

**NATIONELLT PROV I
MATEMATIK
KURS C
VÅREN 1996**

Tidsbunden del

Anvisningar

Provperiod	3 maj - 15 maj 1996.
Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare och formelsamling. Formelblad bifogas provet.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 13 uppgifter. För uppgifter av <i>kortsvarstyp</i> (uppgifter som ger <i>1 poäng</i>) fordras i allmänhet endast svar. De flesta uppgifterna är av <i>långsvarstyp</i> (som ger <i>2 poäng eller mera</i>) Här räcker inte bara ett kort svar utan här krävs <ul style="list-style-type: none">• att du skriver ned vad du gör och att du förklarar dina tankegångar,• att du ritar figurer vid behov och• att du skriver ned de beräkningar du gör. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl Godkänd". Provet ger maximalt 42 poäng.

1. a) Derivera $f(x) = 3x^4 - 4x + 3$ (1p)
- b) Beräkna $f'(2)$ (1p)
2. a) Derivera $g(x) = \frac{x^2}{4}$ (1p)
- b) Derivera $h(x) = 2e^{3x}$ (1p)
- c) Lös ekvationen $\ln x = 2$ (1p)
- d) Beräkna den geometriska summan
 $2000 + 2000 \cdot 1,07 + 2000 \cdot 1,07^2 + \dots + 2000 \cdot 1,07^{49}$ (1p)

3. Några anställda vid ett företag, som säljer innebandyklubbor, har undersökt företagets kostnader i samband med inköp och lagerhållning.

Om de köper in många klubbor vid varje tillfälle blir det få inköpstillfällen. Detta leder bland annat till låga administrativa kostnader men höga lagerkostnader.

Om de istället köper in ett mindre antal klubbor vid varje tillfälle leder detta till fler inköpstillfällen. Företaget får då högre administrativa kostnader men istället lägre lagerkostnader.



De kom fram till att den totala årskostnaden $K(x)$ kan beskrivas med formeln

$$K(x) = 0,05x^2 - 15x + 4125 \quad 100 \leq x \leq 300$$

där $K(x)$ är den totala årskostnaden i kronor och x är antalet innebandyklubbor företaget beställde vid varje inköpstillfälle.

Bestäm med hjälp av derivata hur många innebandyklubbor företaget ska beställa per inköpstillfälle för att den totala årskostnaden ska bli så liten som möjligt. (3p)

4. En person köpte aktier för 20 000 kr. Fem år senare kunde hon sälja dessa aktier för 56 720 kr.

Hur stor årlig procentuell värdeökning av hennes kapital motsvarar detta? (3p)

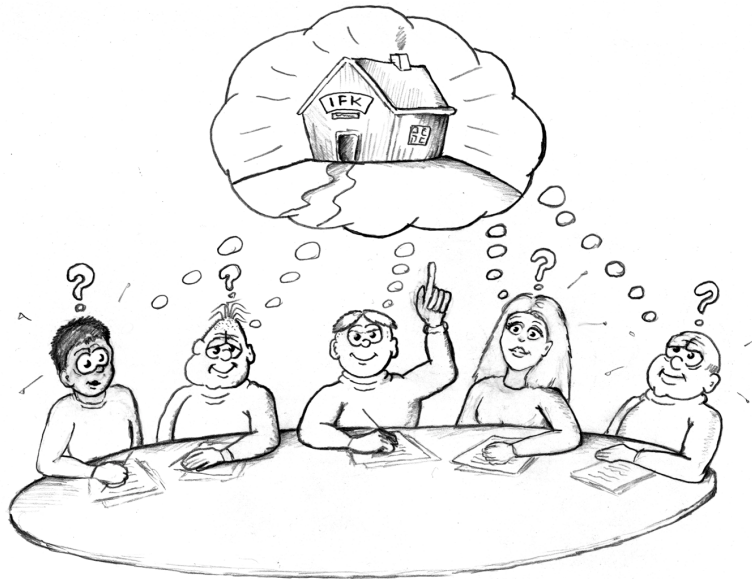
5. En idrottsförening har 500 medlemmar. Styrelsen planerar att låta bygga en klubbstuga. Eftersom frågan är så viktig för klubben tänker styrelsen bygga stugan endast om en majoritet av föreningens samtliga medlemmar kan förväntas stödja planerna.

Man ordnade därför ett medlemsmöte. Tyvärr kom bara 185 medlemmar. Av dessa ville 125 att stugan skulle byggas och de övriga att den inte skulle byggas.

Eftersom så många medlemmar inte deltog i mötet gjorde styrelsen en kompletterande undersökning. De ringde till 75 slumpvis utvalda medlemmar som ej var närvarande vid mötet. Av dessa svarade 26 ja och 49 nej.

Tycker du att styrelsen bör besluta sig för att bygga stugan?

Ta hänsyn till resultaten från både medlemsmötet och den kompletterande undersökningen. (3p)

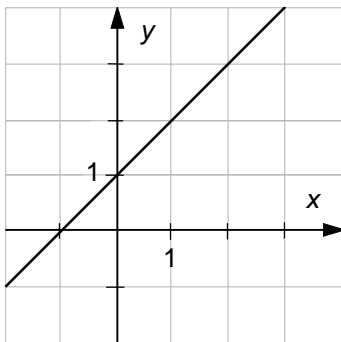


6. Funktionerna f , g och h har följande egenskaper:

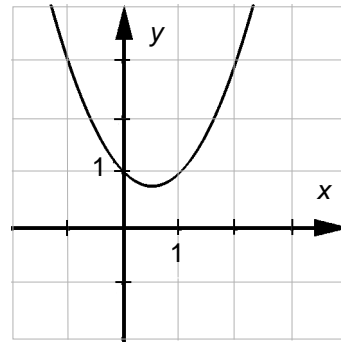
- $f(2) = 3$ och $f'(0) = 1$
- g är växande för alla värden på x och $g(0) = -1$
- $h'(2) = 0$ och $h(0) = 1$

Graferna till var och en av funktionerna f , g och h finns bland nedanstående grafer. Ange för varje funktion vilken dess graf är. *Endast svar erfordras.* (3p)

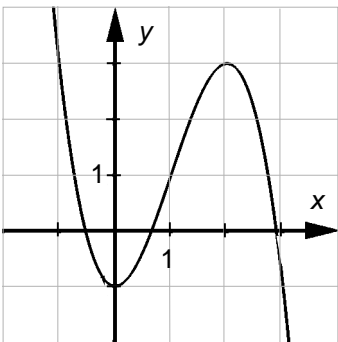
A



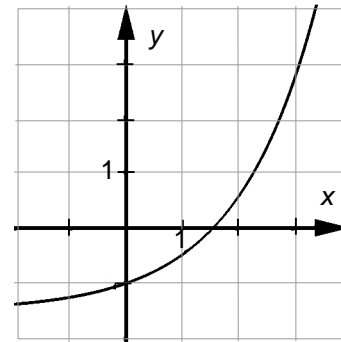
B



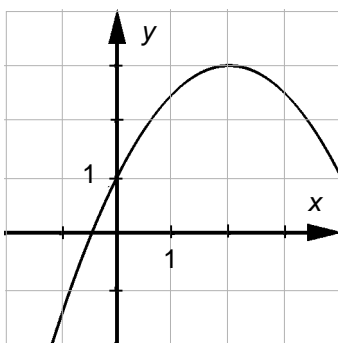
C



D



E



7. Många filmintresserade tycker att priset på en biobiljett har gått upp mycket de senaste åren.

Gör, med hjälp av tabellen nedan, en jämförelse mellan prisutvecklingen på en biobiljett och förändringen av KPI under perioden 1992-1995. Du bör ta hänsyn till alla år under den aktuella perioden och din jämförelse bör innehålla både beräkningar och kommentarer. (3p)

År	1992	1993	1994	1995
Medelpris biobiljett (kr/st)	60,00	61,80	63,80	63,80
KPI (Basår 1980)	234,9	244,3	250,4	256,0

(Informationen i tabellen är hämtad från Statistiska Centralbyrån.
KPI = konsumentprisindex)

8. I ekvationen $160\,000 \cdot 0,95^x = 50\,000$ betecknar x tiden i år.
- a) Formulera ett problem som kan lösas med hjälp av denna ekvation. (2p)
- b) Lös ekvationen och ge ett svar på det problem du formulerat. (2p)
9. En elev vill bestämma lutningen för kurvan $y = \sqrt{3x}$ då $x = 2$. Eftersom han inte kan derivera $y = \sqrt{3x}$ kan han inte lösa uppgiften genom att beräkna derivatans värde då $x = 2$.

Han bestämmer då ett närmevärde till derivatan genom att beräkna ändringskvoten

$$\frac{\sqrt{3 \cdot 2,1} - \sqrt{3 \cdot 1,9}}{2,1 - 1,9}$$

Teckna en ny ändringskvot som bör ge ett bättre närmevärde till derivatan.
Endast svar med tecknad ändringskvot erfordras. (2p)

10. Skolhälsovården vid en skola med 700 elever ville veta i vilken omfattning skolans elever idrottar. De gjorde därför en undersökning och rapporterade resultatet av den på följande sätt.

<u>Omfattning av elevernas idrottande</u>																							
Syfte:	Syftet med denna undersökning är att kartlägga i vilken omfattning eleverna på skolan idrottar.																						
Genomförande:	Vi bad 100 av skolans elever att besvara nedanstående enkät.																						
	1. Är du flicka eller pojke? Flicka <input type="checkbox"/> Pojke <input type="checkbox"/>																						
	2. Hur många timmar per vecka idrottar du?																						
	Inte alls <input type="checkbox"/>	Mindre än <input type="checkbox"/>																					
	4 h/vecka	4 h/vecka																					
Resultat:	Alla svarade inte på enkäten men för de som svarade blev resultatet enligt tabellen nedan:																						
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Omfattning av idrottandet</th> <th style="width: 25%;">Pojkar</th> <th style="width: 25%;">Flickor</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Idrottar minst 4 h/vecka</td> <td style="text-align: center;">34 %</td> <td style="text-align: center;">33 %</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Idrottar mindre än 4 h/vecka</td> <td style="text-align: center;">53 %</td> <td style="text-align: center;">55 %</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Idrottar inte alls</td> <td style="text-align: center;">13 %</td> <td style="text-align: center;">12%</td> </tr> </tbody> </table>		Omfattning av idrottandet	Pojkar	Flickor				Idrottar minst 4 h/vecka	34 %	33 %				Idrottar mindre än 4 h/vecka	53 %	55 %				Idrottar inte alls	13 %	12%
Omfattning av idrottandet	Pojkar	Flickor																					
Idrottar minst 4 h/vecka	34 %	33 %																					
Idrottar mindre än 4 h/vecka	53 %	55 %																					
Idrottar inte alls	13 %	12%																					
Slutsats:	13 % av skolans pojkar och 12 % av skolans flickor idrottar inte alls.																						

Lisa skriver ett specialarbete om hur mycket skolans elever idrottar och vill använda skolhälsovårdens slutsats. Hon vill därför ta reda på om undersökningen är riktigt utförd, men inser att rapporten inte innehåller tillräckligt med information för att hon ska kunna avgöra det. Hon anser sig därför inte kunna göra en bra bedömning av undersökningens kvalitet.

Vilka delar av undersökningen behöver Lisa veta mer om för att kunna bedöma undersökningens kvalitet?

Varför är dessa delar viktiga?

(4p)

11. En kompis till dig, som läser samma mattekurs som du, kommer fram till dig och säger "Jag fattar inte ett dugg av det här med derivata".

Hjälp din kompis genom att förklara vad derivata är.
Förklara så utförligt du kan och på så många sätt du kan.

Du ska inte härleda eller beskriva deriveringsreglerna

(4p)

12. För att en viss medicin ska få avsedd effekt behöver en patient ha 15 mg av medicinen i kroppen.

Om man ger hela denna medicinmängd på en gång finns risk för allvarliga biverkningar. Patienten får därför små doser medicin med en timmes mellanrum. Efter 10 sådana lika stora doser upphör medicineringen och patienten ska då ha 15 mg av medicinen i kroppen.

Hur stora skall dessa doser vara, om man vet att medicinen börjar verka omedelbart och att 16 % av den bryts ner i kroppen per timme?

(4p)

13. Om funktionen f vet man följande:

- $f(7) = 3$ och
- för $7 \leq x \leq 9$ gäller att $0,8 \leq f'(x) \leq 1,2$.

Bestäm största möjliga värde för $f(9)$.

(3p)

**NATIONELLT PROV I
MATEMATIK
KURS C
VÅREN 1996**

Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 18 - 22 1996.
Provtid	Enligt beslut vid skolan men minst 100 minuter (under normal lektionstid).
Hjälpmedel	Enligt lokalt beslut vid skolan.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Breddningsdelen innehåller tre alternativa uppgifter varav du väljer en uppgift. Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet. Redovisning av uppgifterna sker individuellt.

1 GLASSFÖRSÄLJNING

AB Glass är ett litet familjeföretag som tillverkar glass i en stad i mellansverige och säljer den över hela landet. Företaget har utvecklat två nya glassorter som kallas Lingonstrut och Hjortronstrut. AB Glass ska börja tillverka och sälja en av dessa. Företagsledningen, d v s mamma och pappa, hoppas att den nya produkten ska intressera både de som redan köper mycket glass och de som inte tidigare köpt så mycket glass.

För att kunna välja vilken glass som ska tillverkas gjordes två marknadsundersökningar. Två av familjemedlemmarna, David och Elin, gjorde var sin stickprovsundersökning med syfte att ta reda på vilken glassort som skulle sälja bäst. De presenterade sedan sina undersökningar för företagsledningen. Du kan se deras redovisningar på följande två sidor.

Eftersom David och Elin kom till olika slutsatser och företagsledningen dessutom var tveksam till delar av undersökningarna beslöt de att anlita dig som konsult.

Dina uppgifter blir följande:

- Gör en kritisk granskning av de gjorda undersökningarna.
- Företagsledningen var tveksam till hur David använde resultatet av sin bortfallsundersökning.
Gör en ny beräkning och bestäm dig för vilken glass du tycker de ska tillverka.
- Planera en egen undersökning med syfte att ta reda på vilken av de två glassorterna som skulle sälja bäst.



Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur mycket befogad kritik, såväl negativ som positiv, du kan ge på de två gjorda undersökningarna och hur väl du motiverar den.
- om du gör korrekta beräkningar och drar rimliga slutsatser.
- hur väl du planerar och presenterar din undersökning.

Davids redovisning

Syfte: Att komma fram till vilken glassort vi ska börja tillverka.

Urval: Jag gjorde ett urval genom att utgå från ett register över alla 189 gymnasie- och komvuxklasser i vår kommun. Jag valde sedan ut de tre första personerna på respektive klasslista i varje klass. Dessa fick ett brev där de erbjöds att delta i en provsmakning av glassarna.

Genomförande: Provsma­kningen skedde på respektive skola. Den gick till så att försökspersonerna fick äta en glass av varje sort. Därefter fick de besvara en enkät (se nedan). Av de 567 som var inbjudna kom 300 till provsmakningen.

<i>Smakenkät</i>				
Kryssa i rätt alternativ:				
1. Är du kvinna eller man?	kvinna	<input type="checkbox"/>	man	<input type="checkbox"/>
2. Tycker du om Lingonstrut?	Ja	<input type="checkbox"/>	Nej	<input type="checkbox"/>
3. Tycker du om Hjortronstrut?	Ja	<input type="checkbox"/>	Nej	<input type="checkbox"/>
<i>Tack för din medverkan!</i>				

Resultat:	LINGONSTRUT		HJORTRONSTRUT		
	Man	Kvinna	Man	Kvinna	
JA	148	101	JA	135	96
NEJ	29	22	NEJ	42	27

Bortfall: 267 av de inbjudna kom inte till provsmakningen. Jag valde ut 50 av dessa och besökte dem på skolorna mellan två lektioner. De fick provsmaka glassarna och besvara enkäten.

Resultatet av enkätsvaren blev följande:

Resultat:	LINGONSTRUT		HJORTRONSTRUT		
	Man	Kvinna	Man	Kvinna	
JA	12	20	JA	17	27
NEJ	8	10	NEJ	3	3

Slutsats: Totalt var det $148 + 101 + 12 + 20 = 281$ personer som tyckte om Lingonstrut och $135 + 96 + 17 + 27 = 275$ personer som tyckte om Hjortronstrut. Eftersom det är fler som tycker om Lingonstrut så blir slutsatsen att vi bör tillverka Lingonstrut.

Elins redovisning

- Metod:** Jag kunde inte göra en totalundersökning av hela Sveriges befolkning så jag gjorde en stickprovsundersökning.
- Urval:** Jag skickade 25 Lingonstrutar och 25 Hjortronstrutar till en av kioskerna som säljer våra andra glassorter. Kioskägaren lovade att erbjuda var femte glasskund en gratisglass av vardera sorten mot att de åt upp dem direkt och besvarade en fråga. Alla glasskunder antog inte erbjudandet men efter ett tag hade 25 personer smakat de båda nya glassorterna.
- Genomförande:** Försökspersonerna fick på ett frågeformulär besvara följande fråga: Tycker du bättre om Lingonstrut än Hjortronstrut?
- Resultat:** Ja 10
Nej 15
- Bortfall:** Eftersom de som inte ville vara med i undersökningen ersattes med nästa person i kön fick jag inget bortfall att ta hänsyn till.
- Slutsats:** Eftersom NEJ-svararna var i majoritet bör vi tillverka Hjortronstrut.

2 SPARANDE FÖR FRAMTIDEN

Det svenska pensionssystemet har förändrats och i framtiden kommer man inte att från staten få lika mycket i pension som förr. För att kompensera sig för detta inkomstbortfall börjar en del att pensionsspara redan i unga år.

Det finns olika sätt att pensionsspara. Ett sätt är IPS (individuellt pensionssparande). Det kan fungera så att man regelbundet sparar ett belopp som sedan ökar i värde. När man sedan blir pensionär kan man under ett antal år ta ut pengarna, och man betalar då vanlig inkomstskatt.

Inom IPS kan man välja att spara på ett fondkonto. När man gör prognoser för hur mycket pengar man får ut när man blir pensionär kan man använda sig av en genomsnittlig värdeökning per år och anta att den gäller under hela den tid man sparar. Bankerna brukar anta att den genomsnittliga värdeökningen per år kommer att ligga mellan 7% och 12%.



Antag att du väljer att börja pensionsspara.

Ditt sparande ska gå till så att du en gång om året sätter in ett visst belopp på ett fondkonto. Detta pågår fram till det år du börjar ta ut din pension. Efter pensioneringen ska du ta ut pengar en gång per år. Det årliga uttaget ska vara lika stort varje år under alla år du tar ut din pension.

Du ska själv välja:

- *hur stort belopp du ska spara varje år
- *under hur många år du ska spara
- *när du ska börja ta ut din pension (dock tidigast när du är 55 år)
- *under hur många år din pension ska tas ut (minst fem år)

Du måste också själv göra ett antagande om hur stor den genomsnittliga procentuella värdeökningen per år kommer att vara.

- Hur stort belopp kommer du att ha på ditt fondkonto det år du går i pension?
- Vilket är det lägsta belopp du måste spara varje år för att ditt sparbelopp ska ha vuxit till 2 miljoner kronor när du går i pension?
Utred olika möjligheter.
- Hur stor årlig pension kommer du att få från detta sparande?

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur många av deluppgifterna du har löst.
- om dina val är rimliga.
- om du gör korrekta beräkningar.
- hur väl du genomfört din utredning.
- hur klar och fullständig din redovisning är.

3 FUNKTIONER

- Rita grafen till en funktion. Funktionen derivata ska anta värdet 2 där grafen skär y-axeln. I övrigt får du själv välja hur grafen ska se ut.
- Rita graferna till två andragsgradsfunktioner. Båda funktionerna ska ha en derivata som antar värdet 0 där graferna skär y-axeln. I övrigt får du själv välja hur graferna ska se ut.
Ange också funktionsuttrycken.
- Bestäm de villkor som måste gälla för koefficienterna a , b och c i andragsgradsfunktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$ för att funktionens graf ska ha en lokal maximipunkt på den positiva y-axeln.
- Bestäm två andragsgradsfunktioner vars grafer har ett lokalt minimum i punkten $(1,0)$.
- Bestäm en tredjegradsfunktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ vars graf har ett lokalt maximum på y-axeln och ett lokalt minimum i punkten $(1,0)$.
- Bestäm de villkor som måste gälla för koefficienterna a, b, c och d i tredjegradsfunktionen $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ för att funktionens graf ska ha ett lokalt maximum på y-axeln och ett lokalt minimum i punkten $(1,0)$.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur många uppgifter du löst.
- om du gör korrekta beräkningar.
- hur väl du motiverar och redovisar dina lösningar.

Bedömningsanvisningar - tidsbunden del

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.		Max: 2p
	a) Korrekt svar ($f'(x) = 12x^3 - 4$)	+1p
	b) Korrekt svar (92)	+1p
2.		Max: 4p
	a) Korrekt svar ($g'(x) = \frac{x}{2}$)	+1p
	b) Korrekt svar ($h'(x) = 6e^{3x}$)	+1p
	c) Godtagbart svar ($x = e^2$)	+1p
	d) Godtagbart svar (813 000)	+1p
3.		Max: 3p
	Redovisad godtagbar lösning (150 st)	+1-3p
4.		Max: 3p
	Redovisad godtagbar lösning (23,2%)	+1-3p
5.		Max: 3p
	<i>(Nej, endast 234 av de 500 medlemmarna kan förväntas stödja ett stugbygge.)</i>	
	Redovisat att de som varken var på mötet eller deltog i bortfallsundersökningen kan betraktas tycka som de som deltog i bortfallsundersökningen	+1-2p
	och i övrigt redovisat en godtagbar lösning	+1p
6.		Max: 3p
	Korrekt svar $f:A$	+1p
	Korrekt svar $g:D$	+1p
	Korrekt svar $h:E$	+1p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.	Redovisade, relevanta och korrekta beräkningar och en godtagbar och relevant kommentar som tar hänsyn till två år	Max: 3p +1-2p
	Redovisade, relevanta och korrekta beräkningar för en jämförelse som tar hänsyn till alla år under perioden 1992-1995	+1p
8.	a) Formulerat ett problem som kan lösas med hjälp av ekvationen	Max: 4p +1-2p
	b) Redovisad godtagbar lösning ($x = 23$)	+1-2p
9.	Godtagbart svar (t. ex. $\frac{\sqrt{3 \cdot 2,01} - \sqrt{3 \cdot 1,99}}{2,01 - 1,99}$)	Max. 2p +1-2p
10.	Nämnt något om urvalet och motiverat varför det är viktigt (<i>slutsatser om en population dragna utifrån en stickprovsundersökning bygger på att urvalet är representativt</i>)	Max: 4p +1-2p
	Nämnt något om bortfallet och motiverat varför det är viktigt (<i>representativiteten i ett urval kan förstöras om bortfallet inte hanteras rätt</i>)	+1-2p
11.	Redovisad godtagbar förklaring (Bedömda elevlösningar bifogas)	Max: 4p +1-4p
12.	Redovisad lösning som bygger på en geometrisk talföljd med korrekt första element, förändringsfaktor och antal termer med korrekta beräkningar och godtagbart svar (2,9 mg)	Max:4p +1-3p +1p
13.	Redovisad godtagbar lösning (5,4)	Max: 3p +1-3p

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 11

Vid bedömningen kan hänsyn tas till hur väl elevens beskrivning av derivata tar upp definitionen, grafisk tolkning och exemplifieringar av användning av derivata.

Elev 1

Eleven redovisar insikter i att derivata är förknippad med förändring och hastighet men visar ingen kunskap om att det är den momentana förändringshastigheten det handlar om.

0p

Elev 2

Eleven exemplifierar en användning av derivata (hastigheten i en punkt).

1p

Elev 3

Eleven redovisar en grafisk tolkning av derivata genom att nämna en grafs lutning.

1p

Elev 4

Eleven redovisar goda insikter i hur derivata kan tolkas grafiskt.

Detta sker dels genom att nämna grafers och tangenters lutning, dels genom flera exempel.

Redovisningen är utförlig.

2p

Elev 5

Eleven redovisar en grafisk tolkning av derivata och ger ett exempel på användning.

Elevens beskrivning av derivatans definition indikerar att eleven inte har full förståelse för den.

2p

Elev 6

Eleven redovisar utförligt en grafisk tolkning av derivata. Detta sker både genom en beskrivning och med exempel om extrempunkter.

Eleven kompletterar med att beskriva derivatan i ord (förändringshastighet).

Eleven ställer upp derivatans definition. Dock saknas en förklaring av definitionens innebörd.

3p

Elev 7

Eleven visar goda insikter i begreppet derivata. Eleven beskriver definitionen, en grafisk tolkning och exempel på användning på ett klart och utförligt sätt.

4p

Bedömningsanvisningar breddningsdel

Uppgift 1 Glassförsäljning

Vid bedömningen av elevernas arbete ska följande aspekter beaktas:

- * Vilken grad av insikter i hur man planerar, analyserar och rapporterar en statistisk undersökning eleven visar.
- * Om eleven visar kännedom om, använder, föreslår, diskuterar och värderar olika bearbetningsstrategier i en statistisk undersökning med hänsyn till
 - enkätfrågors relevans
 - metoder för att göra stickprov
 - behandling av bortfall
 - genomförandet av undersökningen
- * I vilken grad eleven visar tankegången i sin skriftliga redovisning av sitt arbete.

Exempel på ett godkänt elevarbete

Eleven ger befogad kritik inom flera av ovannämnda delar av en stickprovsundersökning.

Eleven redovisar motiveringar och beräkningar på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

Eleven visar, i sin plan för den egna undersökningen, kunskaper motsvarande de som eleven tidigare visat i den kritiska granskningen.

Exempel på ett väl godkänt elevarbete

Eleven ger åtskilligt med befogad kritik, både positiv och negativ, samt föreslår, diskuterar och värderar bearbetningsstrategier inom flera ovan nämnda delar av en stickprovsundersökning.

Eleven gör en godtagbar bortfallsberäkning.

Eleven gör en planering av den egna undersökningen av sådan kvalité att eleven visar kunskaper motsvarande de eleven visar i sin kritiska granskning.

Eleven redovisar motiveringar och beräkningar på ett sådant sätt att en klar tankegång visas.

Uppgift 2 Sparande för framtiden

Vid bedömningen av elevernas arbete ska speciell hänsyn tas till kunskapsområdena

- beräkningar av summor av geometriska talföljder
- annuitetsberäkningar.

Följande aspekter ska beaktas:

- * Vilken grad av insikter eleven visar.
- * Vilken svårighetsgrad på problemställningar eleven kan behandla
- * Om eleven visar förmåga att utföra nödvändiga beräkningar
- * Vilken grad av förmåga att värdera sina resultat eleven visar.
- * I vilken grad eleven visar tankegången i sin skriftliga redovisning av sitt arbete.

Exempel på ett godkänt elevarbete

Eleven gör rimliga val av årsräntesats, årligt sparbelopp och tidsperiod för sparandet.

Eleven beräknar sparbeloppens värde vid pensionsavgången med hjälp av godtagbara beräkningar.

Eleven beräknar på ett godtagbart sätt sparbeloppens värde vid pensionsavgången så att värdet ligger i närheten av 2 miljoner kronor.

Eleven redovisar sin beräkningar så att tankegången i den skriftliga redovisningen kan följas.

Exempel på ett väl godkänt elevarbete

Eleven gör rimliga val av årsräntesats, årligt sparbelopp, tidsperiod för sparandet och tidsperiod för uttagen.

Eleven beräknar sparbeloppens värde vid pensionsavgången.

Eleven visar olika sätt att spara ihop till 2 miljoner kronor. Sparbeloppen bestäms så att deras värde vid pensionsavgången ligger i närheten av 2 miljoner kronor.

Eleven beräknar en årlig pension som blir nästan lika stor varje år.

Eleven redovisar sina antaganden, beräkningar och vad som beräknas på ett sådant sätt att eleven i den skriftliga redovisningen visar en klar tankegång.

Uppgift 3 Funktioner

Vid bedömningen av elevernas arbete ska speciell hänsyn tas till kursplanemålen

- sambandet mellan en funktions graf och dess derivator av första och andra ordningen,
- derivatans värde då funktionen är given genom graf, tabeller eller formel.

Följande aspekter ska beaktas:

- * Vilken grad av insikter eleven visar.
- * Vilken svårighetsgrad på problemställningar eleven kan behandla.
- * I vilken grad eleven visar tankegången i sin skriftliga redovisning av sitt arbete.
- * Kvalitén på de grafer och koordinatsystem eleven ritat.

Exempel på ett godkänt elevarbete

Eleven har med tydlighet ritat erforderligt koordinatsystem och grafen till en funktion som uppfyller villkoret $f'(0) = 2$.

Eleven har med tydlighet ritat erforderliga koordinatsystem och graferna till två andragsfunktioner som uppfyller villkoret $f'(0) = 0$ och har angett deras funktionsuttryck.

Eleven konstaterar att $a < 0$ och att $c > 0$ med motiveringen att maximipunkten ska ligga på den positiva y-axeln.

Exempel på ett väl godkänt elevarbete

Eleven har ritat ett korrekt och tydligt koordinatsystem och grafen till en funktion som uppfyller villkoret $f'(0) = 2$.

Eleven har ritat korrekta och tydliga koordinatssystem och med tydlighet ritat graferna till två andragsfunktioner som uppfyller villkoret $f'(0) = c$. Eleven har också angett deras funktionsuttryck.

Eleven bestämmer och motiverar de villkor som måste gälla för koefficienterna i ett andragsuttryck för att funktionens graf ska ha en lokal maximipunkt på den positiva y - axeln. ($a < 0$, $b = 0$, $c > 0$)

Eleven bestämmer två andragsfunktioner med egenskapen att de har lokal minimipunkt i punkten (1,0).

Eleven redovisar sina beräkningar och vad som beräknas på ett sådant sätt att eleven i den skriftliga redovisningen visar en klar tankegång.

Exempel på bedömda elevarbeten

Uppgift 1 Glassförsäljning

(OBS! De bifogade elevlösningarna avser endast den kritiska granskningen av enkätundersökningen)

1. IG⁺

Eleven redovisar befogad kritik mot Davids fråga och mot antalet personer i Elins undersökningsgrupp. Han motiverar inte kritiken men föreslår en bättre fråga. Sammanfattningsvis är det väldigt lite befogad kritik.

2. G⁻

Denna elev redovisar däremot befogad kritik inom de flesta delar av stickprovsundersökningen även om det endast är lite kritik på varje del och det är ont om motiveringar. Eleven kritiserar indirekt Davids rapport som inte ger information om hur provsmakningen gick till och motiverar med hur ett felaktigt förfarande kan påverka undersökningen. Eleven visar också vissa insikter i att ett stickprov bör vara representativt då hon saknar information om ålder på de som provsmakade. Hon riktar kritik mot Davids fråga och förklarar varför utan att tydligt utreda de allvarliga konsekvenserna. Eleven gör också en rimlig värdering av Davids slutsats.

I övrigt har eleven svårigheter med att avläsa tabellerna då hon inte kan beräkna antalet män respektive kvinnor i Davids undersökning. Kritiken mot att en ”varför-fråga” saknas är irrelevant.

3. VG⁻

Denna elev redovisar åtskilligt med befogad kritik inom de flesta delar av stickprovsundersökningen. Hon motiverer kritiken och förslag på förbättringar. Eleven visar goda kunskaper om hur frågor bör ställas och om iden bakom bortfallsundersökningar. Hon tar upp aspekten pålitlighet angående Elins undersökning och gör rimliga värderingar av både Davids och Elins slutsatser.

Däremot redovisar hon inga insikter om urvalets representativitet och ingen positiv kritik ges.

Uppgift 2 Sparande för framtiden

4. G⁻

Eleven gör rimliga val av sparbelopp etc. Eleven visar insikter i det aktuella kunskapsområdet och förmåga att utföra nödvändiga beräkningar även om de inte är helt korrekta. Eleven gör inte någon utredning av olika möjligheter att spara ihop till 2 miljoner kr. I redovisningen kan tankegången till största delen följas. Hur eleven har kommit fram till det sparbelopp som används i verifieringen av att sparbeloppens värde blir 2 miljoner kr redovisas dock inte.

5. VG-

Eleven gör rimliga val av sparbelopp etc. Eleven visar insikter i och förmåga att utföra nödvändiga beräkningar inom det aktuella kunskapsområdet. Eleven gör en inte heltäckande men strukturerad utredning. Eleven visar ytterligare insikter i de aktuella kunskapsområdena genom att använda en framkomlig lösningsmetod för beräkning av sin årliga pension på den sista deluppgiften. Eleven lyckas inte helt lösa deluppgiften men får kvar ett belopp som i sammanhanget inte är allt för stort. Eleven visar i den skriftliga redovisningen en klar tankegång förutom att eleven inte redovisar hur den årliga pensionen i den tredje deluppgiften hittats.

Uppgift 3 Funktioner**6. G-**

Eleven redovisar inte funktionsuttrycken för andragsgradskurvorna men visar insikter i det aktuella kursplanemålet då grafer som uppfyller uppgiftskraven har ritats. Eleven skriver utan motivering att a ska vara negativ. Eleven har ritat korrekta och tydliga koordinatsystem och tydliga grafer.

7. VG-

Eleven ritat korrekta och tydliga koordinatsystem och grafer som uppfyller uppgiftskraven. Eleven motiverar (dock ej med hjälp av derivata) villkoren för konstanterna a , b , c i den tredje deluppgiften. Eleven hittar också två funktioner och verifierar med hjälp av första- och andraderivata att de uppfyller kraven i den fjärde deluppgiften. Däremot verifieras inte att $x = 1$ ger $y = 0$. I större delen av redovisningen visar eleven en klar tankegång. Information fattas dock om hur eleven tagit fram funktionerna i den fjärde deluppgiften.