföljande sex dygnen ($4 < t \le 10$) ökar gurkans vikt $f(t)$ med 0,054 kilogram per dygn.



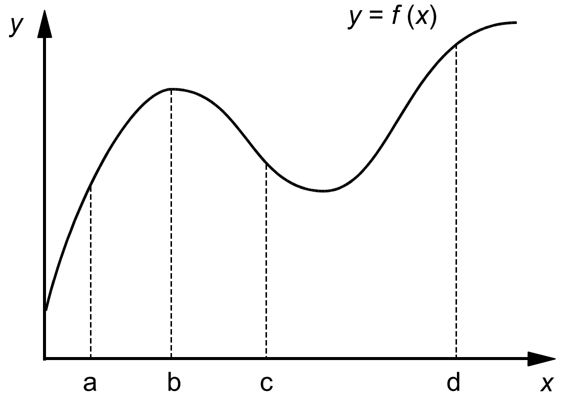
a) Hur mycket väger gurkan efter 2 dygn? (1/0)

b) Bestäm $f'(3)$ och $f'(6)$. (1/1)

c) Beskriv med ord vad $f'(3)$ säger om gurkan. (0/2)

12. Figuren nedan visar grafen till en funktion $y = f(x)$.

Ordna följande värden efter storlek: $f'(a)$, $f'(b)$, $f'(c)$, $f'(d)$
Börja med det minsta och kom ihåg att motivera dina val. (0/2)



13. Om funktionen $f(x)$ vet man att:

- $f(5) = 3$
- $f'(x) = 2$ för alla x

Bestäm $f(10)$ (0/2)

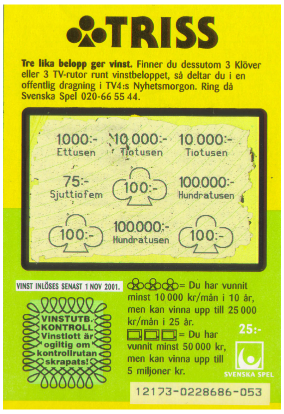
14.

VISSEFJÄRDA

Tursiffror gav 4,5 miljoner

■ 4,5 miljoner kronor rikare var 32-årige industriarbetaren Jonas Modig, Vissefjärda, när han lämnade TV4:s studio i går morse.

Detta tack vare en trisslott inköpt hos Bilisten i Vissefjärda i mitten av december. I Nyhetsmorgons sändning tog han hjälp av sina två tursiffror när han skulle välja två nya lotter och det gav resultat. Jonas Modig kan se fram emot 15 000 kronor i månaden under 25 år.



Enligt tidningsartikeln ovan är vinnaren att gratulera till sin vinst. Kostnaden för Svenska Spel är dock inte 4,5 miljoner kr. Dels är beloppet indexreglerat, dvs ska följa KPI, dels kan bolaget använda pengarna som ännu inte betalats ut till räntebundet sparande.

Hur stor är kostnaden idag för Svenska Spel (nuvärdet) av 15 000 kr/mån i 25 år? Antag att räntesatsen är 0,5 % per månad och att KPI inte ändras under hela perioden. (0/4)

15. Denna uppgift handlar om derivatan till en andragradsfunktion. Du ska undersöka grafen till derivatan. En godtycklig andragradsfunktion kan skrivas
$y = ax^2 + bx + c$ där *a*, *b* och *c* är koefficienter.
Du väljer själv om du vill utföra den generella undersökningen (tredje punkten nedan) direkt eller om du hellre vill utföra uppgiften stegvis genom alla de tre punkterna.

- Om $a = 1$, $b = 0$ och $c = 0$ får du funktionen $y = x^2$. Rita grafen till y'.
- Välj själv andra värden på *a* och rita grafen till derivatan av dina nya funktioner.
  Hur påverkar valet av *a* utseendet av derivatans graf?
- Undersök så utförligt och fullständigt som möjligt hur *a*, *b* och *c* påverkar derivatans graf.

(2/4)

Vid bedömningen av uppgift 15 kommer läraren att ta extra hänsyn till följande:
- Hur nära en generell lösning du lyckas komma
- Hur väl du använder det matematiska språket
- Hur tydliga och välstrukturerade dina förklaringar, motiveringar och slutsatser är

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik vt 2001 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål (återfinns längst bak i detta häfte).

			Kunskapsområde i målbeskrivningen									**Betygskriterium**											
Upp-gift nr	**g** po-äng	**vg** po-äng	aRitm		Stat		Alg	Diff				Godkänd						Väl Godkänd					
			1	2	1	2	1	1	2	3	4	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1a	1	0							x			x	x										
1b	1	0							x			x	x										
2a	1	0	x									x	x										
2b	1	0	x									x	x										
3	2	0				x						x	x										
4a	1	0	x									x		x									
4b	2	0	x									x		x									
5	2	0		x								x	x		x								
6a	1	0							x			x	x		x								
6b	2	0							x			x	x										
7	1	1			x							x			x	x		x				x	
8	3	0							x	x		x		x	x	x						x	
9	2	1	x									x	x	x	x			x			x		
10a	2	0						x				x		x		x							
10b	0	2							x			x		x		x		x		x		x	
11a	1	0	x										x		x								
11b	1	1							x			x	x		x			x		x			
11c	0	2						x				x						x					
12	0	2							x	x		x						x		x			
13	0	2								x		x			x			x		x	x		
14	0	4		x								x			x	x		x		x	x	x	
15	2	4						x	x	x		x		x	x	x		x		x		x	
∑	26	19	(10/5)		(3/1)			(13/13)															

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 26 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget
Godkänd: 13 poäng.
Väl godkänd: 26 poäng varav minst 5 vg-poäng.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterier, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betyget Godkänd respektive betyget Väl godkänd användes separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Utdelad g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck 1/0, 2/1 o.s.v.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)
   4.1 Godtagbart svar ger 1 eller 2 poäng enligt bedömningsanvisningen.
   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, som t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp
   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
   5.2 Då +1g eller +1vg anges i bedömningsanvisningen ska de angivna minimikraven uppfyllas för att erhålla 1 poäng i tillägg till tidigare erhållna g- eller vg-poäng.
   5.3 När bedömningsanvisningen t.ex. anger +1-2g (eller +1-2vg) innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, fel i deluppgift eller följdfel, formella fel och räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg
   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
   7.4[*] Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränsen för den uppnådda totalsumman poäng och den uppnådda summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

[*] gäller endast de som följer styrdokumenten 2000

Bedömningsanvisningar (MaC vt 2001)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
1.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt derivata ($y' = 10x + 3$)	+1 g
	b)	Korrekt svar utifrån svaret i a ($y'' = 10$)	+1 g
2.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar (10 000)	+1 g
	b)	Godtagbart svar (2,58)	+1 g
3.			**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar ansats (t.ex. tecknat kvoten)		+1 g
	med godtagbart svar (17 000 kr)		+1 g
4.			**Max 3/0**
	a)	Korrekt tecknat uttryck med godtagbart svar (6 200 kr)	+1 g
	b)	Korrekt tecknad ekvation ($10000 \cdot x^{13} = 18000$)	+1 g
		med godtagbart svar (4,6 %)	+1 g
5.			**Max 2/0**
	Korrekt bestämd kvot (0,9)		+1 g
	Redovisad beräkning med godtagbart svar (9 948)		+1 g

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
6.			**Max 3/0**
	a)	Korrekt svar ($y' = 2e^{2x}$)	+1 g
	b)	Korrekt derivata ($f'(x) = x^2 + 1$)	+1 g
		med korrekt svar (50)	+1 g
7.			**Max 1/1**
		Angivit en relevant kritisk synpunkt	+1 g
		Angivit ytterligare en relevant kritisk synpunkt	+1 vg
		(t.ex. ”ej gjort urvalet slumpmässigt”, ”bortfallsundersökning saknas”, ”ej tagit hänsyn till att skolorna har olika antal elever”)	
8.			**Max 3/0**
		Korrekt ekvation för bestämning av derivatans nollställen ($3x^2 - 3 = 0$)	+1 g
		Redovisad godtagbar beräkning av derivatans nollställen ($x = \pm 1$)	+1 g
		med verifiering av maximipunkten	+1 g
9.			**Max 2/1**
		Redovisad godtagbar beräkning som visar hur en av eleverna har tänkt	+1 g
		Redovisad godtagbar beräkning som visar hur den andra eleven har tänkt	+1 g
		med en godtagbar förklaring till hur eleverna har tänkt	+1 vg
		(Exponentiell tillväxt per timme respektive procentuell tillväxt under hela tidsperioden)	
10.			**Max 2/2**
	a)	Redovisad godtagbar metod (t.ex. tecknat en förändringskvot)	+1 g
		med godtagbart svar (2,4 ggr större)	+1 g
	b)	Redovisad godtagbar metod	
		(t.ex. med hjälp av tangenten eller lämplig ändringskvot)	+1vg
		med godtagbart svar (ca 0,5 ppm/år)	+1 vg
11.			**Max 2/3**
	a)	Godtagbart bestämning av $f(2)$ (0,156 kg)	+1 g
	b)	Godtagbar bestämning av $f'(3)$ (0,044)	+1 g
		Korrekt bestämning av $f'(6)$ (0,054)	+1 vg
	c)	Angivit att det är gurkans tillväxthastighet vid tre dygn	+1 vg
		med korrekt enhet (kg/dygn)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
12.		**Max 0/2**
	Korrekt svar ($f'(c) < f'(b) < f'(d) < f'(a)$)	+1 vg
	med godtagbar motivering (kommenterat kurvans lutning på några sätt t.ex. $f'(a) > f'(d) > 0,\ f'(b) = 0$ och $f'(c) < 0$)	+1 vg
13.		**Max 0/2**
	Redovisad godtagbar metod	+1 vg
	med korrekt svar (13)	+1 vg
14.		**Max 0/4**
	Godtagbar ansats (t.ex. tecknat en talföljd med de första termerna korrekta)	+1 vg
	Korrekt tecknad summa	+1 vg
	med redovisade godtagbara beräkningar och ett godtagbart svar (2,3 miljoner kr)	+1-2 vg

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

15. **Max 2/4**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="3">Kvalitativa nivåer
Lägre → Högre</th><th>Total poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td colspan="2">Eleven deriverar enkla andragradsfunktioner och ritar motsvarande derivators grafer.
1 g</td><td>Eleven deriverar det generella uttrycket.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td>Eleven drar korrekt slutsats om hur värdet på a påverkar grafens utseende.
1 g</td><td>Eleven väljer några värden på b och c. Undersöker derivatans graf och drar någon slutsats.
1 g och 1 vg</td><td>Eleven resonerar generellt kring olika val av värden på a, b och c och drar korrekta slutsatser om hur koefficienterna a, b och c påverkar grafens utseende.
1 g och 2 vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner</td><td colspan="2"></td><td>Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="3"></td><td>2/4</td></tr>
</table>

Kurs: **Matematik C**
Poäng: **50**

Mål
Målet för kursen är att ge eleven breddade och fördjupade kunskaper för att kunna lösa problem som gäller förändring och extremvärden samt att ge eleven insikter i hur en statistisk undersökning görs och värderas.

Efter genomgången kurs skall eleven
i aritmetik (R)
1. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter
   samt kunna tillämpa detta vid problemlösning

2. kunna använda matematiska modeller som bygger på summan av geometriska talföljder

i statistik (S)
1. kunna planera, genomföra, analysera och rapportera en statistisk undersökning och i detta sammanhang kunna värdera stickprovsmetoder
   och diskutera olika typer av fel

2. förstå konstruktion av indexserier
   samt kunna använda index såsom jämförelsetal

i algebra och funktionslära (A)
1. känna till hur dataprogram kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang

i differentialkalkyl (D)
1. kunna förklara och åskådliggöra begreppen ändringskvot och derivata

2. kunna uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom graf, tabeller eller formel

3. inse sambandet mellan en funktions graf och dess derivator av första och andra ordningen
   samt kunna använda detta i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel

4. förstå vaför talet *e* införs
   samt kunna härleda eller numeriskt/grafiskt motivera deriveringsregler för några elementära funktioner

Betygskriterier

Kurs: **Matematik C**
Poäng: **50**

G	Godkänd	V	Väl Godkänd
Ga	• Eleven har insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.	Va	• Eleven har goda insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.
		Vb	• Eleven har insikt i matematikens idéhistoria.
Gc	• Eleven löser uppgifter i vilka problemformuleringen är klart definierad, t. ex. bestämning av en funktions derivata och beräkningar av fasta priser med hjälp av konsumentprisindex, och exempeltypen är sådan att eleven mött den tidigare.		
Gd	• Eleven känner till och använder några olika bearbetningsstrategier och behandlar enkla och vanliga problemställningar.	Vd	• Eleven kan föreslå, diskutera och värdera olika bearbetningsstrategier och kan behandla problemställningar av olika svårighetsgrad och art.
		Ve	• Eleven använder och kombinerar därvid olika matematiska modeller och metoder i såväl kända som nya situationer.
Gf	• Eleven utför nödvändiga beräkningar, använder i relevanta sammanhang tekniska hjälpmedel och har viss förmåga att värdera resultaten.		
Gg	• Eleven kan skriftligt göra en redovisning av bearbetning av problem där tankegången kan följas och kan med tydlighet rita de figurer, diagram eller koordinatsystem som erfordras.	Vg	• Eleven kan göra en skriftlig redovisning av bearbetning av problem. I redovisningen visar eleven en klar tankegång och kan rita korrekta och tydliga figurer.
Gh	• Eleven kan med visst stöd muntligt redovisa tankegången i bearbetning och lösning av problem även om det matematiska språket inte behandlas helt korrekt.	Vh	• Eleven kan muntligt med klar tankegång redovisa och förklara arbetsgången i problemlösningen och med acceptabelt matematiskt uttryckssätt.