

Prov som ska återanvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återanvändas t.o.m. 2016-12-31.
Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 2010

Anvisningar

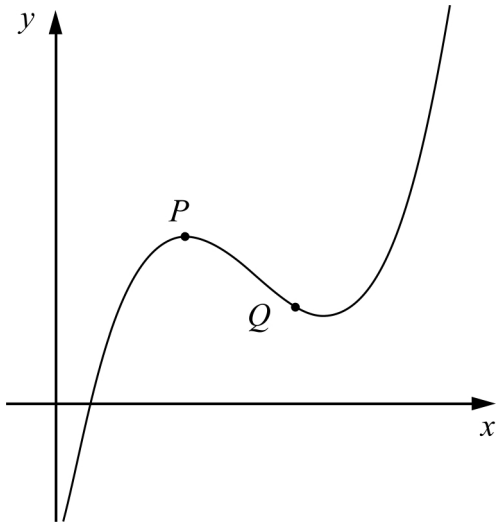
- Provtid 240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 135 minuter för arbetet med Del I.**
- Hjälpmedel **Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs D”.
Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.
Del II: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs D”.
- Provmaterialet Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar.
Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in.
*Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.
Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
- Provet Provet består av totalt 17 uppgifter. **Del I** består av 11 uppgifter och **Del II** av 6 uppgifter.
Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel.
Uppgift 11 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete.
Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
- Poäng och betygsgränser Provet ger maximalt 44 poäng.
Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med \boxtimes , vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna.
Undre gräns för provbetyget
Godkänt: 13 poäng.
Väl godkänt: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng.
Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de \boxtimes -märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 11 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_1^2 2x^3 dx$ (2/0)
2. a) Uttryck 210° i radianer. *Endast svar fordras* (1/0)
b) Uttryck -3π i grader. *Endast svar fordras* (1/0)
3. Derivera
- a) $g(x) = 4 \sin 5x$ *Endast svar fordras* (1/0)
b) $h(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$ *Endast svar fordras* (0/1)
4. Bestäm den primitiva funktion F till $f(x) = e^{3x}$ för vilken $F(0) = \frac{4}{3}$ (2/0)
5. För vilka vinklar ν i intervallet $0^\circ \leq \nu \leq 360^\circ$ gäller det att $\cos \nu < \cos 160^\circ$? (1/1)

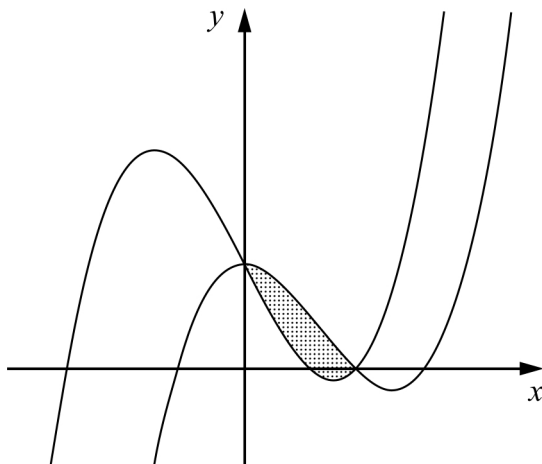
6. I figuren visas tredjegradskurvan $y = f(x)$. Punkterna P och Q ligger på kurvan. P är en lokal maximipunkt. I tabellen visas olika alternativ A-H för tecknen på $f'(x)$ och $f''(x)$.



	$f'(x)$	$f''(x)$
A	+	+
B	+	0
C	+	-
D	0	+
E	0	-
F	-	+
G	-	0
H	-	-

- a) Ange vilket av alternativen A-H som passar in på punkten P .
Endast svar fordras (1/0)
- b) Ange vilket av alternativen A-H som passar in på punkten Q .
Endast svar fordras (0/1)

7. Figuren visar ett område som begränsas av kurvorna $y = x^3 - 2x + 1$ och $y = x^3 - 2x^2 + 1$



- Teckna ett integraluttryck för områdets area och beräkna denna. (1/2)

8. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $f'(x) = 0$ i intervallet $0 \leq x \leq \pi$ då $f(x) = 2x + \cos 4x$ (1/2)

9. Visa att $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \tan x$ för alla x där uttrycken i båda led är definierade. (0/2/□)

10. Eva och Kerstin diskuterar hur de ska lösa följande uppgift:

$$\text{Visa att } F_1(x) = \frac{1}{1 - \sin x} \text{ och } F_2(x) = \frac{2 \sin x - 1}{1 - \sin x}$$

är primitiva funktioner till en och samma funktion.

Eva säger att hon tänker undersöka derivatan för de givna funktionerna.
Kerstin säger att det även går att lösa uppgiften genom att undersöka differensen av de primitiva funktionerna.

- a) Lös uppgiften med någon av metoderna. (0/2)
- b) Förklara varför Kerstins metod fungerar. (0/0/□)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

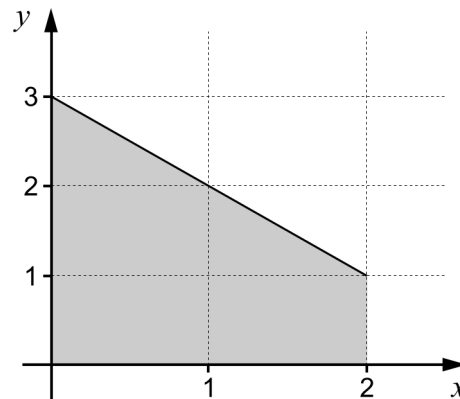
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

11. I den här uppgiften ska du undersöka sambandet mellan area och integral.

Figuren visar $y = g(x)$ i intervallet $0 \leq x \leq 2$

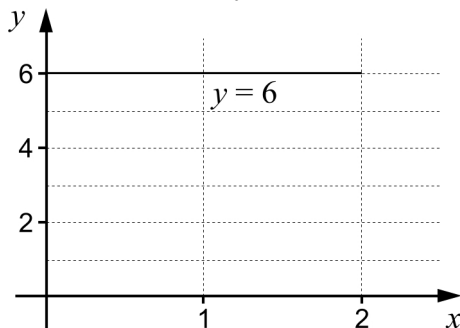
Det skuggade områdets area är 4 a.e.
Alltså gäller att

$$\int_0^2 g(x) dx = 4$$

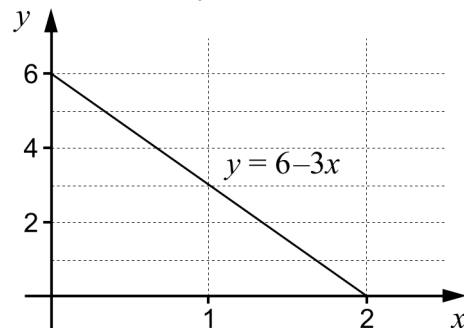


- Beräkna integralerna A och B , till exempel genom att tolka dem som areor.

$$A = \int_0^2 6 dx$$



$$B = \int_0^2 (6 - 3x) dx$$



- Bestäm två exempel på linjära funktioner på formen $y = kx + m$ med

egenskapen $\int_0^2 (kx + m) dx = 1$

- Bestäm ett generellt samband mellan k och m som måste gälla för att

$$\int_0^2 (kx + m) dx = 1$$

- Bestäm vilket ytterligare villkor för värdet på k eller m som måste gälla för

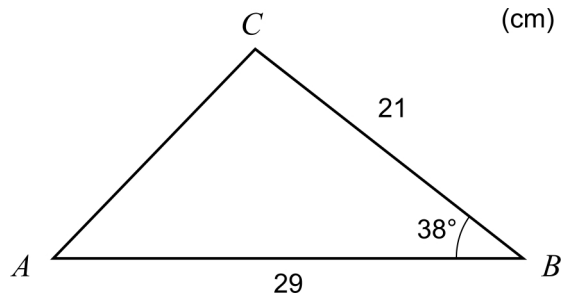
att $\int_0^2 (kx + m) dx$ ska kunna tolkas som arean av ett område i första

kvadranten och $\int_0^2 (kx + m) dx = 1$

Del II

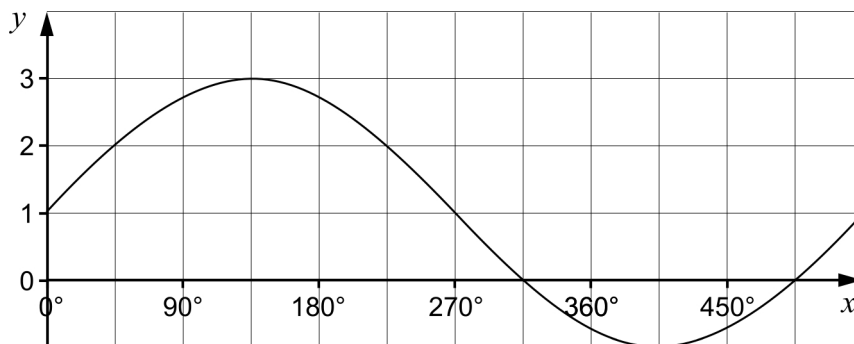
Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

12. Figuren visar triangeln ABC . Beräkna längden av sträckan AC .



(2/0)

13. En funktion av typen $y = A + B \sin kx$ ger grafen nedan.



Bestäm värdena på A , B och k .

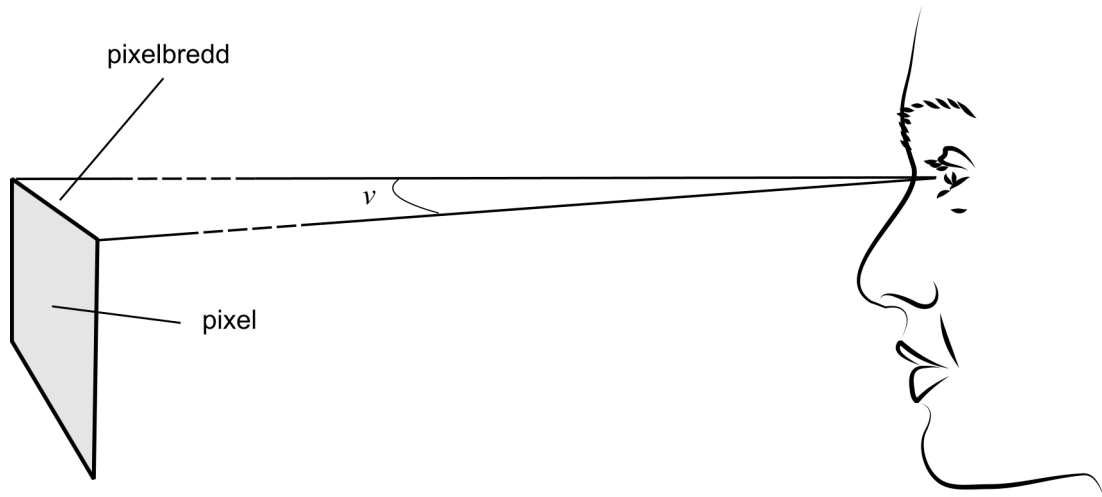
Endast svar fordras

(2/1)

14. För att bildkvaliteten på en TV ska upplevas vara så bra som möjligt ska man sitta på ett avstånd så att man precis kan urskilja en enstaka bildpunkt, det vill säga en pixel. Sitter man för långt från TV:n börjar detaljerna flyta samman och sitter man för nära ser man de enskilda pixlarna.

Med normal syn är upplösningen ν hos det mänskliga ögat cirka $0,0167^\circ$

En TV med storleken 50 tum har bredden 1107 mm. TV:n har full HD-upplösning, vilket innebär att antalet pixlar på bredden är 1920 stycken.



På vilket avstånd ska en person med normal syn sitta för att uppleva så bra bildkvalitet som möjligt, det vill säga precis kunna urskilja en enskild pixel? (3/0)

15. En tank som från början är tom fylls med vatten med hastigheten $(8,0 + e^{0,01t})$ liter/min, där t är tiden i minuter från påfyllningens start.
- a) Bestäm vattenvolymen i tanken 60 minuter efter påfyllningens start. (0/1)
- b) Hur lång tid tar det från påfyllningens start tills vattenvolymen är 2500 liter? (0/2)

16. Peter och Marcus har fått i uppgift att med hjälp av derivata undersöka om funktionen $f(x) = x^4 - x^5$ har en maximi-, minimi- eller terrasspunkt för $x = 0$

De börjar med att derivera och konstaterar att $f'(0) = 0$. Sedan ska de undersöka om $x = 0$ är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt till funktionen.

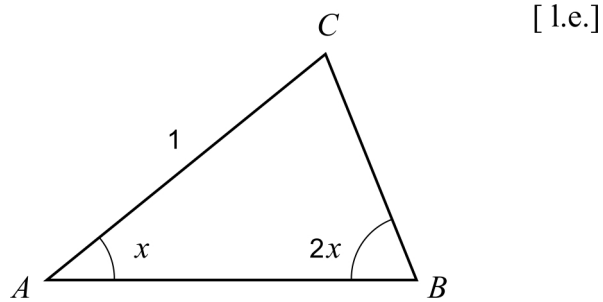
”Jag tänker göra en teckenstudie av $f'(x)$ ”, säger Peter.

”Det är enklare att använda andraderivatan. Jag tänker lösa uppgiften genom att beräkna $f''(0)$ ”, svarar Marcus.

Värdera och jämför pojkarnas lösningsmetoder och lös uppgiften.

(1/1/□)

17. I triangeln ABC har sidan AC en bestämd längd, 1 längdenhet. Övriga sidor och triangelns vinklar kan variera men vinkeln ABC ska alltid vara dubbelt så stor som vinkeln CAB .



För vilket värde på vinkeln A blir triangelns area så stor som möjligt?

(0/3/□)

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning	6
Bedömningsanvisningar del I och del II	7
Mål för matematik kurs D – Kursplan 2000	25
Betygskriterier 2000	26
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	27
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter	28
Insamling av provresultat för matematik kurs D hösten 2010	29

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbyggnad samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfinas och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5, 7, 8, 10, 13, 14, 15 och 17 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15, 16 och 17. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 13, och 16 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 7, 8, 11, 14, 15 och 17.

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 44 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 13 poäng.

Väl godkänt: 25 poäng varav minst 6 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 25 poäng varav minst 13 vg-poäng.

Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter av de fem MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De ◻-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fem olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

MVG-kvalitet	Uppgift				
	9	10b	11	16	17
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning					○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		○	○		○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○		○		
Värderar och jämför metoder/modeller				○	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk			○	○	

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)
 - 4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.
 - 4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.
5. Uppgifter av långsvarstyp
 - 5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.
 - 5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.
 - 5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²
 - 5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknefel.
6. Aspektbedömning
Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg
 - 7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.
 - 7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.
 - 7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.
 - 7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (α) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Prov som ska återvändas omfattas av sekretess enligt 17 kap. 4 § offentlighets- och sekretesslagen (2009:400). Avsikten är att detta prov ska kunna återvändas t.o.m. 2016-12-31. Vid sekretessbedömning ska detta beaktas.

Bedömningsanvisningar (MaD ht 2010)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 2/0
	Korrekt primitiv funktion	+1 g
	med korrekt svar $\left(\frac{15}{2}\right)$	+1 g
2.		Max 2/0
a)	Korrekt svar $\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	+1 g
b)	Korrekt svar (-540°)	+1 g
3.		Max 1/1
a)	Korrekt svar $(g'(x) = 20 \cos 5x)$	+1 g
b)	Korrekt svar $\left(h'(x) = \frac{3-3x^2}{(x^2+1)^2}\right)$	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
4.		Max 2/0
	Bestämmer en korrekt primitiv funktion till f	+1 g
	Bestämmer korrekt svar $\left(F(x) = \frac{e^{3x}}{3} + 1 \right)$ eller gör en korrekt konstantbestämning utifrån en något felaktig primitiv funktion	+1 g

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g)

$$F(x) = 3e^{3x} + C$$

$$F(0) = \frac{4}{3}$$

$$3e^{3 \cdot 0} + C = \frac{4}{3}$$

$$3 + C = \frac{4}{3}$$

$$C = \frac{4}{3} - \frac{9}{3}$$

$$C = -\frac{5}{3}$$

Svar: $F(x) = 3e^{3x} - \frac{5}{3}$

Kommentar: Den allmänna primitiva funktionen är felaktig men eleven bestämmer konstanten C korrekt utifrån sin primitiva funktion.

5.		Max 1/1
	En av intervallgränserna korrekt bestämd, t ex $\nu > 160^\circ$	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($160^\circ < \nu < 200^\circ$)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
6.		Max 1/1
	a) Korrekt svar (E)	+1 g
	b) Korrekt svar (F)	+1 vg
7.		Max 1/2
	Anger korrekta integrationsgränser, $x_1 = 0, x_2 = 1$	+1 g
	Tecknar ett korrekt integraluttryck för arean,	
	$\int_0^1 ((x^3 - 2x^2 + 1) - (x^3 - 2x + 1)) dx$	+1 vg
	Beräknar korrekt area $\left(\frac{1}{3} \text{ a.e.}\right)$	+1 vg
8.		Max 1/2
	Godtagbar ansats, t ex deriverar och sätter derivatan lika med 0	+1 g
	med godtagbar bestämning av minst två lösningar till ekvationen	+1 vg
	med godtagbar bestämning av samtliga lösningar till ekvationen	
	$\left(x_1 = \frac{\pi}{24}, x_2 = \frac{5\pi}{24}, x_3 = \frac{13\pi}{24}, x_4 = \frac{17\pi}{24}\right)$	+1 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****9.****Max 0/2/□**

Godtagbar ansats, t ex skriver om uttrycket med hjälp av formler för dubbla vinklar

+1 vg

med i övrigt godtagbart genomfört bevis där vissa motiveringar kan saknas eller där beviset t ex bygger på den likhet som ska visas

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra beviset formellt korrekt.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och en MVG-kvalitet)

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{1 + 2 \cos^2 x - 1} = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \quad \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

* $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$

Kommentar: Eleven visar att V.L.=H.L. och motiverar det ena valet av trigonometriskt samband, * $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$. Det sista steget i beviset är något otydligt men lösningen anses nätt och jämnt uppnå MVG-kvaliteten för bevis.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
10.		Max 0/2/□
a)	Godtagbar ansats, t ex beräknar differensen $F_1(x) - F_2(x)$ eller deriverar minst en av funktionerna korrekt	+1 vg
	Visar att $F_1(x)$ och $F_2(x)$ är primitiva funktioner till en och samma funktion genom att antingen kommentera att differensen måste vara konstant eller genom att visa att $F_1' = F_2'$	+1 vg
b)		□

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera egenskaperna hos de primitiva funktionerna och förklara <i>varför</i> frågeställningen är ekvivalent med att visa att differensen är konstant.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på följande sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (0 g och 0 vg och en MVG-kvalitet)

$$b) F_1(x) = \frac{1}{1-\sin x} \quad F_2(x) = \frac{2\sin x - 1}{1-\sin x}$$

$$\frac{1}{1-\sin x} - \frac{2\sin x - 1}{1-\sin x} = \frac{2 - 2\sin x}{1-\sin x}$$

$$= \frac{2(1-\sin x)}{1-\sin x} = 2$$

Skillnaden mellan funktionerna blir en konstant. Derivatan av en funktion är oberoende av konstanter.

EX: $x^2 + 3$ har samma derivata som $x^2 - 7$
 alltså $f(x)$ är derivatan av $F(x)$

Kommentar: Eleven drar slutsatsen att skillnaden mellan funktionerna är konstant och förklarar varför det är ekvivalent med att de är primitiva funktioner till samma funktion.

Uppg. Bedömningsanvisningar

Poäng

11.

Max 3/3/□

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		Total poäng	
	Lägre	—————▶		Högre
<p>Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i></p>	Bestämmer både A och B (12 respektive 6)		Bestämmer med godtagbart resonemang ett generellt samband mellan k och m under punkt 3.	
	1 g		1 g och 1 vg	1/1
<p>Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</i></p>	Bestämmer med godtagbart resonemang ett exempel på en linjär funktion som uppfyller de givna villkoren under punkt 2.	Bestämmer med godtagbart resonemang två exempel på linjära funktioner som uppfyller de givna villkoren under punkt 2.	Påbörjar en generell bestämning av villkoren på k eller m under punkt 4.	
	1 g	2 g	2 g och 1 vg	2/1
<p>Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i></p>			Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar vissa generella beräkningar eller resonemang. Det matematiska språket är acceptabelt.	
			1 vg	0/1
Summa				3/3

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	tolka integralen som en area under punkt 4 och bestämma korrekta och explicita villkor på k eller m $\left(0 \leq m \leq 1 \text{ eller } -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{2}\right)$
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	visa att sambandet under punkt 3 är t ex $k + m = \frac{1}{2}$
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Redovisningen omfattar större delen av uppgiften.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

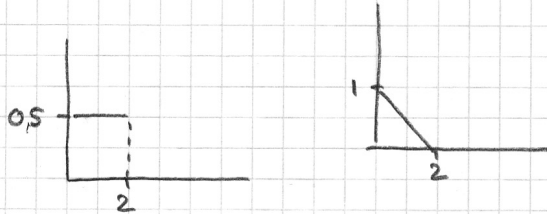
Elevlösning 1 (3 g och 2 vg och en av MVG-kvaliteterna)

- Rektangel $6 \cdot 2 = 12$

- Triangel: $\frac{6 \cdot 2}{2} = 6$

- $f(x) = kx + m$ $k=0$ $m=0,5 \Rightarrow 2 \cdot 0,5 = 1$ $y=0,5$

- $f(x) = kx + m$ $k=-0,5$ $m=1 \Rightarrow \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$ $y = -0,5x + 1$



- $f(x) = kx + m$

$$\int_0^2 kx + m \, dx = \left[kx^2 + mx \right] = \frac{k \cdot 2^2}{2} + m \cdot 2 - 0 = 2k + 2m = 1$$

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	————— X —————>	1/1	
Matematiska resonemang	————— X —————>	2/0	
Redovisning och matematiskt språk	————— X —————>	0/1	
Summa		3/2	

Kommentar: Eleven löser punkt 1, 2 och 3 och uppfyller MVG-kvaliteten för bevis. Eleven anses precis nå gränsen för vg-poäng gällande matematiskt språk.

Elevlösning 2 (3 g och 3 vg och en av MVG-kvaliteterna)

$$1. \quad A = \int_0^2 6 \, dx = 2 \cdot 6 = 12 \text{ a.e.}$$

$$B = \int_0^2 (6-3x) \, dx = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6 \text{ a.e.}$$

Generellt samband mellan k och m

$$3. \quad \int_0^2 f(x) \, dx = 1$$

$$\int_0^2 kx+m \, dx = 1 = \left[\frac{kx^2}{2} + mx \right]_0^2 = 1 =$$

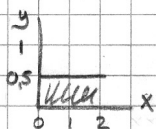
$$\frac{k \cdot 2^2}{2} + m \cdot 2 - \left(\frac{k \cdot 0^2}{2} + m \cdot 0 \right) = \frac{k \cdot 2^2}{2} + 2m =$$

$$\frac{4k}{2} + 2m = 2k + 2m = 1 \Rightarrow k+m=0.5$$

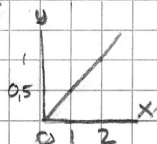
2. Två exempel på linjära funktioner

$$\int_0^2 f(x) \, dx = 1$$

ex 1: $f(x) = 0.5$



ex 2: $f(x) = 0.5x$



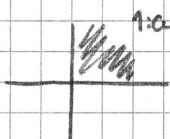
4. Som visat i 3. måste $k+m=0.5$

för att $\int_0^2 f(x) \, dx = 1$ för

$$f(x) = kx + m$$

För att villkoret att arean ska ligga i första

kvadranten kan inte $f(x)$ för $0 \leq x \leq 2$ vara mindre än 0



$kx - m$ måste alltså vara ≥ 0
för $0 \leq x \leq 2$

4. forts

Detta ger alltså att

$$kx+m \geq 0 \text{ för } 0 \leq x \leq 2$$

$$k+m = 0,5$$

k är linjens lutningskoefficient och

m bestämmer y -värdet för $x=0$

Därför måste m vara positiv för

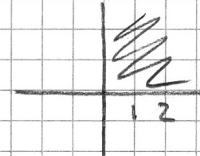
att villkoret ska gälla.

k måste förhålla sig till m så att

$$f(x) \geq 0 \text{ för } 0 \leq x \leq 2$$

detta ger att $2k \leq -m$ eftersom

$$2x+m \geq 0 \text{ för } 0 \leq x \leq 2$$



Slutsats

Villkoren som gäller för att $\int_0^2 (kx+m) dx = 1$

som en area i 1:a kvadranten är att

$$k+m=0,5 \text{ och att } 2k \leq -m$$

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	x →	1/1	
Matematiska resonemang	x →	2/1	
Redovisning och matematiskt språk	x →	0/1	
Summa		3/3	

Kommentar: Eleven påbörjar en generell bestämning av villkoren på m under punkt 4. Eleven uppfyller MVG-kvaliteten för bevis men anses inte uppfylla MVG-kvaliteten för att redovisa välstrukturerat.

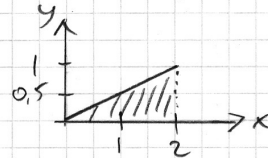
Elevlösning 3 (3 g och 3 vg och tre av MVG-kvaliteterna)

punkt 1 A $\int_0^2 6 dx = 2 \cdot 6 = 12 \text{ ae}$

B $\int_0^2 (6-3x) dx = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6 \text{ ae}$

punkt 2. ex C $\int_0^2 0,5 dx = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ ae}$

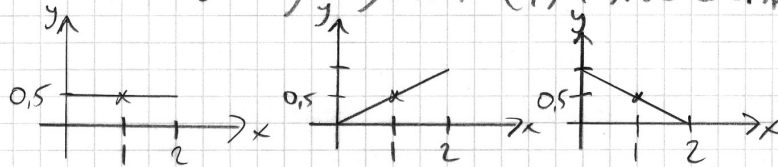
ex D $\int_0^2 0,5x dx = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ ae}$



punkt 3. $\int_0^2 (kx+m) dx = 1 \Rightarrow \left[\frac{kx^2}{2} + mx \right]_0^2 = 1 \Rightarrow \frac{4k}{2} + 2m = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2k + 2m = 1 \Rightarrow k + m = 0,5$

punkt 4. För att arean ska ligga i första kvadranten måste linjen gå genom $(1; 0,5)$. se exempel



Detta gör att $m \geq 0$, om $m > 1$ kommer linjen att skära x-axeln innan $x=2$ om arean ska vara 1 ae och då ligger inte hela området i första kvadranten. Villkoret blir att $0 \leq m \leq 1$.

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	—————x>	1/1	
Matematiska resonemang	—————x>	2/1	
Redovisning och matematiskt språk	—————x>	0/1	
Summa		3/3	

Kommentar: Eleven visar sambandet under punkt 3 samt anger ett explicit villkor för m under punkt 4. Lösningen är välstrukturerad och det matematiska språket är i huvudsak korrekt även om små brister förekommer. Lösningen anses uppfylla samtliga möjliga MVG-kvaliteter.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
12.		Max 2/0
	Godtagbar ansats, t ex använder cosinussatsen	+1 g
	med godtagbar beräkning av AC (18 cm)	+1 g
13.		Max 2/1
	Korrekt svar ($A = 1$)	+1 g
	Korrekt svar ($B = 2$)	+1 g
	Korrekt svar ($k = \frac{2}{3}$)	+1 vg
14.		Max 3/0
	Beräknar pixelbredden, 0,5766 mm	+1 g
	Tecknar ett godtagbart uttryck för bestämning av avståndet	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning (2,0 m)	+1 g

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (3 g)

Pixelbredd = $\frac{1107}{1920} = 0,577 \text{ mm}$

$\frac{\sin 0,0167}{0,577} = \frac{\sin 89,9917}{x}$

$x = 1978,12 \text{ mm}$

Svar: 1,98 m

Kommentar: Eleven anses ge en godtagbar lösning även om kommentar saknas till varför det beräknade avståndet i detta fall blir i princip samma som det vinkelräta avståndet.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
15.		Max 0/3
a)	Godtagbar beräkning av volymen, t ex med hjälp av räknare (560 liter)	+1 vg
b)	Godtagbar ansats, t ex ställer upp korrekt ekvation, $\int_0^x (8 + e^{0,01t}) dt = 2500$ med godtagbar bestämning av tiden, t ex genom prövning (ca 220 min)	+1 vg +1 vg
16.		Max 1/1/□
	Godtagbar ansats, t ex beräknar att $f''(0) = 0$	+1 g
	Visar med korrekt metod att $x = 0$ är en minimipunkt	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	värdera och jämföra de två föreslagna metoderna och förklara varför metoden med andraderivatan inte fungerar i detta fall.
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$f(x) = x^4 - x^5$
 $f'(x) = 4x^3 - 5x^4$
 $f'(x) = 0 \quad 4x^3 - 5x^4 = 0$
 $x^3(4 - 5x) = 0$
 $x_1 = 0 \quad x_2 = 4/5$

$f''(x) = 12x^2 - 20x^3$
 $f''(0) = 0$

Jag föredrar att göra ett teckenschema eftersom man får en mycket klarare bild för hur kurvan ser ut. Att konstatera att andaderivatans för $x=0$ är 0 ger inte så mycket för hur funktionen ser ut i stort.

Kommentar: Eleven visar att $f''(0) = 0$ och motiverar korrekt att $x = 0$ är en minimipunkt. Av lösningen framgår ej att Marcus metod inte fungerar i detta fall. MVG-kvaliteten som rör redovisning och matematiskt språk anses inte vara uppfyllt.

Elevlösning 2 (1 g och 1 vg och två av MVG-kvaliteterna)

Svar: minimipunkt för $x=0$

$$f(x) = x^4 - x^5$$

$$f'(x) = 4x^3 - 5x^4$$

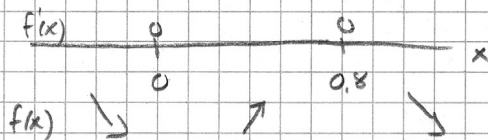
$$f'(0) = 4 \cdot 0 - 5 \cdot 0 = 0$$

$$f''(x) = 12x^2 - 20x^3$$

$$f''(0) = 12 \cdot 0$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 5x^4 = 0$$

$$= x^3(4 - 5x) \Rightarrow x=0 \quad x=0,8$$



Peters metod är bättre i det här fallet.

Marcus kan inte bestämma om funktionens

extremvärde är maximi- eller minimi- eller terrasspunkt

med hjälp av andraderivatan

$f''(0) = 0 \Rightarrow$ går inte att avgöra om punkten

på kurvan är konkav uppåt eller konkav nedåt.

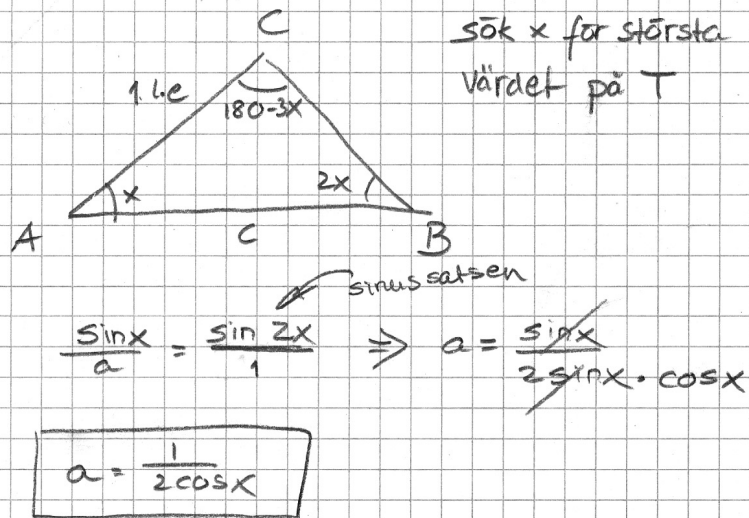
Kommentar: Eleven värderar och jämför metoderna samt kommenterar varför Marcus metod inte fungerar i detta fall. Lösningen anses uppfylla samtliga möjliga MVG-kvaliteter.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
17.		Max 0/3/□
	Godtagbar ansats, t ex bestämmer AB eller BC uttryckt i x	+1 vg
	Bestämmer arean uttryckt i x	+1 vg
	Bestämmer vinkeln x , t ex genom avläsning i grafen till areafunktionen ($x = 34^\circ$)	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod genom att uttrycka arean som funktion av en variabel.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att $x = 34^\circ$ är den enda lösning som ger maximal area för triangeln utifrån givna villkor.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges på nästa sida. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (3 vg och två av MVG-kvaliteterna)



$$\frac{\sin 180-3x}{c} = \frac{\sin 2x}{1}$$

$$c = \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$$

Areasatsen

$$T = \frac{ac \sin 2x}{2}$$

$$T = \frac{\sin 3x \cdot \sin 2x}{2 \cdot 2 \cos x \cdot \sin 2x}$$

Arean T definieras som

$$T = \frac{\sin 3x}{4 \cos x}$$

Detta betyder att arean inte är definierad för $4 \cos x = 0$ men när $4 \cos x \rightarrow 0$ går $T \rightarrow \infty$ om $0^\circ < x < 180^\circ$ är $\cos 90 = 0$

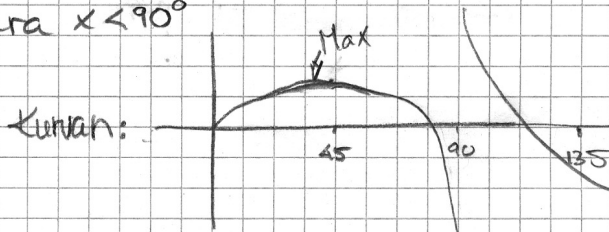
Dock funkar inte detta då vinkeln $2x$ existerar (vinkel summan = 180° i triangel)

Alltså måste svaret vara $x < 90^\circ$

Vi letar där och får:

$$x_{\max} \approx 34,3^\circ$$

Kurvan:



Kommentar: Eleven uttrycker arean som funktion av en variabel och drar på ett godtagbart sätt slutsatsen att $x = 34^\circ$ uppfyller de givna villkoren. Lösningen uppfyller därmed de två MVG-kvaliteter som är möjliga att visa.

Mål för matematik kurs D

Kursplan 2000

Trigonometri (T)

T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning,

T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp,

T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer,

T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,

Differential- och integralkalkyl (D)

D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning,

D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang,

D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara,

D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå,

D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning,

D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar,

D11. kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,

Övrigt (Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)					Övriga uppgifter
	9	10b	11	16	17	
MVG-kvalitet						
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)					Övriga uppgifter
	9	10b	11	16	17	
MVG-kvalitet						
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (☒-märkt)					Övriga uppgifter
	9	10b	11	16	17	
MVG-kvalitet						
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Insamling av provresultat för matematik kurs D

Hösttermin 2010 deltar alla skolor i resultatinsamlingen genom att skicka in resultat för ett litet urval elever. Denna insamling ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om höstens prov i mitten av februari. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på <http://www.umu.se/edmeas/np>. Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

När du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 8:e, 10:e, 16:e, 23:e, 25:e och 29:e i varje månad**. Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 8:e i varje månad**.

1. Gå in på <http://www.umu.se/edmeas/np> och klicka på rubriken **Resultatinsamling ht 2010** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **peda3er** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 8:e, 10:e, 16:e, 23:e, 25:e och 29:e i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 8:e i varje månad** till:

<p>Umeå universitet Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap Nationella prov Att. Monika Kriström 901 87 Umeå</p>
--

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i mitten av februari måste vi ha alla resultat **senast 21 januari 2011**.