

Concerning test material in general, the Swedish Board of Education refers to the Official Secrets Act, the regulation about secrecy, 4th chapter 3rd paragraph. For this material, the secrecy is valid until the expiration of June 2013

NATIONAL TEST IN MATHEMATICS COURSE C SPRING 2007

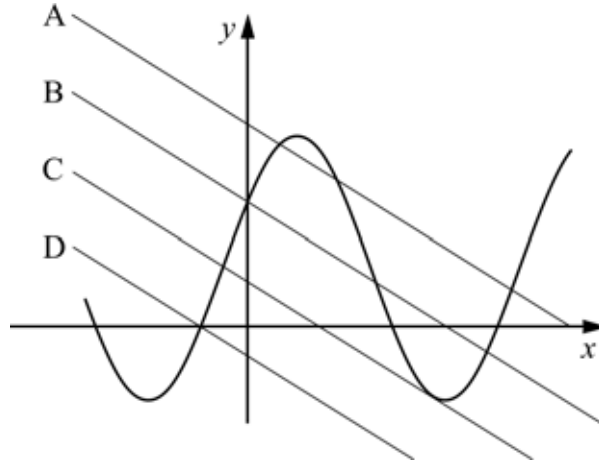
Directions

- | | | | | | | | |
|--------------------------------|--|-------|-----------|------------------------|---|--------------------------------|--|
| Test time | 240 minutes for Part I and Part II together. We recommend that you spend no more than 60 minutes on Part I. | | | | | | |
| Resources | <p>Part I: "Formulas for the National Test in Mathematics Courses C and D."
 <i>Please note that calculators are not allowed in this part.</i></p> <p>Part II: Calculators and "Formulas for the National Test in Mathematics Courses C and D".</p> | | | | | | |
| Test material | <p>The test material should be handed in together with your solutions.
 Write your name, the name of your education programme / adult education on all sheets of paper you hand in.</p> <p><i>Solutions to Part I should be handed in before you retrieve your calculator. You should therefore present your work on Part I on a separate sheet of paper. Please note that you may start your work on Part II without a calculator.</i></p> | | | | | | |
| The test | <p>The test consists of a total of 16 problems. Part I consists of 8 problems and Part II consists of 8 problems.</p> <p>For some problems (where it says <i>Only answer is required</i>) it is enough to give short answers. For the other problems short answers are not enough. They require that you write down what you do, that you explain your train of thought, that you, when necessary, draw figures. When you solve problems graphically/numerically please indicate how you have used your resources.</p> <p>Problem 18 is a larger problem which may take up to an hour to solve completely. It is important that you try to solve this problem. A description of what your teacher will consider when evaluating your work is attached to the problem.</p> <p>Try all of the problems. It can be relatively easy, even towards the end of the test, to receive some points for partial solutions. A positive evaluation can be given even for unfinished solutions.</p> | | | | | | |
| Score and mark levels | <p>The maximum score is 42 points.</p> <p>The maximum number of points you can receive for each solution is indicated after each problem. If a problem can give 2 "Pass"-points and 1 "Pass with distinction"-point this is written (2/1). Some problems are marked with α, which means that they more than other problems offer opportunities to show knowledge that can be related to the criteria for "Pass with Special Distinction" in Assessment Criteria 2000.</p> <p>Lower limit for the mark on the test</p> <table border="0" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Pass:</td> <td>12 points</td> </tr> <tr> <td>Pass with distinction:</td> <td>24 points of which at least 6 "Pass with distinction" points.</td> </tr> <tr> <td>Pass with special distinction:</td> <td>24 points of which at least 13 "Pass with distinction" points. You also have to show most of the "Pass with special distinction" qualities that the α-problems give the opportunity to show.</td> </tr> </table> | Pass: | 12 points | Pass with distinction: | 24 points of which at least 6 "Pass with distinction" points. | Pass with special distinction: | 24 points of which at least 13 "Pass with distinction" points. You also have to show most of the "Pass with special distinction" qualities that the α -problems give the opportunity to show. |
| Pass: | 12 points | | | | | | |
| Pass with distinction: | 24 points of which at least 6 "Pass with distinction" points. | | | | | | |
| Pass with special distinction: | 24 points of which at least 13 "Pass with distinction" points. You also have to show most of the "Pass with special distinction" qualities that the α -problems give the opportunity to show. | | | | | | |

Part I

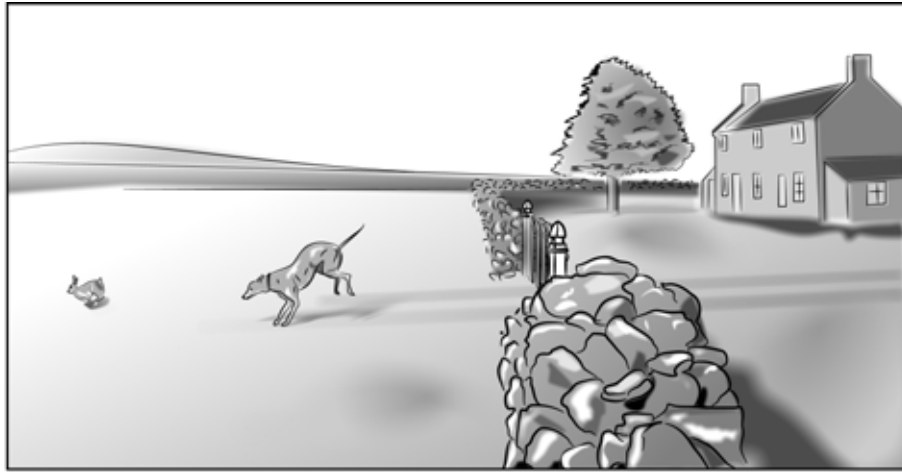
This part consists of 8 problems that should be solved without the aid of a calculator. Your solutions to the problems in this part should be presented on separate sheets of paper that must be handed in before you retrieve your calculator. Please note that you may begin working on Part II without the aid of a calculator.

1. Which of the lines A-D is a tangent to the curve? *Only answer is required* (1/0)



2. Let $f(x) = 4x^3 - 16x$
- a) Calculate $f'(x)$ *Only answer is required* (1/0)
- b) Calculate $f'(1)$ *Only answer is required* (1/0)
3. Solve the equations. Give exact answers.
- a) $x^5 = 11$ *Only answer is required* (1/0)
- b) $5^x = 11$ *Only answer is required* (1/0)
4. At one hospital they want to investigate whether newborn babies have a normal weight gain. Therefore, data have been collected on how the weight of the babies varies during the first days after birth. These data have then been used to formulate the following relationship:
- $$V(t) = 5t^3 - 135t + 3500$$
- where V is the average weight in grams and t is the time in days after the birth. The relationship holds for the first six days after birth.
- How many days after the birth does the lowest average weight occur? (3/0)

5. One of the longest jumps ever noted for a dog was made by a greyhound named Bang in 1849 in England. On this occasion, he was jumping over a gate while chasing a rabbit.



A simplified model of the jump is:

$$h(x) = 0.405x - 0.005x^3$$

where $h(x)$ describes how high (in metres) the dog is above the ground and x the distance (in metres) along the ground from the take-off point.

How far did Bang the dog jump on this occasion? (3/0)

6. For which value of x is the expression $\frac{3+x}{6+x}$ not defined?

Only answer is required (1/0)

7. Lovisa wants to calculate
 $12345678 \cdot 12345678 \cdot 12345678 - 12345678 \cdot 12345677 \cdot 12345679$

She uses her calculator and gets the answer 0. Lovisa is convinced that the calculator has given her the wrong answer and believes that it is possible to use algebra instead to find the correct answer. Help Lovisa find the correct answer. (0/2)

8. For $f(x) = e^{2x}$ it holds that $f(1.1) \approx 9$
 Assume $f(1.1) \approx 9$ and calculate an approximate value to

a) $f'(1.1)$ (1/1)

b) $f'(3.3)$ (0/1/0)

Part II

This part consists of 8 problems and you may use a calculator when solving them. Please note that you may begin working on Part II without a calculator.

9. A geometric sum consists of 36 terms. The first term is 4 and the ratio is 1.2
Calculate the sum. (2/0)

10. If milk is poured into coffee the pH-value increases. The coffee then becomes less acidic since the concentration of hydrogen ions decreases.

The pH-value is calculated by the formula

$$pH = -\lg C$$

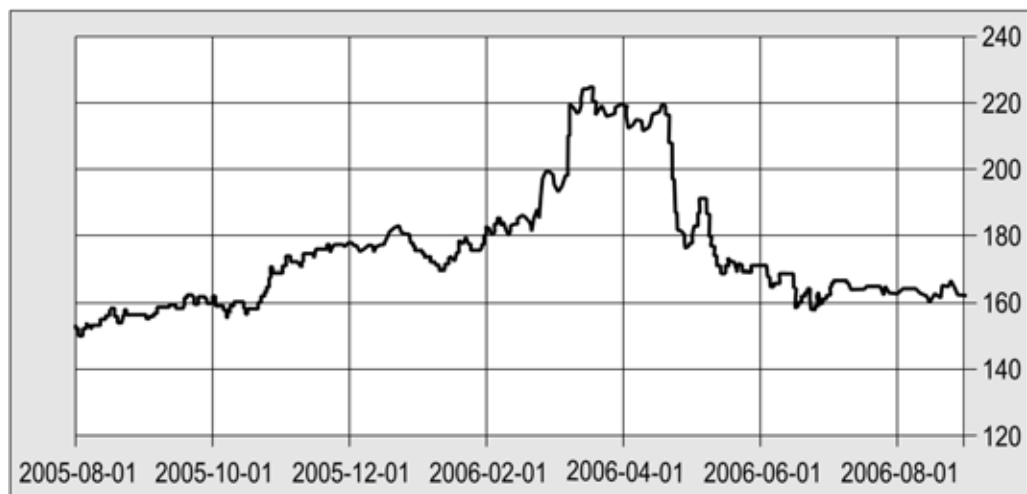
where C is the concentration of hydrogen ions (in mol/dm^3).



In a cup of black coffee the pH-value was 4.9. Some milk was poured into the coffee and the concentration of hydrogen ions then became $1.2 \cdot 10^{-6} \text{ (mol/dm}^3\text{)}$.

What is the pH-value of the coffee with milk? (1/0)

11. The picture shows the share price development (in SEK) for a Beijer share over the course of one year. (Source: OMX)



- a) Calculate the average decrease in value of the share in SEK per month during the period April 1 2006 to August 1 2006. (2/0)
- b) Assume that the percentage decrease has been the same each month. Calculate the percentage decrease in value of the share per month during the period April 1 2006 to August 1 2006. (0/2)

12. Give an example of a function f with the property $f'(0) = 2$
Only answer is required (0/1)

13. In the summer of 1930 Fringed Water-lilies were planted as ornamental plants in Lake Väringen. Today it drives other sea plants out of competition and causes major problems to both shipping and fishing.

The Fringed Water-lily that was planted in Lake Väringen in the summer of 1930 rapidly spread over the $1.9 \cdot 10^7 \text{ m}^2$ surface of the lake. In the summer of 1975 an area of $4.5 \cdot 10^5 \text{ m}^2$ of the surface of Lake Väringen was covered by Fringed Water-lilies.



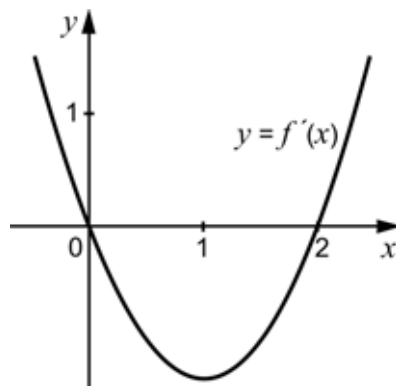
The first Fringed Water-lily plant covered an area of 0.01 m^2 . The relationship

$$A(x) = 0.01 \cdot 1.48^x$$

can be used as a model for the spreading of Fringed Water-lilies in Lake Väringen, where $A(x) \text{ m}^2$ is the area covered by Fringed Water-lilies x years after 1930.

- How large an area of the lake was covered by Fringed Water-lilies in the summer of 1950? (1/0)
 - Show how the growth factor of 1.48 was arrived at. (0/1)
 - What are the limits of the model concerning time? (0/2)
 - How many times larger was the growth rate for the spreading of Fringed Water-lilies in 1975 compared to in 1950? (0/2)
14. The graph of the function f where $f(x) = x^2$ has a tangent with gradient 3. Where does the tangent intersect the y-axis?
- Solve the problem graphically. (0/1)
 - Solve the problem algebraically. (0/2)

15. The figure below shows the graph of the **derivative** $y = f'(x)$. The derivative is a quadratic polynomial.



There are several functions which have a derivative with a graph just like the one in the figure above.

In a single coordinate system sketch some of the graphs of these functions.

Explain why your graphs have this appearance.

(0/2/∞)

When assessing your work with the following problem your teacher will take into consideration:

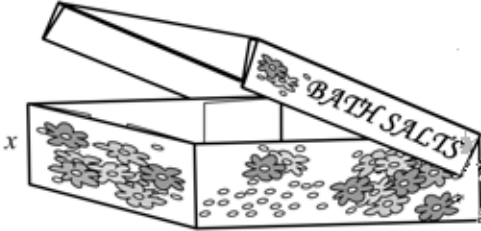
- How close to a solution you are
- How well you justify your conclusions
- How well you carry out your calculations
- How well you present your work
- How well you use mathematical language

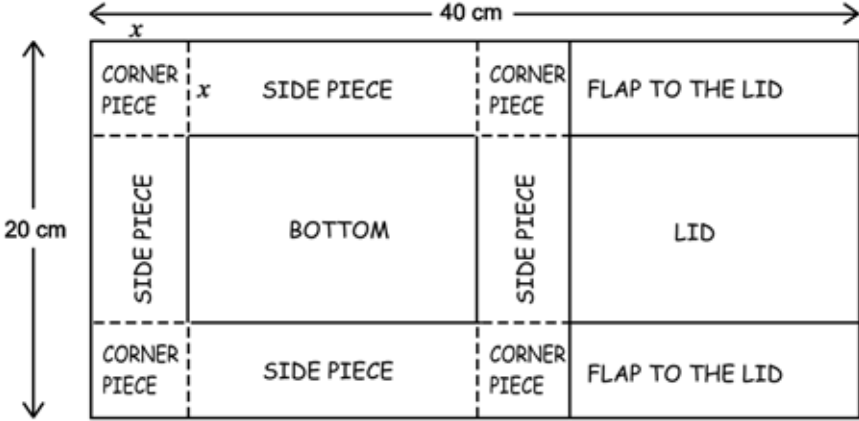
16. Agnes has started a company within "Junior Achievement" (JA). She has received a large amount of bath salts from an official receiver and is planning to sell the bath salts in nice boxes that she will make herself. Agnes wants to know how the design of the box affects the economic results.

She thinks for a while and then decides on the following:

 **MY BUSINESS IDEA:**
Sale of bath salts in boxes that I will make myself.

 **Sketch:**





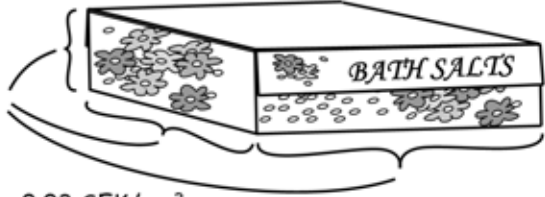
 **THE BOXES HAVE TO SATISFY:**

SHAPE: The box should consist of a bottom, four side pieces that are turned up, four corner pieces that are folded in and a lid. The lid has two flaps that should be turned down over the box.

MATERIAL: I will use a sheet of paper measuring 20 cm × 40 cm.

DEMAND: Each dimension of the box has to be at least 2 cm. Otherwise the box will look strange.

At least 2 cm!



 **ECONOMY:**

INCOME: I can sell the bath salts for 0.03 SEK/cm³.

COST: I have to pay 12 SEK for each sheet of paper.

AGNES
SP 3A

Agnes first constructs a box where x is 6 cm, see figure.

- What is the volume of this box?

The cost of one box is constant, SEK 12, but the income depends on the design of the box. Agnes writes down the cost C and the income I as a function of x :

$$I(x) = 12x - 1.8x^2 + 0.06x^3 \quad \text{and} \quad C(x) = 12$$

- Show how Agnes came to the conclusion that the income per box can be written

$$I(x) = 12x - 1.8x^2 + 0.06x^3$$

The economic result is the difference between the income and the cost.

- Help Agnes to examine, as fully as possible, between which values the economic result for one box may vary.

(3/3/□)

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet.....	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	6
Bedömningsanvisningar del I och del II.....	7
Mål för matematik kurs C - Kursplan 2000.....	21
Betygskriterier 2000	22
Kopieringsunderlag för aspektbedömning.....	23
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter	24
Insamling av provresultat våren 2007	25

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 7, 8b, 11, 13c, 14, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 4, 7, 8, 13c, 15 och 16. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4, 5, 7, 8, 14, 15 och 16 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 11b, 13b, 13c och 16.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik vt 2007 i förhållande till betygs-kriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde												Betygskriterium																	
Upp- gift nr	g po- äng	vg po- äng	□	Övr				aRitm			Algebra			Dif & integral				Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd					
				1	4			2	3	6	7	8	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5		
1	1	0											x					x															
2a	1	0											x	x				x															
2b	1	0											x	x				x															
3a	1	0					x											x															
3b	1	0					x											x															
4	3	0								x			x						x	x													
5	3	0								x		x							x		x												
6	1	0										x						x															
7	0	2								x		x											x	x	x	x	x						
8a	1	1					x						x					x		x			x	x									
8b	0	1	□				x															x	x		x	x		x	x	x			
9	2	0						x												x													
10	1	0					x	x										x			x												
11a	2	0											x								x												
11b	0	2					x	x															x			x	x						
12	0	1											x	x									x										
13a	1	0					x	x										x			x												
13b	0	1					x	x															x	x		x	x						
13c	0	2					x	x															x	x		x	x						
13d	0	2											x	x	x								x			x	x						
14a	0	1											x										x			x	x						
14b	0	2											x										x			x	x						
15	0	2	□										x	x	x								x	x		x	x		x	x			
16	3	3	□		x					x			x	x	x				x	x			x	x		x	x		x	x			
Σ	22	20			1/0			6/7			5/3			10/10																			

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 42 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd: 12 poäng.

Väl godkänd: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänd: 24 poäng varav minst 13 vg-poäng.
Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre
olika MVG-kvaliteter.

De ◯-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

MVG-kvalitet	Uppgift		
	8b	15	16
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning			
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		◯	◯
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	◯		◯
Värderar och jämför metoder/modeller			◯
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	◯	◯	◯

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna "Metodval och genomförande", "Matematiskt resonemang" samt "Redovisning och matematiskt språk" som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (⌘) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett.ex.empel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med 30 juni 2013.

Bedömningsanvisningar (MaC vt 2007)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 1/0
	Korrekt svar (C)	+1 g
2.		Max 2/0
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 12x^2 - 16$)	+1 g
b)	Korrekt svar (-4)	+1 g
3.		Max 2/0
a)	Korrekt svar $\left(x = 11^{\frac{1}{5}}\right)$	+1 g
b)	Korrekt svar $\left(x = \frac{\lg 11}{\lg 5}\right)$	+1 g
4.		Max 3/0
	Korrekt bestämd derivata, $V'(t) = 15t^2 - 135$	+1 g
	med korrekt bestämning av derivatans nollställen, $t = \pm 3$	+1 g
	Godtagbar verifiering av när medelvikten har sitt minsta värde (3)	+1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
5.		Max 3/0
	Redovisad godtagbar ansats, sätter $h(x) = 0$	+1 g
	med korrekt löst ekvation ($x_1 = 0$, $x_2 = -9$ och $x_3 = 9$)	+1 g
	Korrekt svar (9 m)	+1 g

Ett exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 g)

$$\begin{aligned}
 0,405x - 0,005x^3 &= 0 \\
 x(0,405 - 0,005x^2) &= 0 \\
 0,405 - 0,005x^2 &= 0 \\
 x^2 &= \frac{0,405}{0,005} \\
 x &= 9 \\
 \text{Svar: Bang hoppade } 9\text{m}
 \end{aligned}$$

Kommentar: Eleven ställer upp ekvationen korrekt men anger bara en lösning. Elevlösningen ges två g-poäng, en för tecknandet av ekvationen och en för korrekt svar, 9 m.

6.		Max 1/0
	Korrekt svar ($x = -6$)	+1g
7.		Max 0/2
	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. skriver uttrycket som $a^3 - a(a-1)(a+1)$	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning och korrekt svar (12345678)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****8.****Max 1/2/□**

- a) Korrekt derivering, $f'(x) = 2e^{2x}$ +1 g
 med korrekt svar ($f'(1,1) \approx 18$) +1 vg
- b) Redovisad godtagbar ansats, t.ex. använder $f'(3,3) = f'(3 \cdot 1,1)$ +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	utnyttja att $f(1,1) \approx 9$ och visa att $f'(3,3) \approx 2 \cdot 9^3$
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Ett exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 2 vg och en av MVG-kvaliteterna)

a) $f(x) = e^{2x}$ $f'(x) = 2e^{2x}$ $f(1,1) \approx 9$
 $f'(1,1) \approx 9 \cdot 2 = \underline{18}$

b) $f'(3,3) = 2e^{2 \cdot 3 \cdot 3} =$
 $2e^{2,2} = 18$ $2e^{3,2 \cdot 3} = 2 \cdot 9^3 = 2 \cdot 720 = \underline{1440}$

Kommentar: Eleven visar att $f'(3,3) \approx 2 \cdot 9^3$ på ett godtagbart sätt och uppvisar därmed MVG-kvalitet. Däremot är lösningen svår att följa då eleven mitt i sin omskrivning av uttrycket har infogat $2e^{2,2} = 18$. Lösningen kan därför inte anses vara välstrukturerad och tydlig. Den ensamma parenteserna nederst i lösningen är onödig och svaret i b är felaktigt.

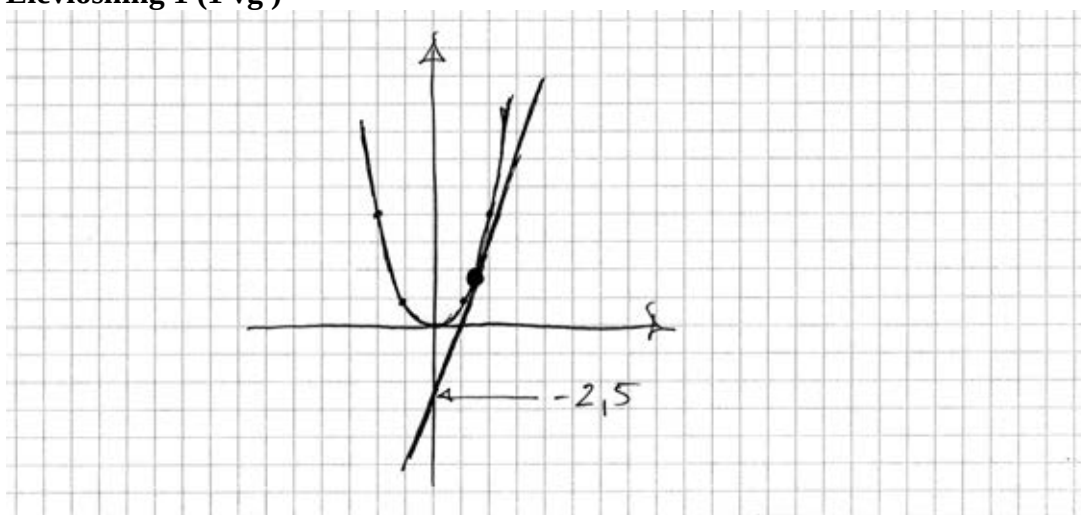
Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
9.		Max 2/0
	Redovisad godtagbar ansats, sätter in värden i formeln för geometrisk summa	+1 g
	med godtagbart svar (14156)	+1 g
10.		Max 1/0
	Redovisad godtagbar lösning (5,9)	+1 g
11.		Max 2/2
a)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar en ändringskvot	+1 g
	med godtagbart svar (14)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $165 = 220 \cdot a^4$	+1 vg
	med godtagbart svar (7 %)	+1 vg
12.		Max 0/1
	Korrekt svar (t.ex. $f(x) = x^2 + 2x$)	+1 vg
13.		Max 1/5
a)	Redovisad godtagbar lösning (25 m ²)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar lösning	+1 vg
c)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $1,9 \cdot 10^7 = 0,01 \cdot 1,48^x$	+1 vg
	med godtagbart svar (Modellen gäller i 54 år)	+1 vg
d)	Redovisad godtagbar ansats, t.ex. korrekt derivering, $A'(x) = 0,01 \cdot \ln 1,48 \cdot 1,48^x$	+1 vg
	med godtagbart svar (18000 gånger större)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****14.****Max 0/3**

- a) Redovisad godtagbar lösning
- $(-2,25)$

+1 vg

Ett exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

Kommentar: Kvaliteten i eleven skiss uppfyller nått och jämnt kravet för att en vg-poäng ska erhållas. Skissen innehåller brister t.ex. tangenten har inte samma lutning för alla x och axlarna är inte graderade, men av punkterna på kurvan kan skalan sägas framgå indirekt.

- b) Redovisad godtagbar beräkning av tangeringspunktens
- x
- koordinat,
- $x = 1,5$

+1 vg

med korrekt bestämning av skärningen med y -axeln $(-2,25)$

+1 vg

15.**Max 0/2/□**

En godtagbar beskrivning innehåller:

- en godtagbar redogörelse för varför grafen till funktionen f har en maximipunkt där $x = 0$ och en minimipunkt där $x = 2$
- en godtagbar skiss av minst en möjlig kurva
- en godtagbar redogörelse för varför de tänkbara graferna ser likadana ut men är förskjutna i y -led

Beskrivningen innehåller en av ovanstående punkter.

+1 vg

Beskrivningen innehåller ytterligare en av ovanstående punkter.

+1 vg

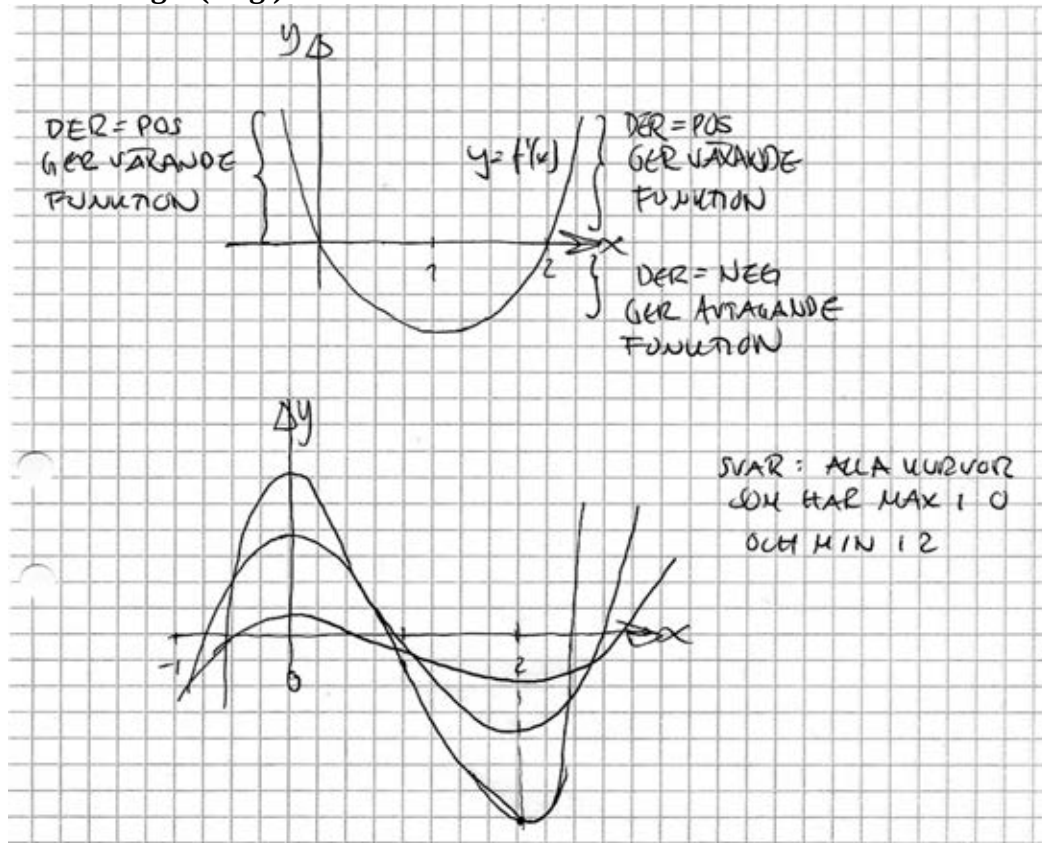
Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	ge en redogörelse som innehåller all den information som beskrivs i de tre ovanstående punkterna.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg)

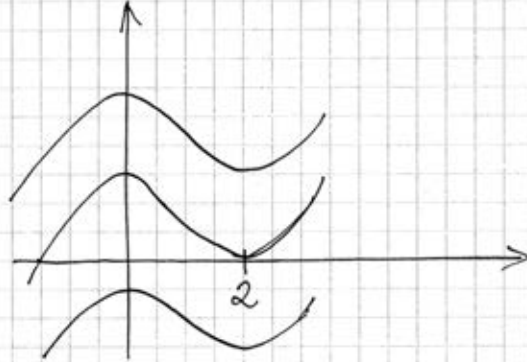


Kommentar: Elevens lösning innehåller den information som beskrivs i de två första punkterna. Skissen innehåller tre kurvor som inte kan gälla samtidigt, men var och en av dessa är en möjlig kurva.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

Elevlösning 2 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)



Den har sina max och minipunkter vid $x=0$ och $x=2$. Då $x=0$ har funktionen sitt max och då $x=2$ sitt min. Det kan man säga för att derivatans graf går från plus till minus omkring $x=0$ och tvärtom för $x=2$. Derivatan är alltid samma därför är alla kurvorna lika (kan alltså flyttas uppåt eller neråt i y-led).

Kommentar: Elevens lösning innehåller den information som beskrivs i alla tre punkterna och uppvisar därmed MVG-kvalitet. Lösningen bedöms nått och jämnt visa på den MVG-kvalitet som rör språk och redovisning. Den är visserligen välstrukturerad men uppvisar språkliga otydligheter såsom "derivatans graf går från plus till minus..."

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

16.

Max 3/3/□

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		Total poäng
	Lägre	Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven beräknar godtagbart volymen för lådan då x är 6 cm (672 cm^3). 1 g		1/0
Matematiskt resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i>	Eleven drar någon enkel godtagbar slutsats om $I(x)$, t.ex. ” $I(x)$ är priset gånger volymen” eller tecknar en av lådans sidor, t.ex. $20 - 2x$ 1 g	Eleven påbörjar en härledning av $I(x)$, t.ex. genom att ställa upp ett korrekt uttryck för lådans volym $V(x) = (20 - 2x) \left(\frac{40 - 2x}{2} \right) x$ eller motsvarande. 1g och 1 vg	1/1
	Eleven drar, genom användandet av derivata eller annan likvärdig metod, någon relevant slutsats, t.ex. ”maximala intäkten fås då $x = 4,23 \text{ cm}$ ”. 1 g	Eleven drar, genom användandet av derivata eller annan likvärdig metod, slutsatsen ”Den största vinsten är 11 kr/låda.” och kommenterar dessutom godtagbart varför $x = 15,77 \text{ cm}$ måste förkastas, t.ex. genom att påstå att ” $x = 15,77$ är inte möjlig eftersom en sida bara är 20 cm”. 1 g och 1 vg	1/1
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>		Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. 1 vg	0/1
Summa			3/3

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	med insikt om definitions mängden $2 \leq x \leq 9$, styrka och dra slutsatsen att resultatet kan variera mellan en förlust på 6,06 kr upp till en vinst på 11,09 kr.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	korrekt härleda $I(x)$
Värderar och jämför metoder/modeller	värdera modellen genom att korrekt förklara varför $x \leq 9$
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 16.

Elevlösning 1 (3 g och 1 vg)

• Höjden 6 cm Volym?

$$x=6$$

$$V = B \cdot b \cdot h$$

$$V = (20 - 2 \cdot 6)(40 - 2 \cdot 6) \cdot 6 = 8 \cdot 14 \cdot 6 = 672 \text{ cm}^3$$

om x dvs höjden är 6 cm blir volymen 672 cm³

• Intäkt är 0,03 kr/cm³

om man går ut 0,03 med volymen i för
man intäkterna

$$V = (20 - 2x) \left(\frac{40 - 2x}{2} \right) \cdot x = (20 - 2x)(40 - x)x$$

$$= 800x - 20x^2 - 80x^2 + 2x^3$$

$$I = 0,03(800x - 100x^2 + 2x^3) =$$

$$24x - 3x^2 + 0,06x^3 \quad \text{Fel!} \quad \begin{array}{c} 20 \\ 81 \text{ cm}^2 \\ 40 \\ x \geq 2 \end{array}$$

$$I = 12x - 1,8x^2 + 0,06x^3$$

minsta $x=2$ (angivet i beskrivning) $\square I \times$

$$\text{Största } x = \frac{20-1}{2} = \frac{19}{2} = 9,5 \approx 9 \text{ cm}$$

$$I \text{ } x=2 \text{ cm } 12 \cdot 2 - 1,8 \cdot 2^2 + 0,06 \cdot 2^3 = 17,28 \text{ kr}$$

$$I \text{ } x=6 \text{ cm } 20,16 \text{ kr}$$

$$I \text{ } x=9 \text{ cm } 3,79 \text{ kr}$$

$$I'(x) = 12 - 36x + 0,18x^2$$

$$I'(x) = 0,18x^2 - 36x + 12$$

$$I'(x) = x^2 - 20x + 66,666$$

$$x + px + q$$

$$x = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_1 = 15,8 \quad x_2 = 4,2$$

x	0
f'(x)	+ 4,2 -
f(x)	↗ ↘

maximipunkt

höjden x	Intäkt i kr
2	17,28
4	23,04
4,2	23,07
4,5	22,5
5	20,4
7	5,44

Om x sätts till 4,2 dvs höjden för läran blir 4,2 cm för den första intäkten

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	→	1/0	
Matematiskt resonemang		X →	1/1	
	X	→	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	→	0/0	
Summa			3/1	

Kommentar: Eleven gör ett algebraiskt fel i sitt uttryck för volymen i härledningen av $I(x)$. Detta bedöms vara likvärdigt med att eleven tecknar volymen korrekt men inte slutför härledningen. Eleven har funnit definitionsmängden på felaktiga grunder. Det matematiska språket är inte av sådan kvalitet att vg-poäng kan erhållas.

Elevlösning 2 (3 g och 2 vg)

$$V = l \cdot b \cdot h$$

$$l = 14 \text{ cm} \quad b = 8 \text{ cm} \quad h = 6 \text{ cm}$$

$$V = 14 \cdot 8 \cdot 6 = 672 \text{ cm}^3$$

Intäkter varierar beroende på volym,
des höjder x cm

$$I = 0,03 \cdot V \quad \text{pris / cm}^3 \text{ multiplic. med cm}^3$$

$$I(x) = 12x - 1,8x^2 + 0,06x^3$$

$$I'(x) = 12 - 3,6x + 0,18x^2$$

$$I'(x) = 0$$

$$0,18x^2 - 3,6x + 12 = 0$$

$$x^2 - 20x + 67 = 0$$

$$x = 10 \pm \sqrt{100 - 67}$$

$$x_1 = 15,7$$

$$x_2 = 4,3$$

x	1	4,3	10	15,7	20
$I'(x)$	+	0	-	0	+
$I(x)$		↗ Max		↘ Min	

Vid $x = 4,3$ finns ett max. Då är intäkten

$$\text{som störst : } 12 \cdot 4,3 - 1,8 \cdot 4,3^2 + 0,06 \cdot 4,3^3 = 23,10$$

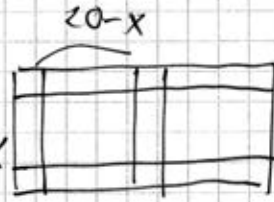
$$\text{Ekonomiskt resultat } 23,10 - 12 = 11,1 = \text{11 kr}$$

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	☒		1/0	
Matematiskt resonemang	☒		1/0	
		☒	1/1	Avrundning mitt i lösning.
Redovisning och matematiskt språk		☒	0/1	
Summa			3/2	

Kommentar: Eleven behandlar punkt 1, men bara delar av punkt 2 och 3. Matematiskt språk och redovisning går nått och jämnt att bedöma, då elevens lösning endast omfattar delar av problemet. Lösningen är lätt att följa och förstå, men kunde ha varit tydligare om t.ex. beräkningen av derivatans värde i teckenschemat redovisats. Det matematiska språket är acceptabelt. Sammantaget bedöms redovisningen och det matematiska språket vara av sådan kvalitet att det nått och jämnt motsvarar 1 vg-poäng.

Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och fyra av MVG-kvaliteterna)

När $x = 6$ cm blir volymen
 $(20-12)(20-6)6 = 672 \text{ cm}^3$



Lådans volym blir $(20-2x)(20-x)x$

$$(20-2x)(20-x)x = (400 - 20x - 40x + 2x^3)x \\ = 400x - 60x^2 + 2x^3$$

Detta är alltså lådans volym uttryckt på ett annat sätt. Om vi nu ska göra en funktion för intäkten måste vi multiplicera priset för badsaltet

$$I(x) = 0,03(400x - 60x^2 + 2x^3) = 12x - 1,8x^2 + 0,06x^3$$

Samma som Agnes

Vi kan skriva det ekon. resultatet för en låda som $I(x) - 12$. Om $x = 2$ blir vinsten 5,28 kr/låda

Sidan måste vara minst 2 cm. Bredden den kortare ~~större~~ sidan på lådan måste ju vara minst 2 cm lång

$$\begin{aligned} 20 - 2x &= 2 \\ 20 &= 2 + 2x \\ 18 &= 2x \\ x &= 9 \end{aligned}$$

x får inte bli större än 9 för då blir bredden för kort $x \leq 9$

$$E(x) = 12x - 1,8x^2 + 0,06x^3 - 12$$

$$E'(x) = 12 - 3,6x + 0,18x^2$$

$$12 - 3,6x + 0,18x^2 = 0$$

$$x^2 - 20x + 66,67 = 0$$

$$x = 10 \pm \sqrt{10^2 - 66,67}$$

$$x_1 = 4,2$$

$$x_2 = 15,7$$

utavför intervallet
 $2 \leq x \leq 9$

$$E''(x) = -3,6 + 0,36x$$

$$E''(4,2) = -2,078 < 0 \quad \text{MAX!}$$

Ekonomiska resultatet

$$E(4,2) = 11,09 \text{ kr}$$

Bäst

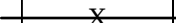
$$E(2) = 5,28 \text{ kr}$$

Halvbra

$$E(9) = -606 \text{ kr}$$

Minus! Sämst

Svar: Agnes ska göra en lada med
höjden 4,2m, då ger hon mest på
plus.

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			1/0	
Matematiskt resonemang			1/1	
			1/1	
Redovisning och matematiskt språk			0/1	
Summa			3/3	

Kommentar: Elevlösningen bedöms uppvisa MVG-kvalitet i alla avseenden även om den MVG-kvalitet som rör matematiskt språk och redovisning inte är självklar. Det hade varit önskvärt att eleven använt olikhetstecken i sin bestämning av den övre gränsen för definitionsmängden, redovisat beräkningar av det ekonomiska resultatet samt varit tydligare med hur det ekonomiska resultatet kan variera.

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)

R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)

A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)

D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt (Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiskt resonemang	—	→		
	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiskt resonemang	—	→		
	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiskt resonemang	—	→		
	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiskt resonemang	—	→		
	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

	Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	→		
Matematiskt resonemang	—	→		
	—	→		
Redovisning och matematiskt språk	—	→		
Summa				

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)			Övriga upp- gifter
MVG-kvalitet	8b	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)			Övriga upp- gifter
MVG-kvalitet	8b	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)			Övriga upp- gifter
MVG-kvalitet	8b	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang				
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Insamling av provresultat

Vårterminen 2007 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs- och provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp. Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.

För matematik kurs C gäller följande:

Elevresultat rapporteras **för elever födda den 8:e, 10:e, 17:e och 26:e varje månad** på en webbplats som nås via <http://www.umu.se/edmeas/np>. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post för **elever födda den 8:e i varje månad**.

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga
mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:

Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet

Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se

