NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS C
VÅREN 2011

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.**
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 8 uppgifter och **Del II** av 9 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 8 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 46 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 12 poäng. Väl godkänt: 25 poäng varav minst 7 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 14 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Derivera

a) $f(x) = 2x^3 - 5x$ *Endast svar fordras* (1/0)

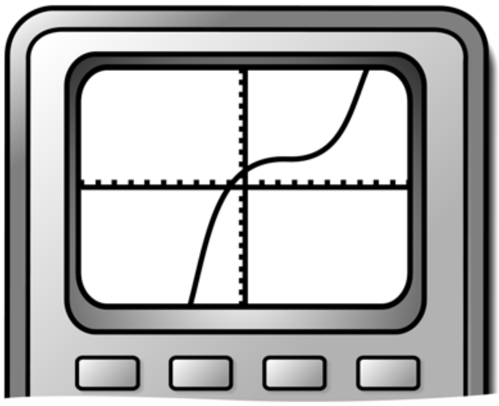
b) $g(x) = \mathrm{e}^{2x} + 7$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $6x^5 = 24$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $6^x = 24$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. Kalle har fått i uppgift att ta reda på hur grafen till en viss tredjegradsfunktion ser ut. Han ritar upp grafen på sin räknare, se figur.



Han säger: ”Det ser ut som om grafen har en terrasspunkt!”

Kan Kalle, utifrån den bild han ser på sin räknare, vara säker på att grafen har en terrasspunkt? Motivera ditt svar. (1/0)

4. Lös ekvationerna

a) $4x^3 - x^5 = 0$ (2/0)

b) $\lg x + \lg 2 = 3$ (0/2)

5. För funktionen f gäller att $f(x) = \mathrm{e}^x$
Vilket av följande påståenden A-E är korrekt? *Endast svar fordras* (1/0)

A. f har egenskapen att för alla x gäller att $f'(x) = f(x)$

B. f är en exponentialfunktion med basen e där $\mathrm{e} \approx 1{,}718$

C. f har en graf som går genom punkten $(1,\ 0)$

D. f är avtagande för $x < 0$ och växande för $x > 0$

E. f har egenskapen att $f'(1) = 0$

6. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\dfrac{(17+x)^3}{(x+17)^2}$ (1/0)

b) $\dfrac{(8-2x)^3}{(4-x)^4}$ (0/1)

7. Bertil sätter in *B* kr på ett konto som har en årlig räntesats av *r* %. Räntesatsen är oförändrad under den tid som pengarna finns på kontot. Kapitalet på kontot är *K* kr.

Teckna ett funktionsuttryck som anger hur kapitalet *K* beror av *B* och *r* om pengarna finns på kontot i tre år. *Endast svar fordras* (0/2)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

8. I den här uppgiften ska du undersöka en egenskap hos extrempunkterna till de funktioner som ges av $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$ där k är en konstant.

Tabellen visar koordinaterna hos extrempunkterna till funktionen f för några olika värden på k.

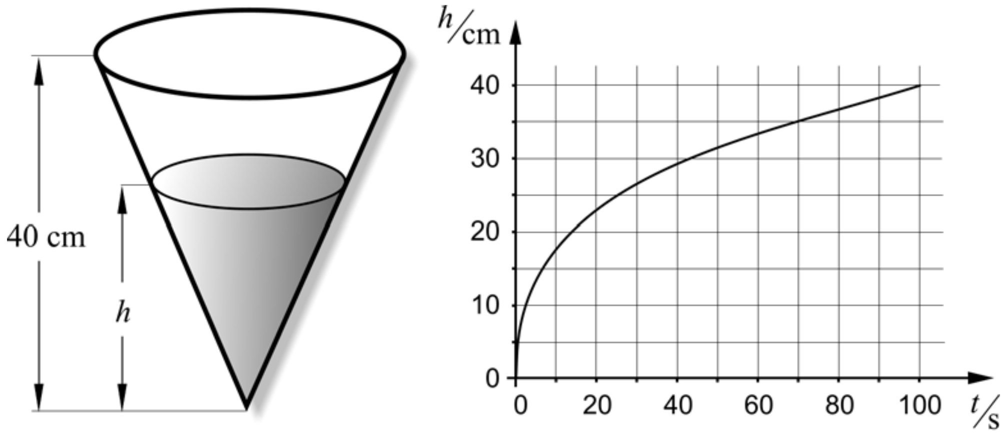
k	Extrempunkt/er
-2	$(0, 0)$ och $(-3, 9)$
-1	$(0, 0)$ och $(-6, 36)$
0	$(0, 0)$
1	$(0, 0)$ och $(6, 36)$
2	$(0, 0)$ och $(3, 9)$
3	

- Komplettera tabellen genom att beräkna koordinaterna för extrempunkterna då $k = 3$, det vill säga då funktionen ges av $f(x) = 3x^2 - x^3$
- Studera extrempunkterna i tabellen. De ligger på grafen till en annan funktion som vi kallar g. Ange det funktionsuttryck $g(x)$ som du tycker är troligt och motivera ditt val.
- Undersök så utförligt och fullständigt som möjligt om det alltid gäller att extrempunkterna till $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$ ligger på grafen till funktionen g. (4/3/¤)

Del II

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

9. En konisk behållare fylls med vatten. Diagrammet visar hur vattennivåns höjd h i centimeter beror av tiden t i sekunder.



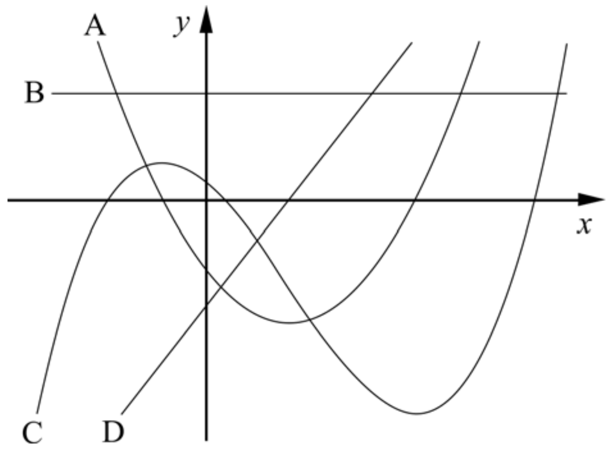
a) Det tar 100 sekunder att fylla behållaren. Med vilken medelhastighet ökar vattennivåns höjd h under tidsperioden $10 \le t \le 100$? (2/0)

b) Tolka vad $h'(50) = 0{,}20$ betyder i detta sammanhang, det vill säga då konen fylls med vatten. (0/1)

10. Lisas föräldrar sätter in 1000 kr i slutet av varje år på ett konto. Den årliga räntesatsen är 3 %. Föräldrarna gör den första insättningen det år Lisa fyller 2 år och sätter sedan in pengar till och med det år hon fyller 30 år.
Hur mycket pengar kommer det att finnas på kontot direkt efter den sista insättningen? (2/0)

11. Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som inte är definierat för $x = 3$ och som har värdet 2 då $x = 0$ *Endast svar fordras* (0/1)

12. Figuren visar graferna till fyra funktioner *p*, *q*, *r* och *s*.



Funktionen *p* är en polynomfunktion av tredje graden. De andra funktionerna har bildats genom upprepad derivering av *p*, det vill säga:

$q(x) = p'(x)$

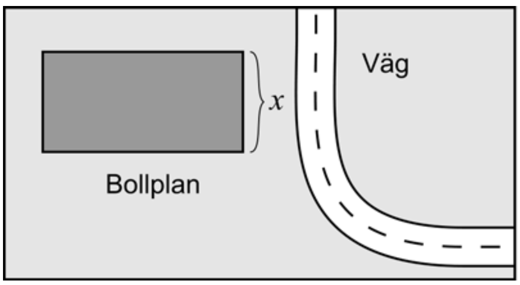
$r(x) = q'(x)$

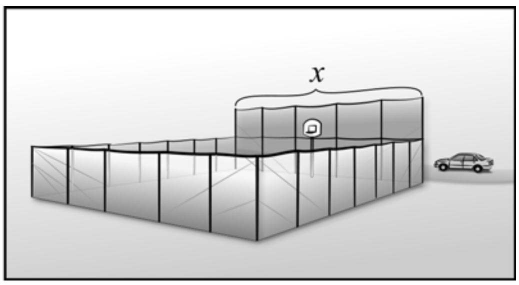
$s(x) = r'(x)$

Para ihop funktionerna *p*, *q*, *r* och *s* med tillhörande graf A, B, C och D.

Endast svar fordras (0/1)

13. Garfesta kommun ska bygga en bollplan. Den ska vara rektangulär med stängsel runtomkring. För att inte bollarna ska hamna ute på vägen bestämmer man sig för att bygga ett högre stängsel på den sida som ligger närmast vägen, se figur.





Kommunen har bestämt att stängslet maximalt får kosta 6600 kr. Det lägre stängslet kostar 75 kr/m och det högre 225 kr/m. Kostnaden för stolpar och grindar ingår i priset för stängslet.

Om kommunen använder 6600 kr till stängslet kan bollplanens area A m^2 beräknas enligt nedanstående samband:

$A(x) = 44x - 2x^2$ där x m är längden på bollplanens sida närmast vägen.

a) Bestäm med hjälp av derivata det värde på x som ger bollplanens maximala area. (3/0)

b) Visa att bollplanens area A m^2 kan skrivas $A(x) = 44x - 2x^2$ (0/2/¤)

14. I Sverige är jordbävningar vanligare än vad man kan tro, men oftast är de så svaga att de knappt märks. Med hjälp av Richterskalan kan styrkan i en jordbävning anges med magnituden *M*.

Magnituden *M* ges av sambandet $M = \frac{2}{3}(\lg E - 4{,}84)$

där *E* är den frigjorda energin mätt i enheten joule, J.

a) Den 16 december 2008 skakades Skåne av en jordbävning som var kraftig för att vara i Sverige. Då frigjordes energin $2{,}75 \cdot 10^{11}$ J. Vilken magnitud motsvarar detta på Richterskalan? (1/0)

b) Den kraftigaste uppmätta jordbävningen i Sverige kallas Kosteröskalvet och det inträffade den 23 oktober 1904. Magnituden mätte 5,4 på Richterskalan. Hur mycket energi frigjordes vid Kosteröskalvet? (2/0)

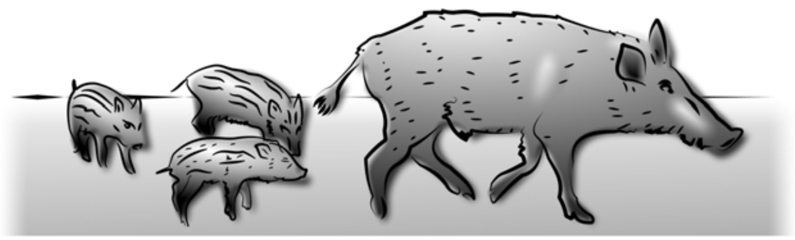
c) Utgå från två olika jordbävningar där den ena har en magnitud som är 5 och den andra har en magnitud som är 7. Hur många gånger större är den frigjorda energin hos den kraftigare jordbävningen jämfört med den frigjorda energin hos den svagare? (0/1)

d) Utgå återigen från två olika jordbävningar där den ena har en magnitud som är två enheter större än den andra. Undersök generellt hur många gånger större den frigjorda energin är hos den kraftigare jordbävningen jämfört med den frigjorda energin hos den svagare. (0/1/¤)

15. Antalet vildsvin i Sverige ökar kraftigt. Från en rapport är följande citat hämtat:

> År 2007 beräknades antalet vildsvin uppgå till cirka 60000 från Skåne och upp till Dalälven som ännu så länge utgör den nordliga gränsen för utbredningen.
> ---
> Från 1990 till 2007 har vildsvinspopulationen haft en så stark tillväxt att antalet vildsvin i Sverige fördubblats vart femte-sjätte år.
>
> Källa: Svensk Naturförvaltning AB (2008), Rapport 04, *Vildsvin, jakt och förvaltning*

Anta att antalet vildsvin uppskattas vid samma tidpunkt varje år.



Utifrån citatet kan man göra olika prognoser om antalet vildsvin i Sverige i framtiden.

Hur många vildsvin kan det finnas *som mest* i Sverige när man uppskattar antalet år 2011 om tillväxten fortsätter i den takt som beskrivs ovan? (0/3)

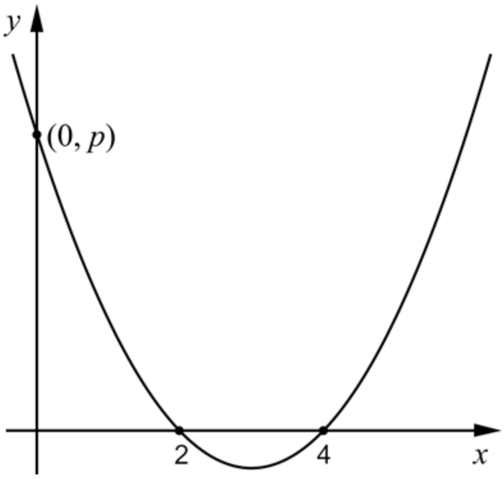
16. Nedan ges derivatans värde hos en funktion f i en given punkt P.

$$\lim_{h \to 0} \frac{((2+h)^5 + 3) - (2^5 + 3)}{h} = 80$$

a) Ange funktionen f *Endast svar fordras* (0/1)

b) En tangent dras i punkten P. Bestäm tangentens ekvation. (0/2)

17. Nedan visas grafen till en andragradsfunktion som har nollställena $x_1 = 2$ och $x_2 = 4$, se figur. Grafen skär y-axeln i punkten $(0, p)$.



Anta att vi drar en tangent till grafen i punkten $(0, p)$. Bestäm lutningen för denna tangent uttryckt i p. (0/2/¤)

Innehåll

Sid nr

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 8, 14c, 14d, 15, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 3, 8, 9b, 14d och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 3, 5, 8, 9b, 11, 12, 16 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 7, 13 och 15.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i C-kursprovet i Matematik vt 2011 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

				Kunskapsområde											Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr		aRitm		Algebra			Dif & integral				Godkänt				Väl godkänt						Mycket väl godkänt				
				1	4	2	3	6	7	8	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1a	1	0									X				X														
1b	1	0									X				X														
2a	1	0				X									X														
2b	1	0				X									X														
3	1	0						X							X	X													
4a	2	0								X							X												
4b	0	2				X													X			X							
5	1	0												X	X														
6a	1	0								X							X												
6b	0	1								X												X							
7	0	2							X												X	X	X						
8	4	3	¤								X	X	X			X	X		X			X			X	X	X		
9a	2	0									X						X												
9b	0	1										X								X									
10	2	0				X	X								X		X												
11	0	1								X									X				X						
12	0	1											X								X								
13a	3	0									X	X					X												
13b	0	2	¤						X												X	X			X		X		
14a	1	0				X	X										X												
14b	2	0				X	X									X	X												
14c	0	1				X	X														X								
14d	0	1	¤			X	X														X				X	X			
15	0	3				X	X												X		X	X	X						
16a	0	1												X								X							
16b	0	2										X		X								X	X						
17	0	2	¤								X		X									X	X		X	X	X		
Σ	23	23		0/0		7/7		4/6			12/10																		

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 46 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt:	12 poäng.
Väl godkänt:	25 poäng varav minst 7 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	25 poäng varav minst 14 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter av de fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift			
MVG-kvalitet	8	13b	14d	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○		○	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet			○	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○	○		○
Värderar och jämför metoder/modeller				
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	○	○		○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)
4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]
5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.
6. Aspektbedömning
Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaC vt 2011)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
Del I			
1.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar ($f'(x) = 6x^2 - 5$)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($g'(x) = 2e^{2x}$)	+1 g
2.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar ($x = \sqrt[5]{4}$)	+1 g
	b)	Korrekt svar $\left(x = \dfrac{\lg 24}{\lg 6} \right)$	+1 g
3.			**Max 1/0**
		Godtagbart svar som innehåller en motivering till varför Kalle inte kan vara säker på att det är en terrasspunkt	+1 g

Kommentar: Det godtagbara svaret ska antingen kännetecknas av att eleven påpekar att det kan finnas maximi- och minimipunkter som inte syns
eller
av att eleven påpekar att *om* det är en terrasspunkt kan Kalle ändå inte vara säker på detta genom att endast titta på sin räknare eftersom han aldrig med blotta ögat kan se om kurvans tangent är horisontell eller har en positiv/negativ lutning.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 1 (0 g)

Man måste derivera för att se hur grafen verkligen ser ut.

Kommentar: Elevlösningen besvarar inte den fråga som ställs i uppgiften och därmed ges lösningen 0 poäng.

Elevlösning 2 (0 g)

NEJ, HAN MÅSTE TRYCKA PÅ TRACE OCH ZOOMA IN FÖR ATT KUNNA SE SÄKERT.

Kommentar: Motiveringen är ofullständig eftersom det inte förklaras varför man måste zooma in (en maximi- eller minimipunkt kan visa sig) eller att en terrasspunkt aldrig kan verifieras genom att zooma in. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 3 (1 g)

Nej det kan han inte då det kan finnas max/minipkter "gömda".

Kommentar: Elevlösningen innehåller såväl korrekt svar som motivering och motsvarar därmed 1 g-poäng.

4. **Max 2/2**

a) Godtagbar ansats som leder till att alla tre rötter kan bestämmas, t.ex. faktoriserar ekvationens vänsterled $x^3(4-x^2)=0$ +1 g

med korrekt svar $(x_1=-2;\ x_2=0$ och $x_3=2)$ +1 g

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på följande sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 1 (0 g)

$4x^3 - x^5 = 0$

$4 - x^2 = 0$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

Kommentar: Eleven dividerar med x^3 vilket i det här fallet leder till att alla rötter inte bestäms. Elevlösningen motsvarar därmed 0 poäng.

b)	Godtagbar ansats, t.ex. omskrivning till $\lg 2x = 3$	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 500$)	+1 vg

5. **Max 1/0**

Korrekt svar (A: ”f har egenskapen att för alla x gäller att $f'(x) = f(x)$”) +1 g

6. **Max 1/1**

a)	Godtagbar lösning med korrekt svar ($x + 17$)	+1 g
b)	Godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\frac{8}{4-x}\right)$	+1 vg

7. **Max 0/2**

Delvis korrekt svar där förståelse visas för begreppet ändringsfaktor +1 vg

Korrekt svar ($K = B\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$ eller motsvarande) +1 vg

Kommentar: I tabellen nedan visas några exempel på svar som ger 0, 1 eller 2 vg-poäng.

0 vg	**1 vg**	**2 vg**
$K = Br^3$ $K = B\left(\frac{r}{100}\right)^3$ $K = B(1{,}0r)^3$	$K = B(1+r)^3$ $K = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$ $K = B(1 + r\%)^3$ $B\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$	$K = B\left(1 + \frac{r}{100}\right)^3$

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

8. **Max 4/3/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer** **Lägre** →		**Högre**	**Total poäng**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.* *Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.*	Punkt 1: Eleven bestämmer derivatans nollställen, $x_1 = 0$ och $x_2 = 2$ **1 g**	Punkt 1: Eleven bestämmer extrempunkterna, $(0,0)$ och $(2, 4)$ **2 g**	Punkt 3: Eleven bestämmer derivatans nollställen i det generella fallet(*): $x_1 = 0$ och $x_2 = \frac{6}{k}$ **2 g och 1 vg**	**2/1**
Matematiska resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.*	Punkt 2: Eleven drar slutsatsen att punkterna ligger på grafen till $g = x^2$ men slutsatsen är svagt underbyggd eller inte underbyggd alls, t.ex. ”Det verkar vara $g = x^2$”. **1 g**		Punkt 2: Eleven drar slutsatsen att punkterna ligger på grafen till $g = x^2$ och slutsatsen är väl motiverad t.ex. genom hänvisning till att y- koordinaten är x- koordinaten i kvadrat i de fem givna fallen. **1 g och 1 vg**	**1/1**
	Punkt 3: Slutsatsen att punkterna ligger på grafen till $g = x^2$ styrks av att eleven räknar på ytterligare minst ett eget specialfall *eller* fullföljer en generell metod. **1 g**			**1/0**
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*			Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. Elevens redovisning omfattar åtminstone de två första punkterna. **1 vg**	**0/1**
Summa				**4/3**

**Kommentar*: Då uppvisar eleven även den MVG-kvalitet som rör användning av generella metoder.

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod och t.ex. bestämma derivatans nollställen, $x_1 = 0$ och $x_2 = \frac{6}{k}$.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	visa att alla extrempunkter $x = \frac{6}{k}$, där $k \neq 0$*, kommer att ligga på grafen till $g(x) = x^2$.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Elevens redovisning är i huvudsak korrekt och omfattar det generella fallet (inklusive då $x = 0$).

*MVG-kvaliteten utfaller även om eleven inte kommenterar att $k \neq 0$.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g)

$f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$ k är en konstant

k	$f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$	Extrempunkter
-2	$f(x) = 3x^2 + \frac{2x^3}{3}$	(0,0) ∘ (-3,9)
-1	$f(x) = 3x^2 + \frac{x^3}{3}$	(0,0) ∘ (-6,36)
0	$f(x) = 3x^2$	(0,0)
1	$f(x) = 3x^2 - \frac{x^3}{3}$	(0,0) ∘ (6,36)
2	$f(x) = 3x^2 - \frac{2x^3}{3}$	(0,0) ∘ (3,9)
3	$f(x) = 3x^2 - \frac{3x^3}{3}$	(0,0) ∘ (-2,18) stämmer inte

k 3:an saknas

$f(x) = 3x^2 - x^3$

$f'(x) = 6x - 3x^2$

$f'(x) = 0$

$\frac{0}{-3} = \frac{6x - 3x^2}{-3}$

$0 = x^2 - 2x$

$PQ: -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2}$

$-1 \pm \sqrt{1}$

-1 ± 1

$x_1 = 0 \quad x_2 = -2$

$\boxed{x = -2}$

$f = 3 \cdot (-2)^2 - (-2)^3$

$f = 12 + 6$

$f = 18$

~~$y = kx + m$~~

~~$y = x^2$~~

~~$9 = -3^2$~~

~~$36 = -6^2$~~

$\boxed{g = x^2}$

$9 = 3^2$

$36 = 6^2$

$9 = -3^2$

$y = kx + m$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande		0/0	
Matematiska resonemang	X	1/0	
		0/0	
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		**1/0**	

Kommentar: Derivatans nollställen är felaktigt uträknade. Trots felräkningar dras slutsatsen att $g = x^2$ och slutsatsen anses därmed vara svagt underbyggd. Elevlösningen är svår att följa och det matematiska språket är bristfälligt, t.ex. saknas parenteser i $9 = -3^2$. Sammantaget motsvarar elevlösningen 1 g-poäng.

Elevlösning 2 (4 g och 1 vg)

a) $f(x)=3x^2-x^3$

$f'(x)=6x-3x^2$

$0=6x-3x^2$

$0=3x(2-x)$

$x_1=0$

$x_2=2$

Extrempunkter sätts in i ursprungsfunktion koordinater tas fram.

$f(0)=3\cdot 0^2-0^3$

$f(0)=0$ ger $(0,0)$

$f(2)=3\cdot 2^2-2^3$

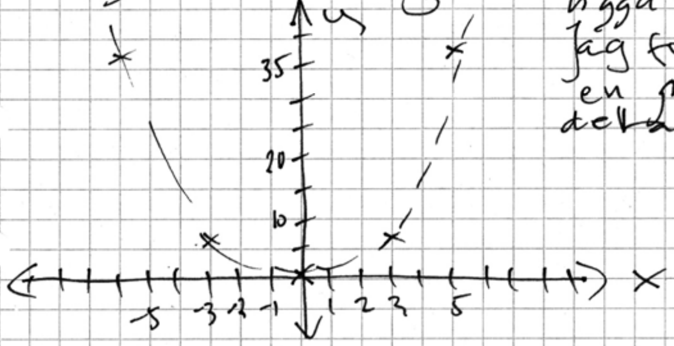
$f(2)=12-8$

$f(2)=4$ ger $(2,4)$

Svar: Extrempunkternas koordinater är $(0,0)$ och $(2,4)$

b) $f(x)=3x^2-\frac{kx^3}{3}$

Extrempunkterna verkar ligga i en andragradsfunktion. Jag för in extrempunkterna i en graf för att undersöka detta.



x Detta tyder på en positiv andragradsfunktion alltså en funktion med x^2,
grafens minpunkt ligger i koord $(0,0)$

$g(x)=x^2$

Bevis: $g(3)=3^2$ $\quad g(-3)=-3^2$

$g(3)=9$ $\quad g(-3)=9$

Svar: Detta bevisar att extrempunkterna tillsammans $g(x)=x^2$

c) $g(x) = x^2$

$f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$ $\quad f'(x) = 6x - \frac{3kx^2}{3}$

Om $k = (-3)$

$f'(x) = 6x - \frac{3(-3)x^2}{3}$ $\quad f(-2) = 3(-2)^2 - \frac{(-3)(-2)^3}{3}$

$0 = 6x + 3x^2$ $\quad f(-2) = 3 \cdot 4 - \frac{(-3)\cdot(-8)}{3}$

$0 = 3x(2+x)$ $\quad f(-2) = 12 - 8$

$x_1 = 0$ $\quad$ koord $(-2, 4)$

$x_2 = -2$

Sätter in $x = -2$ i $g(x)$

ger $g(-2) = (-2)^2$ Då stämmer

$g(-2) = 4$ $\quad x = -2$ för $g(x)$.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/0	
Matematiska resonemang	X	1/0	
	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/1**	

Kommentar: Lösningen innehåller språkliga brister t.ex. ”en positiv andragradsfunktion” samt utelämnade parenteser i uttrycken $g(-3) = -3^2$; $g(-3) = 9$. Redovisningen är tydlig men det matematiska språket i elevlösningen motsvarar nätt och jämnt vg-kvalitet. Sammantaget ges elevlösningen 4 g- och 1 vg-poäng.

Elevlösning 3 (4 g och 2 vg samt en av MVG-kvaliteterna)

- $f(x) = 3x^2 - x^3$

$f'(x) = 6x - 3x^2$

$0 = 6x - 3x^2$

$0 = 2x - x^2$

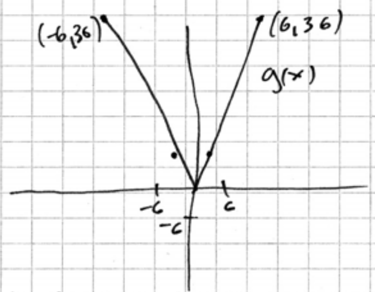
$0 = x(2-x)$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$

$3 \cdot 0^2 - 0^3 = 0 \quad (0,0)$

$3 \cdot 2^2 - 2^3 = 4 \quad (2,4)$

Svar: Extrem punkterna för $3x^2 - x^3$ =
$(0,0)$ & $(2,4)$

- 

$f'(x) = 6x - kx^2$

Vid extrempunkterna:

$6x - kx^2 = 0$

$6x = kx^2$

$6 = kx$

$\frac{6}{x} = k$

insättning

$3x^2 - \frac{kx^3}{3} = f(x)$

$3x^2 - \frac{6 \cdot x^3}{3x} = y$ vid extrempunkterna

$3x^2 - 2x^2 = y$

$x^2 = y$ dvs $x^2 = g(x)$

- $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$

$f'(x) = 6x - kx^2 \qquad f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{6}{x} = k$

$g(x) = x^2$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/0	
Matematiska resonemang	X	1/1	
	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/2**	

Kommentar: Grafen under punkt två är inte korrekt skissad. Eleven ger en generell lösning redan i punkt 2 men eftersom fallet $x = 0$ inte behandlas så har eleven styrkt att $g(x) = x^2$ för alla punkter utom origo. I och med detta uppnås varken vg- eller mvg-nivå gällande användning av generella metoder och därmed inte heller mvg-nivå för redovisning och matematiskt språk. Sammantaget ges lösningen 4 g- och 2 vg-poäng samt MVG-kvaliteten gällande bevis.

Elevlösning 4 (4 g och 3 vg samt tre MVG-kvaliteter)

• $f'(x) = 6x - 3x^2$

$6x - 3x^2 = 0$ $\qquad 3x(2-x) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 2$

$f(0) = 0$ $\qquad f(2) = 3\cdot 2^2 - 2^3 = 12 - 8 = 4$

Extrempunkterna för grafen då $k = 3$ är $(0, 0)$ och $(2, 4)$

• $g(x) = x^2$

Då alla y-värden är (x-värdena)^2 ex. $3^2 = 9$ så bör $g(x) = x^2$ vara den rätta funktionen.

• $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$

$f'(x) = 6x - kx^2$

derivatan av $\frac{kx^3}{3}$ blir $\frac{\cancel{3}kx^2}{\cancel{3}}$ därav det alltid blir kx^2

$f'(x) = 6x - kx^2$

$6x - kx^2 = 0$

$x(6 - kx) = 0$

$x_1 = 0$ $\qquad kx = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{k}$

$x_2 = \frac{6}{k}$

$f(0) = 0$

$f\left(\frac{6}{k}\right) = 3\left(\frac{6}{k}\right)^2 - \frac{k\left(\frac{6}{k}\right)^3}{3} = 3\cdot\frac{36}{k^2} - \frac{k\cdot\frac{216}{k^3}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{108}{k^2} - \frac{\frac{216k}{k^3}}{3} = \frac{108}{k^2} - \frac{216k}{k^3}\cdot\frac{1}{3} \Rightarrow$

$\frac{108}{k^2} - \frac{216k}{3k^3} = \frac{108}{k^2} - \frac{72}{k^2} = \frac{36}{k^2}$

$f\left(\frac{6}{k}\right) = \frac{36}{k^2}$

$g(x) = x^2 \qquad g\left(\frac{6}{k}\right) = \frac{36}{k^2}$

Ja, det stämmer extrempunkterna för $f(x) = 3x^2 - \frac{kx^3}{3}$ ligger på grafen till $g(x)$.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	2/1	
Matematiska resonemang	X	1/1	
	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/3**	

Kommentar: Eleven bestämmer generella uttryck för derivatans nollställen och uppvisar därmed den MVG-kvalitet som rör användning av generella metoder. Även MVG-kvaliteten för bevis uppnås. Elevlösningen är välstrukturerad och tydlig men innehåller enstaka språkliga brister, t.ex. användandet av implikationspilarna. MVG-kvaliteten gällande redovisning och matematiskt språk uppnås dock. Elevlösningen ges sammantaget 4 g- och 3 vg-poäng samt alla tre MVG-kvaliteter.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Del II

9. **Max 2/1**

a) Godtagbart tecknad ändringskvot, t.ex. $\frac{40-17,5}{100-10}$ +1 g

med godtagbart svar med korrekt enhet (0,25 cm/s) +1 g

b) Godtagbar tolkning med korrekta enheter (t.ex. ”Vattennivåns höjd stiger med hastigheten 0,20 cm/s då $t = 50$ s”) +1 vg

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (0 vg)

LUTNINGEN PÅ KURVAN ÄR 0,20 cm/s DÅ $t = 50$ s.

Kommentar: Elevlösningen ger 0 poäng eftersom tolkningen är matematisk och inte anpassad för sammanhanget att konen fylls med vatten.

Elevlösning 2 (0 vg)

Vattennivåns höjd ändras med 0,20 cm/s.

Kommentar: Eftersom det inte framgår att hastigheten för vattennivåns höjdändring gäller vid tiden $t = 50$ s, ges elevlösningen 0 p.

Elevlösning 3 (1 vg)

HASTIGHETEN PÅ HÖJDEN ÄR 0,20 cm/s EFTER 50 SEKUNDER.

Kommentar: Tolkningen att det är en hastighet i cm/s som efterfrågas framgår av lösningen. Frasen ”efter 50 sekunder” är på gränsen till korrekt matematiskt språk eftersom det skulle kunna tolkas som att hastigheten är konstant då $t > 50$. Elevlösningen motsvarar därför nätt och jämnt 1 vg-poäng.

10. **Max 2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder geometrisk summa +1 g

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (45219 kr) +1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

11. **Max 0/1**

Korrekt svar $\left(\text{t.ex. } \dfrac{x-6}{x-3}\right)$ +1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (0 vg)

$\dfrac{x-6}{x-3} = 2$

Kommentar: Eleven tecknar en ekvation istället för ett rationellt uttryck. Elevlösningen ges 0 vg-poäng.

12. **Max 0/1**

Korrekt svar ($p:C$, $q:A$, $r:D$ och $s:B$) +1 vg

13. **Max 3/2/¤**

a) Korrekt bestämning av derivatan $A'(x) = 44 - 4x$ +1 g

med godtagbar bestämning av derivatans nollställe, $x = 11\,\text{m}$ +1 g

med godtagbar verifiering av maximum +1 g

b) En godtagbar härledning innehåller följande om lekplatsens ena sida betecknas x och den andra y:

- Eleven tecknar sambandet $225x + 75(x + 2y) = 6600$ eller motsvarande
- Eleven tecknar sambandet $A = xy = x\left(\dfrac{6600 - 300x}{150}\right)$ eller motsvarande
- Eleven ger en godtagbar härledning av uttrycket för arean $A(x) = 44x - 2x^2$

Eleven redovisar en av ovanstående punkter +1 vg

Eleven redovisar ytterligare en av ovanstående punkter +1 vg

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	visa att uttrycket gäller genom att redovisa alla tre punkterna ovan.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt, d.v.s. införda beteckningar och uttryck förklaras med figur och/eller ord. Det matematiska språket är i huvudsak korrekt.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och en MVG-kvalitet)

b, $6600 = 150b + 300x$

$b = \dfrac{6600 - 300x}{150}$

$\begin{cases} b = 44 - 2x \\ A_{rectangel} = xb \end{cases}$ stoppar in i ekv 2

$A_{rek} = x(44 - 2x)$

$A = 44x - 2x^2$

V.S.V.

Kommentar: Elevlösningen omfattar alla tre punkterna och uppfyller därmed MVG-kriteriet gällande bevis. Redovisningen är ofullständig och innehåller brister då samband och införda variabler inte förklaras. Sammantaget ges elevlösningen 2 vg-poäng och den MVG-kvalitet som avser bevis.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

Elevlösning 2 (2 vg och två MVG-kvaliteter)

b.) Den långa sidan kallas y. Då får vi

$225 \cdot x + 75 \cdot 2y + 75 \cdot x = 6600$

$75 \cdot (3x + 2y + x) = 6600$

$4x + 2y = 88$

$88 - 4x = 2y$

$44 - 2x = y$

$A = x \cdot y = (44 - 2x) \cdot x = 44x - 2x^2$

Svar: $44x - 2x^2$ verkar stämma!

Kommentar: Eleven visar på ett korrekt sätt att uttrycket gäller. Härledningen är välstrukturerad och tydlig. Sammantaget ges lösningen 2 vg-poäng samt båda MVG-kvaliteterna.

14. **Max 3/2/¤**

a)	Godtagbar lösning med godtagbart svar (4,4)	+1 g
b)	Godtagbar ansats, tecknar ekvationen $5{,}4 = \frac{2}{3}(\lg E - 4{,}84)$	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar $(8{,}7 \cdot 10^{12}\ \text{J})$	+1 g
c)	Godtagbar lösning med godtagbart svar (1000 gånger större)	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på följande sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

Elevlösning 1 (1 vg)

$M = \frac{2}{3}(\lg E - 4{,}84)$

$M = 5: \quad 5 = 0{,}67 \cdot \lg E - 3{,}2428$

$8{,}2428 = 0{,}67 \cdot \lg E$

$12{,}3 = \lg E$

$10^{12{,}3} = E$

$E \approx 2 \cdot 10^{12}$

$M = 7: \quad 7 = 0{,}67 \cdot \lg E - 3{,}2428$

$10{,}2428 = 0{,}67 \cdot \lg E$

$15{,}3 = \lg E$

$10^{15{,}3} = E$

$E \approx 2 \cdot 10^{15}$

E blir 1000 ggr större

Kommentar: En godtagbar lösning som motsvarar 1 vg-poäng.

d) Godtagbar generell ansats, t.ex. definierar de ingående variablerna ”Energin hos den svagare är E_s och magnituden är M. Energin hos den kraftigare är E_k och magnituden $M+2$.” +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod och t.ex. teckna ekvationssystemet $\begin{cases} M = \frac{2}{3}(\lg E_s - 4{,}84) \\ M + 2 = \frac{2}{3}(\lg E_k - 4{,}84) \end{cases}$
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	baserat på en generell metod, dra slutsatsen att den frigjorda energimängden blir 1000 gånger större, $\frac{E_k}{E_s} = 1000$.
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och 2 MVG-kvaliteter)

d) $M = \frac{2}{3}(\lg E - 4{,}84)$

$\frac{M}{2/3} = \lg E - 4{,}84$

$\frac{M}{2/3} + 4{,}84 = \lg E$

$E = 10^{\frac{M}{2/3} + 4{,}84}$

ÖKNING

$$\frac{10^{\frac{M+2}{2/3} + 4{,}84}}{10^{\frac{M}{2/3} + 4{,}84}}$$

$$= 10^{\frac{M+2}{2/3} + 4{,}84 - \left(\frac{M}{2/3} + 4{,}84\right)}$$

$$= 10^{\left(\frac{M+2}{2/3} - \frac{M}{2/3}\right)} = \frac{M+2-M}{2/3} = 10^{\frac{2}{2/3}} = 10^3 =$$

= 1000 ggr större!

Kommentar: Eleven tecknar det generella uttrycket för E både då magnituden är M och då den ökar med två enheter till $M + 2$. Genom att använda sig av reglerna för potensräkning kommer eleven fram till korrekt svar. Trots att eleven missar att skriva ut basen 10 i mellanledet så uppfylls kraven för MVG-kvaliteterna. Sammantaget ges lösningen 1 vg och de båda MVG-kvaliteterna.

15. **Max 0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $120000 = 60000 \cdot a^t$ där t antar något av värdena inom intervallet $5 \le t \le 6$	+1 vg
med godtagbar bestämning av ändringsfaktorn baserad på ett t inom intervallet $5 \le t \le 6$	+1 vg
Godtagbar bestämning av största antalet vildsvin år 2011 baserat på en fördubbling på 5 år (104 000)	+1 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
16.		**Max 0/3**
a)	Korrekt svar ($f(x) = x^5 + 3$)	+1 vg
b)	Godtagbar ansats, t.ex. inser att tangentens riktningskoefficient är 80	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 80x - 125$)	+1 vg
17.		**Max 0/2/¤**
	Godtagbar ansats, anger en *allmän* andragradsfunktion som uppfyller villkoren att $f(2) = f(4) = 0$, t.ex. $f(x) = k(x-2)(x-4)$	+1 vg
	med godtagbar fortsättning, t.ex. korrekt derivering av funktionen, $f'(x) = 2kx - 6k$	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generella metoder och bestämma *k*, $k = \frac{p}{8}$ (eller $a = \frac{p}{8}$ om $f(x) = ax^2 + bx + c$).
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att $f'(0) = -\frac{3p}{4}$.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på följande sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och tre MVG-kvaliteter)

$x_1 = 2 \quad x_2 = 4$

$f(x) = (x-2)(x-4)\cdot k$ ges av nollställen

$p = (-2)(-4)\cdot k$

$p = 8k$

$\frac{p}{8} = k$

$f(x) = \frac{p}{8}\cdot(x-2)(x-4)$

$f(x) = \frac{p}{8}\cdot(x^2 - 4x - 2x + 8)$

$f(x) = \frac{px^2}{8} - \frac{6px}{8} + p$

$f'(x) = \frac{2px}{8} - \frac{6p}{8}$

$f'(x) = \frac{px}{4} - \frac{3p}{4} = \frac{px - 3p}{4}$

$f'(0) = \frac{p\cdot 0 - 3p}{4} = \frac{-3p}{4}$

$-\frac{3p}{4}$ är lutningen i punkten $(0, p)$

Kommentar: Det matematiska språket är i huvudsak korrekt men vissa brister i redovisningen förekommer. Ett mellanled, $f(0) = p$, saknas i början. Elevlösningen uppfyller därmed nätt och jämnt MVG-kvaliteten gällande redovisning och matematiskt språk. Sammantaget ges lösningen 2 vg-poäng och alla tre MVG-kvaliteterna.

Mål för matematik kurs C

Kursplan 2000

Aritmetik (R)
R2. kunna tolka och använda logaritmer och potenser med reella exponenter samt kunna tillämpa dessa vid problemlösning,

R3. kunna använda matematiska modeller av olika slag, däribland även sådana som bygger på summan av en geometrisk talföljd,

Algebra och funktionslära (A)
A6. känna till hur datorer och grafiska räknare kan utnyttjas som hjälpmedel vid studier av matematiska modeller i olika tillämpade sammanhang,

A7. kunna ställa upp, förenkla och använda uttryck med polynom samt beskriva och använda egenskaper hos några polynomfunktioner och potensfunktioner,

A8. kunna ställa upp, förenkla och använda rationella uttryck samt lösa polynomekvationer av högre grad genom faktorisering,

Differentialkalkyl (D)
D1. kunna förklara, åskådliggöra och använda begreppen ändringskvot och derivata för en funktion samt använda dessa för att beskriva egenskaper hos funktionen och dess graf,

D2. kunna dra slutsatser om en funktions derivata och uppskatta derivatans värde numeriskt då funktionen är given genom sin graf,

D3. kunna använda sambandet mellan en funktions graf och dess derivata i olika tillämpade sammanhang med och utan grafritande hjälpmedel.

D4. kunna härleda deriveringsregler för några grundläggande potensfunktioner, summor av funktioner samt enkla exponentialfunktioner och i samband därmed beskriva varför och hur talet e införs,

Övrigt (Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	13b	14d	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	13b	14d	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)				Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	13b	14d	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet					
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang					
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk					

Insamling av provresultat för matematik kurs C

Vårterminen 2011deltar alla skolor i resultatinsamlingen genom att skicka in resultat för ett litet urval elever. Denna insamling ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om vårens prov i slutet av augusti. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på http://www8.umu.se/edmeas/np/index.html. Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

När du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 2:a, 13:e, 21:a och 27:e i varje månad.** Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 2:a i varje månad**.

1. Gå in på http://www8.umu.se/edmeas/np/index.html och klicka på rubriken **Resultatinsamling vt 2011** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **agna4es** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 2:a, 13:e, 21:a och 27:e i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 2:a i varje månad** till:

Umeå universitet
Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap
Nationella prov
Att. Monika Kriström
901 87 Umeå

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i slutet av augusti måste vi ha alla resultat **senast 17 juni 2011.**

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs- och provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp**.** Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.