NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 2006

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C och D”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 9 uppgifter och **Del II** av 8 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 17 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 44 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 13 poäng. Väl godkänd: 26 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: 26 poäng varav minst 13 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Bestäm en primitiv funktion F till $f(x) = 4x^3 - 4x$ *Endast svar fordras* (1/0)

2. Derivera

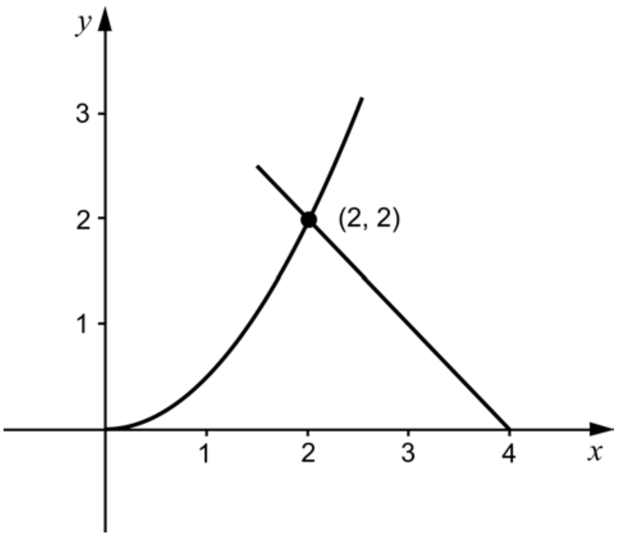
a) $f(x) = 2\cos 3x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = x \cdot \sin x$ *Endast svar fordras* (1/0)

3. Beräkna $\int_1^2 (1 - x)\,\mathrm{d}x$ (2/0)

4. Bestäm $\cos 7\pi$ (2/0)

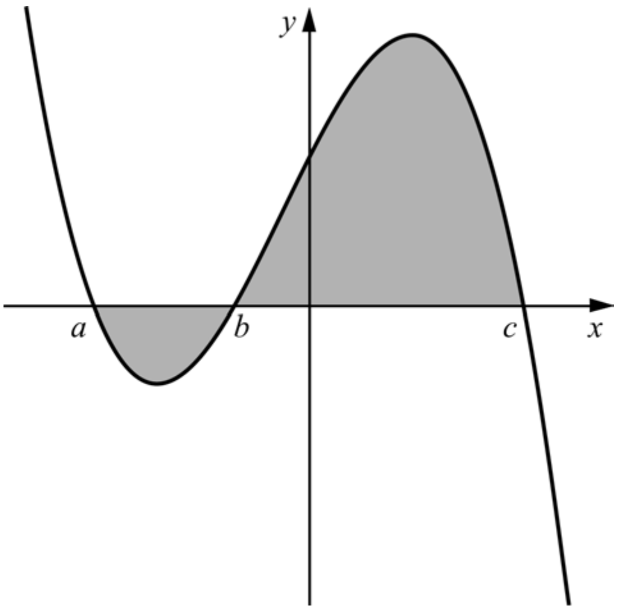
5. Figuren visar ett område som begränsas av kurvan $y = \dfrac{x^2}{2}$, linjen $y = 4 - x$ och x-axeln. Beräkna områdets area. (3/0)



6. En sinusfunktion f har amplituden 3 och perioden $\frac{\pi}{5}$

Bestäm ekvationen för funktionen på formen $f(x) = a\sin kx$ (1/1)

7. Figuren visar grafen till funktionen f



Vilket av alternativen A-E ger den sammanlagda arean av de områden som markerats i figuren?

Endast svar fordras (0/1)

A. $\int_a^c f(x)\,dx$

B. $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$

C. $-\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$

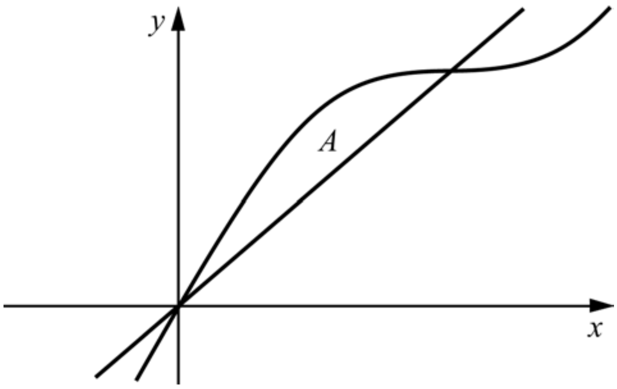
D. $-\int_a^0 f(x)\,dx + \int_0^c f(x)\,dx$

E. $-\int_a^b f(x)\,dx - \int_b^0 f(x)\,dx + \int_0^c f(x)\,dx$

8. Lös ekvationen $\cos\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ då $0 \le x \le 6\pi$ (1/2)

9. Figuren visar ett område A som begränsas av kurvorna $y = x + \sin x$ och $y = x$

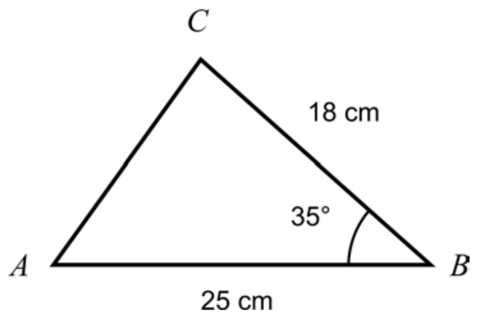
Beräkna a så att linjen $x = a$ delar området A i två lika stora delar. (0/3/¤)



Del II

Denna del består av 8 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10. Figuren visar triangeln *ABC*. Beräkna längden av sträckan *AC*.



(2/0)

11. Bestäm den primitiva funktion F till $f(x) = e^{2x} - 1$ som uppfyller villkoret $F(0) = 2$ (2/0)

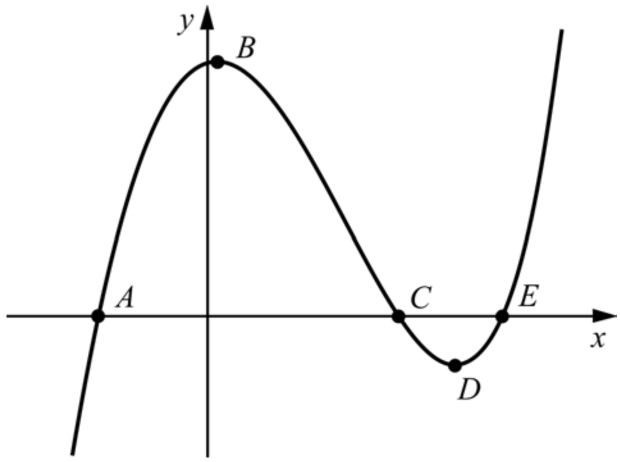
12. I början av 1980-talet var fjällgåsen i det närmaste helt utrotad i Sverige. Naturvårdsverket startade år 1981 ”Projekt fjällgås” som gick ut på att rädda arten.

Efter en längre tid kunde situationen matematiskt beskrivas med differentialekvationen:

$\frac{dy}{dt} = 0{,}15 \cdot y$, där y är antalet fjällgäss vid tiden t år räknat från år 1999.

Förklara med egna ord innebörden av differentialekvationen i detta sammanhang. (1/1)

13. Figuren visar grafen till $f(x) = x^3 - 6x^2 + e^x + 8$



a) Bestäm en av lösningarna till ekvationen $f(x) = 0$
Svara med 3 decimalers noggrannhet. (1/0)

b) I vilken av de markerade punkterna gäller både att $f'(x) = 0$ och att $f''(x) > 0$? Förklara. (1/1)

14. Temperaturen y °C i ett hus, under ett dygn, kan beskrivas av funktionen

$$y(t) = 20 + 3 \cdot \sin \frac{\pi(t-8)}{12}$$

där t är tiden i timmar och där t = 0 motsvarar midnatt.

a) Mellan vilka värden varierar temperaturen i huset?
Endast svar fordras (1/0)

b) Vid vilken tidpunkt på dygnet ökar temperaturen som mest och med vilken hastighet sker detta? (0/3)

15. De styrande i ett land är osäkra på befolkningsutvecklingen i landet. De anlitar två olika konsulter för att de ska göra var sin prognos över befolkningsutvecklingen de kommande åren.

Den första konsulten anser att folkmängden kommer att växa med hastigheten $100e^{0,02t}$ tusen personer per år.

Den andra konsulten anser att folkmängden kommer att växa med hastigheten $100 + 0,2t + 0,02t^2$ tusen personer per år.

I båda prognoserna är t tiden i år räknat från början av år 2000.

Prognoserna ger olika besked om hur mycket befolkningen kommer att öka. Hur stor är skillnaden i folkmängd mellan de båda prognoserna i början av år 2015? (0/3)

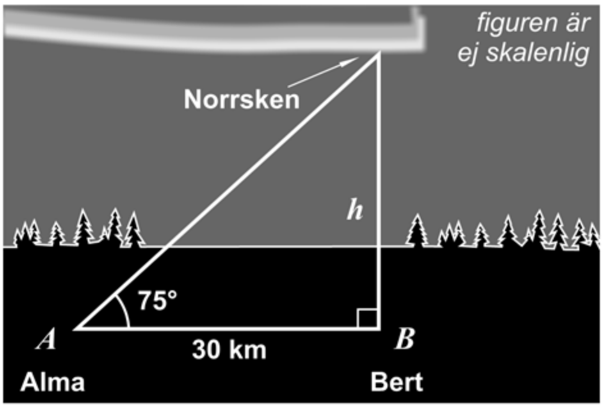
16. Visa med hjälp av derivata att ekvationen $4\tan x - 2,5 = 8x$ har exakt **en** rot i intervallet $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ (0/3/¤)

Vid bedömning av ditt arbete med uppgiften kommer läraren att ta hänsyn till:
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

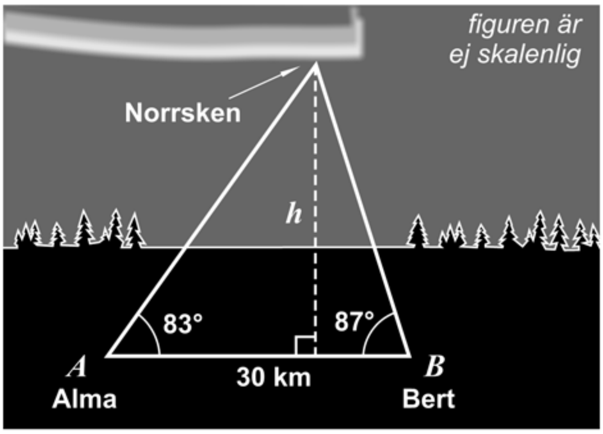
17. Alma ser en kväll ett vackert norrsken i skyn rakt norrut. Hon mäter höjdvinkeln till 75° med sin gradskiva, se figur nedan.

Hon tittar på kartan och upptäcker att klasskompisen Bert bor rakt norr om henne på avståndet 30 km. Hon ringer Bert och berättar om norrskenet. Bert ser samma norrsken men rakt ovanför sig, se figur.

- På vilken höjd, *h*, låg norrskenet? Jordytan kan betraktas som plan vid beräkningarna.



- En annan kväll ser Alma och Bert återigen ett norrsken och mäter samtidigt den höjdvinkel som de observerar norrskenet på. Vinklarna de mäter är $A = 83°$ i nordlig riktning respektive $B = 87°$ i sydlig riktning, se figur nedan. På vilken höjd, *h*, ligger norrskenet denna gång?



- Alma och Bert bestämmer sig för att ägna sitt kommande projektarbete åt norrsken. De vill hitta en formel som direkt ger höjden om man matar in uppmätta värden på vinklarna *A* och *B*. Härled en lämplig formel i förenklad form.

- Gäller formeln även om norrskenet befinner sig norr om Bert så att vinkeln *B* är trubbig? Motivera ditt svar. (3/3/¤)

Innehåll **Sid nr**

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000 3

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet.............................. 4

Kravgränser 5

Allmänna riktlinjer för bedömning.. 6

Bedömningsanvisningar del I och del II.. 7

Mål för matematik kurs D - Kursplan 2000 22

Betygskriterier 2000 23

Kopieringsunderlag för aspektbedömning.. 24

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter 25

Insamling av provresultat hösten 2006.. 26

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5, 6, 9, 14, 15, 16 och 17 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16 och 17. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 8, 9, 14, 15, 16 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 1, 5, 6, 7, 8, 11, 13 och 16 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 5, 7, 9, 14, 15, 16 0ch 17 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik ht 2006 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde														Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr			Trigonometri				Diff & integral							Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	1	0													x			x		x												
2a	1	0									x							x														
2b	1	0									x							x														
3	2	0														x		x	x	x												
4	2	0					x											x		x												
5	3	0													x	x		x	x	x												
6	1	1						x										x		x		x		x								
7	0	1														x						x										
8	1	2							x									x	x	x		x	x	x								
9	0	3	¤						x						x	x						x	x	x	x			x	x			
10	2	0								x								x		x												
11	2	0													x			x		x												
12	1	1												x				x	x			x	x	x								
13a	1	0											x					x		x												
13b	1	1										x						x		x		x	x	x	x							
14a	1	0						x										x	x	x												
14b	0	3			x			x			x		x									x	x	x	x							
15	0	3														x	x					x	x	x	x							
16	0	3	¤		x				x		x											x	x	x	x			x	x	x		
17	3	3	¤				x		x	x								x	x	x		x	x	x	x	x		x		x	x	
Σ	23	21		0/1			10/9				13/11																					

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 23 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	13 poäng.
Väl godkänd:	26 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	26 poäng varav minst 13 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift		
MVG-kvalitet	9	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○		○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		○	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang		○	○
Värderar och jämför metoder/modeller			
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	○	○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ” Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaD ht 2006)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I			
1.			**Max 1/0**
		Korrekt primitiv funktion $\left(F(x) = x^4 - 2x^2\right)$	+1 g
2.			**Max 2/0**
	a)	Korrekt svar ($-6\sin 3x$)	+1 g
	b)	Korrekt svar ($\sin x + x\cos x$)	+1 g
3.			**Max 2/0**
		Korrekt bestämning av den primitiva funktionen	+1 g
		med i övrigt godtagbar lösning $\left(-\dfrac{1}{2}\right)$	+1 g
4.			**Max 2/0**
		Godtagbar ansats, t ex använder periodiciteten	+1 g
		med korrekt svar (-1)	+1 g
5.			**Max 3/0**
		Godtagbar ansats, t ex delar in området i två delområden och bestämmer arean av det ena delområdet korrekt	+1 g
		Bestämmer arean av det andra delområdet korrekt	+1 g
		med i övrigt godtagbar lösning $\left(\dfrac{10}{3}\right)$	+1 g

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
6.		**Max 1/1**
	Korrekt angivet värde på *a* (3)	+1 g
	Godtagbar bestämning av *k* (10)	+1 vg
7.		**Max 0/1**
	Korrekt svar (C)	+1 vg
8.		**Max 1/2**
	Godtagbar ansats, t ex bestämmer en vinkel i intervallet	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning $\left(x_1 = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{11\pi}{2} \right)$	+1-2 vg
9.		**Max 0/3/¤**
	Godtagbar bestämning av skärningspunkter	+1 vg
	Godtagbar metod för bestämning av *a*	+1 vg
	med korrekt svar $\left(a = \frac{\pi}{2} \right)$	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda en generell metod för att bestämma *a*, t ex ställa upp en ekvation eller genomföra ett resonemang kring symmetrin hos sinusfunktionen.*
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med i ett huvudsak korrekt matematiskt språk.

* Eftersom denna uppgift kräver MVG-kvalitet för sin lösning så kommer godtagbara elevlösningar att ge vg-poäng och visa på en MVG-kvalitet på samma gång.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

Elevlösning 1 (2 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$$x + \sin x = x$$
$$\sin x = 0$$
$$x = \sin^{-1}(0) + n \cdot 360$$
$$x = 0 + n \cdot 360$$
$$x_2 = \pi + n \cdot 360$$
gränserna = 0 och π
$$\int_0^{\pi} (\sin x)\,dx$$
$$F(x) = -\cos x$$
$$F(\pi) = -\cos \pi$$
$$F(0) = -\cos 0$$
$$F(\pi) - F(0) = -\cos \pi + 1 \quad \text{a.e.}$$
Arean delat på 2 ska vara arean efter delning
$$\int_0^{a} (\sin x)\,dx = \frac{-\cos \pi + 1}{2} \qquad \boxed{F(x) = -\cos x}$$
$$F(a) - F(0) = \frac{-\cos \pi + 1}{2}$$
$$-\cos a - (-\cos 0) = \frac{-\cos \pi + 1}{2}$$
$$-\cos a - \cos 0 = \frac{-\cos \pi + 1}{2}$$
$$-\cos a = \frac{-\cos \pi + 1}{2} + \cos 0$$
$$-\cos a = \frac{2}{2} + 1 = 2$$
$$-\cos a = 2$$
$$\cos a = -2$$
$$\underline{\underline{a = \cos^{-1}(-2)}}$$

Kommentar:
Elevens lösning uppvisar de två MVG-kvaliteterna, dels genom att en generell metod för att bestämma *a* används, dels genom att redovisningen är tillräckligt klar och tydlig. Däremot gör eleven ett teckenfel i sina beräkningar och får därför inte vg-poängen för korrekt svar. Teckenfelet medför ett orimligt svar som eleven borde ha reflekterat över.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng

Del II

10. **Max 2/0**

Godtagbar ansats, t ex använder cosinussatsen +1 g

med godtagbar beräkning av *AC* (15 cm) +1 g

11. **Max 2/0**

Godtagbar bestämning av en primitiv funktion +1 g

med korrekt svar ($F(x) = \frac{e^{2x}}{2} - x + \frac{3}{2}$) +1 g

12. **Max 1/1**

Godtagbar ansats, t ex anger att antalet fjällgäss ökar +1 g

Godtagbar förklaring (”Antalet fjällgäss ökar med hastigheten 15 % per år av det aktuella antalet”) +1 vg

13. **Max 2/1**

a) Godtagbar bestämning av något nollställe (Något av följande $x_A = -1{,}085$, $x_C = 1{,}878$, $x_E = 2{,}888$) +1 g

b) Korrekt svar +1 g

med godtagbar motivering (”De givna villkoren innebär att punkten är en minimipunkt, det vill säga punkt *D*”) +1 vg

14. **Max 1/3**

a) Korrekt svar (Mellan 17 ºC och 23 ºC) +1 g

b) Godtagbar ansats, t ex deriverar funktionen och får $\frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi(t-8)}{12}$ eller

påbörjar en grafisk undersökning av funktionens derivata +1 vg

med i övrigt godtagbar lösning (Kl. 8 är hastigheten 0,79 ºC/h) +1-2 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
15.		**Max 0/3**
	Påbörjar lösningen godtagbart, t ex tecknar ett integraluttryck för ökningen enligt den ena modellen	+1 vg
	Godtagbar fortsättning, t ex tecknar ett integraluttryck för det sökta värdet	+1 vg
	med godtagbar beräkning av svaret (200 000)	+1 vg
16.		**Max 0/3/¤**
	Godtagbar ansats, t ex genom att bilda funktionen $f(x) = 4\tan x - 2{,}5 - 8x$	+1 vg
	Bestämmer och motiverar derivatans nollställen i intervallet.	+1 vg
	Drar korrekt slutsats utifrån derivatan och funktionen	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	t ex analysera derivatans teckenväxlingar och funktionens värden i lämpliga punkter.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att ekvationen har exakt en rot i intervallet.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med i ett huvudsak korrekt matematiskt språk.

Denna rättningsmall är utformad efter förutsättningen att eleven bildat **en** funktion.
Andra lösningar behandlas på motsvarande sätt.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

Elevlösning 1 (3 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$4\tan x - 2{,}5 = 8x$

$4\tan x - 2{,}5 - 8x = 0$

$f(x) = 4\tan x - 2{,}5 - 8x$

$f'(x) = \frac{4}{\cos^2 x} - 8$

$f'(x) = 0$

$\Downarrow$

$\frac{4}{\cos^2 x} = 8$

$\frac{1}{2} = \cos^2 x$

$\sqrt{\frac{1}{2}} = \cos x$

$\frac{\pi}{4} = x$

$\frac{4}{\cos^2 x} = 8$

x	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$		0		$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$f'(x)$	$+$	0		$-$		0	$+$
		max				min	

linjen har maximi ~~eller~~ och minimi i $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{\pi}{4}$ Näste kommer 2π senare och den innan 2π tidigare

$f(-\frac{\pi}{4}) = 4\tan -\frac{\pi}{4} - 2{,}5 + \frac{8\cdot\pi}{4} = -0{,}21$

$\pm\frac{\pi}{4}$ ger enda extrempunkterna i intervallet

så linjen skär x-axeln endast en gång Det är efter $\frac{\pi}{4}$ Det syns på räknaren

Kommentar:
Elevens lösning visar MVG-kvalitet genom att analysera derivatans teckenväxlingar med hjälp av teckenschema och visa att funktionsvärdet i maximipunkten är negativt. (Observera att eleven inte har bestämt alla nollställen för derivatan då eleven inte har tagit hänsyn till fallet $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ men har bestämt alla nollställen som finns i det givna intervallet.) I sin argumentering för att ekvationen har endast en rot i intervallet hänvisar eleven till extrempunkterna men kopplingen till kurvans form och derivatan är ganska vag och indirekt så resonemanget visar nätt och jämnt MVG-kvalitet. Elevens redovisning är inte tillräckligt klar och tydlig för att kunna sägas visa MVG-kvalitet.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Elevlösning 2 (3 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

$4\tan x - 2{,}5 = 8x \qquad -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

$f(x) = 4\tan x - 2{,}5 - 8x$

$f'(x) = \frac{4}{\cos^2 x} - 8$

$0 = \frac{4}{\cos^2 x} - 8$

$8 = \frac{4}{\cos^2 x}$

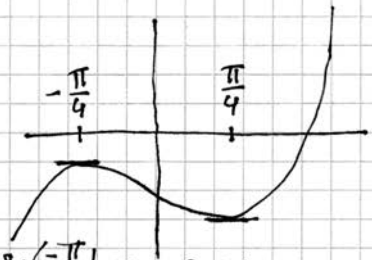
$8\cos^2 x = 4$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$

$\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi \cdot n$

	$-\frac{\pi}{4}$		0		$\frac{\pi}{4}$	
$f(x)$	↗		↘			↗
$f'(x)$	+	0	−		0	+



$f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 2{,}5 - 8\cdot\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -0{,}21$

skär ej x-axeln i intervallet $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}$

alltså ingen rot där

$f(x) = 4\tan x - 2{,}5 - 8x$ $\quad$ f(x) går mot oändligheten

$x \to \frac{\pi}{2}$ $\quad$ då $x \to \frac{\pi}{2}$

alltså skär grafen x-axeln en gång i intervallet

$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ då kurvan är strängt växande,

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) \to \infty$, och $f\left(\frac{\pi}{4}\right) < 0$

så skär grafen x-axeln en gång i intervallet

$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ och ingen gång i intervallet

$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}$ alltså en gång i intervallet

$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Kommentar:
Elevens lösning visar MVG-kvalitet genom att analysera derivatans teckenväxlingar med hjälp av teckenschema och visa att funktionsvärdet i maximipunkten är negativt. (Observera att eleven inte har bestämt alla nollställen för derivatan då eleven inte har tagit hänsyn till fallet $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ men har bestämt alla nollställen som finns i det givna intervallet.) Elevens argumentering för att ekvationen har endast en rot i intervallet visar MVG-kvalitet genom att tydligt beskriva vad som händer med kurvan i intervallet och i samband med detta hänvisa till extrempunkterna. Elevens redovisning är tillräckligt klar och tydlig för att kunna sägas visa MVG-kvalitet.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

17. **Max 3/3/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar.

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="3">Kvalitativa nivåer
Lägre → Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

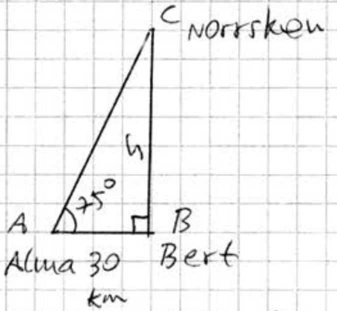
Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven beräknar höjden i något av fallen (112 km eller 171 km)
1 g</td><td>Eleven beräknar höjden i båda fallen
2-3 g</td><td></td><td>3/0</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td></td><td>Eleven påbörjar en härledning av ett uttryck för höjden då norrskenet befinner sig mellan A och B
1 vg</td><td>Eleven härleder ett generellt uttryck för höjden då norrskenet befinner sig mellan A och B, t ex $\frac{30\cdot\sin A\cdot\sin B}{\sin(180-A-B)}$
2 vg</td><td>0/2</td></tr>
<tr><td>Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td></td><td colspan="2">Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. Redovisningen ska omfatta del av tredje punkten.
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="3"></td><td>3/3</td></tr>
</table>

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	visa att formeln är densamma även om vinkeln B är trubbig.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	ta fram en formel i *förenklad* form, även om eleven bara visat den när norrskenet befinner sig mellan A och B. ($h = \frac{30 \cdot \sin A \cdot \sin B}{\sin(A+B)}$)
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	utföra redovisningen välstrukturerat med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 17.

Elevlösning 1 (3 g och 2 vg)

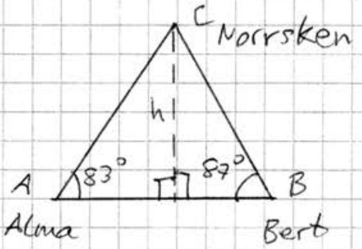


$\angle C = 180 - (90 + 75) = 15°$

sinussatsen = $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$\frac{\sin 75°}{h} = \frac{\sin 15°}{30}$ $\quad h \approx 110$

Svar: Norrskenet ligger på höjden 110 km



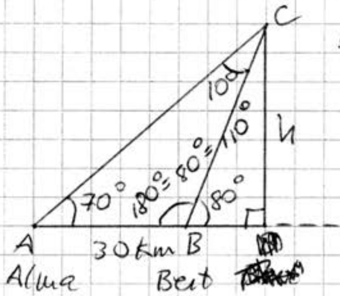
$\angle C = 180° - (83° + 87°) = 10°$

sinussatsen:

$\frac{\sin 10°}{30} = \frac{\sin 83°}{BC}$ $\quad BC \approx 171,48$

$\frac{\sin 90°}{171,48} = \frac{\sin 87°}{h}$ $\quad h \approx 170$

Svar: Norrskenet ligger på höjden 170 km



Norrskenet till höger om Bert

$\angle C = 180° - (100° + 70°) = 10°$

sinussatsen

$\frac{\sin 10°}{30} = \frac{\sin 70°}{BC}$ $\quad BC \approx 162,34$

$\frac{\sin 90°}{162,34} = \frac{\sin 80°}{h}$ $\quad h \approx 160$

$$\frac{\sin 180-(180-80+70)}{30}=\frac{\sin 70}{BC\ (=a)}$$

$$\frac{\sin 90^\circ}{BC\ (=a)}=\frac{\sin 80}{h}$$

$$\frac{\sin(A+B)}{30}=\frac{\sin A}{BC} \Rightarrow 30\sin A = BC\sin(A+B)$$

$$\frac{\sin 90^\circ}{BC}=\frac{\sin B}{h} \Rightarrow h=\underset{\downarrow \atop a}{BC}\cdot\sin A$$

svar: Vinklarna A och B ska mätas

Formel $h = B\sin A$

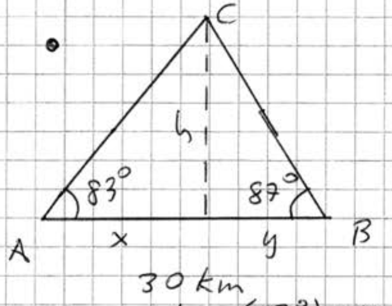
	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X		3/0	
Matematiska resonemang		X		0/1	Eleven påbörjar en härledning.
Redovisning och matematiskt språk		X		0/1	
Summa				**3/2**	

Kommentar:
Eleven har beräknat höjden i de två konkreta fallen, men misslyckas med att ta fram en allmän formel. Redovisningen är lätt att följa och förstå.

Elevlösning 2 (3 g och 3 vg och en av MVG-kvaliteterna)

- $\tan 75° = \frac{h}{30}$

  $\tan 75° \cdot 30 = h \qquad h \approx 110\text{ km}$

- 

  $\tan 87° = \frac{h}{y} \qquad h = \tan 87° \cdot y$

  $\tan 83° = \frac{h}{x} \qquad h = \tan 83° \cdot x$

  $\tan 87° \cdot y = \tan 83° \cdot x$

$y = \frac{\tan(83°) \cdot x}{\tan 87°}$

$x + y = x\left(\left(\frac{\tan(83°)}{\tan(87°)}\right) + 1\right)$

$30 = x\left(\left(\frac{\tan 83°}{\tan 87°}\right) + 1\right), \quad x = \frac{30}{\left(\left(\frac{\tan 83°}{\tan 87°}\right) + 1\right)}$

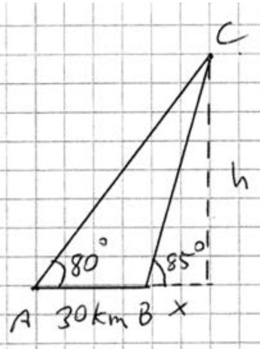
$\frac{h}{x} = \tan 83°, \quad \tan 83° = \frac{h}{\frac{30}{\left(\frac{\tan 83°}{\tan 87°}\right) + 1}}$

$h = \frac{\tan 83° \cdot 30}{\left(\frac{\tan 83°}{\tan 87°}\right) + 1}$

$h \approx 171\text{ km}$

- Om norrskenet ligger mellan dem är formeln

  $h = \frac{\tan(A) \cdot 30}{\left(\frac{\tan(A)}{\tan(B)}\right) + 1}$



$\tan 85° = \frac{h}{x}$

$\tan 80° = \frac{h}{30+x}$

$11{,}43 = \frac{h}{x}$ $\quad$ $11{,}43x = h$

$5{,}67 = \frac{h}{30+x}$ $\quad$ $11{,}43x \approx 170 + 5{,}67x$

$5{,}76x \approx 170$

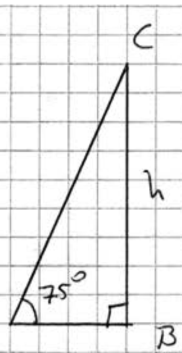
$x = \frac{170}{5{,}76}$

$x \approx 29{,}5 \text{ km}$

Kvalitativa nivåer		Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	3/0	
Matematiska resonemang	X	0/2	Eleven har tagit fram en formel för höjden då norrskenet befinner sig mellan Alma och Bert.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**3/3**	

Kommentar:
Eleven tar fram en formel till då norrskenet ligger mellan Alma och Bert, även om uttrycket skulle kunna skrivas om något mer förenklat. Lösningen motsvarar VG-kvalitet vad gäller redovisningen. Elevlösningen visar en MVG-kvalitet.

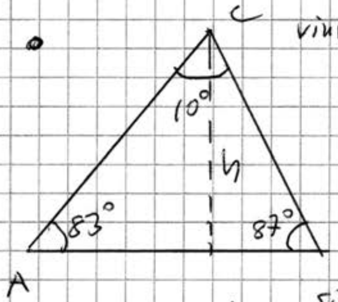
Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och tre av MVG-kvaliteterna)



$\tan v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{närl. katet}}$

$h = \tan(75^\circ) \cdot 30 = 112$ km

Norrskenet låg på 112 km höjd



vinkelsumman $= 180^\circ$

$C = 180^\circ - (83^\circ + 87^\circ)$

$C = 10^\circ$

sinussats: $\dfrac{\sin C}{c} = \dfrac{\sin A}{a}$

$\dfrac{\sin 10^\circ}{30} = \dfrac{\sin 83^\circ}{a}$

$a \sin 10^\circ = 30 \sin 83^\circ$

$a = \dfrac{30 \sin 83^\circ}{\sin 10^\circ}$

$a \approx 171,48$

$\sin a = \dfrac{\text{motst. katet}}{\text{hypotenusan}}$

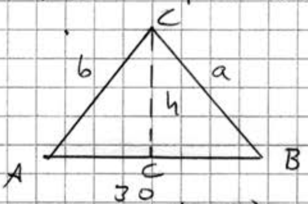
$\sin 87^\circ = \dfrac{h}{171,48}$

$171,48 \sin 87^\circ = h$

$h = 171,2$

Detta norrsken är på 171,2 km höjd

Vill hitta en formel som direkt ger höjden



$C = 180 - (A + B)$

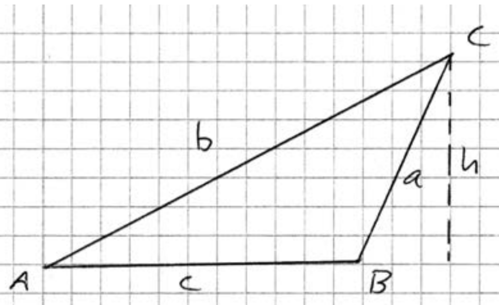
$\dfrac{\sin C}{c} = \dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b}$

$a_1 = \dfrac{30 \sin A}{\sin(180 - (A+B))}$

$h_1 = \dfrac{30 \sin A \sin B}{\sin(180 - (A+B))}$

$\left(\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin(180 - (A+B))}{30} \right.$

$\left. \sin v = \dfrac{\text{motst.}}{\text{hypot.}} \right)$



Formel om norrsken norr om Bert

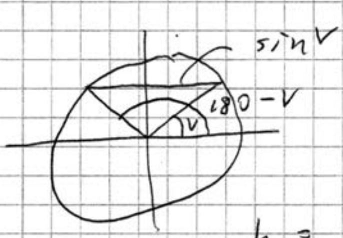
$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

30

$$a_2 = \frac{30 \sin A}{\sin(180-(A+B))}$$

$$h_2 = \frac{\sin(180-B)\cdot 30 \sin A}{\sin(180-(A+B))}$$

Enhetscirkel



men även sin(180 − v) medför att sin v = sin(180 − v) används i de olika fallen

$$h_2 = \frac{30 \sin(180-B)\sin A}{\sin(180-(A+B))} = \frac{30 \sin A \sin B}{\sin(A+B)}$$

$$h_1 = h_2$$

allmän formel : $\frac{30 \sin A \sin B}{\sin(A+B)}$

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X		3/0	
Matematiska resonemang			X	0/2	
Redovisning och matematiskt språk			X	0/1	
Summa				**3/3**	

Kommentar:
Eleven visar en fullständig lösning. Lösningen visar MVG-kvaliteter i alla tre avseenden.

Mål för matematik kurs D

Kursplan 2000

Trigonometri (T)
T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning,

T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp,

T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer,

T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,

Differential- och integralkalkyl (D)
D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning,

D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang,

D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara,

D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå,

D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning,

D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar,

D11.kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande					
Matematiska resonemang					
Redovisning och matematiskt språk					
Summa					

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning		//////		
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	//////		//////	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	//////			
Värderar och jämför metoder/modeller	//////	//////	//////	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning		//////		
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	//////		//////	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	//////			
Värderar och jämför metoder/modeller	//////	//////	//////	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)			Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9	16	17	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning		//////		
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	//////		//////	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	//////			
Värderar och jämför metoder/modeller	//////	//////	//////	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk				

Insamling av provresultat

Höstterminen 2006 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

För matematik kurs D gäller följande:

Elevresultat rapporteras **för elever födda den 6:e, 8:e, 10:e och 15:e varje månad** på en webbplats som nås via http://www.umu.se/edmeas/np. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats**.**

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post för **elever födda den 6:e i varje månad.**

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet
Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se