NATIONAL TEST IN MATHEMATICS COURSE D
SPRING 2003

Directions

Test time	240 minutes for Part I and Part II together. We recommend that you spend no more than 60 minutes on Part I.
Resources	**Part I:** ”Formulas for the National Test in Mathematics Courses C, D and E.” *Please note calculators are not allowed in this part.* **Part II:** Calculators, and ”Formulas for the National Test in Mathematics Courses C, D and E”.
Test material	The test material should be handed in together with your solutions. Write your name, the name of your education programme / adult education on all sheets of paper you hand in. *Solutions to Part I should be handed in before you retrieve your calculator. You should therefore present your work on Part I on a separate sheet of paper. Please note that you may start your work on Part II without a calculator.*
The test	The test consists of a total of 16 problems. **Part I** consists of 10 problems and **Part II** consists of 6 problems. To some problems (where it says *Only answer is required*) it is enough to give short answers. For the other problems short answers are not enough. They require that you write down what you do, that you explain your train of thought, that you, when necessary, draw figures. When you solve problems graphically/numerically please indicate how you have used your resources. Problem 16 is a larger problem which may take up to an hour to solve completely. It is important that you try to solve this problem. A description of what your teacher will consider when evaluating your work, is attached to the problem. Try all of the problems. It can be relatively easy, even towards the end of the test, to receive some points for partial solutions. A positive evaluation can be given even for unfinished solutions.
Score and mark levels	The maximum score is 41 points. The maximum number of points you can receive for each solution is indicated after each problem. If a problem can give 2 ”Pass”-points and 1 ”Pass with distinction”-point this is written (2/1). Some problems are marked with ¤, which means that they more than other problems offer opportunities to show knowledge that can be related to the criteria for Pass with Special Distinction. Lower limit for the mark on the test Pass: 12 points Pass with distinction: 24 points of which at least 6 ”Pass with distinction points”. Pass with special distinction: In addition to the requirements for ”Pass with distinction” you have to show ”*Pass with special distinction*” *qualities in at least one* of the ¤-problems. You must also have at least 11 ”Pass with distinction”-points.

Name: ______________________________ School: _________________________

Education programme/adult education: ____

Part I

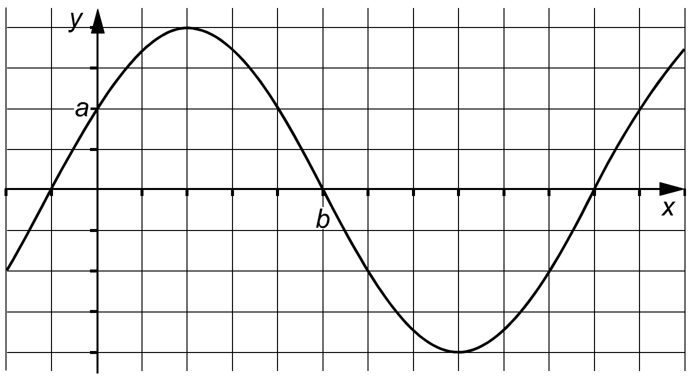
This part consists of 10 problems that should be solved without the aid of a calculator. Your solutions to the problems in this part should be presented on separate sheets of paper that must be handed in before you retrieve your calculator. Please note that you may begin working on Part II without the aid of a calculator.

1. Evaluate the integral $\int_0^3 (2x+1)\mathrm{d}x$ (2/0)

2. Determine the period to the curve $y = \sin 4x$ *Only answer is required* (1/0)

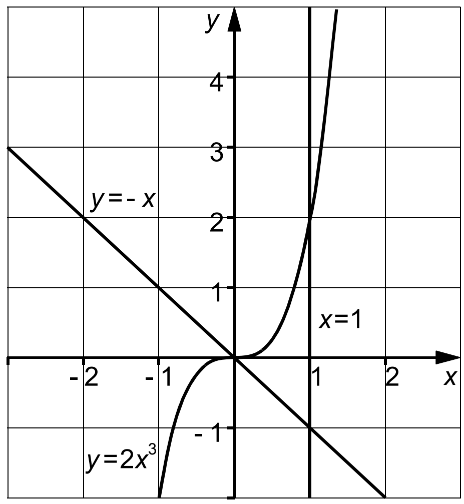
3. Arrange the numbers $\sin 50^\circ$, $\sin 100^\circ$, $\sin 150^\circ$ and $\sin 200^\circ$ after size. Start with the *smallest* number. (2/0)

4. The function $y = 2\sin(x + 30^\circ)$ is drawn in the figure below. Write down the values for *a* and *b*. *Only answer is required* (2/0)



5. A population of animals increases at a rate of $v(t) = 200 + 50t$ (animals/year) where *t* is the time in years. By how many animals does the population increase during the first 10 years? (2/0)

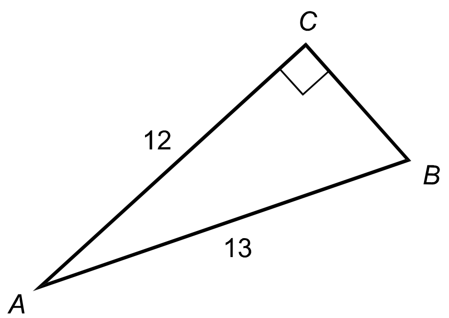
6. Find the area of the bounded region lying between the curve $y = 2x^3$ and the lines $y = -x$ and $x = 1$ (2/0)



7. Solve the equation $\sin 3x = \frac{1}{2}$ in the interval $0^\circ \le x \le 90^\circ$ (1/1)

8. Determine the derivative of the function $f(x) = (2x-1)e^x$ (0/2)

9. The figure shows a right-angled triangle *ABC*.
Calculate $\sin 2A$ (0/2)



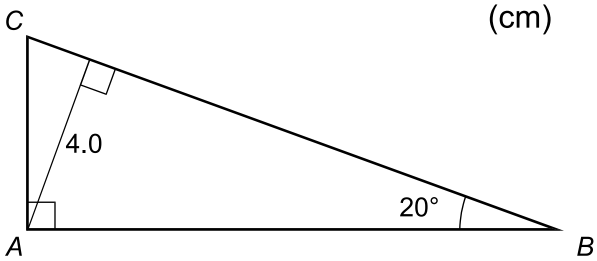
10. Evaluate exactly $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos\frac{x}{3}\,dx$ (0/2)

Part II

This part consists of 6 problems and you may use a calculator when solving them. Please note that you may begin working on Part II without a calculator.

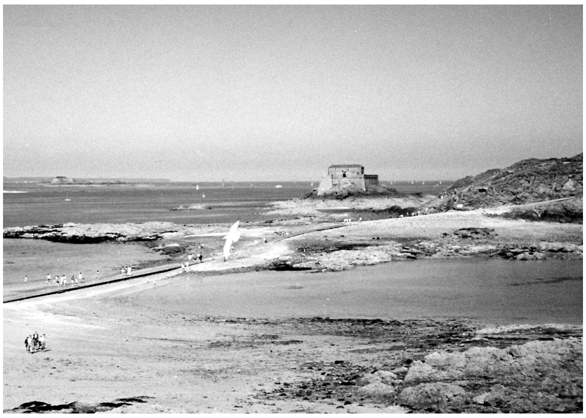
11. Show that the differential equation $y' - 3y = 0$ has the solution $y = 5e^{3t}$ (2/0)

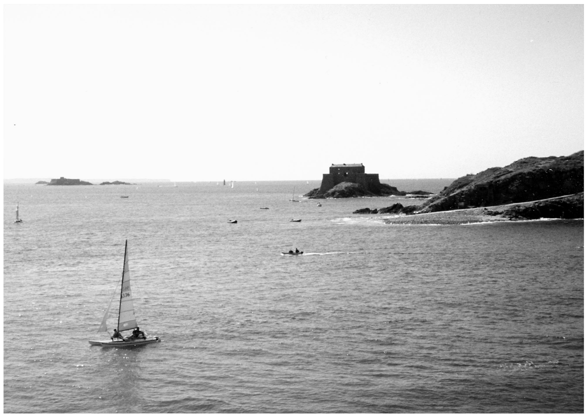
12. Determine the area of the right-angled triangle *ABC*.



(3/0)

13.





Outside the French town Saint Malo situated on the coast of the English Channel, they have found that during a certain period of time the depth of water y varies according to

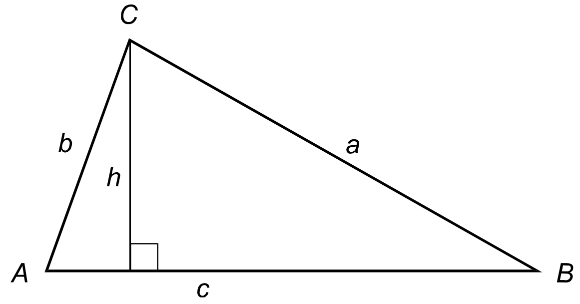
$y(t) = 8.0 - 5.0\sin\frac{\pi t}{6}$, where t is the time in hours after 08.00.

a) What is the depth of water at 16.30? (1/0)

b) When is the depth of water lowest during the day? (1/1)

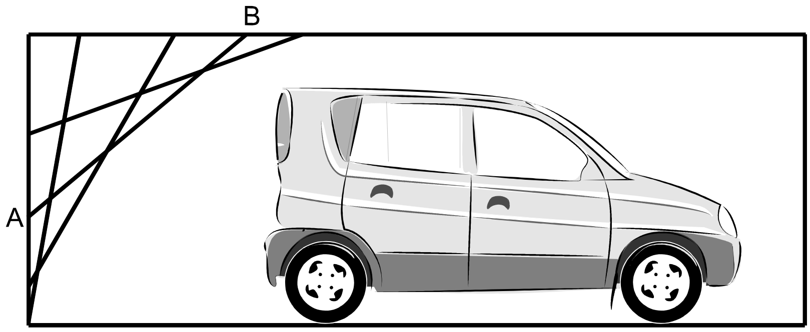
c) How fast does the depth of water increase when the rate of change is at a maximum? (0/2)

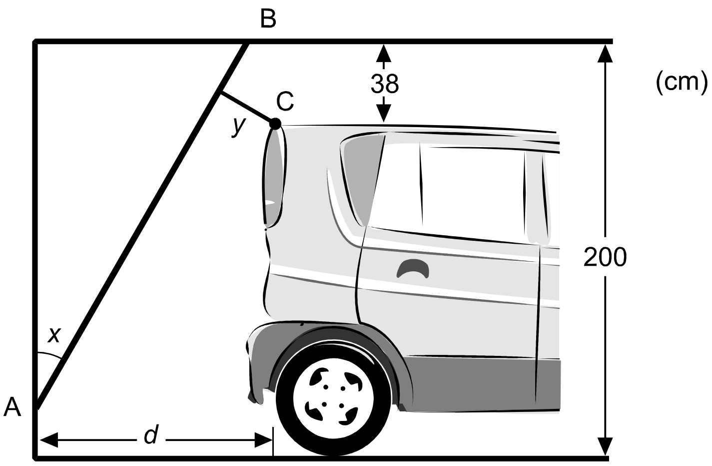
14. In the triangle ABC with sides a, b and c, the angles A and B are acute.



Show that $b\sin A = a\sin B$ without using the sine rule. (0/2/¤)

15. The picture below shows a schematic picture of how a garage door moves when opened. The lower edge of the door, A, runs in a vertical path. The upper edge B runs in a horizontal path. When the door is opened it occupies a part of the garage.





You are going to investigate how close to the closed door you can park your new car. In the figure above, the angle between the door and the vertical line is x degrees. The shortest distance between the highest point of the car C and the inclining door is y cm. The horizontal distance between the point C and the closed door is d cm. It can be shown that $y = 38\sin x - 200\cos x \sin x + d\cos x$

If $y \le 0$ the door will strike against the car.

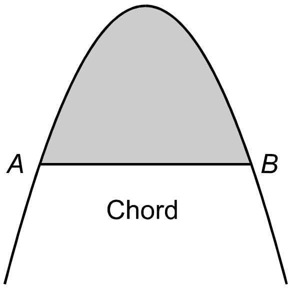
Calculate, for example by using your calculator, the least value of d so that the door does not strike against the car. Give your answer in whole centimetres. (0/3/¤)

When assessing your work your teacher will take into consideration:

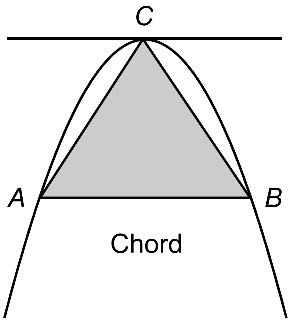
- How well you present your work
- If your calculations are correct
- How well you justify your results
- How well you use the mathematical language

16. A horizontal line intersects a quadratic curve in two points *A* and *B*. A region is then bounded by the line *AB* and the quadratic curve. This region is called a parabolic segment. The tangent to the curve which is parallel to the chord *AB* touches the curve in *C*.

The Greek mathematician, physicist and inventor Archimedes (287 – 212 BC) discovered that the area of the triangle *ABC* is exactly 3/4 of the area of the parabolic segment (see figures below).



Parabolic segment



Inscribed triangle

- Show that what Archimedes discovered is true for the parabolic segment bounded by the quadratic curve $y = x(2 - x)$ and the *x*-axis.

- Choose another quadratic curve that intersects the *x*-axis in two points. Show that what Archimedes discovered is true for the parabolic segment bounded by this quadratic curve and the *x*-axis.

- The quadratic curve $y = x^2$ is intersected by the line $y = 2x + 3$ in the points $A = (-1, 1)$ and $B = (3, 9)$. The segment *AB* is a chord to the quadratic curve. The point *C* is determined as above; the tangent to the quadratic curve in C must be parallel to the chord *AB*.

  Investigate whether what Archimedes discovered is true also in this case when the chord is not parallel to the *x*-axis.

(3/4/¤)

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5, 6, 8, 12, 15 och 16 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 3, 5, 10, 12, 13b, 13c och 14-16. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 8, 12, 13, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 5, 8 och 13-16 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 5, 8, 13, 15 och 16 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik vt 2003 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde														Betygskriterium														
Upp-gift nr	g po-äng	vg po-äng	¤	Övr			Trigonometri				Diff & integral							Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0													x	x		x		x												
2	1	0						x										x														
3	2	0					x											x	x	x												
4	2	0						x										x	x													
5	2	0													x	x		x	x	x												
6	2	0													x	x		x	x	x												
7	1	1					x											x	x	x		x				x						
8	0	2									x											x			x	x						
9	0	2			x				x	x												x	x		x	x						
10	0	2													x	x						x			x	x						
11	2	0												x				x	x	x												
12	3	0								x								x	x	x												
13a	1	0						x										x														
13b	1	1					x	x										x	x	x		x	x		x							
13c	0	2						x			x		x									x		x	x							
14	0	2	¤						x	x												x	x		x	x		x		x		
15	0	3	¤	x				x			x		x									x	x		x	x		x	x		x	
16	3	4	¤		x										x	x		x	x	x		x	x		x	x		x	x	x		
Σ	22	19		1/1			11/7				10/11																					

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 41 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	12 poäng.
Väl godkänd:	24 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	24 poäng varav minst 11 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4 Som krav för att en elev prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaD vt 2003)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		**Max 2/0**
	Korrekt primitiv funktion	+1 g
	med korrekt svar (12)	+1 g
2.		**Max 1/0**
	Korrekt svar $\left(\frac{\pi}{2}\right)$	+1 g
3.		**Max 2/0**
	Ansats till lösning som visar förståelse för problemet, t ex markerat vinklarna i en enhetscirkel	+1 g
	med korrekt svar ($\sin 200°, \sin 150°, \sin 50°, \sin 100°$)	+1 g
4.		**Max 2/0**
	Godtagbart angivet *a* ($a = 1$)	+1 g
	Godtagbart angivet *b* ($b = 150°$)	+1 g
5.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar ansats, t ex inser att en integral ska beräknas	+1 g
	Korrekt beräkning med godtagbart svar (4500)	+1 g
6.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t ex ställa upp ett korrekt integraluttryck för arean	+1 g
	med korrekt beräkning av arean (1 a.e.)	+1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		**Max 1/1**
	Redovisad godtagbar ansats, t ex visar att $x = 10° + n \cdot 120°$	+1 g
	med redovisat godtagbar lösning ($x_1 = 10°$, $x_2 = 50°$)	+1 vg
8.		**Max 0/2**
	Visat förståelse för derivering av produkt	+ 1vg
	med redovisat godtagbar bestämning av derivatan ($f'(x) = 2x\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^x$)	+ 1vg
9.		**Max 0/2**
	Godtagbar ansats, t ex genom att utveckla $\sin 2A$	+1 vg
	med redovisat godtagbar bestämning av $\sin 2A$ $\left(\frac{120}{169}\right)$	+1 vg
10.		**Max 0/2**
	Korrekt primitiv funktion	+1 vg
	med redovisat godtagbar beräkning $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\right)$	+1 vg
Del II		
11.		**Max 2/0**
	Korrekt deriverad funktion ($y' = 15\mathrm{e}^{3t}$)	+1 g
	Visat att funktionen satisfierar differentialekvationen	+1 g
12.		**Max 3/0**
	Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämt en sida i triangeln	+1 g
	med redovisat godtagbar bestämning av arean ($25\ \mathrm{cm}^2$)	+1-2 g
13.		**Max 2/3**
a)	Redovisad godtagbar metod med godtagbart svar (12,8 m)	+1 g
b)	Bestämmer den ena tidpunkten	+1 g
	Bestämmer även den andra tidpunkten (kl 11.00 och kl 23.00)	+1 vg
c)	Redovisat godtagbar metod	+1 vg
	med godtagbart svar (2,6 m/h)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
14.		**Max 0/2/¤**
	En godtagbar ansats t ex uttrycker *h* på två olika sätt	+1 vg
	med godtagbart slutfört bevis	+1 vg
	Eleven genomför beviset korrekt och använder ett i huvudsak korrekt och lämpligt matematiskt språk.	¤

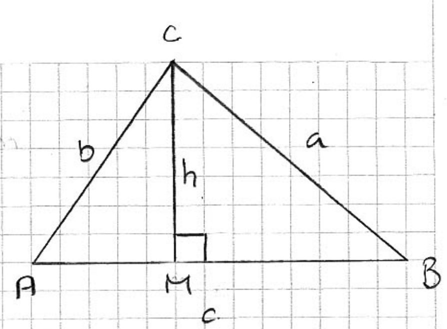
Elevlösning 1 (2 vg)

$$b \sin A = \cancel{b} \cdot \frac{h}{\cancel{b}} = h$$

$$a \sin B = \cancel{a} \cdot \frac{h}{\cancel{a}} = h$$

Kommentar: Lösningen är inte riktigt färdig. Det lämnas över till läsaren att bedöma vad som har bevisats.

Elevlösning 2 (2 vg och ¤)



Lösning:

Från triangeln ACM

$\sin A = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b \sin A$. — ①

Från triangeln BCM

$\sin B = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a \sin B$ — ②

från ekvationerna ① och ②
vi får

$b \sin A = a \sin B$. ——

svar

vi får därför satsen

$b \sin A = a \sin B$.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
15.		**Max 0/3/¤**
	Eleven har visat förståelse för problemet, t ex genom att undersöka y för något värde på d eller genom att lösa ut d som funktion av x då $y = 0$	+1 vg
	Eleven redovisar en metod för bestämning av det sökta värdet på d, t ex instängning av det sökta värdet i ett intervall	+1 vg
	med godtagbart svar (110 cm)	+1 vg
	Eleven använder en systematisk metod som beskrivs med ett i huvudsak korrekt och lämpligt matematiskt språk	¤

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

16. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar.

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="6">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td colspan="2">Eleven beräknar godtagbart arean av ett paraboliskt segment och visar att sambandet gäller för ett specialfall där kordan sammanfaller med x-axeln.
1–2 g</td><td colspan="2">Eleven visar att Arkimedes samband gäller för två specialfall där kordan sammanfaller med x-axeln.
2 g och 1 vg</td><td colspan="2">Eleven visar att sambandet gäller även i det aktuella fallet där kordan inte är parallell med x-axeln.
2 g och 2 vg</td><td>2/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="3"></td><td colspan="3">Eleven inser hur koordinaterna för C kan bestämmas för punkt tre och för ett resonemang som leder till en metod för bestämning av arean av triangeln ABC
1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="3">Redovisningen är möjlig att följa, men omfattar endast en mindre del av problemet.
1 g</td><td colspan="3">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är acceptabelt.
1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="6"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

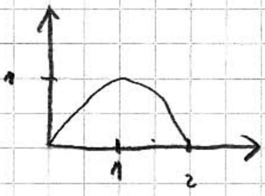
Lösningen är fullständig och redovisas med klar tankegång där det matematiska språket i huvudsak är korrekt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 16

Elevlösning 1 (3 g)

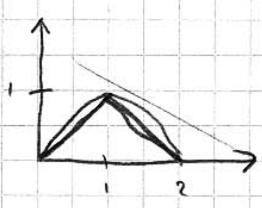
$y = x(2-x) = 2x - x^2$

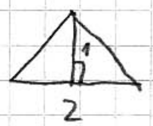
Graf



$$\int_0^2 (2x - x^2)\,dx$$

$$\left[\frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{4}{3} - 0 = \frac{4}{3} \text{ a.e}$$





$a = 1$

4/3 som var arean under grafen

gångar man 4/3 · 0,75 = 1 alltså

så stämmer Arkimedens samband.

$y = 5x - x^2 + 7$

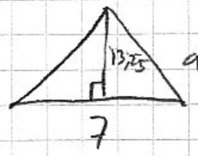
$$\int_{-1}^{6} (5x - x^2 + 7)\,dx$$

$$\left[\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 7x\right]_{-1}^{6}$$

$$\left[\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 7x\right]_{-1}^{6}$$

$$\left(\frac{5\cdot 6^2}{2} - \frac{6^3}{3} + 7\cdot 6\right) - \left(\frac{5\cdot -1^2}{2} - \frac{-1^3}{3} + 7\cdot -1\right)$$

$$(60) - \left(-\frac{25}{6}\right) = \underline{\underline{\frac{385}{6}}}$$



$a = 46,375$

$$46,375 \cdot 4/3 = \underline{\underline{\frac{371}{6}}}$$

det blir nästan samma.

Bedömning

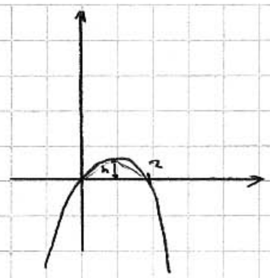
	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X		2/0	
Matematiska resonemang	X			0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X			1/0	Lösningen omfattar endast en mindre del av problemet.
Summa				**3/0**	

Elevlösning 2 (3 g och 4 vg och ¤)

$$\left.\begin{array}{l} y = x(2-x) \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x(2-x) = 0$$

$x = 0$ el $2 - x = 0$

$x = 2$



$$\int_0^2 x(2-x)\,dx = \int_0^2 (2x - x^2)\,dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^2 = 4 - \frac{8}{3} - (0-0) = \frac{4}{3} \text{ a.e.}$$

Triangelns area

$$\left.\begin{array}{l} y' = 2 - 2x \\ y' = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 - 2x = 0$$

$x = 1$

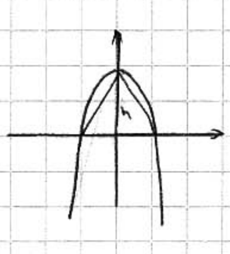
y': $+$ 0 $-$ (vid 1)

$h = y(1) = 1(2-1) = 1$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(2-0) \cdot 1}{2} = 1 \text{ a.e.}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1 = \text{Triangelns area}$$

$y = 4 - x^2$



$$\left.\begin{array}{l} y = 4 - x^2 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4 - x^2 = 0$$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$$\int_{-2}^2 (4 - x^2)\,dx = \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^2 = 8 - \frac{8}{3} - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) =$$

$$= \frac{32}{3} \text{ a.e.}$$

Triangelns area

$$\left.\begin{array}{l} y' = -2x \\ y' = 0 \end{array}\right\} \quad -2x = 0$$

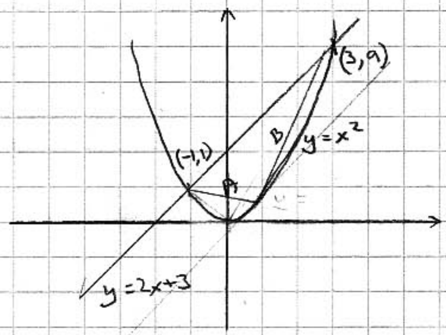
$x = 0$

y': $+$ 0 $-$ (vid 0)

$h = y(0) = 4 - 0^2 = 4$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(2-(-2)) \cdot 4}{2} = 8 \text{ a.e.}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{32}{3} = 8 = \text{Triangelns area}$$



$$\int_{-1}^{3}\left((2x+3)-x^2\right)dx = \int_{-1}^{3}\left(2x+3-x^2\right)dx = \left[x^2+3x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{3} =$$

$$= 9+9-9-\left(1-3+\frac{1}{3}\right) = 9-1+3-\frac{1}{3} = \frac{32}{3} \text{ a.e.}$$

Lutningen för $y=2x+3$

$k = 2$

$$\left.\begin{aligned} y' &= 2x \\ y' &= 2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} 2x &= 2 \\ x &= 1 \Rightarrow y = 1^2 = 1 \quad (1,1) \end{aligned}$$

Ekvationen för A

$k = \frac{1-1}{1+1} = 0$

Enpunktsformen:

$y-1 = 0(x-1)$

$y = 1$

Ekvationen för B

$k = \frac{9-1}{3-1} = 4$

Enpuntsformen

$y-1 = 4(x-1)$

$y = 4x-3$

$$\int_{-1}^{3}(2x+3)\,dx = 20$$

$$\int_{-1}^{1}(1)\,dx = 2$$

$$\int_{1}^{3}(4x-3)\,dx = 10$$

$20-2-10=8$ a.e.

$\frac{3}{4}\cdot\frac{32}{3} = 8 =$ Triangelns area

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			X	2/2	
Matematiska resonemang		X		0/1	
Redovisning och matematiskt språk		X		1/1	
Summa				**3/4**	

Lösningen är fullständig och redovisas med klar tankegång ¤

Mål för matematik kurs D

Kursplan 2000

Trigonometri (T)
T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning,

T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp,

T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer,

T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,

Differential- och integralkalkyl (D)
D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning,

D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang,

D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara,

D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå,

D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning,

D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar,

D11.kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	**Poäng**	**Motiveringar**
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	**Poäng**	**Motiveringar**
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	**Poäng**	**Motiveringar**
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	**Poäng**	**Motiveringar**
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			

	Kvalitativa nivåer	**Poäng**	**Motiveringar**
Metodval och genomförande			
Matematiska resonemang			
Redovisning och matematiskt språk			
Summa			