NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D HÖSTEN 2011

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. **Vi rekommenderar att du använder högst 135 minuter för arbetet med Del I.**
Hjälpmedel	**Del I**: ”Formler till nationellt prov i matematik kurs D” *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II**: Miniräknare, även symbolhanterande räknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs D”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 6 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 10 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 45 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget Godkänt: 13 poäng. Väl godkänt: 26 poäng varav minst 8 vg-poäng. Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 15 vg-poäng. Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de ¤-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.

Del I

Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. a) Uttryck vinkeln $20°$ i radianer. *Endast svar fordras* (1/0)

b) Uttryck vinkeln $\frac{\pi}{10}$ i grader. *Endast svar fordras* (1/0)

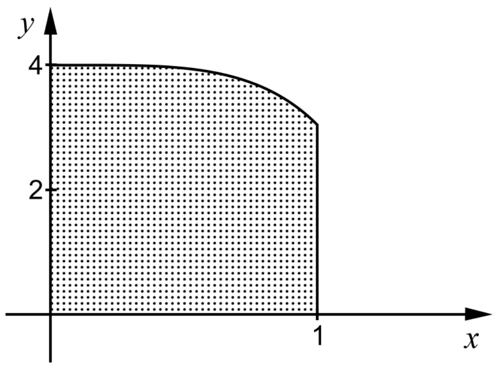
2. Derivera

a) $f(x) = \cos 4x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = x \cdot \ln x$ *Endast svar fordras* (1/0)

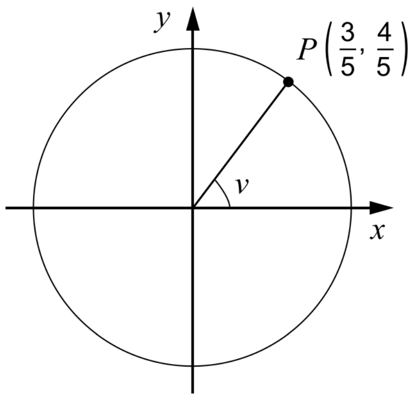
c) $h(x) = (\sin x + 1)^2$ *Endast svar fordras* (0/1)

3. Figuren visar ett område som begränsas av kurvan $y = 4 - x^4$, linjen $x = 1$ och de positiva koordinataxlarna.



Beräkna områdets area. (2/0)

4. Figuren visar en enhetscirkel där en vinkel *v* och en punkt *P* är markerade.



Bestäm

a) $\tan v$ *Endast svar fordras* (1/0)

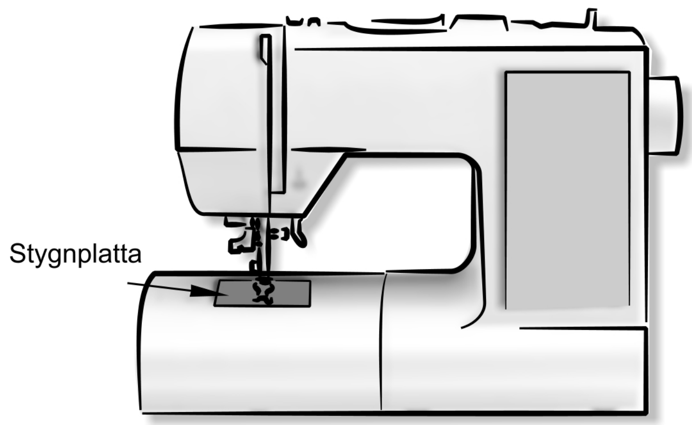
b) $\cos(-v)$ *Endast svar fordras* (1/0)

c) $\cos(v + 90°)$ *Endast svar fordras* (0/1)

5. Nålen på en symaskin rör sig upp och ner när man syr.
Nålspetsens höjd över stygnplattan som funktion av tiden kan beskrivas av

$h(t) = 1{,}6\cos(20\pi \cdot t) + 0{,}2$

där *h* är höjden i cm och *t* är tiden i sekunder.



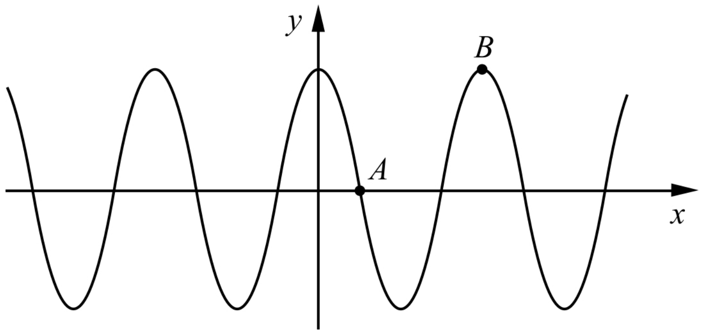
a) Bestäm nålspetsens största höjd över stygnplattan. (1/0)

b) Hur många gånger per sekund befinner sig nålspetsen i sitt högsta läge? (0/2)

6. Figuren visar kurvan $y = 5\cos 3x$, där ett nollställe *A* och en maximipunkt *B* är markerade.

a) Bestäm *x*-koordinaten för nollstället *A*. (0/1)

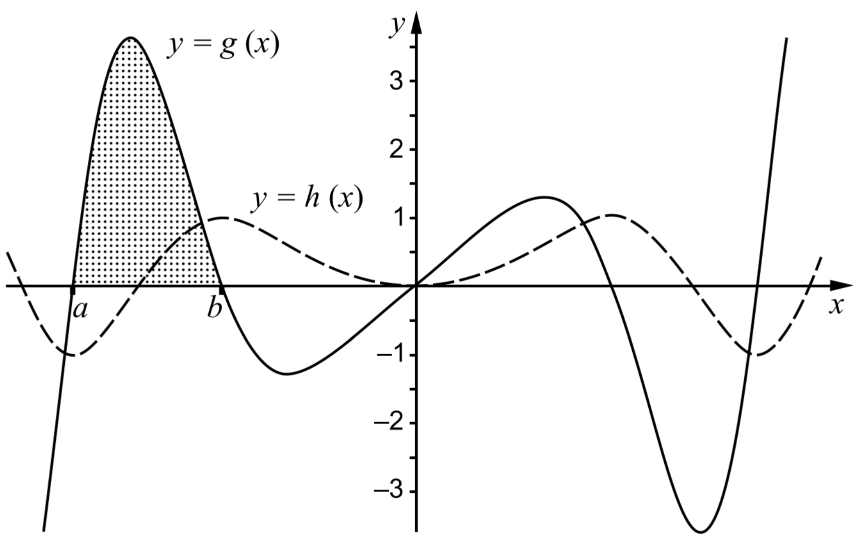
b) Bestäm koordinaterna för maximipunkten *B*. (1/1)



7. Bestäm konstanten *k* så att funktionen $f(x) = 2x \cdot e^{kx}$ får ett lokalt maximum för $x = 2$ (0/3)

8. Visa att $\dfrac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} = \tan^2 x$ för alla *x* där uttrycken i båda led är definierade. (0/2/¤)

9. Figuren visar en funktion och dess derivata.
Använd figuren för att beräkna arean av det markerade området. (0/1/¤)



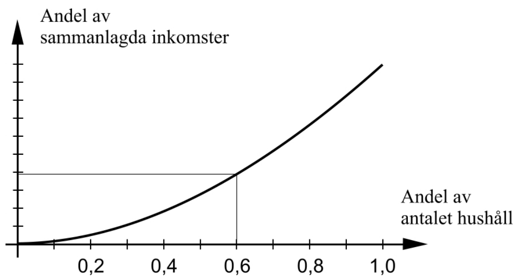
Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

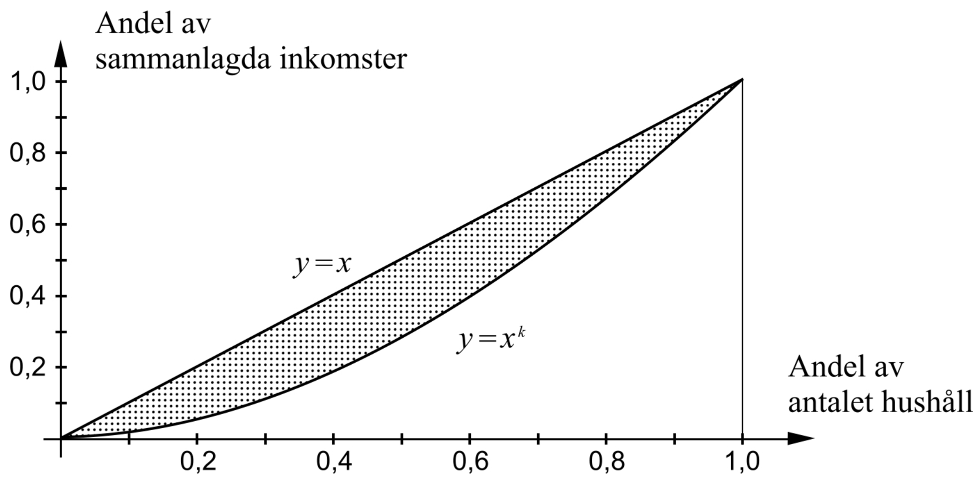
10. I den här uppgiften behandlas en metod för att jämföra olika länder med avseende på hur hushållens inkomster är fördelade. För att beskriva inkomstfördelningen i ett land brukar man använda en så kallad Lorenzkurva. Se faktaruta.

Faktaruta om Lorenzkurva

När kurvan ska konstrueras så rangordnas hushållen efter inkomst, från lägsta till högsta. På den vågräta axeln avläses de andelar av hushållen som har efter rangordning lägst inkomster. På den lodräta axeln avläses andelar av hushållens sammanlagda inkomster. Kurvan visar till exempel att de 60 % av hushållen som har de lägsta inkomsterna, har 39 % av hushållens sammanlagda inkomster.



Lorenzkurvan har ofta formen $y = x^k$ för något $k \geq 1$



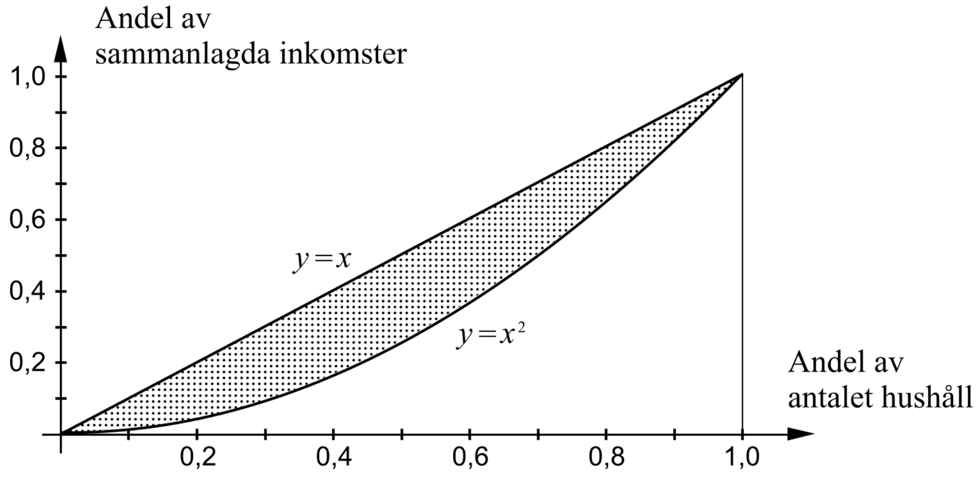
Om alla hushåll i ett land skulle ha samma inkomst skulle landets Lorenzkurva sammanfalla med linjen $y = x$. Ju mer ett lands Lorenzkurva avviker från linjen $y = x$, det vill säga ju större arean av det skuggade området är, desto ojämnare är inkomstfördelningen.

För att få ett mått på länders inkomstfördelning använder man sig av Gini-koefficienten G, där

$$G = \frac{\text{Arean av det skuggade området}}{\text{Triangelarean}}$$

(Triangelarean är arean av den triangel som begränsas av $y = x$, $x = 1$ och x-axeln, se figur ovan.)

- Antag att ett land har Lorenzkurvan $y = x^2$. Bestäm först arean av det skuggade området och sedan G för detta land.



- Beräkna G för ett land med en annan Lorenzkurva, till exempel $y = x^3$

Tabellen visar Gini-koefficienten år 2000 för några länder.

Italien	0,35
Japan	0,31
Sverige	0,24
Turkiet	0,44
USA	0,36

- Vilken information ger tabellen om inkomstfördelningen i Italien jämfört med Sverige?

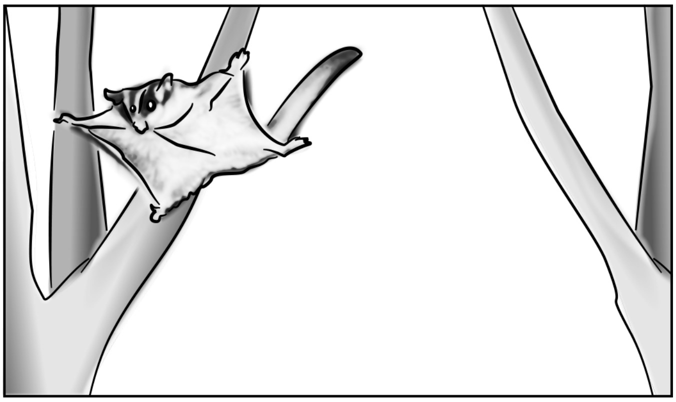
- Bestäm ett generellt uttryck för G uttryckt i k då Lorenzkurvan är $y = x^k$

- Bestäm vilka värden G kan anta om $k \geq 1$ (4/3/¤)

Del II

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

11. Flygekorren är en liten gnagare som lever i träd. Med hjälp av flyghud som spänns ut mellan fram- och bakbenen glidflyger den långa sträckor. Flygekorrens glidflygning kan beskrivas som en rät linje som lutar $27°$ mot horisontalplanet.



Hur högt upp måste ekorren starta för att inte hamna på marken under en flygning mellan två träd som står 19 meter från varandra? (2/0)

12. Bestäm arean av det område som begränsas av

kurvan $y = \dfrac{10\sqrt{x}}{x+1}$ och linjen $y = \dfrac{x}{3}$

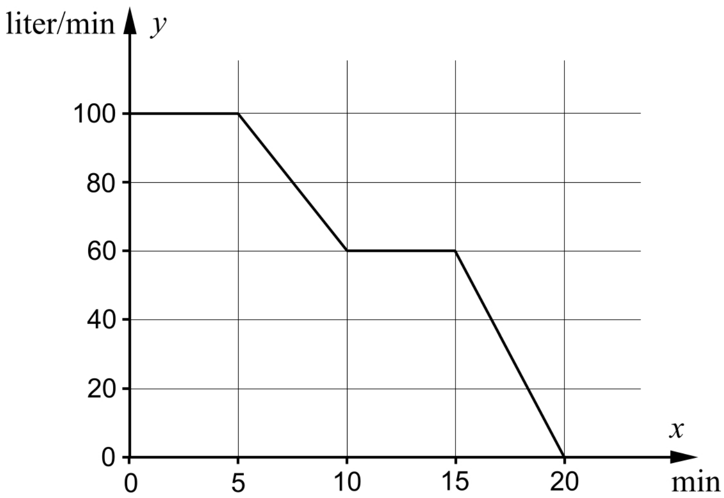
Svara med ett närmevärde med minst tre värdesiffror. (3/0)

13. I triangeln ABC är sidan $AB = 8{,}0\text{ cm}$ och sidan $BC = 12\text{ cm}$.

a) Beräkna den tredje sidan om vinkeln $B = 50°$. (2/0)

b) Bestäm vilka värden som den tredje sidans längd kan anta om vinkeln B varierar. (0/1)

14. Till en vattenbehållare som från början är tom pumpar man in vatten under 20 minuter med en hastighet av y liter/minut. Hastigheten varierar med tiden x minuter enligt grafen nedan.



a) Hur många liter vatten har pumpats in i tanken under dessa 20 minuter? (1/0)

b) Beräkna $\frac{1}{20}\int_0^{20} y\,\mathrm{d}x$ och tolka det beräknade värdet. (0/2)

15. För funktionen f gäller följande:

- $f'(0) = 1$
- $f'(3) = -3$
- $f''(x) < 0$ för alla x

Visa att f har exakt en maximipunkt. (0/2/¤)

16. I triangeln ABC är $AB = 23{,}0\text{ cm}$ och $AC = 19{,}0\text{ cm}$. Vinkeln B är $25°$ större än vinkeln A. Beräkna sidan BC med tre värdesiffror. (0/3/¤)

Innehåll

Sid nr

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5, 6, 7, 9, 10, 12, 14, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15 och 16. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14 och 15 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 5, 10, 11 och 14.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik ht 2011 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte).

Uppgift nr	g poäng	vg poäng	¤	Kunskapsområde: Övr			Trigonometri				Diff & integral							Betygskriterium: Godkänt				Väl godkänt						Mycket väl godkänt				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1a	1	0					x											x														
1b	1	0					x											x														
2a	1	0									x							x														
2b	1	0									x							x														
2c	0	1									x											x										
3	2	0													x	x		x		x												
4a	1	0					x											x														
4b	1	0					x		x									x														
4c	0	1					x		x													x										
5a	1	0						x										x		x												
5b	0	2						x														x		x								
6a	0	1						x														x		x								
6b	1	1						x										x		x		x		x								
7	0	3									x	x										x	x	x	x							
8	0	2	¤						x													x			x					x		
9	0	1	¤													x							x						x			
10	4	3	¤												x	x		x	x	x		x	x	x	x	x		x	x	x		
11	2	0								x								x		x												
12	3	0															x	x	x	x												
13a	2	0								x								x		x												
13b	0	1				x				x												x	x	x	x							
14a	1	0															x	x	x	x												
14b	0	2														x							x	x								
15	0	2	¤									x										x	x	x	x			x		x		
16	0	3	¤							x	x		x									x	x	x	x	x		x	x			
Σ	22	23		0/1			10/8				12/14																					

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 45 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt:	13 poäng.
Väl godkänt:	26 poäng varav minst 8 vg-poäng.
Mycket väl godkänt:	26 poäng varav minst 15 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre *olika* MVG-kvaliteter av de fyra MVG-kvaliteter som är möjliga att visa i detta prov.

De ¤-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift				
MVG-kvalitet	8	9	10	15	16
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning			○		○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet		○	○		○
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○			○	
Värderar och jämför metoder/modeller					
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk			○		○

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt
   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.
2. Positiv bedömning
   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.
3. g- och vg-poäng
   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.
4. Uppgifter av kortsvarstyp (Endast svar fordras)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2 g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning
   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.
7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+1 g
med korrekt svar	+1 g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaD ht 2011)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		**Max 2/0**
a)	Korrekt svar $\left(\frac{\pi}{9}\right)$	+1 g
b)	Korrekt svar $(18°)$	+1 g
2.		**Max 2/1**
a)	Korrekt svar ($f'(x) = -4\sin 4x$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($g'(x) = \ln x + 1$)	+1 g
c)	Korrekt svar ($h'(x) = 2(\sin x + 1)\cdot\cos x$)	+1 vg
3.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t ex tecknar ett integraluttryck för den sökta arean	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\frac{19}{5}\text{ a.e.}\right)$	+1 g

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
4.			**Max 2/1**
	a)	Korrekt svar $\left(\dfrac{4}{3}\right)$	+1 g
	b)	Korrekt svar $\left(\dfrac{3}{5}\right)$	+1 g
	c)	Korrekt svar $\left(-\dfrac{4}{5}\right)$	+1 vg
5.			**Max 1/2**
	a)	Godtagbar lösning med korrekt svar (1,8 cm)	+1 g
	b)	Godtagbar ansats, t ex ställer upp ett uttryck för perioden	+1 vg
		med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (10)	+1 vg
6.			**Max 1/2**
	a)	Godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$	+1 vg
	b)	Godtagbar ansats, t ex anger *y*-koordinaten för *B*	+1 g
		med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar $\left(\dfrac{2\pi}{3}, 5\right)$	+1 vg
7.			**Max 0/3**
		Godtagbar ansats, t ex bestämmer $f'(x)$	+1 vg
		med korrekt bestämning av *k* så att $f'(2) = 0$ $(k = -0{,}5)$	+1 vg
		Godtagbar verifiering av att *f* har ett lokalt maximum för $x = 2$	+1 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
8.		**Max 0/2/¤**
	Godtagbar ansats, t ex skriver om täljare och nämnare med cosinus för dubbla vinkeln	+1 vg
	med godtagbart slutfört bevis där vissa motiveringar kan vara bristfälliga eller saknas	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	genomföra beviset formellt korrekt.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 vg och en MVG-kvalitet)

$$\underline{VL} = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} = \frac{1-(1-2\sin^2 x)}{1+2\cos^2 x-1} = \frac{1-1+2\sin^2 x}{1+2\cos^2 x-1}$$

$$= \frac{\cancel{2}\sin^2 x}{\cancel{2}\cos^2 x} = \tan^2 x = \underline{HL}$$

$$\underline{VL = HL} \qquad V.S.V.$$

Kommentar: Eleven utgår från vänster led och utför ett formellt korrekt bevis där lösningen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ger lösningen 2 vg-poäng och MVG-kvalitet för bevis.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

9. **Max 0/1/¤**

Korrekt identifiering av derivatans graf och godtagbar fortsättning,

t ex tecknar en godtagbar uppställning för areaberäkning, $\left[h(x)\right]_a^b$ +1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att $h(a) \approx -1$ och $h(b) \approx 1$ och beräkna arean (2 a.e.).
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och en MVG-kvalitet)

$$\int_a^b g(x)\,dx = \left[h(x)\right]_a^b = h(b) - h(a) = 1 - (-1) = \underline{\underline{2}}$$

SVAR: 2 a.e.

Kommentar: Eleven identifierar vilken funktion som är derivata genom integraluppställningen och löser uppgiften korrekt. Sammantaget ger lösningen 1 vg-poäng och MVG-kvaliteten för analys och slutsats.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

10. **Max 4/3/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	**Kvalitativa nivåer** **Lägre**		**Högre**	**Total poäng**
Metodval och genomförande *I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.* *Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.*	Bestämmer arean av det skuggade området och G, för något värde på k. **1-2 g**	Bestämmer G för minst två värden på k. **3 g**	Bestämmer G för minst två värden på k *och* anger ett generellt uttryck för arean eller G uttryckt i k $\left(\text{arean} = \frac{1}{2} - \frac{1}{k+1},\ \text{G} = \frac{k-1}{k+1}\right)$ **3 g och 1 vg**	**3/1**
Matematiskt resonemang *Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.*	Visar förståelse av Gini-koefficienten genom att ange att inkomstfördelningen i Italien är ojämnare än i Sverige. **1 g**			**1/0**
			Visar med ett algebraiskt eller grafiskt resonemang att $G < 1$ *eller* att det minsta värdet G kan anta är 0. **1 vg**	**0/1**
Redovisning och matematiskt språk *Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.*			Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar vissa generella beräkningar eller resonemang. Det matematiska språket är acceptabelt. **1 vg**	**0/1**
Summa				**4/3**

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvaliteterna beskrivs på nästa sida.

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	bestämma ett generellt uttryck för G.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att $0 \leq G < 1$ med godtagbar motivering.
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Redovisningen omfattar större delen av uppgiften.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (4 g och 1 vg)

• $\int_0^1 x - x^2 \, dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{6}$

$A_\Delta = \frac{b \times h}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$

$G = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 1} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$

• $\int_0^1 x - x^3 \, dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$A_\Delta = \frac{1}{2}$

$G = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

• Det är större inkomstskillnader i Italien jämfört med Sverige eftersom Italien har G = 0,35 och Sverige har G = 0,24. Ju större G är desto större blir arean av det skuggade området och desto mer ojämn blir inkomstfördelningen.

• $\int_0^1 x - x^k \, dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{k+1}}{k+1} \right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1^{k+1}}{k+1} = \frac{k+1-2^{k+1}}{2(k+1)}$

$A_\Delta = \frac{b \times h}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$

$G = \frac{2(k+1-2^{k+1})}{2(k+1) \times 1} = \frac{k+1-2^{k+1}}{k+1}$

• Om $k \geq 1$ kan G inte bli större än 1.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	3/0	Eleven bestämmer *G* för två värden på *k*.
Matematiska resonemang	X	1/0	Eleven anger skillnaden i inkomstfördelning mellan Italien och Sverige.
		0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/1**	

Kommentar: Eleven beräknar *G* i två specialfall men hanterar beräkningen av det generella fallet felaktigt. Eleven drar sedan felaktigt slutsatsen att *G* inte blir större än 1, dvs $G \leq 1$. Redovisningen är lätt att följa och förstå och omfattar vissa generella resonemang men eftersom punkterna 4 och 5 inte är korrekta så uppnås inte MVG-kvaliteten gällande redovisning och matematiskt språk. Sammantaget ger lösningen 4 g- och 1 vg-poäng.

Elevlösning 2 (4 g och 1 vg och en MVG-kvalitet)

• $\int_0^1 x - x^2 \, dx = F\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^2}{2} - \frac{1^3}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$G = \frac{\text{skuggade}}{\text{triangel}} = \frac{1/6}{\frac{1 \cdot 1}{2}} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$

• $\int_0^1 x - x^3 \, dx = F\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow$

$G = \frac{1/4}{1/2} = \frac{1}{2}$

• Högre konstant för Italien → mer "skuggat" område vilket betyder att det är ojämnare inkomst fördelning i Italien!

• $G = \frac{\text{skuggade}}{\text{triangeln}} = \int_0^1 x - x^k \, dx = F\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^{k+1}}{k+1}\right]_0^1 \rightarrow$

$G = \frac{\frac{x^2}{2} - \frac{x^{k+1}}{k+1}}{\text{triangeln} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}} \rightarrow 0{,}5\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^{k+1}}{k+1}\right)$

• $k \geq 1 \rightarrow \min G = \int_0^1 x - x^1 = 0 \rightarrow 0 \leq x$

Ju högre k, desto större G, värde men det kan bara närma sig 1 eftersom andra termen alltid kommer att finnas kvar dvs $0 \leq x < 1$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	3/0	Eleven bestämmer *G* för två värden på *k*.
Matematiska resonemang	X	1/0	Eleven anger skillnad i inkomstfördelning samt anger vilka värden *G* kan anta.
	X	0/1	
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		**4/1**	

Kommentar: Eleven beräknar *G* i två specialfall men hanterar beräkningen av det generella fallet felaktigt. Eleven drar en korrekt slutsats om vilka värden *G* kan anta även om den använda variabeln inte är korrekt, lösningen uppfyller därmed MVG-kvaliteten gällande analys och slutsats. Redovisningen är inte helt enkel att följa och förstå och eleven följer inte konventionella skrivsätt i t ex integralberäkningen. Sammantaget ger lösningen 4 g- och 1 vg-poäng samt MVG-kvaliteten för analys och slutsats.

Elevlösning 3 (4 g och 3 vg och tre MVG-kvaliteter)

- Arean $= \int_0^1 x\,dx - \int_0^1 x^2\,dx =$

$$\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 - \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \left(\frac{1^2}{2} - 0\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 0\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$G = \frac{\text{Arean av det skuggade området}}{\text{triangelarean}}$$

triangelarean alltid $= \frac{BH}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$

$$G = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- $G = \dfrac{\int_0^1 x\,dx - \int_0^1 x^3\,dx}{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2} - \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1\right) \cdot \frac{2}{1}$

$$= 1 - 2\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^1 = 1 - 2\left(\frac{1^4}{4} \cdot 0\right) = 1 - \frac{2}{4}$$

$$= \frac{4}{4} - \frac{2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Svar: $G = \frac{1}{2}$

- Man kan se att inkomsfördelningen är ojämnare än den hos Sverige. I och med att G är större hos Italien än hos Sverige.

- $G = \dfrac{\int_0^1 x\,dx - \int_0^1 x^k\,dx}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} \cdot \left(\frac{1}{2} - \left[\frac{x^{k+1}}{k+1}\right]_0^1\right)$

$$= 1 - 2 \cdot \left(\frac{1^{k+1}}{k+1} - 0\right) = 1 - \frac{2}{k+1}$$

Svar: $1 - \frac{2}{k+1}$

• Om $K=1$ är $G=0$ $\quad K \geq 1$

$$G = 1 - \frac{2}{K+1}$$

när $\lim\limits_{K\to\infty} \frac{2}{K+1} = 0$

$$G = \lim_{K\to\infty} 1 - \frac{2}{K+1} = 1$$

Svar: $K \geq 1$, $0 \geq G > 1$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande	X	3/1	
Matematiska resonemang	X	1/0	
	X	0/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	
Summa		**4/3**	

Kommentar: Eleven gör en generell lösning och drar korrekta slutsatser. Eleven skriver fel olikhetstecken i sitt svar men lösningen uppfyller trots detta MVG-kvaliteten för matematiskt språk då lösningen i övrigt har ett korrekt matematiskt språk. Lösningen uppfyller även MVG-kvaliteten för analys och slutsats då det framgår av lösningen i övrigt att intervallet för *G* är korrekt. Lösningen anses uppfylla samtliga möjliga MVG-kvaliteter.

Uppg. **Bedömningsanvisningar** **Poäng**

Del II

11. **Max 2/0**

Godtagbar ansats, t ex ritar en rätvinklig triangel med de givna värdena utsatta eller ställer upp ekvationen $\tan 27° = \frac{h}{19}$ +1 g

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9,7 meter) +1 g

12. **Max 3/0**

Redovisad korrekt bestämning av integrationsgränserna +1 g

Korrekt tecknat integraluttryck för den sökta arean +1 g

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (21,5 a.e.) +1 g

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (2 g)

Bestämmer integrationsgränserna till 0 och 9 med räknaren.

$A = \int_0^9 \left(\frac{10\sqrt{x}}{x+1} - \frac{x}{3}\right)dx \approx 21{,}5$ med hjälp av räknaren

Svar: 21,5 a.e.

Kommentar: Lösningen anses inte uppfylla kravet för att redovisa bestämning av integrationsgränserna då eleven inte förklarar på vilket sätt räknaren använts. Bestämningen av integralens värde med hjälp av räknare anses vara motiverad då tillvägagångssätten för detta är begränsade. Sammantaget ger lösningen 2 g-poäng.

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

Elevlösning 2 (2 g)

$y = 10\sqrt{x}/x+1$ och $y = x/3$

Skärningspunkter 0 och 11,7514 med Intersect-funktion på räknaren

$$\int_0^{11,7514} \left(10\sqrt{x}/x+1 - x/3\right) dx \approx 57,3$$

Integrering sker på räknaren

Svar: 57,3 a.e.

Kommentar: Eleven har inte insett att det behövs en parentes i nämnaren varken vid bestämning av integrationsgränserna eller vid beräkning av integralen. I övrigt uppfyller lösningen de krav på motivering som anses krävas för fullständig lösning. Sammantaget ger lösningen 2 g-poäng eftersom det felaktiga svaret är ett följdfel.

13. **Max 2/1**

a)	Godtagbar ansats, t ex använder cosinussatsen	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (9,2 cm)	+1 g
b)	Godtagbart resonemang med korrekt svar ($4 < x < 20$)	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsätts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

$12 - 8 = 4$ cm

$12 + 8 = 20$ cm   Svar: $4 < x < 20$

Kommentar: Eleven för ett godtagbart resonemang som leder till ett korrekt svar. Trots att lösningen är knapphändig anses den ändå ge 1 vg-poäng.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
14.		**Max 1/2**
a)	Godtagbar bestämning av volymen, t ex genom ruträkning (1350 liter)	+1 g
b)	Godtagbar beräkning av uttryckets värde (67,5)	+1 vg
	Godtagbar tolkning av innebörden av det beräknade värdet ("Vatten pumpas in med i snitt 67,5 liter/minut")	+1 vg
15.		**Max 0/2/¤**
	Godtagbar ansats, t ex motiverar att f' har ett nollställe i intervallet $0 < x < 3$	+1 vg
	med godtagbar motivering av att derivatans nollställe är ett maximum till f	+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	föra ett godtagbart generellt resonemang som visar att funktionen endast har *en* extrempunkt och att den är en maximipunkt, t ex "Eftersom $f'' < 0$ hela tiden och derivatans teckenväxling är $+ 0 -$ finns bara ett nollställe till derivatan och det är en maximipunkt."
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

$f''(x) < 0$ för alla x innebär att ~~kurvan~~ konstant är konkav nedåt, att derivatan minskar hela tiden.

Det medför också att kurvan har en maxpunkt och är en andragradsfunktion med negativ koefficient före andragradstermen.

$f'(0) = 1$ betyder att $f(x)$ har lutningen 1 där $x=0$

$f'(3) = (-3)$ medför att $f(x)$ har lutningen (-3) där $x=3$

Detta visar att derivatan byter tecken i en punkt mellan dessa x-värden, från positiv till negativ.

Om $f''(x) < 0$ för alla x måste $f''(x)$ vara en konstant mindre än noll.

Låt kalla $f''(x) = -A$

$f'(x) = -Ax + B$

$f(x) = \frac{-Ax^2}{2} + Bx + C$

Detta medför att $f(x)$ är en andragradsfunktion med negativ koefficient före x^2-termen. Således har den en maximipunkt och endast en.

$f'(0) = -A \cdot 0 + B = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow B = 1$

$f'(3) = -A \cdot 3 + B = (-3) \Rightarrow$

$\Rightarrow B = -3 + 3A$

$A = \frac{B+3}{3} = \frac{1+3}{3} = \frac{4}{3}$

$f'(x) = -\frac{4x}{3} + 1$

$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + C$

Kommentar: Eleven konstaterar utifrån derivatans teckenväxling att derivatan har ett nollställe och erhåller därmed första vg-poängen. Den andra vg-poängen erhålls inte eftersom slutsatsen att kurvan har en maximipunkt baseras på felaktig grund. Eleven utgår sedan felaktigt från ett specialfall att andraderivatan måste ”vara en konstant mindre än noll”. Sammantaget ger lösningen 1 vg-poäng.

Elevlösning 2 (2 vg och en MVG-kvalitet)

För $x=0$ är derivatan positiv, det betyder positivt k värde.

För $x=3$ är derivatan negativ det betyder negativt k värde

Det betyder att mellan $x=0$ och $x=3$ har kurvan bytt från positiv till negativ lutning och då måste det vara en maxpunkt.

Om andraderivatan alltid är negativ så är $f(x)=$ alltid konkav och kan därför bara ha en maxpunkt.

Kommentar: Eleven motiverar att funktionen har ett nollställe och att det är en maximipunkt. Kopplingen mellan elevens påstående att ”$f(x)$ = alltid konkav” och slutsatsen att funktionen därför har endast en maximipunkt är något otydlig och därmed bedöms resonemanget nätt och jämnt uppfylla MVG-kvaliteten för bevis och analys. Sammantaget ger lösningen 2 vg-poäng och MVG-kvaliteten för bevis och analys.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
16.		**Max 0/3/¤**
	Godtagbar ansats, t ex använder sinussatsen för att ställa upp en ekvation i två variabler	+1 vg
	med godtagbar bestämning av ett värde på sidan *BC*	+1 vg
	med godtagbar bestämning av båda värden på sidan *BC* (5,03 cm respektive 11,7 cm)*	+1 vg

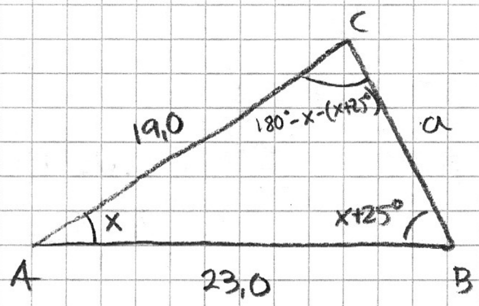
MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	ställa upp en ekvation i en variabel eller ett ekvationssystem för bestämning av en av triangelns vinklar.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	dra slutsatsen att det finns två värden på sidan *BC*.*
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat och tydligt med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. Lösningen är väsentligen korrekt.

*MVG-kvaliteten gällande analys och slutsats utfaller samtidigt som den tredje vg-poängen delas ut.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsätts på följande sidor. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och en MVG-kvalitet)

(cm)



$$a^2 = 19^2 + 23^2 - 2 \cdot 19 \cdot 23 \cos x$$

$$\frac{\sin(x+25°)}{19} = \frac{\sin(180 - (2x+25°))}{23}$$

$$23 \cdot (0,423 + x) = 19 \cdot (-0,423 + 2x)$$

$$9,729 + 23x = -8,037 + 38x$$

$$17,766 = 15x$$

$$1,1844 = x$$

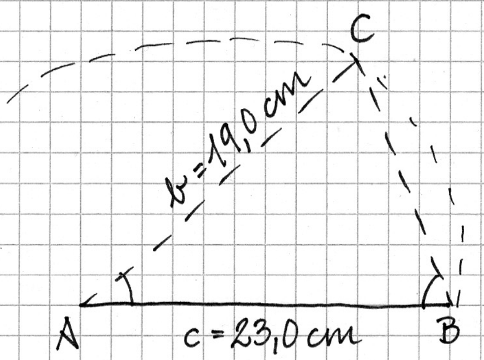
$$a^2 = 19^2 + 23^2 - 2 \cdot 19 \cdot 23 \cos 1,1844$$

$$a^2 = 16,187$$

$$a = 4,023 \text{ cm}$$

Kommentar: Eleven ställer upp en ekvation för bestämning av en vinkel i en variabel men den fortsatta lösningen är felaktig. Sammantaget ger lösningen 1 vg-poäng och MVG-kvaliteten för användning av generella metoder.

Elevlösning 2 (3 vg och tre MVG-kvaliteter)



Hypotetisk bild endast.

$B = A + 25°$

$b = AC = 19{,}0$ cm

$c = AB = 23{,}0$ cm

$a = CB = ?$

$A = ?$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos A} = \sqrt{19^2 + 23^2 - 2 \cdot 19 \cdot 23 \cos A}$

$180 = A + B + C$

$180 = 2A + C + 25$

$155 = 2A + C$

$C = 155 - 2A$

$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$\frac{\sin(A+25)}{19} = \frac{\sin(155-2A)}{23}$

Sidan BC har mer än en möjlig sidlängd.
Via intersect i räknaren fås möjliga
vinklar : $A_1 = 8{,}38°$ och $A_2 = 30{,}5°$

$a_1 = \sqrt{19^2 + 23^2 - 2 \cdot 19 \cdot 23 \cos 8{,}38} = 5{,}03$ cm

$a_2 = \sqrt{19^2 + 23^2 - 2 \cdot 19 \cdot 23 \cos 30{,}5} = 15{,}3$ cm

Kommentar: Eleven tecknar en ekvation för bestämning av en vinkel i en variabel och motiverar hur uppgiften löses med räknare. Trots en felaktig beräkning av a_2 på sista raden så anses lösningen vara värd 3 vg-poäng och samtliga möjliga MVG-kvaliteter.

Mål för matematik kurs D

Kursplan 2000

Trigonometri (T)
T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning,

T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp,

T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer,

T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,

Differential- och integralkalkyl (D)
D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning,

D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang,

D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara,

D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå,

D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning,

D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar,

D11. kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,

Övrigt (Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning,

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och Genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	9	10	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	9	10	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (¤-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	8	9	10	15	16	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Insamling av provresultat för matematik kurs D

Från och med höstterminen 2011 utför SCB (Statistiska centralbyrån) på uppdrag av Skolverket en totalinsamling av elevresultat både vår- och hösttermin. Information om denna totalinsamling utgår från SCB. Förutom denna totalinsamling genomför provinstitutionen en egen urvalsinsamling. Denna urvalsinsamling ger värdefull information som är nödvändig för att kunna utvärdera och utveckla de nationella kursproven. Genom att du och dina kollegor skickar in resultat kommer vi också att kunna publicera en rapport om höstens prov i slutet av februari. Rapporten kommer att finnas tillgänglig på http://www.edusci.umu.se/np-pb/np/ Du kan, till din mailbox, få en länk till rapporten direkt när den är klar genom att ange din e-postadress i samband med att du skickar in resultat.

Urvalsinsamlingen

För urvalsinsamlingen gäller att när du genomfört provet och bedömt elevernas arbete så rapporterar du **resultat för elever födda den 3:e, 8:e, 10:e, 23:e och 26:e i varje månad.** Detta görs på nedanstående webbplats. Sedan besvarar du en **lärarenkät** som finns på samma webbplats och skickar in en tydlig kopia av **elevlösningar för elever födda den 3:e i varje månad**.

1. Gå in på http://www.edusci.umu.se/np-pb/np/ och klicka på rubriken **Resultatinsamling ht 2011** som du finner under rubriken Aktuellt högst upp på sidan.
2. Skriv **hela5en** i rutan för lösenord.
3. Fyll i några bakgrundsdata samt elevresultat för **elever födda den 3:e, 8:e, 10:e, 23:e och 26:e i varje månad** för en undervisningsgrupp som genomfört provet.
4. Fyll i lärarenkäten.
5. När du är färdig: tryck på Skicka filen.
6. Skicka en tydlig kopia av den bedömda elevlösningen för **elever födda den 3:e i varje månad** till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar
Nationella prov
Att. Monika Kriström
901 87 Umeå

Eftersom bakgrundsdata, och kanske även vissa svar i lärarenkäten, skiljer sig åt mellan grupper så måste du göra om proceduren ovan (steg 3-6) för varje grupp om du har genomfört nationella kursprov i flera undervisningsgrupper. För att det ska vara möjligt att publicera en resultatrapport i slutet av februari måste vi ha alla resultat **senast 20 januari 2012.**