NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 2001

Anvisningar

Provtid

240 minuter utan rast, för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.

Hjälpmedel

Del I: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.

Del II: Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.

Provmaterialet

Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.

Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.

Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

Provet

Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 6 uppgifter och **Del II** av 10 uppgifter.

Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.

Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du prövar på denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.

Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.

Poäng och betygsgränser

Provet ger maximalt 45 poäng.

Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna i betygskriterier 2000.

Undre gräns för provbetyget
Godkänd: 12 poäng.
Väl godkänd: 25 poäng varav minst 5 vg-poäng.
Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

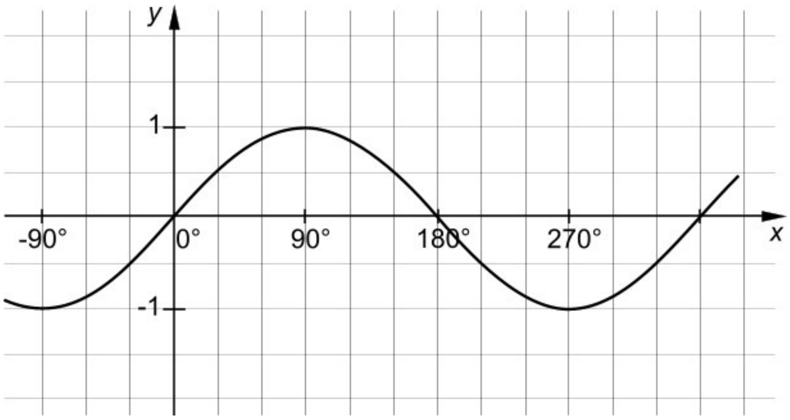
Del I

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_0^2 (x^2+3)\mathrm{d}x$ (2/0)

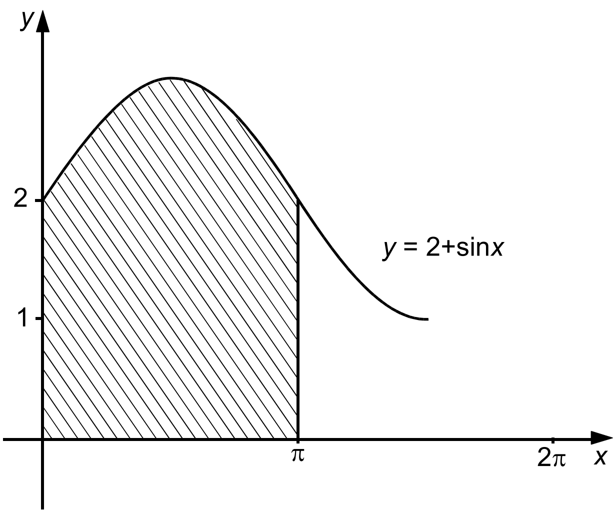
2. I figuren är kurvan $y = \sin x$ ritad.

Rita på ditt lösningspapper kurvan $y = 0{,}5\sin(x+60^\circ)$, med samma gradering på axlarna som i figuren



(2/0)

3. Beräkna exakt arean av det skuggade området i figuren.



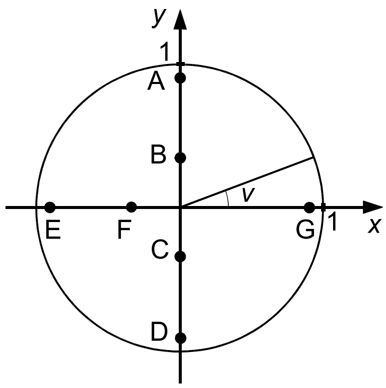
(2/0)

4. Funktionen *f* definieras genom $f(x) = x \cdot e^x$

Lös ekvationen $f'(x) = 0$ (1/1)

5. Figuren visar enhetscirkeln där en vinkel *v* har ritats.
I vilken av punkterna A – G kan man avläsa $\sin(180° - v)$?

Endast svar fordras



(1/0)

6. Man vet att $\sin u = \dfrac{3}{5}$ och att vinkeln *u* ligger mellan 0º och 90º.
Bestäm det exakta värdet för $\sin(u + 60°)$ (0/3)

Del II

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

7. Ange alla primitiva funktioner F till $f(x) = 2x + 5$ *Endast svar fordras* (2/0)

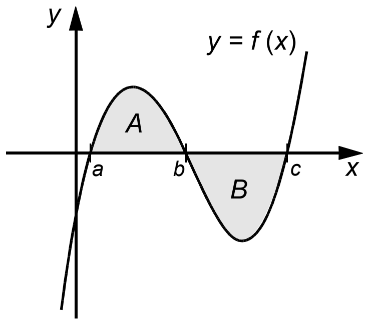
8. Fågelvägen mellan Jönköping och Göteborg är det 10,5 mil. Fågelvägen mellan Jönköping och Karlstad är det 18,2 mil.
Vinkeln mellan dessa båda riktningar är $78°$.

Hur långt är det fågelvägen mellan Karlstad och Göteborg? (2/0)

9. Vilka lösningar till ekvationen $\sin 2x = 0{,}47$ ligger i intervallet $0° \leq x \leq 180°$? (2/0)

10.

Grafen till funktionen $y = f(x)$ begränsar tillsammans med x-axeln två områden med areorna A respektive B areaenheter. Grafen skär x-axeln i a, b och c.



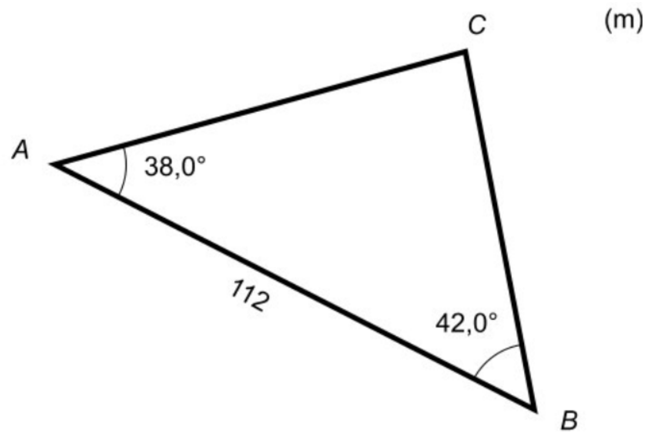
Teckna med hjälp av integral ett uttryck för

a) A *Endast svar fordras* (1/0)

b) $B - A$ *Endast svar fordras* (0/1)

11. Triangeln ABC är given enligt figur.
Beräkna triangelns area.

(Mätning i figur godtas ej)

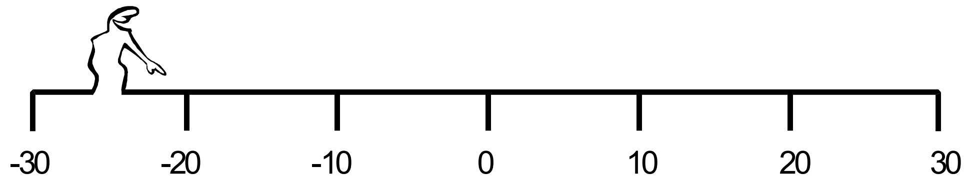


(3/0)

12. Funktionen $y = f(x)$ har en primitiv funktion $F(x) = Ax^2 + Bx$ där A och B är konstanter.

Bestäm A och B då $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ och $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 0$ (0/3)

13. Linus rör sig på en linje enligt figur nedan. För att kunna beskriva var Linus befinner sig på linjen är den graderad från –30 m till 30 m vilket framgår av figuren.



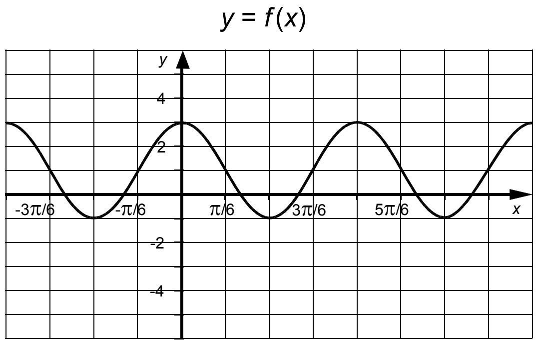
Linus startar vid tidpunkten $t = 0$. Hans position $x(t)$ meter på linjen bestäms av tiden t sekunder enligt ekvationen $x(t) = (t-2)^2(6-t)$

a) Var på linjen befinner sig Linus vid tidpunkten $t = 0$? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Bestäm ett uttryck för Linus hastighet vid tiden t. (0/2)

c) Hastigheten är noll när Linus vänder. Vid vilka tidpunkter sker detta? (1/0)

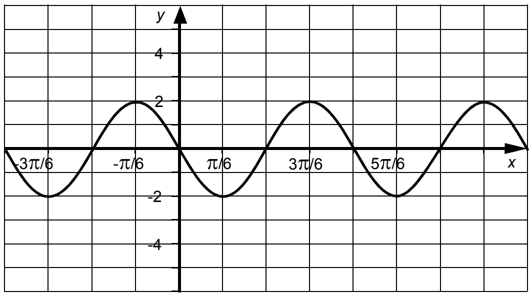
14. I figuren nedan återges grafen till funktionen $y = f(x)$



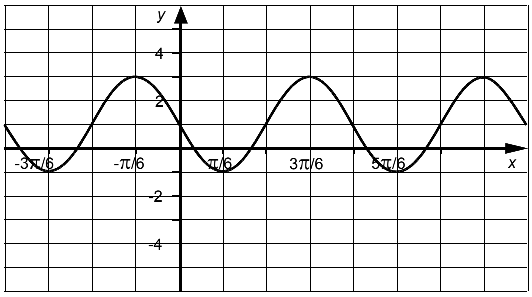
a) Vilken av graferna i figur $A - D$ återger bäst derivatan till funktionen $y = f(x)$? *Endast svar fordras* (1/0)

b) Motivera ditt svar. (0/2/¤)

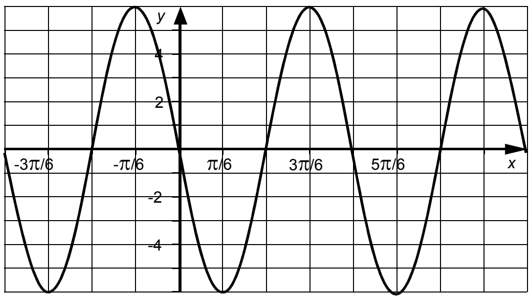
A



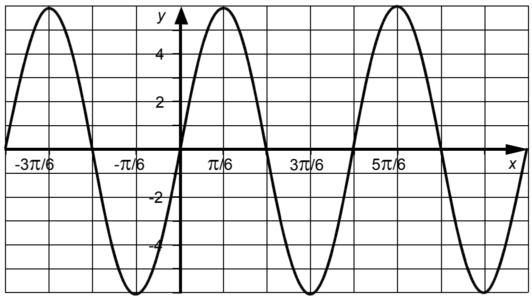
B



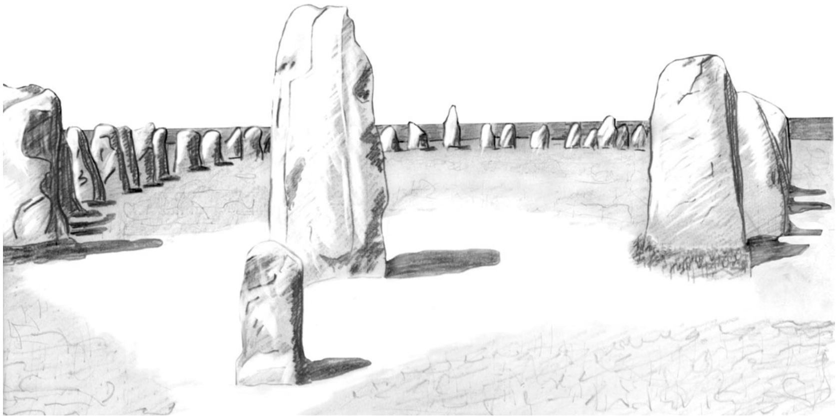
C



D



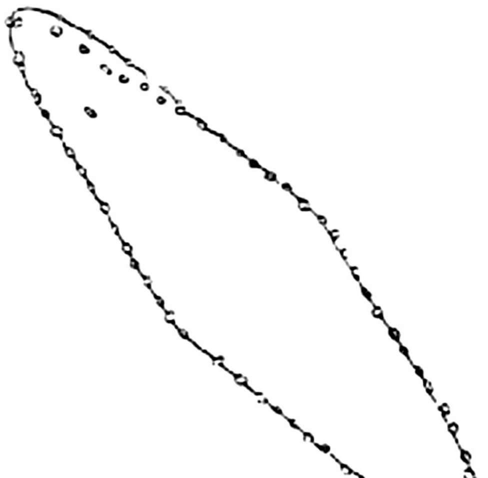
15. Ett par mil öster om Ystad, uppe på den 42 m höga Kåsebergaåsen, ligger Ales stenar. Stensättningen är 70 m lång, 18 m bred och består av 59 stenar. Stensättningens form har gjort att man länge trott att det var frågan om en skeppssättning från vikingatiden. Senare forskning tyder på att det kan vara en kultplats från bronsåldern.



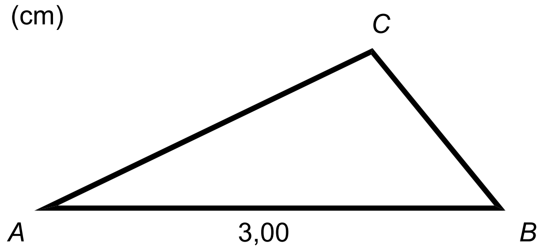
Stenarnas placering som visas i figuren nedan kan antas följa två motställda parabler (= grafen till andragradsfunktioner). Din uppgift är att

a) teckna ett lämpligt funktionsuttryck för en av parablerna. (0/3/¤)

b) beräkna arean av det område som stenarna innesluter. (0/2)



16. I denna uppgift ska du undersöka hur stor area triangeln *ABC* nedan kan ha. De två första punkterna i uppgiften kan du använda som ett stöd för undersökningen. Du väljer om du vill utföra den generella undersökningen (tredje punkten) direkt eller om du vill utföra uppgiften stegvis genom alla de tre punkterna.



I triangeln *ABC* är sidan *AB* 3,00 cm lång och sidan *AC* är dubbelt så lång som sidan *BC*.

- Välj ett värde på längden för sidan *BC* och beräkna arean av triangeln *ABC* genom att först beräkna vinkeln *C*.
- Finn ett värde för längden av sidan *BC* som ger en triangelarea som är större än den du beräknade i föregående punkt.
- Undersök hur stor area triangeln *ABC* kan ha.

(3/4/¤)

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur långt mot en generell lösning du lyckas komma
- hur väl du redovisar ditt arbete
- hur väl du motiverar dina slutsatser

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik ht 2001 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 1994 (återfinns längst bak i detta häfte).

			Kunskapsområde i målbeskrivningen												**Betygskriterium**											
Upp-gift nr	**g** po-äng	**vg** po-äng	Trigonometri				Diff. & Integral kalkyl								Godkänd						Väl godkänd					
			1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7	8	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1	2	0									x	x			x	x										
2	2	0		x											x	x										
3	2	0									x	x	x	x			x	x								
4	1	1						x							x	x					x					
5	1	0	x												x	x										
6	0	3			x																x		x			
7	2	0									x				x	x										
8	2	0				x									x	x										
9	2	0	x												x	x										
10a	1	0										x	x		x		x									
10b	0	1										x	x								x			x		
11	3	0				x									x	x	x									
12	0	3										x									x			x	x	
13a	1	0							x	x					x	x										
13b	0	2							x	x											x		x	x		
13c	1	0							x	x					x	x										
14a	1	0		x			x								x	x										
14b	0	2		x			x														x		x			
15a	0	3											x								x		x	x	x	
15b	0	2											x								x		x	x	x	
16	3	4				x			x						x	x		x	x		x		x	x	x	
Σ	24	21	(14/8)				(10/13)																			

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget
Godkänd: 12 poäng.
Väl godkänd: 25 poäng varav minst 5 vg-poäng.

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmålen1 och 2. Strävansmål 3 kam mera direkt kopplas till uppgifterna 8, 11, 12, 13b, 15a och 16 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 2, 4, 6, 10, 12 och 14-16. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 6, 12, 13, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 12-16 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 13-16 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik ht 2001 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde														Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr			Trigonometri				Diff & integral							Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0													x	x		x		x												
2	2	0						x										x		x												
3	2	0													x	x		x														
4	1	1									x									x		x										
5	1	0					x											x														
6	0	3							x													x		x	x							
7	2	0													x			x														
8	2	0								x								x		x												
9	2	0					x											x		x												
10a	1	0														x		x														
10b	0	1														x						x										
11	3	0								x								x		x												
12	0	3													x	x						x	x	x	x							
13a	1	0											x					x														
13b	0	2											x	x								x		x	x							
13c	1	0											x	x				x		x												
14a	1	0						x			x							x	x													
14b	0	2	¤					x			x											x	x	x	x			x				
15a	0	3	¤												x	x						x	x	x	x	x		x	x			
15b	0	2													x	x						x			x							
16	3	4	¤							x			x					x	x	x		x	x		x	x		x	x		x	
Σ	24	21		/			14/8				10/13																					

Kravgränser
Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	12 poäng.
Väl godkänd:	25 poäng varav minst 5 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	25 poäng varav minst 12 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i minst två* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterier, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betyget Godkänd respektive betyget Väl godkänd användes separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Utdelad g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck 1/0, 2/1 o.s.v.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbart svar ger 1 eller 2 poäng enligt bedömningsanvisningen.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, som t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 Då +1g eller +1vg anges i bedömningsanvisningen ska de angivna minimikraven uppfyllas för att erhålla 1 poäng i tillägg till tidigare erhållna g- eller vg-poäng.

   5.3 När bedömningsanvisningen t.ex. anger +1-2g (eller +1-2vg) innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, fel i deluppgift eller följdfel, formella fel och räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4[*] Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränsen för den uppnådda totalsumman poäng och den uppnådda summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

[*] gäller endast de som följer styrdokumenten 2000

Bedömningsanvisningar (MaD ht 2001)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Del I

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.		**Max 2/0**
	Korrekt primitiv funktion	+1 g
	med godtagbart svar $\left(\dfrac{26}{3}\right)$	+1 g
2.		**Max 2/0**
	Godtagbar graf (den ritade kurvan visar rätt amplitud, den ritade kurvan visar rätt förskjutning)	+1-2 g
3.		**Max 2/0**
	Godtagbart tecknad integral	+1 g
	med korrekt svar (($2+2\pi$) a.e.)	+1 g
4.		**Max 1/1**
	Korrekt genomförd derivering ($f'(x) = x \cdot e^x + e^x$)	+1 g
	med korrekt lösning av ekvationen ($x = -1$)	+1 vg
5.		**Max 1/0**
	Korrekt svar (B)	+1 g
6.		**Max 0/3**
	Korrekt bestämning av $\cos u$	+1 vg
	Utveckling av $\sin(u + 60°)$ med korrekt svar $\left(\dfrac{3+4\sqrt{3}}{10}\right)$	+1-2 vg

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II			
7.			**Max 2/0**
		Angivit en korrekt primitiv funktion	+1 g
		med godtycklig konstant C ($F(x) = x^2 + 5x + C$)	+1 g
8.			**Max: 2/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1 g
		med godtagbart svar (19 mil)	+1 g
9.			**Max 2/0**
		Redovisad godtagbar lösning med en vinkel korrekt	+1 g
		med ytterligare en vinkel korrekt (14° , 76°)	+1 g
10.			**Max 1/1**
	a)	Korrekt svar $\left(\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \right)$	+1 g
	b)	Korrekt svar $\left(-\int_b^c f(x)\mathrm{d}x - \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \right)$	+1 vg
11.			**Max 3/0**
		Redovisad godtagbar metod	+1-2 g
		med godtagbart svar $(2620\ \mathrm{m}^2)$	+1 g
12.			**Max 0/3**
		Redovisat godtagbar metod för bestämning av A och B	+1-2 vg
		med korrekta värden på A och B ($A = -2$ och $B = 4$)	+1 vg
13.			**Max 2/2**
	a)	Korrekt läge (24 m)	+1 g
	b)	Godtagbar ansats t.ex. förstått att $x'(t)$ söks	+1 vg
		Godtagbart uttryck för hastigheten $(v(t) = (t-2)(14-3t))$	+1 vg
	c)	Motiverade korrekta tider för vändlägen (2,0 s och 4,7 s)	+1 g

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
14.			**Max 1/2¤**
	a)	Korrekt svar (C)	+1 g
	b)	Godtagbar ansats till motivering t.ex. utnyttjat att $f'(0)=0$ och $f'(\frac{\pi}{6})<0$ för att utesluta alternativen B och D	+1 vg
		En godtagbar motivering	+1 vg
		Eleven visar kvaliteter på MVG-nivå genom att motivera sitt svar. Eleven redovisar en klar tankegång och korrekt matematiskt språk.	¤
15.			**Max 0/5/¤**
	a)	Godtagbar ansats t.ex. ritat parablerna i ett koordinatsystem och angivit skärningspunkterna på x- och y-axeln	+1 vg
		med parabelns ekvation godtagbart uppställd (t.ex. $y=35-0{,}43x^2$)	+1-2 vg
		Eleven visar kvaliteter på MVG-nivå genom att ha löst uppgiften med generell metod. Eleven visar klar tankegång med korrekt matematiskt språk.	¤
	b)	Arean korrekt tecknad med t.ex. integral	+1 vg
		med godtagbart svar (840 m^2)	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar Poäng

16. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

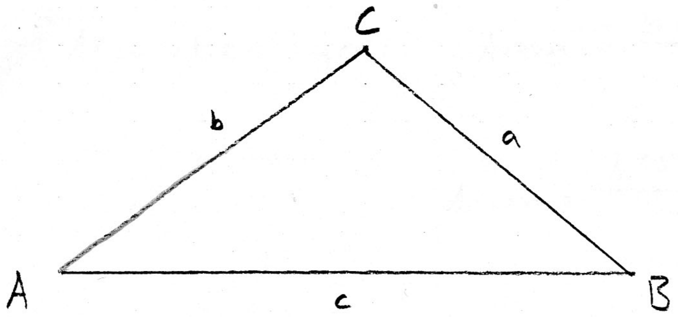
- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="3">Kvalitativa nivåer
Lägre → Högre</th><th>Total poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven beräknar arean av triangeln ABC för ett val av sidorna AB och BC.
1 g</td><td>Eleven beräknar arean av triangeln ABC för två val av sidorna AB och BC.
2 g</td><td>Eleven hittar ett största värde för arean genom prövning eller på annat sätt.
2 g och 1 vg</td><td>2/1</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td></td><td>Eleven drar slutsatser om triangelns area med stöd av minst tre olika beräkningar.
1 vg</td><td>Eleven inför lämpliga variabelbeteckningar och antyder en strategi för generell lösning.
2 vg</td><td>0/2</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td>Redovisningen är möjlig att förstå och följa.
1 g</td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="3"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

Eleven tar fram ett generellt funktionsuttryck och hittar det största värdet för arean med hjälp av den. Eleven redovisar med en klar tankegång och korrekt matematiskt språk. ¤

Elev 1 (2 g och 1 vg)



$c = 3,00$

Jag antar att $a = 1,35$ och $b = 2,7$

Cosinussatsen ger: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2bc \cos A$$

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc} = \cos A$$

$$\cos A = 0,893$$

$$A = 26,74$$

Sinussatsen ger: $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$

$$\frac{\sin 26,74}{1,35} = \frac{\sin C}{3,00}$$

$$\sin C = \frac{\sin 26,74}{1,35} \cdot 3,00$$

$$C = 89,08°$$

Areasatsen ger: $\text{Arean} = \dfrac{ab \sin C}{2}$

$$\text{Arean} = \frac{1{,}35 \cdot 2{,}7 \cdot \sin 89{,}08}{2}$$

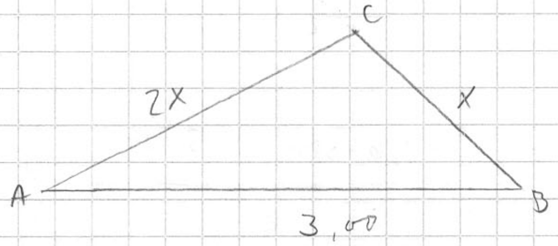
$$\text{Arean} = 1{,}82 \text{ cm}^2$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X			1/0	
Matematiska resonemang				0/0	
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet		X		1/1	För den del eleven utfört (1:a punkten) är redovisningen väl strukturerad och tydlig.
Summa				**2/1**	

Elev 2 (3 g och 2 vg)

(cm)



BC = 2 cm

AC = 4 cm

$$3^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos C$$

$$3^2 - 2^2 - 4^2 = 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos C$$

$$-11 = 16 \cos C$$

$$\cos C = \frac{-11}{16} \approx 0,688$$

$$C = 133,4^\circ$$

$$\text{area} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \sin 133,4}{2} \approx 2,9 \text{ cm}^2$$

BC = 2,1 cm

AC = 4,2 cm

$$3^2 = 2,1^2 + 4,2^2 - 2 \cdot 2,1 \cdot 4,2 \cdot \cos C$$

$$3^2 - 2,1^2 - 4,2^2 = 2 \cdot 2,1 \cdot 4,2 \cdot \cos C$$

$$-13,05 = 17,64 \cos C$$

$$\cos C = \frac{-13,05}{17,64} = -0,74$$

$$C = 137,7^\circ$$

$$\text{area} = \frac{2,1 \cdot 4,2 \cdot \sin 137,7}{2} = 2,967 = 3,0 \text{ cm}^2$$

BC = 2,2

AC = 4,4

$$\text{arean} = \frac{2{,}2 \cdot 4{,}4 \cdot \sin 141{,}7}{2} = 2{,}998 \text{ cm}^2$$

BC = 2,3

AC = 4,6

$$\text{arean} = \frac{2{,}3 \cdot 4{,}6 \cdot \sin 145{,}55}{2} = 2{,}992 \text{ cm}^2$$

BC = 2,25

AC = 4,5

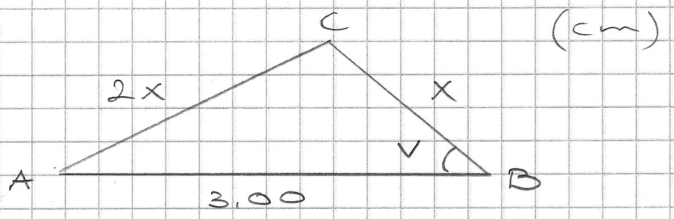
$$\text{arean} = \frac{2{,}25 \cdot 4{,}5 \cdot \sin 143{,}66}{2} = \underline{\underline{2{,}9996 \text{ cm}^2}}$$

Den största arean för △ABC = 2,9996 = 3,0 cm²

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/1	Eleven hittar det största värdet genom fler än två beräk-ningar.
Matematiska resonemang	X	0/1	Drar korrekt slutsats om maximal area med stöd av minst tre beräkningar
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet	X	1/0	
Summa		**3/2**	

Elev 3 (3 g och 4 vg)



Areasatsen ger:

Arean = $\frac{3{,}00x \cdot \sin v}{2}$

Antaganden:

x	v	Area
1	0	–
2	104,5°	2,9 cm²
3	180°	0
1,5	75,5	2,2 cm²
0,5	–	–
3,5	–	–

Cosinussatsen ger:

$(2x)^2 = 3^2 + x^2 - 6x \cos v$

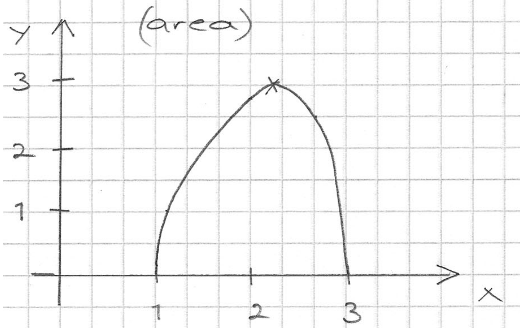
$\cos v = \frac{3x^2 - 9}{-6x}$

=> v ger en positiv (~~negativ~~)
vinkel som sätts in i sin v
och en area fås.

Med hjälp av miniräknaren matade jag in funktionen

$$\frac{3x \cdot \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{3x^2-9}{-6x}\right)\right)}{2}$$

och fick fram följande graf:



- då $1 < x < 3$ får triangeln en area
- största möjliga area får triangeln då $x = 2,24$ cm (arean är då 3 cm^2)

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	2/1	.
Matematiska resonemang	X	0/2	
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet	X	1/1	
Summa		**3/4**	

Eleven formulerar och använder en generell metod vid lösning av problemet. Eleven analyserar och tolkar resultatet med matematiska resonemang. Eleven redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk. ¤

Mål för matematik kurs D

Kursplan Lpf 94	Kursplan 2000
Trigonometri (T)	
T1.förstå hur enhetscirkeln används för att visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer T2.kunna rita grafer till trigonometriska funktioner av typen y = a sin (bx + v) + c samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp T3.kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer T4.kunna beräkna sidor och vinklar i godtyckliga trianglar	T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning, T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp, T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer, T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,
Differential- och integralkalkyl (D)	
D1.kunna härleda eller numeriskt/grafiskt motivera deriveringsreglerna för trigonometriska funktioner samt för sammansatta funktioner D2.kunna härleda och tillämpa formlerna för derivatan av produkt och kvot D3.förstå tankegången bakom några numeriska metoder för ekvationslösning och vid problemlösning kunna använda grafisk/numerisk programvara D4.känna till begreppet differentialekvation och kunna avgöra om en föreslagen funktion är lösningen till en given ekvation D5.kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning D6.förstå innebörden av begreppet integral och inse sambandet mellan integral och derivata D7.kunna ställa upp, tolka och använda integraler vid area-och volymberäkningar och vid andra tillämpningar D8.förstå tankegången bakom några metoder för numerisk integration och vid problemlösning kunna använda grafisk/numerisk programvara för att beräkna integraler	D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning, D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang, D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara, D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå, D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning, D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar, D11.kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,
Övrigt(Ö)	
ge eleven de matematiska kunskaper som krävs för högre studier inom bl a beteendevetenskap, ekonomi och samhällsvetenskap liksom inom de naturvetenskapliga utbildningar som är mindre matematikintensiva.	Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser, Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 1994

Kurs: **Matematik D**
Poäng: **40**

G	**Godkänd**	**V**	**Väl Godkänd**
Ga	• Eleven har insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.	Va	• Eleven har goda insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.
		Vb	• Eleven har insikt i matematikens idéhistoria.
Gc	• Eleven löser uppgifter i vilka problemformuleringen är klart definierad, t. ex. trigonometriska ekvationer och beräkningar av integraler, och exempeltypen är sådan att eleven mött den tidigare.		
Gd	• Eleven känner till och använder några olika bearbetningsstrategier och behandlar enkla och vanliga problemställningar.	Vd	• Eleven kan föreslå, diskutera och värdera olika bearbetningsstrategier och kan behandla problemställningar av olika svårighetsgrad och art.
		Ve	• Eleven använder och kombinerar därvid olika matematiska modeller och metoder i såväl kända som nya situationer.
Gf	• Eleven utför nödvändiga beräkningar, använder i relevanta sammanhang tekniska hjälpmedel och har viss förmåga att värdera resultaten.		
Gg	• Eleven kan skriftligt göra en redovisning av bearbetning av problem där tankegången kan följas och kan med tydlighet rita de figurer, diagram eller koordinatsystem som erfordras.	Vg	• Eleven kan göra en skriftlig redovisning av bearbetning av problem. I redovisningen visar eleven en klar tankegång och kan rita korrekta och tydliga figurer.
Gh	• Eleven kan med visst stöd muntligt redovisa tankegången i bearbetning och lösning av problem även om det matematiska språket inte behandlas helt korrekt.	Vh	• Eleven kan muntligt med klar tankegång redovisa och förklara arbetsgången i problemlösningen med ett acceptabelt matematiskt uttryckssätt.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						.
Matematiska resonemang						
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet						
Summa						

Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						.
Matematiska resonemang						
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet						
Summa						

Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						.
Matematiska resonemang						
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet						
Summa						

Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						.
Matematiska resonemang						
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet						
Summa						

Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande						.
Matematiska resonemang						
Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet						
Summa						