

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av april 1999.

**NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK
KURS D
HÖSTEN 1997**

Tidsbunden del

Anvisningar

Provperiod	4 december - 18 december 1997
Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. De flesta uppgifterna är av <i>långsvartstyp</i> där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs <ul style="list-style-type: none">• att du skriver ned vad du gör• att du förklarar dina tankegångar,• att du ritar figurer vid behov• att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står " <i>Endast svar fordras</i> ") behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl Godkänd". Provet ger maximalt 45 poäng.

1. Bestäm $f'(x)$ om

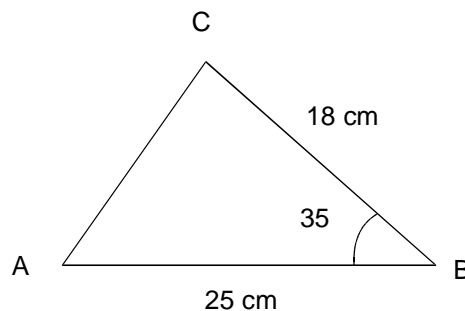
a) $f(x) = 5 \sin x$

b) $f(x) = 4 \cos 5x$

Endast svar fordras

(2p)

2. ABC är en triangel som figuren visar. Beräkna längden av sträckan AC.



(2p)

3. Beräkna med hjälp av primitiv funktion ett exakt värde på integralen $\int_1^3 \frac{x^2}{3} dx$

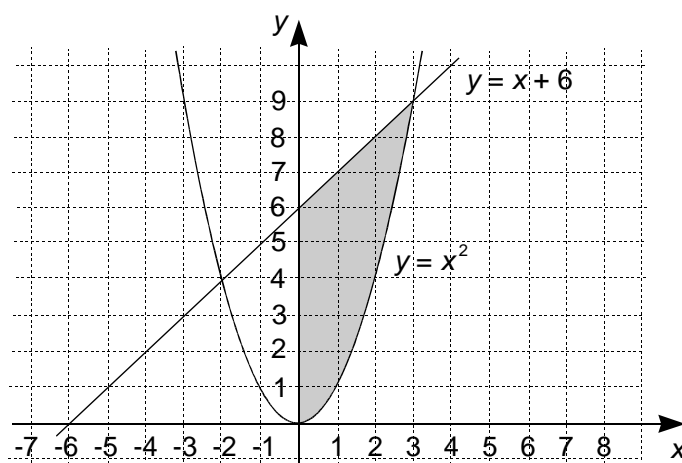
(2p)

4. I en triangel ABC är vinkel A $64,4^\circ$ och vinkel B $41,4^\circ$. Sidan AC är 137 cm. Hur lång är sidan BC?

(3p)

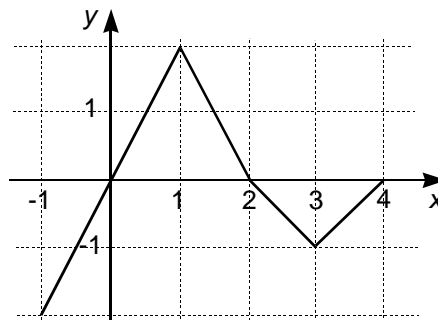
5. Ställ upp ett uttryck för exakt beräkning av det skuggade områdets area. Arealen behöver inte beräknas.

(2p)



6. Figuren visar grafen till funktionen $y = f(x)$.
Beräkna värdet av integralen

$$\int_0^3 f(x) dx$$



(2p)

7. Lös ekvationen $1 + \cos x = 2$.

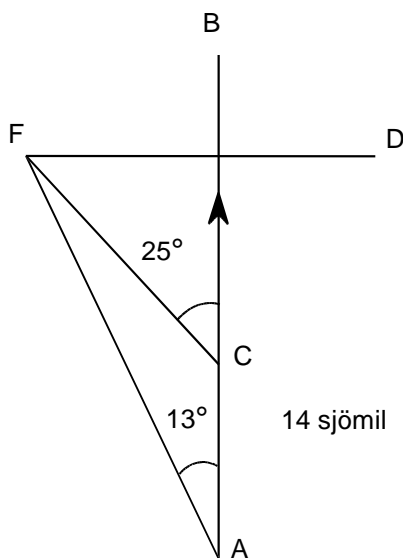
(2p)

8. Undersök grafiskt och visa med en enkel skiss om det finns några v så att
 $2 \sin(v + 12^\circ) = \cos(v + 23^\circ)$ för $0^\circ < v < 180^\circ$.
Ange i så fall detta/dessa värden.

(3p)

9. Ett fartyg rör sig enligt figuren från A mot B . F är en fyr och vinklarna 13° och 25° är de vinklar som uppmätts mellan fartygets rörelseriktning och fyren i punkterna A respektive C . Avståndet mellan A och C är 14 sjömil. Utefter FD som är vinkelrät mot AB ligger ett grund 8 sjömil från F . Kommer fartyget att gå på grundet?

(3p)



OBS! Figuren är inte skalenlig.

10. En skridskoåkare hamnade i en vak och kroppstemperaturen sjönk då snabbt. Vi antar att den hastighet med vilken temperaturen, y °C, ändrades var proportionell mot kroppstemperaturen, enligt

$$\frac{dy}{dt} = -0,011 \cdot y \text{ där } t \text{ är tiden i minuter som personen varit i vattnet.}$$

- a) Visa att $y = 37 \cdot e^{-0,011t}$ är en lösning till $\frac{dy}{dt} = -0,011 \cdot y$ (2p)
- b) Efter hur lång tid har åkarens kroppstemperatur sjunkit från 37 °C till 31 °C? (2p)
- c) Med vilken hastighet ändras kroppstemperaturen 5 minuter efter det att en person med temperaturen 37 °C fallit i vaken? (2p)

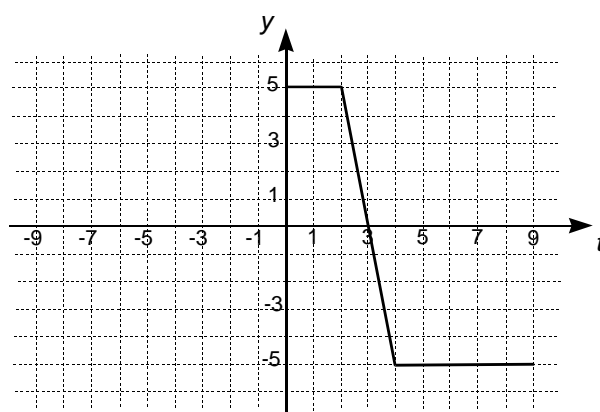
11. Visa att $y = \cos x \cdot \sin x$ satisfierar $2y - y' \cdot \tan 2x = 0$. (3p)

12. Figuren visar grafen till funktionen $y = f(t)$ $0 \leq t \leq 9$

$$\text{Låt } g(x) = \int_0^x f(t) dt \text{ (se figur)}$$

Endast svar fordras på nedanstående fyra uppgifter.

- a) Bestäm $g(2)$.
- b) Bestäm största värdet av $g(x)$.
- c) Har funktionen $g(x)$ några nollställen i intervallet $0 \leq x \leq 9$?
I så fall vilket/vilka?
- d) För vilka x är $g(x)$ negativ?



(4p)

13. Trafikflödet in till en tätort kan approximativt beskrivas med följande matematiska modell

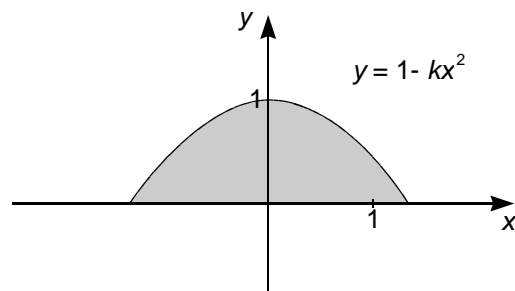
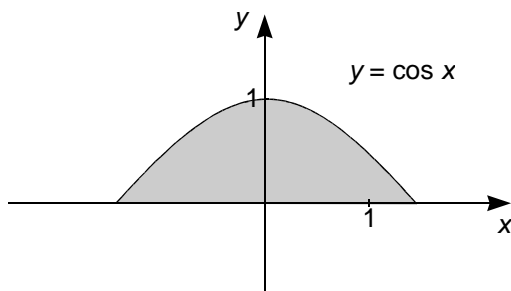
$$y = 108 \sin \frac{\pi x}{12} + 320$$

där y är antalet bilar/timme och x är antalet timmar efter klockan 7.00.
Hur många bilar passerar in till tätorten mellan klockan 7.00 och 17.00?

(3p)

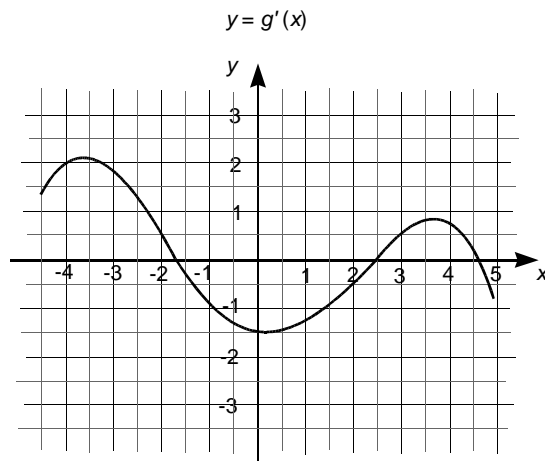
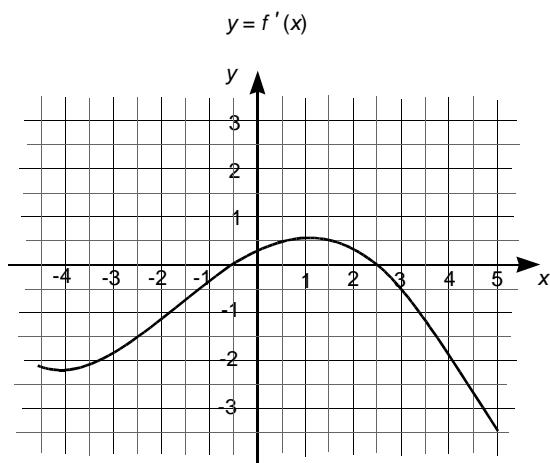
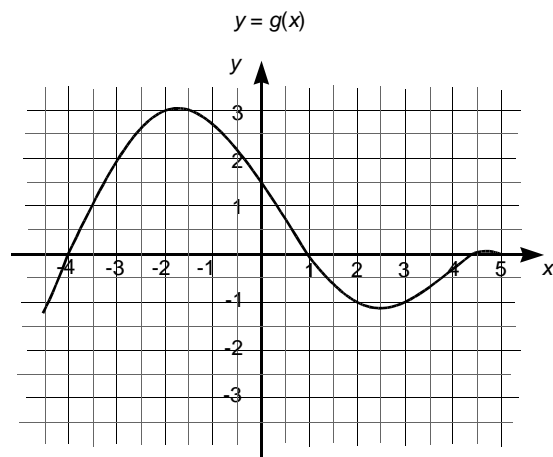
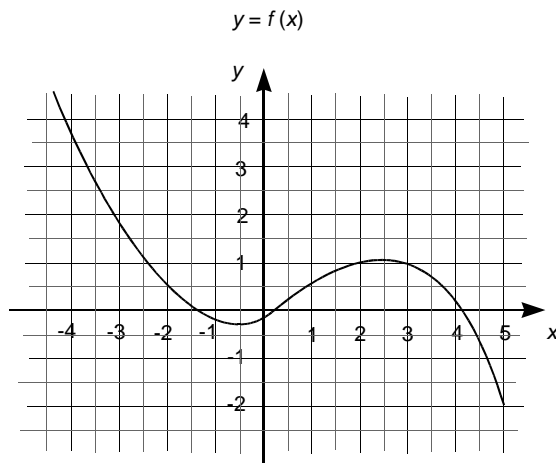
14. Funktionen $y = \cos x$ approximeras med $y = 1 - kx^2$ så att areorna enligt nedanstående figur blir lika. Bestäm konstanten k .

(4p)



15. I figurerna återges graferna till $y = f(x)$ och $y = g(x)$ samt derivatorna till dessa. Man bildar en ny funktion $h(x) = f(g(x))$. Använd figurerna för att bestämma

- a) $h(-2)$ (2 p)
 b) $h'(-2)$ (2 p)



Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången april 1999.

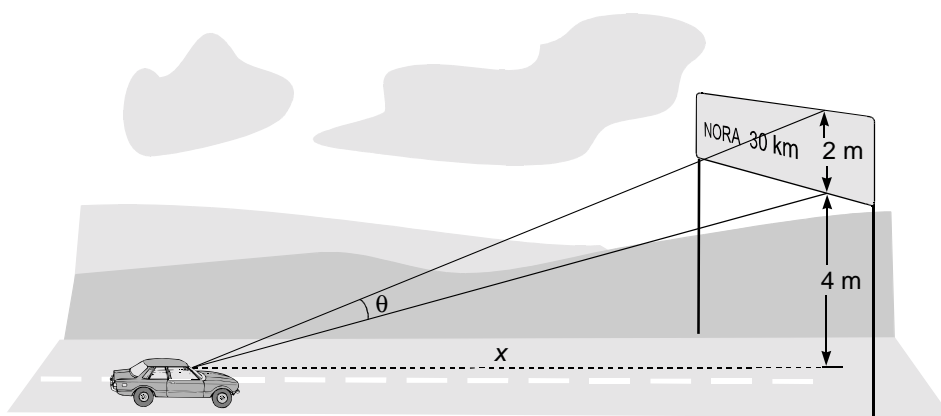
**NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK
KURS D
HÖSTEN 1997**

Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 48 - 51.
Provtid	Enligt beslut vid skolan men minst 60 minuter (under normal lektionstid).
Hjälpmedel	Enligt lokalt beslut vid skolan.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Breddningsdelen innehåller två alternativa uppgifter varav du väljer en uppgift. Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet. Redovisning av uppgifterna sker individuellt.

1. VÄGSKYLTEN



Nedre delen av en 2,0 m hög vägs skylt befinner sig 4,0 m ovanför bilistens ögonhöjd (Se figuren ovan). Skylten är svår att läsa på stort avstånd, liksom om avståndet är alltför litet.

Undersök hur synvinkeln θ varierar när bilen närmar sig skylten på en rak motorväg.

Vid vilket avstånd blir synvinkeln så stor som möjligt?

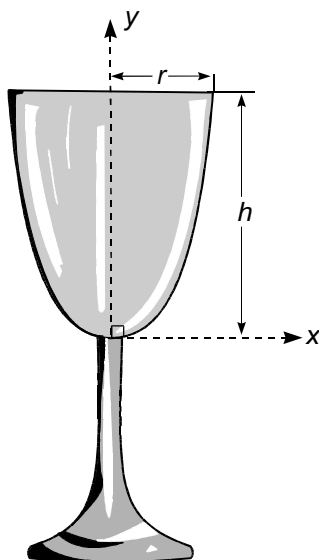
Skylten är läsbar om synvinkeln är större än 1° . Undersök under hur lång tid skylten är läsbar.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

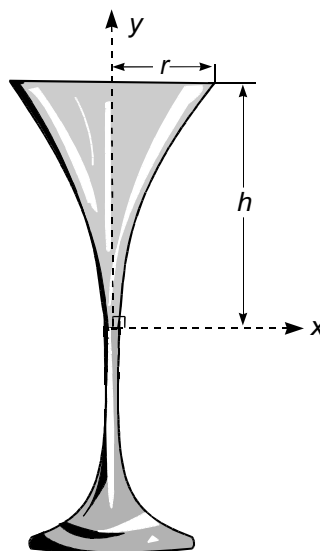
- om du valt en rimlig metod
- om du gjort korrekta beräkningar
- vilka slutsatser du dragit av din undersökning
- hur klar din redovisning är
- vilka matematiska kunskaper du visat

2. KRISTALLGLASET

En formgivare har designat kristallglas med de former som figurerna visar. Glasen består av en kupa och en fot. Du skall hjälpa formgivaren med att beräkna lämpliga mått på glasen.



Figur 1



Figur 2

- Se figur 1. Kupan för glaset har den form som uppkommer om parabeln $y = kx^2$ roterar kring y-axeln. Bestäm konstanten k då $h = 10,0$ cm och $r = 4,0$ cm. Beräkna sedan glasets volym.
- Ute i handeln är 75, 200 respektive 300 cm³ vanliga värden för kupornas volym. Beräkna lämpliga dimensioner (h och r) för att ett glas (figur 1) skall få en volym som stämmer med en av de angivna volymerna.
- Formgivaren vill också göra glas av den typ som avbildas i figur 2. Kupan ska ha harmoniska proportioner som bygger på det så kallade gyllene snittet och han vill därför att $\frac{h}{r} = \frac{16}{5}$.

Välj en ny potensfunktion $y = k \cdot x^p$, där p är ett positivt reellt tal, för att beskriva en kupa av den form som avbildas i figur 2. Bestäm dimensioner (h och r) för ett sådant glas med harmoniska proportioner och med volymen 75 cm³.

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:

- om du valt en rimlig metod
- om du gjort korrekta beräkningar
- hur klar din redovisning är
- vilka matematiska kunskaper du visat

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av april 1999.

Bedömningsanvisningar - tidsbunden del (MaD ht 1997)

Provet ger maximalt 45 poäng. Förslag till undre gräns för Godkänd är 14 poäng respektive 28 poäng för Väl Godkänd.

Exempel på godtagbara svar anges inom parentes.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.	a) Korrekt svar ($5\cos x$) b) Korrekt svar ($-20\sin 5x$)	Max 2p +1p +1p
2.	Redovisat korrekt metod med godtagbar beräkning av AC (15 cm)	Max 2p +1p +1p
3.	Redovisat korrekt primitiv funktion med godtagbar beräkning av exakt värde $\left(\frac{26}{9}\right)$	Max 2p +1p +1p
4.	Redovisat korrekt metod med godtagbar beräkning av BC (187 cm)	Max 3p +1-2p +1p
5.	Redovisat korrekt(a) integrand(er) med korrekta gränser $\left(\int_0^3 (x + 6 - x^2) dx\right)$	Max 2p +1p +1p
6.	Redovisat korrekt metod med godtagbar beräkning av integralens värde (1,5)	Max 2p +1p +1p
7.	Redovisat godtagbar lösning med en vinkel korrekt med korrekt period ($x = 0 + n \cdot 2\pi$)	Max 2p +1p +1p
Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
8.	Redovisat godtagbar skiss Insett att grafernas skärningspunkter ger antalet lösningar Angett godtagbart värde på vinkeln (12°)	Max 3p +1p +1p +1p

- 9.** **Max 3p**
 Redovisat godtagbar metod +1p
 med godtagbara beräkningar +1p
 med korrekt slutsats (Nej, fartyget passerar 1,6 sjömil från grundet) +1p
- 10.** **Max 6p**
 a) Redovisat godtagbar metod +1p
 med godtagbart genomförande +1p
 b) Redovisat godtagbar metod +1p
 med godtagbara beräkningar (16 minuter) +1p
 c) Redovisat godtagbar metod +1p
 med godtagbara beräkningar ($-0,4 \text{ } ^\circ\text{C/minut}$) +1p
- 11.** **Max 3p**
 Redovisat korrekt derivata +1p
 Verifierat att funktionen satisfierar differentialekvationen +1-2p
- 12.** **Max 4p**
 a) Godtagbart svar (10) +1p
 b) Godtagbart svar (12,5) +1p
 c) Godtagbart svar ($x = 6$) +1p
 d) Godtagbart svar ($x > 6$, även om det korrekta intervallet är $6 < x \leq 9$) +1p
- 13.** **Max 3p**
 Redovisat godtagbar metod +1-2p
 med godtagbart svar (4000 bilar) +1p
- 14.** **Max 4p**
 Godtagbart redovisad ansats som visar förståelse för problemet +1p
 (t ex att uttryck för areorna, begränsade av kurvorna i de
 angivna intervallen, skall sättas lika)
 med redovisad godtagbar metod +1-2p
 (t ex med bestämning av integrationsgränser och beräkning av
 integraler som ger en ekvation för k)
 med korrekt svar $\left(k = \frac{4}{9}\right)$ +1p

15.		Max 4p
a)	Redovisat godtagbar metod med godtagbart svar (1)	+1p +1p
b)	Redovisat godtagbar metod med godtagbart svar $(-0,25)$	+1p +1p

Bedömningsanvisningar - breddningsdel

Uppgift 1 Vägskylten

Vid bedömning av elevarbetet ska du ta hänsyn till följande:

- val, användning och värdering av bearbetningsstrategi (metod)
- hur korrekta beräkningarna är
- vilka slutsatser som dras och hur de motiveras
- hur klar och lätt att följa redovisningen är
- vilka matematiska kunskaper eleven visar

Ett godkänt elevarbete bör innehålla:

Eleven visar att hon har förstått problemet med hur synvinkeln varierar och anger en möjlig metod för dess lösning.

Eleven beräknar på ett godtagbart sätt synvinklar för några avstånd till skylten.

Eleven bestämmer ett godtagbart värde på avståndet där synvinkeln är störst och/eller motiverar sitt svar med ett godtagbart resonemang.

Elevens redovisning och tankegång kan följas.

Ett väl godkänt elevarbete bör innehålla:

Eleven beskriver på ett systematiskt sätt hur synvinkeln varierar med avståndet till skylten.

Eleven bestämmer ett godtagbart värde på avståndet där synvinkeln är störst och motiverar sitt svar med en klar tankegång.

Eleven visar att hon har förstått problemet med hur lång tid skylten är läsbar och att det beror på farten.

Eleven bestämmer ett godtagbart värde på tiden för läsbarhet utifrån minst ett antagande om bilens fart och ger någon kommentar om modellens rimlighet.

Elevens redovisning är strukturerad och lätt att följa.

Uppgift 2 Kristallglaset

Vid bedömningen av elevarbetet ska du ta hänsyn till följande:

- val, användning och värdering av bearbetningsstrategi (metod)
- hur korrekta beräkningarna är
- hur klar och lätt att följa redovisningen är
- vilka matematiska kunskaper eleven visar

Ett godkänt elevarbete bör innehålla:

Eleven bestämmer k och tecknar en integral som beskriver glasets volym då $h = 10,0$ cm och $r = 4,0$ cm samt beräknar godtagbart värde på volymen (251 cm³).

Eleven gör ett försök till bestämning av h och r för en glasvolym.

Elevens redovisning kan följas men formella brister återfinns på mer än ett ställe.

Ett väl godkänt elevarbete bör förutom ovanstående innehålla:

Eleven beräknar h och r för en glasvolym på ett godtagbart sätt.

Eleven väljer en ny potensfunktion där $0 < p < 1$, tar hänsyn till det givna förhållandet mellan h och r och gör en i övrigt korrekt ansats.

Elevens redovisning är strukturerad och lätt att följa.