NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS C
VÅREN 2010

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.**
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras)* behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 12 poäng. Väl godkänt: 24 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 24 poäng varav minst 14 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Bestäm $f'(x)$ då

a) $f(x) = x^{11} + 11x$ *Endast svar fordras* (1/0)

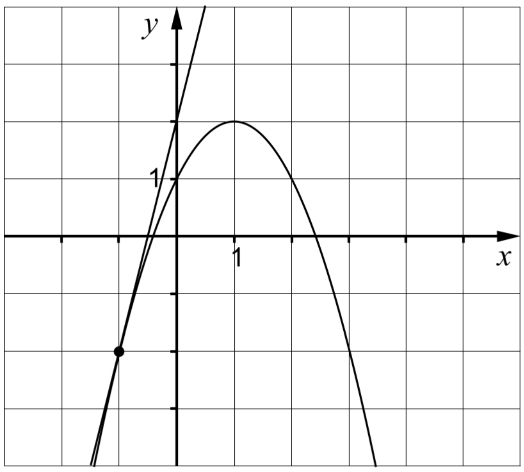
b) $f(x) = \dfrac{x}{3}$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $\lg x = 3{,}2$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $6^x = 13$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. I figuren visas grafen till $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ och en tangent som går genom punkten $(-1, -2)$

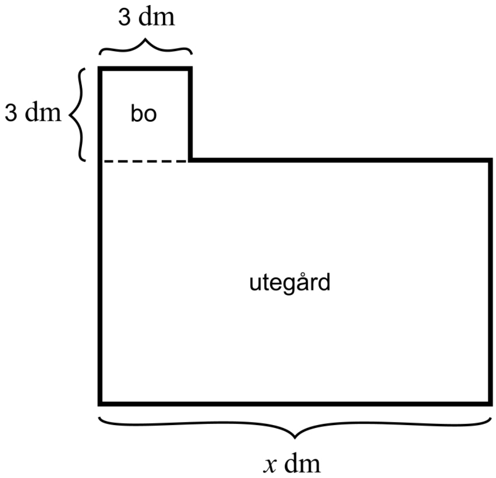


a) Bestäm $f'(-1)$ *Endast svar fordras* (1/0)

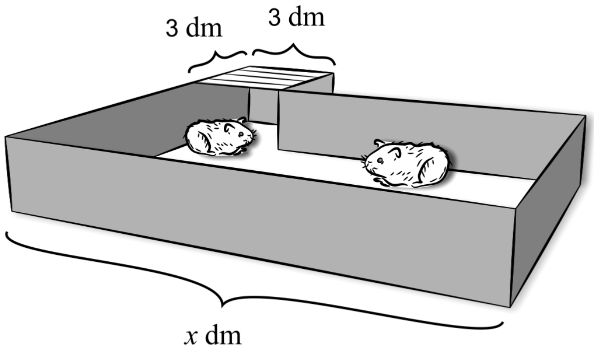
b) För vilket värde på x gäller att $f'(x) = -4$? *Endast svar fordras* (0/1)

4. Lös ekvationen $4x^3 - 20x = 0$ (2/0)

5. Sigrid ska tillverka en inhägnad till sina marsvin. Den ska bestå av två delar. En öppen rektangulär del där marsvinen kan skutta omkring (en utegård) och en kvadratisk del med tak i plast (ett bo). I boet kan marsvinen få skydd från väder och vind.



Inhägnad sedd uppifrån



Inhägnad sedd snett från sidan

Boet ska ha sidor med längden 3 dm. Öppningen ska vara placerad enligt figuren. Sigrid har 50 dm stängsel som hon tänker använda till både bo och utegård. Hon kommer fram till att arean av inhägnaden (utegård och bo) bestäms av

$A(x) = 22x - x^2 + 9$ där x dm är utegårdens bredd och $10 \le x \le 20$

a) Sigrid vill att inhägnaden ska få så stor area som möjligt. Använd derivata och beräkna x så att inhägnaden får så stor area som möjligt. (3/0)

b) Visa att arean av inhägnaden bestäms av $A(x) = 22x - x^2 + 9$ där x dm är utegårdens bredd. (0/2)

6. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(a+b)^3-(a^3+b^3)$ (1/0)

b) $\lg 3a - \lg a$ (0/1)

c) $\dfrac{a}{a-3}+\dfrac{3}{3-a}$ (0/1)

7. För funktionen f gäller att $f(x)=x^2+x$

a) Bestäm $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}$ (1/1/¤)

b) Förklara vad det du har räknat ut i uppgift a) säger om grafen till funktionen f. (0/1)

8. Vilket av de sex talen nedan är minst? Motivera ditt svar.

ln e lg e e 1 ln 10 lg 10 (1/1/¤)

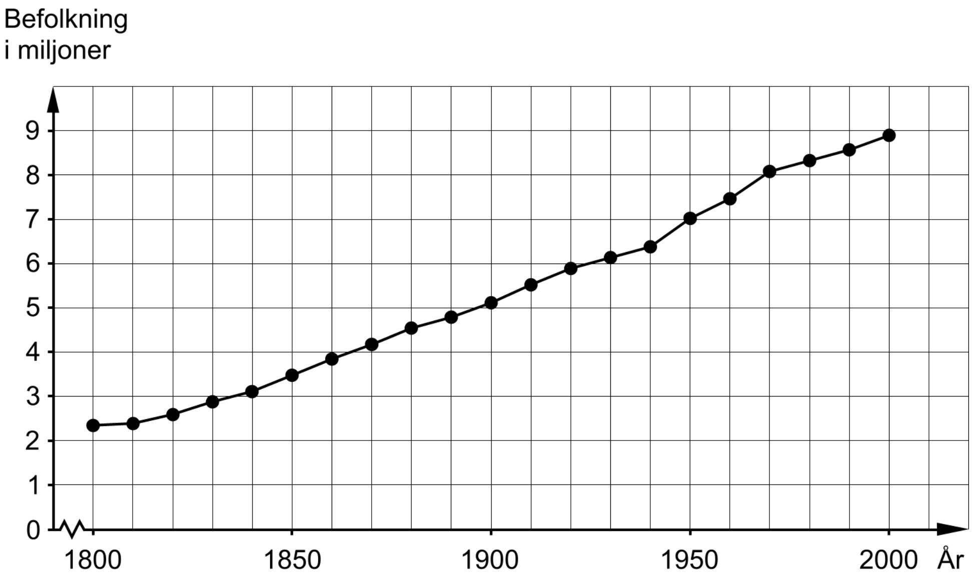
9. För andragradsfunktionen f gäller att $f(x)=k(x-a)(x-b)$ där $k\neq 0$
Visa algebraiskt att $f'(a)+f'(b)=0$ (1/2/¤)

Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. Grafen till funktionen $f(x) = 10x^4$ och grafen till funktionen $g(x) = e^{2x}$ har olika lutning då $x = 0{,}5$
Vilken av graferna har störst lutning då $x = 0{,}5$? (2/0)

11. Diagrammet nedan visar befolkningsutvecklingen i Sverige under 200 år.



Beräkna den genomsnittliga befolkningsökningen per år under åren 1800 till 2000. (2/0)

12. Alis mamma sparar regelbundet pengar till Ali. Hon sätter in 3000 kr på ett bankkonto varje födelsedag från och med det år Ali fyller 1 år till och med det år han fyller 18 år.

Hur mycket kan Ali ta ut från bankkontot den dag han fyller 18 år just efter den sista insättningen, förutsatt att årsräntan är 1,5 %? (2/0)

13. För funktionen f gäller att $f'(x) = 4x - 8$
Kalle påstår att grafen till funktionen har en maximipunkt.
Har Kalle rätt? Förklara. (0/1)

14. Nedan visas ett utdrag från en artikel som var införd i ST 2008-02-18 (nätbilagan av Sundsvalls Tidning).

Sverige har 2 600 björnar

DELA

SUNDSVALL (ST) 2008-02-18 03:00

2600 björnar fanns i Sverige enligt mätningar från 2006. Beståndet lever i huvudsak från Värmland, Dalarna och Gästrikland och norrut.

På 1930-talet var björnen utrotningshotad, då fanns bara 130 björnar i Sverige.

Beroende på hur informationen i artikeln tolkas kan man komma fram till olika resultat när den årliga procentuella ökningen ska beräknas.

Antag att ökningen av antalet björnar är exponentiell under tidsperioden från 1930-talet till 2006 och att antalet björnar uppskattas vid samma tidpunkt varje år. Bestäm den största möjliga årliga procentuella ökning som kan beräknas med hjälp av siffrorna i artikeln. (0/2)

15. En viss medicin börjar verka omedelbart efter intaget och medicinmängden i blodet avtar exponentiellt. En patient får kl. 10.00 en dos som ger medicinmängden 160 mg i blodet. Medicinmängden mäts igen två timmar senare och är då 127 mg.

a) Medicinen får inte avsedd effekt när medicinmängden i blodet är lägre än 40 mg. När ska patienten få sin nästa dos för att inte medicinmängden i blodet ska bli för låg? (0/2)

b) Bestäm den hastighet som medicinmängden avtar med kl. 12.00 (0/2)

16. För punkten P gäller att $P = (0,\ a)$

Visa för **vilka** värden på a som kurvan $y = -3x^2 + 6x$ har en tangent som går genom punkten P. (0/2/¤)

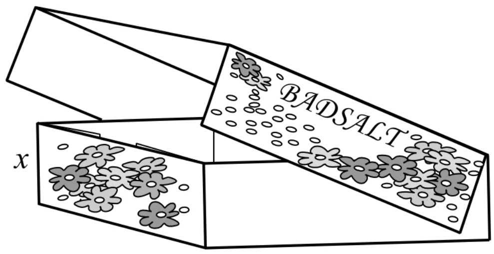
Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

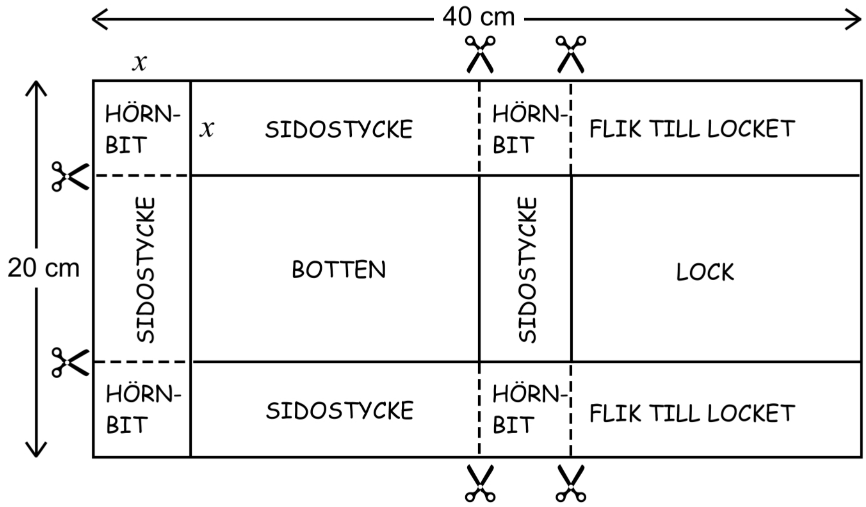
17. Agnes har startat ett företag inom ”Ung Företagsamhet” (UF). Hon har fått en stor mängd badsalt av en konkursförvaltare och tänker nu sälja badsaltet i fina förpackningar som hon själv tillverkar. Agnes vill veta hur förpackningens utformning påverkar det ekonomiska resultatet. Hon funderar en stund och bestämmer sedan följande:

MIN FÖRETAGSIDÉ:

Försäljning av badsalt i lådor som jag tillverkar själv.



SKISS:

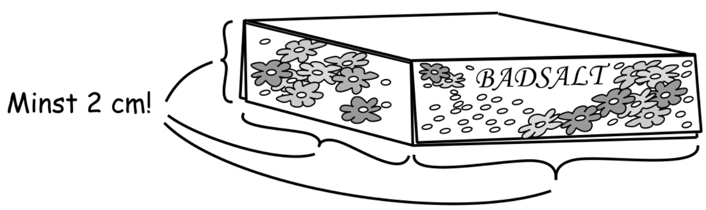


DETTA SKA GÄLLA FÖR FÖRPACKNINGARNA:

FORM: Lådan ska bestå av botten, fyra sidostycken som viks upp, fyra hörnbitar som viks in och ett lock. Locket har två flikar som ska vikas ner över lådan.

MATERIAL: Jag ska använda ett pappersark med måtten 20 cm × 40 cm.

KRAV: Alla sidorna på lådan måste vara minst 2 cm. Annars ser lådan konstig ut.



EKONOMI:

INTÄKT: Jag kan sälja badsaltet för 0,03 kr/cm^3.

KOSTNAD: Jag får betala 12 kr för varje pappersark.

AGNES SP 3A

Agnes konstruerar först en låda där hon låter x vara 6 cm, se figur.

- Vilken volym får denna låda?

Kostnaden för en låda är konstant, 12 kr, men intäkten beror av lådans utformning. Agnes tecknar kostnaden K och intäkten I som funktion av x:

$I(x) = 12x - 1{,}8x^2 + 0{,}06x^3$ och $K(x) = 12$

- Visa hur Agnes kom fram till att intäkten per låda kan skrivas $I(x) = 12x - 1{,}8x^2 + 0{,}06x^3$

Det ekonomiska resultatet per låda är differensen mellan intäkten och kostnaden.

- Hjälp Agnes att undersöka, så utförligt som möjligt, mellan vilka värden det ekonomiska resultatet per låda kan variera. (3/3/¤)

Innehåll

Sid nr

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5b, 8, 9, 15b, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 3b, 5b, 7, 8, 9, 13, 16 och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 3, 5, 7, 8, 9, 13, 14, 15, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 5b, 12, 14, 15 och 17.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik vt 2010 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Kunskapsområde											Betygskriterium														
				Övr		aRitm		Algebra			Dif & integral				Godkänt				Väl godkänt						Mycket väl godkänt				
				1	4	2	3	6	7	8	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1a	1	0									X				X														
1b	1	0									X				X														
2a	1	0				X									X														
2b	1	0				X									X														
3a	1	0									X	X			X														
3b	0	1									X	X							X				X						
4	2	0								X							X												
5a	3	0									X	X	X			X	X	X											
5b	0	2							X										X	X	X	X	X						
6a	1	0							X								X												
6b	0	1				X													X			X	X						
6c	0	1								X									X			X	X						
7a	1	1	¤							X				X			X		X	X		X	X		X				
7b	0	1									X		X	X					X		X	X	X						
8	1	1	¤			X										X	X		X	X		X	X			X			
9	1	2	¤						X		X	X					X		X	X		X	x				X		
10	2	0									X	X	X		X	X	X												
11	2	0									X				X		X												
12	2	0				X	X										X												
13	0	1									X	X	X						X	X		X	X						
14	0	2				X	X												X		X	X	X						
15a	0	2				X	X												X		X	X	X						
15b	0	2									X	X	X						X		X	X	X						
16	0	2	¤								X		X						X	X	X	X	X		X	X	X		
17	3	3	¤		X				X		X	X	X			X	X		X	X	X	X	X			X	X	X	
Σ	23	22		1/0		5/6		5/4			12/12																		

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget	
Godkänt:	12 poäng.
Väl godkänt:	24 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	24 poäng varav minst 14 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst 3 *olika* MVG-kvaliteter av de 5 MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa 5 olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift				
MVG-kvalitet	7a	8	9	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning				○	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet				○	○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang		○	○	○	○
Värderar och jämför metoder/modeller					○
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	○			○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaC vt 2010)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		**Max 2/0**
a)	Korrekt svar ($f'(x)=11x^{10}+11$)	+1 g
b)	Korrekt svar $\left(f'(x)=\dfrac{1}{3}\right)$	+1 g
2.		**Max 2/0**
a)	Korrekt svar $\left(x=10^{3,2}\right)$	+1 g
b)	Korrekt svar $\left(x=\dfrac{\lg 13}{\lg 6}\right)$	+1 g
3.		**Max 1/1**
a)	Korrekt svar (4)	+1 g
b)	Korrekt svar $(x=3)$	+1 vg
4.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats som leder till att alla tre rötter kan bestämmas, t.ex. faktoriserar ekvationens vänsterled $4x(x^2-5)=0$	+1 g
	med korrekt svar $(x_1=-\sqrt{5}, x_2=0$ och $x_3=\sqrt{5})$	+1 g

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 1 (0 g)

$$4x^3 - 20x = 0$$
$$4x^2 - 20 = 0$$
$$x^2 = 5$$
$$x = \pm\sqrt{5}$$

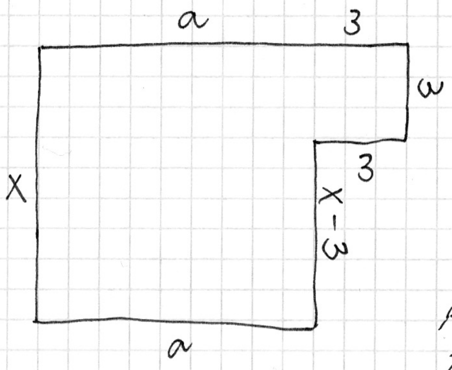
Kommentar: Ansatsen är inte godtagbar. Eleven inleder ekvationslösningen med att dividera båda leden med x, vilket får till följd att endast två rötter kan bestämmas.

5. **Max 3/2**

a)	Deriverar och tecknar ekvationen $22 - 2x = 0$	+1 g
	med korrekt svar $(x = 11)$	+1 g
	Godtagbar verifiering av maximum	+1 g
b)	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar sambandet $x + x - 3 + 2a + 3 \cdot 3 = 50$	+1 vg
	med godtagbar slutförd härledning av $A(x) = 22x - x^2 + 9$	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg)



$$2a + x + (x-3) + 3\cdot 3 = 2a + 2x + 6$$
$$2a + 2x + 6 = 50$$
$$2a + 2x = 44$$
$$a = 22 - x$$
$$A = x \cdot a + 9 = x(22-x) + 9$$
$$A = 22x - x^2 + 9$$

Kommentar: En godtagbar härledning av uttrycket eftersom införd beteckning (a) definieras i figuren och härledningen för övrigt är lätt att följa och förstå.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
6.		**Max 1/2**
a)	Godtagbar lösning ($3a^2b+3ab^2$)	+1 g
b)	Godtagbar lösning ($\lg 3$)	+1 vg
c)	Godtagbar lösning (1)	+1 vg
7.		**Max 1/2/¤**
a)	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $\dfrac{h^2+h-0}{h}$	+1 g
	med korrekt svar (1)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$f(x)=x^2+x$

$\lim_{h\to 0} \dfrac{f(h)-f(0)}{h} = \dfrac{(h^2+h)-(0^2+0)}{h} = \dfrac{h^2+h}{h} =$

$= \dfrac{h(h+1)}{h} = h+1 = 1$ Svar: 1

Kommentar: Elevlösningen uppvisar inte ett korrekt matematiskt språk vid gränsvärdesbestämningen.

Elevlösning 2 (1 g och 1 vg och en MVG-kvalitet)

$f(x) = x^2 + x$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$

$\frac{f(h) - f(0)}{h} = \frac{h^2 + h - 0}{h} = \frac{h(h+1)}{h} = h + 1$

$\lim_{h \to 0} (h+1) = 1$ Svar: $\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = 1$

Kommentar: Elevlösningen uppvisar ett korrekt matematiskt språk vid gränsvärdesbestämningen.

Elevlösning 3 (1 g och 1 vg och en MVG-kvalitet)

$f(x) = x^2 + x$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = f'(0)$

$f(x) = x^2 + x$

$f'(x) = 2x + 1$

$f'(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ SVAR: 1

Kommentar: Eleven ser att uttrycket direkt kan beräknas av $f'(0)$, motiverar sin lösningsmetod genom att skriva $\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = f'(0)$ och slutför en korrekt lösning. Redovisningen är välstrukturerad och tydlig och det matematiska språket är korrekt.

b) Godtagbar förklaring, där det tydligt framgår att det handlar om lutningen i den punkt där $x = 0$ *eller* motsvarande, t.ex. skrivet med symboler: $f'(0)$ +1 vg

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (0 vg)

Den exakta lutningen i en punkt.

Kommentar: I förklaringen framgår inte att det handlar om lutningen i den punkt där $x = 0$.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 2 (1 vg)

LUTNING PÅ KURVAN DÅ X=0

Kommentar: Här framgår att det handlar om lutningen i den punkt där $x = 0$.

8. **Max 1/1/¤**

Godtagbar ansats, t.ex. påstår att $\ln e$ och $\lg 10$ båda har värdet 1 och att e är ungefär 3 +1 g

med i övrigt *godtagbart* resonemang som leder till korrekt svar ($\lg e$) +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	föra ett *fullt hållbart* resonemang om varför $\lg e$ är det minsta talet.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g)

- $\ln e = 1$
- $\lg e > 0$ och $< 2{,}7$
- $1 = 1$
- $\ln 10 > 1$
- $\lg 10 = 1$

Svar: lg e är minst

Kommentar: Eleven ger ett korrekt svar men redovisar inte något resonemang där det framgår varför $\lg e$ är minst.

Elevlösning 2 (1 g och 1 vg)

lg e är minst eftersom e ≈ 3

ln e = 1
e ≈ 3
1 = 1
ln 10 > 1
lg 10 = 1

lg e är det enda som är mindre än 1

$e = 10^{\lg e}$ e < 10 så lg e måste vara mindre än 1

Kommentar: Eleven ger en godtagbar förklaring till varför $\lg e < 1$ men ger ingen förklaring till varför $\ln 10 > 1$ och uppnår därmed inte MVG-kvalitet.

Elevlösning 3 (1 g och 1 vg och en MVG-kvalitet)

ln e	lg e	e	1	ln 10	lg 10
= Det tal e ska upphöjas till för att ge e $e^x = e$ $\boxed{x = 1}$	= Det tal 10 ska upphöjas till för att ge e $10^x = e$ $\boxed{x < 1}$	$\boxed{\approx 2{,}78}$	$\boxed{= 1}$	= Det tal e ska upphöjas till för att ge 10 $e^x = 10$ $\boxed{x > 2}$	= Det tal 10 ska upphöjas till för att ge 10 $10^x = 10$ $\boxed{x = 1}$

SVAR: Minsta talet är lge

Kommentar: Här ges ett fullt hållbart resonemang om varför $\lg e$ är det minsta talet (även om närmevärdet för talet e är felaktigt).

Elevlösning 4 (1 g och 1 vg och en MVG-kvalitet)

lne = 1, lg10 = 1, 1 = 1, 2 < e < 3
Dessa tal är relativt självklara. Frågan är då var lge och ln10 ligger
ln10 = det tal e ska upphöjas till för att få 10
Då e < 10 blir ln10 > 1, vilket är det intressanta då vårt lägsta tal just nu är 1
lge = det tal 10 ska upphöjas till för att få e
Då e < 10 blir lge < 1 och därmed det minsta talet.

SVAR: lge

Kommentar: Elevlösningen visar ett fullt hållbart resonemang om varför $\lg e$ är det minsta talet. Denna elevlösning är inte lika strukturerad och tydlig som Elevlösning 3, men innehåller samma tankegångar.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
9.		**Max 1/2/¤**
	Korrekt utveckling av uttrycket, t.ex. $k(x^2 - xb - ax + ab)$	+1 g
	med korrekt bestämd derivata, t.ex. $f'(x) = 2kx - kb - ka$	+1 vg
	med korrekt bestämning av $f'(a)$ och $f'(b)$	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	bevisa algebraiskt att $f'(a) + f'(b) = 0$
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 2 vg)

$f(x) = k(x-a)(x-b) = kx^2 - kxb - kxa + kab$

$f'(x) = 2kx - kb - ka$

$f'(a) = 2ka - kb - ka = ka - kb$

$f'(b) = 2kb - kb - ka = kb - ka$

Ex.

Om $b = 2 \quad a = -2 \quad k = 5$

$f'(b) = 5 \cdot 2 - 5 \cdot (-2) = 10 + 10 = 20$

$f'(a) = 5 \cdot (-2) - 5 \cdot 2 = -10 - 10 = -20$

$f'(a) + f'(b) = -20 + 20 = 0$

Kommentar: Eleven slutför inte sin bevisföring utan övergår till att utreda ett specialfall. Därmed uppvisas inte den MVG-kvalitet som rör genomförande av bevis.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

Del II

10.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t.ex. beräknar $f'(0{,}5)$	+1 g
	med korrekt svar (”Grafen till $g(x)$ är brantast då $x = 0{,}5$.”)	+1 g
11.		**Max 2/0**
	Godtagbar ändringskvot, även om Δt är felaktig	+1 g
	med godtagbart svar (33000 människor/år)	+1 g
12.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t.ex. använder geometrisk summa	+1 g
	med godtagbart svar (61468 kr)	+1 g
13.		**Max 0/1**
	Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. ”Nej, den har en minimipunkt eftersom derivatan har teckenväxlingen $-\ 0\ +$ ”)	+1 vg
14.		**Max 0/2**
	Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $2600 = 130 \cdot a^t$ där t antar något av värdena inom intervallet $67 \le t \le 76$	+1 vg
	med godtagbart svar baserat på 67 år (4,6 %)	+1 vg
15.		**Max 0/4**
	a) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $127 = 160 \cdot a^2$ och bestämmer ett godtagbart värde på förändringsfaktorn, $a \approx 0{,}891$	+1 vg
	med godtagbart svar (12 h senare)	+1 vg
	b) Redovisad insikt om att $f'(2)$ söks om $f(t) = 160 \cdot 0{,}891^t$ *eller* redovisad insikt om att $f'(0)$ söks om $f(t) = 127 \cdot 0{,}891^t$	+1 vg
	med godtagbart svar med korrekt enhet (14,7 mg/h)	+1 vg

16. **Max 0/2/¤**

Kommentar: Vid utprövning av denna uppgift har det visat sig att eleverna använder sig av två olika lösningsmetoder, en algebraisk generell metod (Metod A) och en icke-algebraisk (resonerande) generell metod (Metod B). För att underlätta lärarens bedömning ges därför två alternativa bedömningsanvisningar, en för respektive metod. Om eleven använder Metod A finns möjlighet att uppvisa fyra olika MVG-kvaliteter. Om eleven använder Metod B finns möjlighet att uppvisa tre olika MVG-kvaliteter.

Metod A: Generell algebraisk metod

Eleven drar slutsatsen att: Om $a \geq 0$ går det att dra tangenter genom $(0, a)$ alternativt: om $a < 0$ går det inte att dra tangenter genom $(0, a)$. Slutsatsens underbyggnad kan saknas. +1 vg	Eleven inleder en framkomlig generell metod, genom att teckna tangentens riktningskoefficient på två olika sätt eller motsvarande (*), men når inte nödvändigtvis fram till korrekt slutsats. +2 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella metoder och teckna tangentens riktningskoefficient på två olika sätt eller motsvarande.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	tolka $a = 3b^2$ och dra slutsatsen att $a \geq 0$
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att $a = 3b^2$ (om b är tangeringspunktens x-koordinat).
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

* *Kommentar:* Då uppvisar eleven även den MVG-kvalitet som rör användning av generella metoder.

16. forts.

Metod B: Generell icke-algebraisk metod

Eleven drar slutsatsen att: Om $a \geq 0$ går det att dra tangenter genom $(0, a)$ alternativt: Om $a < 0$ går det inte att dra tangenter genom $(0, a)$. Slutsatsens underbyggnad kan saknas. +1 vg	Eleven drar slutsatsen att: Om $a \geq 0$ går det att dra tangenter genom $(0, a)$ alternativt: Om $a < 0$ går det inte att dra tangenter genom $(0, a)$. Slutsatsens underbyggnad kan ha vissa brister, t.ex. endast baseras på en figur. +2 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	ge en underbyggd generell förklaring till varför det går att dra tangenter genom $(0, a)$ då $a \geq 0$ *eller* ge en underbyggd generell förklaring till varför det inte går att dra tangenter genom $(0, a)$ då $a < 0$.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att om $a \geq 0$ går det att dra tangenter genom $(0, a)$ *och* dra slutsatsen att om $a < 0$ går det inte. Slutsatserna baseras på underbyggda generella förklaringar.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösningar där eleven har använt metod A: Generell algebraisk metod

Elevlösning 1 (2 vg och en MVG-kvalitet)

$y' = -6x + 6 \qquad k = \frac{a-y}{0-x}$

$y' = k$

$-6x + 6 = \frac{a-y}{0-x}$

$-6x + 6 = \frac{a-(-3x^2+6x)}{-x}$

$6x^2 - 6x = a + 3x^2 - 6x$

$3x^2 - 12x - a = 0$

$x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{4 + \frac{a}{3}} \Rightarrow a \geq -12$

För att $4 + \frac{a}{3} \geq 0$. Om inte, går det ej att dra roten ur.

Kommentar: Metod A. Eleven inleder en framkomlig generell metod, men gör ett teckenfel och kan inte dra någon korrekt slutsats. Sammantaget ges 2 vg-poäng och den MVG-kvalitet som rör användning av generella metoder.

Elevlösning 2 (2 vg och fyra MVG-kvaliteter)

$P = (0, a)$ och $y = -3x^2 + 6x$

$y'(x) = -6x + 6$

$y'(b) = -6b + 6 = k \qquad$ och $(b, -3b^2 + 6b)$

$k = \frac{a-(-3b^2+6b)}{0-b} = -6b + 6$

$a + 3b^2 - 6b = 6b^2 - 6b$

$3b^2 = a$

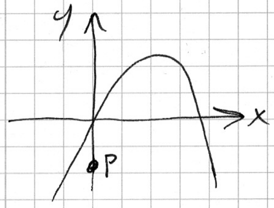
$b = \pm\sqrt{a/3}$

Om $a<0$ har ekvationen inga lösningar, det betyder att för alla värden $a \geq 0$ finns en tangent som skär P

Kommentar: Metod A. Eleven inleder och genomför en generell algebraisk metod och drar slutligen en korrekt slutsats. Eleven inför en tangeringspunkt med beteckningen $(b, y(b))$ vilket tyder på att eleven skiljer på vad som är variabler och vad som är en fix punkt i lösningen. Det hade varit något lättare att följa lösningen om eleven valt en annan bokstav än *b*, som är lite svår att skilja från siffran 6. Sammanfattningsvis uppvisar lösningen alla de fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att visa med metod A.

Elevlösningar där eleven har använt metod B: Generell icke-algebraisk metod

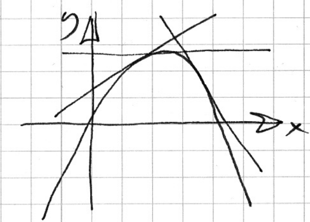
Elevlösning 3 (1 vg)



Det går i alla fall inte om P ligger på negativa y-axeln dvs. om $a < 0$

Kommentar: Eleven drar en godtagbar slutsats och erhåller därmed 1 vg-poäng. I lösningen finns dock inget stöd för slutsatsen eftersom det inte framgår av vare sig figur eller argumentation varför det inte går att dra tangenter genom punkten *P* om $a < 0$.

Elevlösning 4 (2 vg)



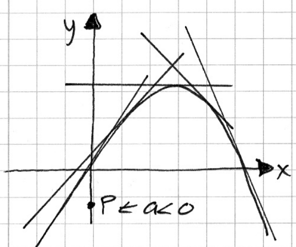
När jag ser på kurvan kommer det alltid att finnas tangenter som bryter x-axeln ovanför nollstrecket, även om det inte kommer att bli "överallt" på y-axeln

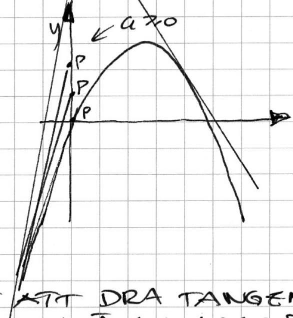
$0 \leq a$ ⇐ SVAR Alla värden över noll!

Kommentar: Eleven drar en korrekt slutsats som stöds av en figur (som visar tre tangenter som skär den positiva *y*-axeln). Däremot stöds inte slutsatsen av elevens argumentation, eftersom argumentationen är felaktig. Lösningen har en kvalitet som nätt och jämnt motsvarar 2 vg-poäng.

Elevlösning 5 (2 vg och tre MVG-kvaliteter)

DET KOMMER ALDRIG ATT GÅ ATT DRA EN TANGENT OM $a<0$ EFTERSOM DET ÄR EN ANDRAGRADARE OCH PÅ EN SÅDAN GÅR ALLA TANGENTER UTANFÖR KURVAN, INTE INNANFÖR.





DÄREMOT, OM $a \geq 0$ GÅR DET ATT DRA TANGENTER GENOM $(0,a)$ FÖR VAR PUNKTEN ÄN LIGGER PÅ KURVAN SÅ SKÄR TANGENTEN Y-AXELN OCH JU LÄNGRE NER PÅ KURVAN PUNKTEN ÄR, DESTO HÖGRE UPP PÅ Y-AXELN SKÄR TANGENTEN.

Kommentar: Eleven drar slutsatsen att om $a \geq 0$ går det att dra tangenter genom $(0, a)$ och att om $a < 0$ går det inte. Slutsatsen stöds av underbyggda generella förklaringar i ord och figur. Kvaliteten bedöms motsvara 2 vg-poäng och alla de tre MVG-kvaliteter som går att uppvisa vid användandet av metod B. När det gäller den MVG-kvalitet som rör redovisning och matematiskt språk kan noteras att lösningen skulle ha varit ännu tydligare om eleven använt ordet ”tangeringspunkt” istället för bara ”punkt”.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

17. **Max 3/3/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="2">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven beräknar godtagbart volymen för lådan då x är 6 cm (672 cm^3).
1 g</td><td></td><td>1/0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Matematiskt resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</td><td>Eleven drar någon enkel godtagbar slutsats om $I(x)$, t.ex. ”$I(x)$ är priset gånger volymen” eller tecknar en av lådans sidor, t.ex. $20-2x$
1 g</td><td>Eleven tecknar ett korrekt algebraiskt uttryck för lådans volym redan vid bestämning av $V(6)$
eller
eleven påbörjar en härledning av $I(x)$, t.ex. genom att ställa upp korrekt uttryck för lådans volym eller motsvarande.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Eleven drar, genom användandet av derivata eller annan likvärdig metod, någon relevant slutsats, t.ex. ”maximala intäkten fås då $x=4{,}23$ cm”.
1 g</td><td>Eleven drar, genom användandet av derivata eller annan likvärdig metod, slutsatsen ”Den största vinsten är 11 kr/låda.”
och
kommenterar dessutom godtagbart varför $x=15{,}77$ cm måste förkastas, t.ex. genom att påstå att ”$x=15{,}77$ är inte möjlig eftersom en sida bara är 20 cm”.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td></td><td>Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="2"></td><td>3/3</td></tr>
</table>

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	med insikt om definitionsmängden $2 \le x \le 9$, styrka och dra slutsatsen att resultatet kan variera mellan en förlust på 6,06 kr upp till en vinst på 11,09 kr.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	korrekt härleda $I(x)$
Värderar och jämför metoder/modeller	värdera modellen genom att korrekt förklara varför $x \le 9$
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (3 g och 1 vg)

• Höjden 6cm Volym?

$X = 6$

$V = B \cdot b \cdot h$

$V = (20-2\cdot 6)\left(\frac{40-2\cdot 6}{2}\right)6 = 8 \cdot 14 \cdot 6 = 672\,cm^3$

Om x dvs höjden är 6cm blir volymen $672cm^3$

• Intäckt är $0{,}03\,kr/cm^3$

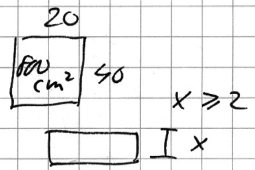
Om man gångrar 0,03 med volymen får man intäcken

$V = (20-2x)\left(\frac{40-2x}{2}\right) \cdot x = (20-2x)(40-x)x$

$= 800x - 20x^2 - 80x^2 + 2x^3$

$I = 0{,}03(800x - 100x^2 + 2x^3 =$

$24x - 3x^2 + 0{,}06x^3$ Fel!



$I = 12x - 1{,}8x^2 + 0{,}06x^3$

minsta $x = 2$ (angivet i beskrivning)

största $x = \frac{20-1}{2} = \frac{19}{2} = 9{,}5 \approx 9cm$

I $x = 2cm$ $\quad 12\cdot 2 - 1{,}8\cdot 2^2 + 0{,}06\cdot 2^3 = 17{,}28kr$

I $x = 6cm$ $\quad 20{,}16\,kr$

I $x = 9cm$ $\quad 5{,}94\,kr$

$I'(x) = 12 - 3,6x + 0,18x^2$

$I'(x) = 0,18x^2 - 3,6x + 12$

$I'(x) = x^2 - 20x + 66,666$

$x^2 + px + Q$

$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - Q}$

$x_1 = 15,8 \qquad x_2 = 4,2$

x		0	
$f'(x)$	+	4,2	−
$f(x)$	↗		↘

maximipunkt

höjden x	Intäckt i kr
2	17,28
4	23,04
4,2	23,09
5	22,5
6	20,16
9	5,94

Om x sätts till 4,2 dvs höjden på lådan blir 4,2cm fås den största intäckten

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande		X		1/0	
Matematiska resonemang			X	1/1	
		X		1/0	
Redovisning och matematiskt språk		X		0/0	
Summa				**3/1**	

Kommentar: Eleven gör ett algebraiskt fel i sitt uttryck för volymen i härledningen av $I(x)$. Detta bedöms vara likvärdigt med att eleven tecknar volymen korrekt men inte slutför härledningen. Eleven har funnit definitionsmängden på felaktiga grunder. Det matematiska språket är inte av sådan kvalitet att vg-poäng kan erhållas.

Elevlösning 2 (3 g och 2 vg)

$V = l \cdot b \cdot h$

$l = 14\,cm \quad b = 8\,cm \quad h = 6\,cm$

$V = 14 \cdot 8 \cdot 6 = 672\,cm^3$

Intäkten varierar beroende på volym, dvs höjden x cm

$I = 0{,}03 \cdot V$ pris/cm^3 multiplic. med cm^3

$I(x) = 12x - 1{,}8x^2 + 0{,}06x^3$

$I'(x) = 12 - 3{,}6x + 0{,}18x^2$

$I'(x) = 0$

$0{,}18x^2 - 3{,}6x + 12 = 0$

$x^2 - 20x + 67 = 0$

$x = 10 \pm \sqrt{100 - 67}$

$x_1 = 15{,}7$

$x_2 = 4{,}3$

x	1	4,3	10	15,7	20
$I'(x)$	+	0	−	0	+
$I(x)$	↗	Max	↘	Min	↗

Vid $x = 4{,}3$ finns ett max. Då är intäkten som störst: $12 \cdot 4{,}3 - 1{,}8 \cdot 4{,}3^2 + 0{,}06 \cdot 4{,}3^3 = 23{,}10$

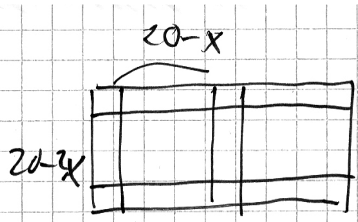
Ekonomiskt resultat $23{,}10 - 12 = 11{,}1 \approx 11$ kr

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	1/0	
Matematiska resonemang	X	1/0	
	X	1/1	Avrundning mitt i lösning.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**3/2**	

Kommentar: Eleven behandlar punkt 1, men bara delar av punkt 2 och 3. Matematiskt språk och redovisning går nätt och jämnt att bedöma, då elevens lösning endast omfattar delar av problemet. Lösningen är lätt att följa och förstå, men kunde ha varit tydligare om t.ex. beräkningen av derivatans värde i teckenschemat redovisats. Det matematiska språket är acceptabelt. Sammantaget bedöms redovisningen och det matematiska språket vara av sådan kvalitet att det nätt och jämnt motsvarar 1 vg-poäng.

Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och fyra MVG-kvaliteter)



När $x = 6$ cm blir volymen
$(20-12)(20-6)6 = 672\,cm^3$

Lådans volym blir $(20-2x)(20-x)x$

$(20-2x)(20-x)x = (400 - 20x - 40x + 2x^3)x$
$= 400x - 60x^2 + 2x^3$

Dett är alltså lådans volym uttryckt på ett annat sätt. Om vi nu ska göra en funktion för intäkten måste vi multiplicera priset för badsaltet

$I(x) = 0{,}03(400x - 60x^2 + 2x^3) = 12x - 1{,}8x^2 + 0{,}06x^3$
Samma som Agnes

Vi kan skriva det ekon. resultatet för en låda som $I(x) - 12$. Om $x = 2$ blir vinsten 5,28 kr/låda

Sidan måste vara minst 2cm. Bredden den kortare ~~sidan~~ sidan på lådan måste ju vara minst 2cm lång

$20 - 2x = 2$
$20 = 2 + 2x$
$18 = 2x$
$x = 9$

x får inte bli större än 9 för då blir bredden för kort $x \leq 9$

$E(x) = 12x - 1{,}8x^2 + 0{,}06x^3 - 12$

$E'(x) = 12 - 3{,}6x + 0{,}18x^2$

$12 - 3{,}6x + 0{,}18x^2 = 0$

$x^2 - 20x + 66{,}67 = 0$

$x = 10 \pm \sqrt{10^2 - 66{,}67}$

$x_1 = 4{,}2 \qquad x_2 = 15{,}7 \leftarrow$ utanför intervallet $2 \le x \le 9$

$E''(x) = -3{,}6 + 0{,}36x$

$E''(4{,}2) = -2{,}078 < 0$ MAX!

Ekonomiska resultatet

$E(4{,}2) = 11{,}09$ kr Bäst

$E(2) = 5{,}28$ kr Halvbra

$E(9) = -6{,}06$ kr Minus! Sämst

Svar: Agnes ska göra en låda med höjden 4,2cm, då går hon mest på plus.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande		X		1/0	
Matematiska resonemang			X	1/1	
			X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk			X	0/1	
Summa				**3/3**	

Kommentar: Elevlösningen bedöms uppvisa MVG-kvalitet i alla avseenden även om den MVG-kvalitet som rör matematiskt språk och redovisning inte är självklar. Det hade varit önskvärt att eleven använt olikhetstecken i sin bestämning av den övre gränsen för definitionsmängden, redovisat beräkningar av det ekonomiska resultatet samt varit tydligare med hur det ekonomiska resultatet kan variera.

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)
R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)
A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)
D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt (Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	7a	8	9	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	7a	8	9	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	7a	8	9	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Insamling av provresultat för matematik kurs C

Vårterminen 2010 deltar alla skolor i resultatinsamlingen genom att skicka in resultat för ett litet urval elever. Denna insamling ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om vårens prov **i slutet av augusti** Rapporten kommer att finnas tillgänglig på http://www.umu.se/edmeas/np. Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

När du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 5:e, 11:e, 24:e och 28:e i varje månad.** Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 28:e i varje månad**.

1. Gå in på http://www.umu.se/edmeas/np och klicka på rubriken **Resultatinsamling vt 2010** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **mar12sh** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 5:e, 11:e, 24:e och 28:e i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 28:e i varje månad** till:

Umeå universitet
Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap
Nationella prov
Att. Monika Kriström
901 87 Umeå

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i slutet av augusti måste vi ha alla resultat **senast 16 juni 2010.**

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs**- och **provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp**.** Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.