

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med 30 juni 2014.

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 2008

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.						
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs D." <i>Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.</i> Del II: Grafritande eller symbolhanterande räknare och "Formler till nationellt prov i matematik kurs D."						
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. <i>Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren.</i> <i>Redovisa därför ditt arbete med Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.</i>						
Provet	Provet består av totalt 18 uppgifter. Del I består av 11 uppgifter och Del II av 7 uppgifter. Till några uppgifter (där det står <i>Endast svar fordras</i>) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 18 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.						
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 46 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med $\square$, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna. Undre gräns för provbetyget <table style="width: 100%;"> <tr> <td>Godkänt:</td><td>13 poäng.</td></tr> <tr> <td>Väl godkänt:</td><td>26 poäng varav minst 7 vg-poäng.</td></tr> <tr> <td>Mycket väl godkänt:</td><td>26 poäng varav minst 14 vg-poäng.</td></tr> </table> Du ska dessutom ha visat prov på flertalet av de MVG-kvaliteter som de $\square$-märkta uppgifterna ger möjlighet att visa.	Godkänt:	13 poäng.	Väl godkänt:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.	Mycket väl godkänt:	26 poäng varav minst 14 vg-poäng.
Godkänt:	13 poäng.						
Väl godkänt:	26 poäng varav minst 7 vg-poäng.						
Mycket väl godkänt:	26 poäng varav minst 14 vg-poäng.						

Del I

Denna del består av 11 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_0^1 (10x^4 + 3) \, dx$ (2/0)

2. Derivera

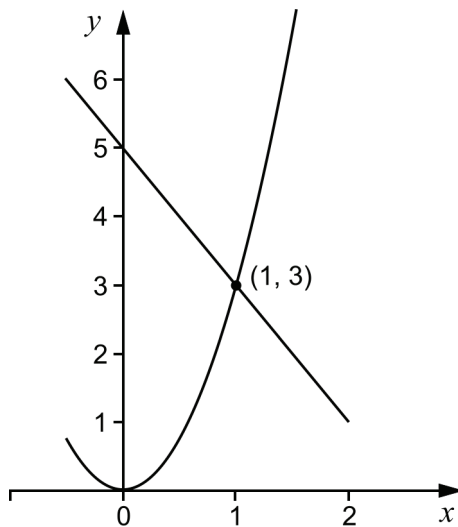
a) $f(x) = 3e^{2x} - 6x$ *Endast svar fordras* (1/0)

b) $g(x) = \sin 2x + \cos x$ *Endast svar fordras* (1/0)

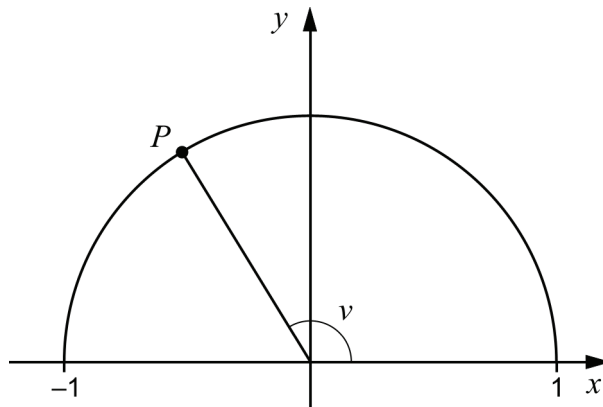
c) $h(x) = e^{\sin x}$ *Endast svar fordras* (0/1)

3. Bestäm $\sin(-45^\circ)$ *Endast svar fordras* (1/0)

4. Beräkna arean av det område i första kvadranten som begränsas av kurvan $y = 3x^2$, linjen $y = 5 - 2x$ och y-axeln. (2/0)



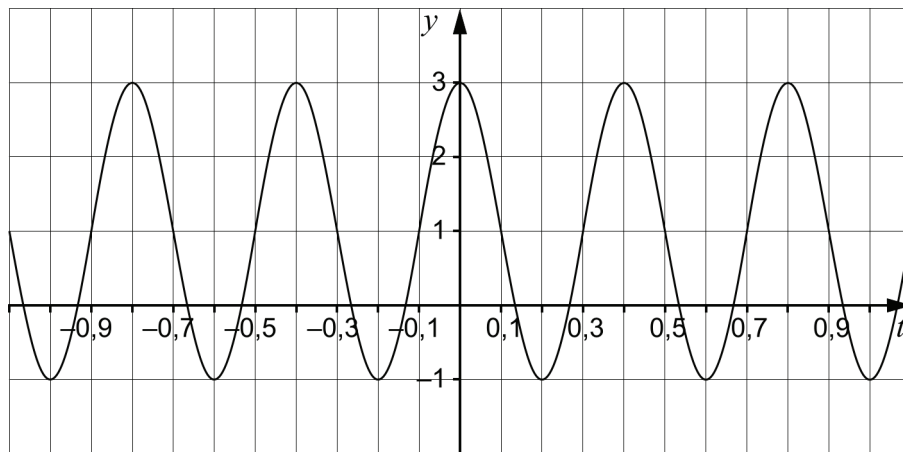
5. Figuren visar en del av en enhetscirkel. Punkten P har koordinaterna $\left(-\frac{2}{\sqrt{13}}, \frac{3}{\sqrt{13}}\right)$



Bestäm i exakt form

- a) $\sin v$ *Endast svar fordras* (1/0)
- b) $\sin 2v$ (2/0)

6. En del av grafen för funktionen $y = f(t)$ är ritad i figuren nedan.



Vilket av alternativen A-E beskriver funktionen bäst?

Endast svar fordras

(0/1)

- A. $f(t) = 2 \cos 5\pi t + 1$
- B. $f(t) = 2 \sin 5\pi t + 1$
- C. $f(t) = \cos 5\pi t + 2$
- D. $f(t) = \sin 5t + 2$
- E. $f(t) = 2 \cos 5t + 1$

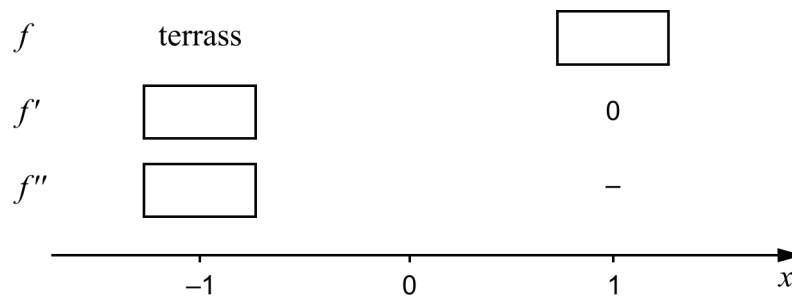
7. Lös ekvationen $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (1/1)

8. Funktionen f och dess derivator har egenskaper enligt figuren nedan i de punkter där $x = -1$ och $x = 1$. Skriv av teckenschemat på ditt papper och fyll i de tomma rutorna med rätt symbol.

Välj någonting av min, max, terrass, +, - eller 0.

Endast svar fordras

(1/1)



9. Avgör för vart och ett av följande påståenden om det är sant för alla vinklar v som uppfyller villkoret $\sin v > \frac{1}{2}$. Glöm inte att motivera.

a) $\sin 2v > 1$ (1/0)

b) $\cos v < \frac{1}{2}$ (0/1)

c) $\cos^2 v < \frac{3}{4}$ (0/1/□)

10. Bestäm konstanten k så att värdet av $\int_0^1 (3x - k)^2 dx$ blir så litet som möjligt. (0/2/□)

11. Man kan härleda en formel för $\cos 2x$ genom att derivera funktionen $f(x) = \sin 2x$ på två olika sätt.

- 1) Med hjälp av kedjeregeln får man $f'(x) = 2 \cos 2x$
- 2) Genom att utgå från sambandet $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ och derivera får man

$$f'(x) = 2 \cos x \cos x + 2 \sin x (-\sin x) = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) =$$

$$2(\cos^2 x - (1 - \cos^2 x)) = 2(2 \cos^2 x - 1)$$

Eftersom de båda uttrycken för $f'(x)$ måste vara lika så följer att

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$. Vi har fått en formel för $\cos 2x$ som enbart innehåller potenser av $\cos x$.

Använd samma teknik för att härleda en formel för $\cos 3x$, genom att utnyttja sambandet $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$. Formeln ska bara innehålla potenser av $\cos x$.

(0/3/∞)

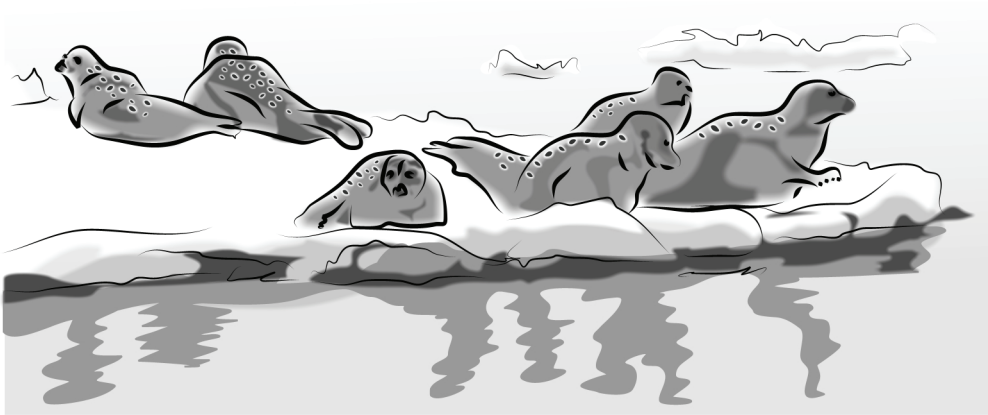
Del II

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

12. I triangeln ABC är sidan AB 22 cm, sidan BC 17 cm och vinkeln B 79° .
Beräkna triangelns area.

(2/0)

13.



Vid 1900-talets början fanns det cirka 180 000 vikarsälar i Östersjön. Stammen minskade sedan under nästan hela 1900-talet. 1985 fanns det 5000 vikarsälar kvar. För tiden därefter kan stammens utveckling matematiskt beskrivas med differentialekvationen:

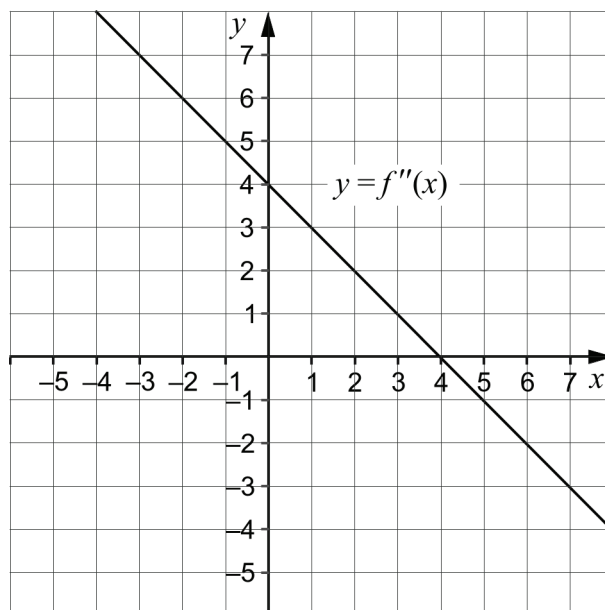
$$\frac{dy}{dx} = 0,0216y, \text{ där } y \text{ är antalet vikarsälar vid tiden } x \text{ år räknat från 1985.}$$

Förklara med egna ord innebörden av differentialekvationen i detta sammanhang. (1/1)

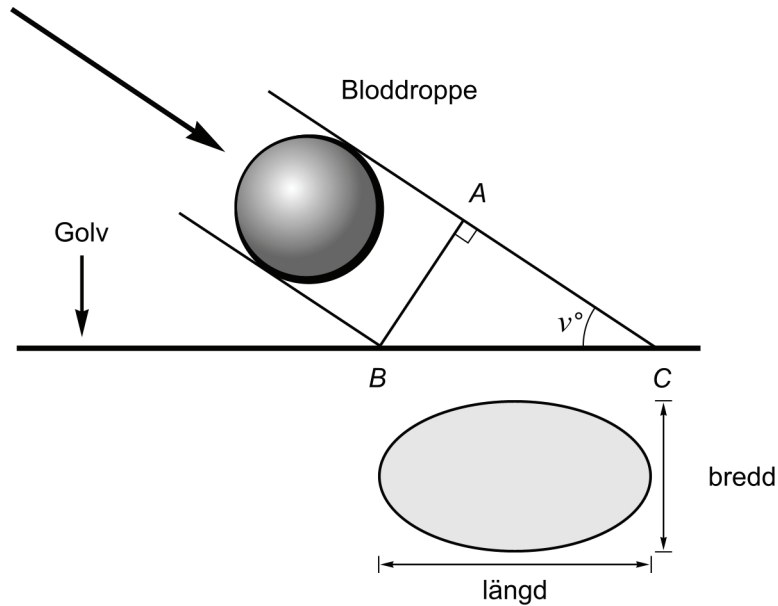
14. Figuren visar grafen till $y = f''(x)$

Bestäm $f(x)$ om $f'(1) = 2$ och $f(1) = 0$

(1/2)



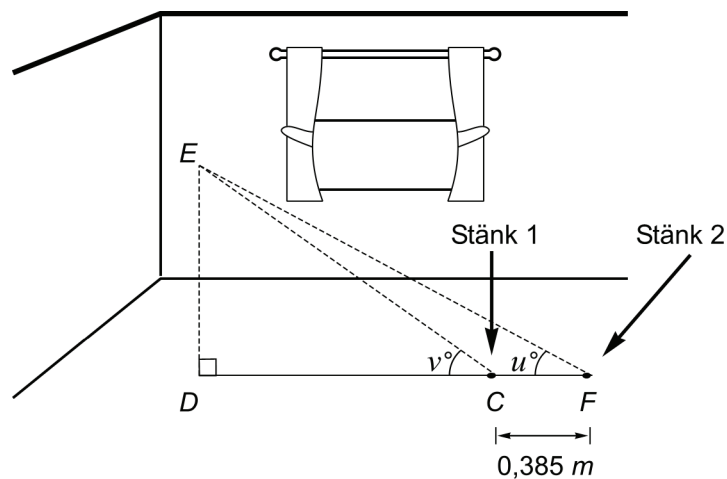
15. Inspector Moore anländer till brottsplatsen. Brottsoffret är borta, men han hittar bevis i form av två blodstänk på golvet. För att kunna rekonstruera brottet måste han veta var offret befann sig när det blev skadat. Blodstänken kan ge honom svaret.



Moore börjar med att undersöka blodstänk 1. Han antar att droppen har en klotrund form och följer en bana enligt figuren. Blodstänkets bredd är lika stor som droppens diameter AB . Han mäter AB till 3,0 mm. Blodstänkets längd BC mäter han till 4,0 mm.

- a) Hjälプ Moore att bestämma vinkeln v .

(1/0)



Moore fortsätter med att undersöka blodstänk 2. Han mäter bredden till 4,0 mm och längden till 6,0 mm. Dessutom mäter han sträckan CF mellan blodstänken till 0,385 m.

- b) Hjälプ Moore att bestämma var brottsoffret befann sig när det blev skadat. Det gör du genom att bestämma sträckan DC .

(1/2)

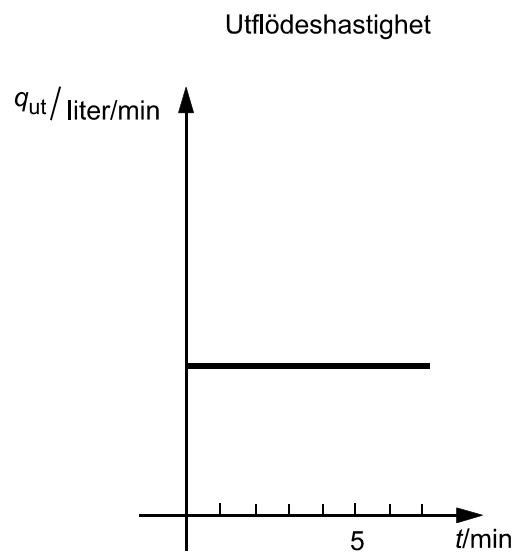
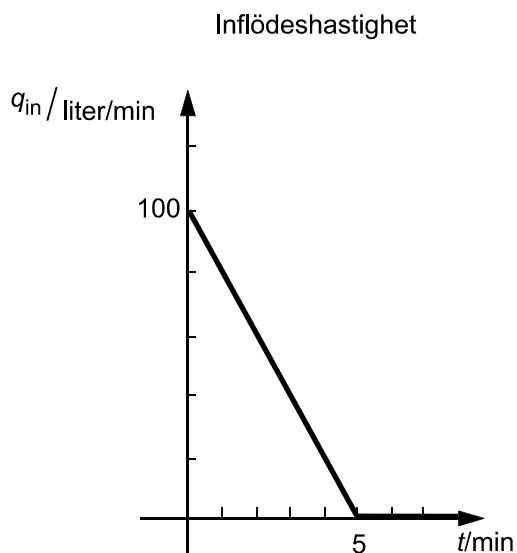
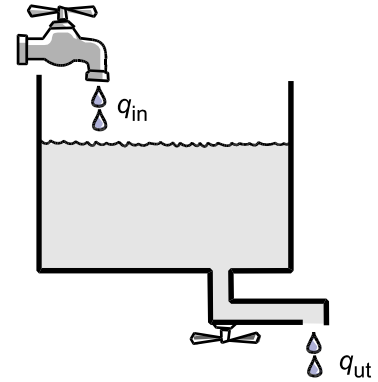
16. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = e^{x/2}$ och $y = 4 - x$ samt de positiva koordinataxlarna. Svara med tre värdesiffror. (1/2)

17. För vilka x i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$ är $f(x) = \frac{1}{\tan x - 1}$ inte definierad? (1/1/□)

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta extra hänsyn till:

- vilka slutsatser du dragit av din undersökning
- hur långt mot en generell lösning du lyckas komma
- hur systematisk du är i din undersökning
- hur väl du redovisar ditt arbete
- om du gjort korrekta beräkningar

18. En behållare som från början innehåller 300 liter vatten fylls på med en inflödeshastighet q_{in} enligt diagram 1. Vattnets utflödeshastighet q_{ut} framgår av diagram 2. Vattenvolymen vid en viss tidpunkt beror då på vilket värde på den konstanta utflödeshastigheten q_{ut} som valts.



- Beräkna hur mycket vatten som flödar in i respektive ut ur behållaren under de första 5 minuterna om utflödeshastigheten q_{ut} väljs till 40 liter/min.
- Beräkna hur mycket vatten behållaren *innehåller* efter 2 minuter om utflödeshastigheten q_{ut} väljs till 40 liter/min.
- Undersök och beskriv så utförligt du kan hur vattenvolymen i behållaren beror av tiden och olika val av konstant utflödeshastighet.

(3/3/∞)

Innehåll	Sid nr
Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000	3
Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet.....	4
Kravgränser	5
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	6
Bedömningsanvisningar del I och del II.....	7
Mål för matematik kurs D - Kursplan 2000	22
Betygskriterier 2000	23
Kopieringsunderlag för aspektbedömning	24
Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter	25
Insamling av provresultat våren 2008	26

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Strävansmål 1 och 2 kan därför sägas beröra alla uppgifter i detta prov. Strävansmål 3 och 5 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 4, 5, 7, 9, 10, 11, 14, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 5, 9, 10, 11, 13, 14, 17 och 18. Strävansmål 6 berörs av uppgifterna 1, 2, 3, 6, 8, 14 och 17 som har inslag av reflektion kring begrepp och metoder. Strävansmål 8 som avser indikera elevernas kunskaper i modellering kan kopplas till uppgifterna 4, 10, 13, 14 och 16.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik vt 2008 i förhållande till betygs-kriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längre bak i detta häfte)

				Kunskapsområde											Betygskriterium																
Upp- gift nr	g po- äng	vg po- äng	□	Övr			Trigonometri				Diff & integral					Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd					
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4
1	2	0												x			x														
2a	1	0								x							x														
2b	1	0								x							x														
2c	0	1								x										x											
3	1	0					x										x		x												
4	2	0												x	x		x	x	x												
5a	1	0					x										x	x													
5b	2	0					x		x								x	x	x												
6	0	1						x												x	x			x							
7	1	1							x								x	x	x		x	x	x								
8	1	1									x						x			x		x		x							
9a	1	0					x		x								x	x	x												
9b	0	1					x		x											x	x	x	x								
9c	0	1	□				x		x											x	x	x	x			x		x			
10	0	2	□	x										x						x	x	x	x			x	x				
11	0	3	□						x											x	x	x	x			x		x			
12	2	0								x							x		x												
13	1	1											x				x	x	x		x	x	x								
14	1	2												x			x			x	x	x		x							
15a	1	0								x							x	x	x												
15b	1	2								x							x	x	x		x	x	x	x							
16	1	2										x				x	x	x	x		x	x	x	x							
17	1	1	□				x	x									x		x		x	x	x	x		x	x				
18	3	3	□											x	x	x	x	x	x		x	x	x	x		x	x	x			
Σ	24	22					11/10				13/12																				

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 46 poäng, varav 24 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänt: 13 poäng.

Väl godkänt: 26 poäng varav minst 7 vg-poäng.

Mycket väl godkänt: 26 poäng varav minst 14 vg-poäng.
Eleven ska dessutom ha visat prov på minst tre
olika MVG-kvaliteter.

De □-märkta uppgifterna i detta prov ger möjlighet att visa fyra olika MVG-kvaliteter, se tabellen nedan.

	Uppgift				
MVG-kvalitet	9c	10	11	17	18
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	□	○	□	□	○
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	□	□	□	○	○
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	○	□	○	□	□
Värderar och jämför metoder/modeller	□	□	□	□	□
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	□	○	○	○	○

Allmänna riktlinjer för bedömning**1. Allmänt**

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänt respektive Väl godkänt används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen¹. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpöängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.²

5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel³, formella fel och enklare räknfel.

6. Aspektbedömning

Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Redovisning och matematiskt språk” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

7.2 Kravet för provbetyget Godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänt uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänt anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (☐) uppgifter.

¹ Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

² Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

³ Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen fram till och med 30 juni 2014.

Bedömningsanvisningar (MaD vt 2008)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del I		
1.		Max 2/0
	Korrekt bestämning av den primitiva funktionen	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning (5)	+1 g
2.		Max 2/1
a)	Korrekt svar ($f'(x) = 6e^{2x} - 6$)	+1 g
b)	Korrekt svar ($g'(x) = 2\cos 2x - \sin x$)	+1 g
c)	Korrekt svar ($h'(x) = \cos x \cdot e^{\sin x}$)	+1 vg
3.		Max 1/0
	Korrekt svar $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	+1 g
4.		Max 2/0
	Korrekt tecknad integral	+1 g
	med i övrigt godtagbar lösning (3 ae)	+1 g
5.		Max 3/0
a)	Korrekt svar $\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$	+1 g
b)	Godtagbar ansats, t ex använder formeln för dubbla vinkeln	+1 g
	med korrekt svar $\left(-\frac{12}{13}\right)$	+1 g
6.		Max 0/1
	Korrekt svar (A; $f(t) = 2\cos 5\pi t + 1$)	+1 vg

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		Max 1/1
	En korrekt lösning till ekvationen	+1 g
	med samtliga lösningar till ekvationen ($x = \pm 30^\circ + n \cdot 360^\circ$)	+1 vg
8.		Max 1/1
	Anger "max" för $x = 1$	+1 g
	Anger 0 för f' och f'' för $x = -1$	+1 vg
9.		Max 1/2/3
a)	Anger att påståendet är falskt med godtagbar motivering	+1 g
b)	Anger att påståendet inte är sant för alla v med godtagbar motivering	+1 vg

Exempel på en elevlösning och hur den poängsatts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

$\sin x > \frac{1}{2}$
 $\sin x > \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$ är minsta x värdet
 $\cos x < \frac{1}{2}$ sant eller falskt ?
 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\cos x > \frac{1}{2}$ ej $< \frac{1}{2}$

Kommentar: Eleven ger en godtagbar motivering som stöd för sin korrekta slutsats.

- | | | |
|----|---|-------|
| c) | Anger att påståendet är sant med godtagbar motivering | +1 vg |
|----|---|-------|

MVG kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra bevis för c)
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Exempel på elevlösningar och hur de poängsatts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg)

Sant : $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, $\cos^2(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$
 $\cos^2(60^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < \frac{3}{4}$
 $\sin(150^\circ) = \frac{1}{2}$, $\cos^2(150^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot -\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$
 mellan vinklarna 30° och 150° så är
 $\sin v > \frac{1}{2}$ och $\cos^2 v$ är $< \frac{3}{4}$

Kommentar: Svaret är korrekt. Slutsatsen stöds av beräkningar med gränsvinklarna, men motiveringen är inte fullständig.

Elevlösning 2 (1 vg och en av MVG-kvaliteterna)

$$\begin{aligned} \sin v &> \frac{1}{2} \\ (\sin v)^2 &> \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ \sin^2 v &> \frac{1}{4} \\ 1 - \cos^2 v &> \frac{1}{4} \\ 1 - \frac{1}{4} &> \cos^2 v \\ \cos^2 v &< \frac{3}{4} \quad \text{sant!} \end{aligned}$$

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom att utföra bevisföringen korrekt.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****10.****Max 0/2/□**

Bestämmer korrekt primitiv funktion

+1 vg

Använder godtagbar metod för att bestämma och verifiera k -värdet $\left(\frac{3}{2}\right)$

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	behandla den beräknade integralen som en funktion $f(k)$ för att därefter bestämma sökt k -värde.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisar välstrukturerat med ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på en elevlösning och hur den poängsatts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 vg och en av MVG-kvaliteterna)

$$\begin{aligned}
 \int_0^1 (3x-k)^2 dx &= \int_0^1 (9x^2 - 6kx + k^2) dx = \\
 &= \left[3x^3 + k^2x - 3kx^2 \right]_0^1 = 3 + k^2 - 3k \\
 f(k) &= k^2 - 3k + 3 & 2k - 3 &= 0 \\
 f'(k) &= 2k - 3 & k &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

Kommentar: Eleven behandlar den beräknade integralen som en funktion av k och bestämmer det sökta k -värdet, men har inte verifierat att det är en minimipunkt och får därför inte den andra vg-poängen.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****11.****Max 0/3/□**

Korrekta deriveringar av uttrycken

+1 vg

Redovisad godtagbar härledning av formeln

$$(\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x)$$

+1-2 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	genomföra beviset korrekt.
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisar välstrukturerat med ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
Del II		
12.		Max 2/0
	Godtagbar metod, t ex använder areasatsen med godtagbart svar (180 cm^2)	+1 g +1 g
13.		Max 1/1
	Godtagbar ansats, t ex anger att antalet vikarsälar ökar	+1 g
	Godtagbar förklaring ("Antalet vikarsälar ökar med hastigheten 2,16 % per år av det aktuella antalet")	+1 vg
14.		Max 1/2
	Godtagbar ansats, t ex tecknar $f''(x)$, $f''(x) = 4 - x$	+1 g
	Bestämmer $f'(x)$ så att $f'(1) = 2$, $f'(x) = 4x - \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2}$	+1 vg
	Bestämmer $f(x)$ så att $f(1) = 0$ $\left(f(x) = 2x^2 - \frac{x^3}{6} - \frac{3x}{2} - \frac{1}{3} \right)$	+1 vg
15.		Max 2/2
	a) Korrekt bestämning av vinkeln v , $48,6^\circ$	+1 g
	b) Korrekt bestämning av vinkeln u , $41,8^\circ$	+1 g
	Godtagbar ansats, t ex ställer upp sinussatsen med värden med i övrigt godtagbar lösning (1,4 m)	+1 vg +1 vg
16.		Max 1/2
	Godtagbar ansats, t ex bestämmer kurvornas skärningspunkt, $x = 1,68$ eller visar insikt om att två areor ska beräknas med i övrigt godtagbar lösning (5,32 ae)	+1 g +1-2 vg

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****17.****Max 1/1/□**

Bestämmer minst ett x -värde där f inte är definierad med godtagbar motivering

+1 g

Bestämmer minst två x -värden där f inte är definierad med godtagbar motivering, t ex bestämmer de två x -värden då $\tan x = 1$ med motiveringen "division med noll går ej"

+1 vg

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	analysera funktionsuttrycket, dra korrekta slutsatser och formulera ett fullständigt och exakt svar $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4} \text{ och } \frac{3\pi}{2}\right)$
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisar välstrukturerat med ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på elevlösningar och hur de poängsatts ges nedan. Andra lösningsförslag ska bedömas på likvärdigt sätt.

Elevlösning 1 (1 g och 1 vg)

$\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$ end. tabellen division med noll är ej tillåtet, snarare återigen end. tabellen, $\frac{\pi}{2}$ där står det uttryckligen "ej def"

Kommentar: Eleven har bestämt två x -värden med godtagbar motivering.

Elevlösning 2 (1 g och 1 vg och två av MVG-kvaliteterna)

$$0 \leq x \leq 2\pi \quad f(x) = \frac{1}{\tan(x) + 1}$$

funktionen är ej definierad när tangens
är 1 (0 i nämnaren)

$$\tan(x) = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi$$

Alltså $\frac{\pi}{4}$ och $\frac{5\pi}{4}$ i intervallet.

$\tan(x)$ är ej definierad vid
 $\frac{\pi}{2} + n \cdot \pi$

Alltså $\frac{\pi}{2}$ och $\frac{3\pi}{2}$ i intervallet.

Svar: $f(x)$ är inte definierad då

$$x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{5\pi}{4} \text{ och } x = \frac{3\pi}{2}$$

Kommentar: Eleven visar MVG-kvalitet genom en fullständig beskrivning av de fall där funktionen inte är definierad med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Uppg. Bedömningsanvisningar**Poäng****18.****Max 3/3/□**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar.

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer			Total poäng
	Lägre		Högre	
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problem-situation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven utför en godtagbar beräkning av hur mycket vatten som flödat in respektive flödat ut efter 5 minuter. (250 l in resp. 200 l ut) 1 g	Eleven utför en godtagbar beräkning av hur mycket vatten som behållaren innehåller efter 2 minuter. (380 l) 2 g	Eleven genomför en systematisk undersökning av sambandet mellan volym och tid för någon utflödes hastighet och för t inom intervallet $0 < t < 5$ eller påbörjar en generell undersökning, t.ex. bestämmer en formel för sambandet mellan volym och tid för någon utflödes hastighet och för t inom intervallet $0 < t < 5$ ($V = -10t^2 + 60t + 300$) 2 g och 1 vg	2/1
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven tolkar sambandet mellan volym och tid utifrån sina beräkningar genom att dra någon enkel slutsats om hur volymen kommer att ändras. 1 g	Eleven tolkar sambandet mellan volym, tid och utflödes hastighet utifrån någon formel eller ett resonemang där eleven redovisar några välgrundade slutsatser om hur volymen beror av utflödes hastighet och tid. 1 g och 1 vg		1/1
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>		Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. 1 vg		0/1
Summa				3/3

MVG kvaliteterna beskrivs på nästa sida

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom att:
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	t ex utveckla problemet till att undersöka maximalt värde för volymen eller använda generell metod vid bestämning av samband mellan volym och tid för $0 < t < 5$ och/eller för $t > 5$ min.
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	t ex diskutera rimliga värden på utflödeshastighet och/eller diskutera för vilka t modellen gäller eller vilka värden volymen kan anta.
Genomför bevis och analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisar välstrukturerat med ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 18

Elevlösning 1 (1 g)

$$q_{ut} = 40 \text{ liter/min}$$

Under de 5 första min:

$$\text{Vatten som tömts ut} = 5 \cdot 40 \text{ liter} = 200 \text{ liter}$$

$$\text{Vatten som fyllts på} = \frac{100 \cdot 5}{2} = 250 \text{ liter}$$

Efter 2 min: Vatten som fyllts på =

$$100 \frac{\text{liter}}{\text{min}} - 60 \frac{\text{liter}}{\text{min}} = 40 \frac{\text{liter}}{\text{min}} \quad \frac{40 \cdot 2}{2} = 40 \text{ liter}$$

$$\text{som tömts ut; } 40 \frac{\text{liter}}{\text{min}} \cdot 2 = 80 \text{ liter}$$

$$40 - 80 = -40 \text{ liter} \Rightarrow 260 \text{ liter i behållaren}$$

Utfödeshastigheten q_{ut} (liter/min)

tiden t (min)

Volymen (liter)

Behållaren innehåller 300 liter vatten

från början

$$V = 300 - \left(\frac{q_{in} \cdot t}{2} - q_{ut} \cdot t \right) = 300 - \frac{q_{in} \cdot t}{2} + q_{ut} \cdot t$$

$$q_{in} = \frac{2 \cdot (300 - q_{ut} \cdot t)}{t} \Rightarrow$$

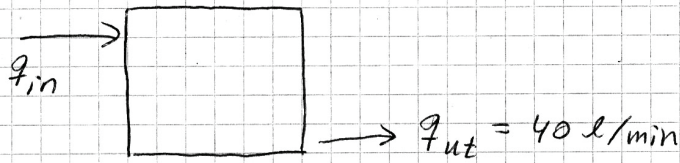
$$V = 300 - 300 - q_{ut} \cdot t + q_{ut} \cdot t = -2q_{ut} \cdot t$$

Om man ställer upp som man räknar i första formeln så har man med q_{in} och den bryts ut och sedan in i formeln igen och man har fått ut vad volymen blir.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	Eleven beräknar in- och utflöde under de 5 första min.
Matematiska resonemang		0/0	Eleven för ett felaktigt resonemang.
Redovisning och matematiskt språk		0/0	
Summa		1/0	

Elevlösning 2 (2 g och 2 vg)



$$k_{q_{in}} = \frac{0 - 100}{5 - 0} = -20$$

$$q_{in}(t) = 100 - 20t \quad 0 \leq t \leq 5 \quad (t \text{ i minuter})$$

$$V_{in}(t) = \int_0^t 100 - 20t \, dt$$

$$V_{in}(5) = \int_0^5 100 - 20t \, dt = \left[100t - 10t^2 \right]_0^5 = 100 \cdot 5 - 10 \cdot 5^2 = 250 \, l$$

$$q_{ut}(t) = 40 \, l/min \Rightarrow V_{ut}(t) = 40 \cdot t \, l$$

$$V_{ut}(5) = 40 \cdot 5 = 200 \, l$$

$$V(t) = 300 \, dm^3 + \int_0^t 100 - 20t \, dt - 40t$$

$$\begin{aligned} V(2) &= 300 - 40 \cdot 2 + \int_0^2 100 - 20t \, dt = \\ &= 220 + \left[100t - 10t^2 \right]_0^2 = \\ &= 220 + (100 \cdot 2 - 10 \cdot 2^2) = 380 \, l \end{aligned}$$

$$\text{Om s.k.} \quad V(t) = 300 + 100t - 10t^2 - 40t = 300 + 60t - 10t^2$$

$$V(t) = 300 + 60t - 10t^2$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	— — — — — X — — — — —	2/1	
Matematiska resonemang	— — — — — — — — — — —	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X — — — — —	0/1	
Summa		2/2	

Elevlösning 3 (3 g och 2 vg)

$$V_0 = 300\text{ l}$$

$$k = \frac{\Delta q_{\text{in}}}{\Delta t} = \frac{-100}{5} = -20$$

ekv. enpunktsformen $y - y_i = k(x - x_i) \quad (5, 0)$

$$y - 0 = -20(x - 5)$$

$$y = -20x + 100$$

$$q_{\text{in}} = -20t + 100$$

① Antal liter in: $\int -20t + 100 dt = \left[-\frac{20t^2}{2} + 100t \right]$
 $= -10t^2 + 100t$

$$V_{\text{in}} = -10t^2 + 100t$$

$$t = 5 \Rightarrow V_{\text{in}} = -10 \cdot 5^2 + 100 \cdot 5 = -250 + 500 = \underline{250}$$

Antal liter ut: $\int 40 dt = [40t]$

$$V_{\text{ut}} = 40t$$

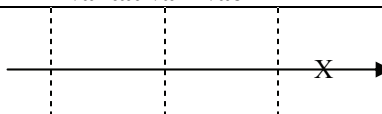
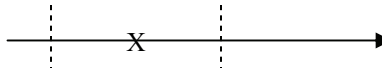
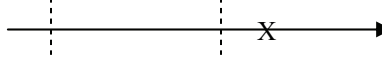
$$t = 5 \Rightarrow V_{\text{ut}} = 40 \cdot 5 = \underline{200}$$

② $V = 300 - 10t^2 + 100t - 40t = -10t^2 + 60t + 300$

$$V(2) = -10 \cdot 2^2 + 60 \cdot 2 + 300 = \underline{380\text{ l}}$$

- ③ Volymen ökar först eftersom inflödeshastigheten är störst i början. Efter ett tag har den nått sitt maximum och börjar sjunka.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		2/1	Eleven bestämmer en formel för sambandet mellan volym och tid för utflödeshastigheten 40 l/min.
Matematiska resonemang		1/0	Eleven drar en enkel slutsats om hur volymen ändras med tiden.
Redovisning och matematiskt språk		0/1	
Summa		3/2	

Elevlösning 4 (3 g och 3 vg och två av MVG-kvaliteterna)

räta linjens equation för diagram 1 är:

$$k = \frac{100-0}{0-5} = -20$$

$$f - 0 = -20(t-5) \Rightarrow f = -20t + 100$$

Antal liter vatten som runnit in kan beräknas

m.h.a. integralen för $f = -20t + 100$

$$\int_0^t -20t + 100 \, dt = \left[-10t^2 + 100t \right]_0^t$$

$$F(t) = -10t^2 + 100t \quad (\text{inflödesmängd } 0 \leq t \leq 5)$$

$$G(t) = q_{\text{ut}} \cdot t \quad (\text{utflödesmängd})$$

$$y(t) = 300 + (-10t^2 + 100t - q_{\text{ut}} \cdot t)$$

$$y(t) = -10t^2 + (100 - q_{\text{ut}}) \cdot t + 300 \quad (\text{återstående mängd efter tiden } t, 0 \leq t \leq 5)$$

tiden 5 minuter och inflödesmängd

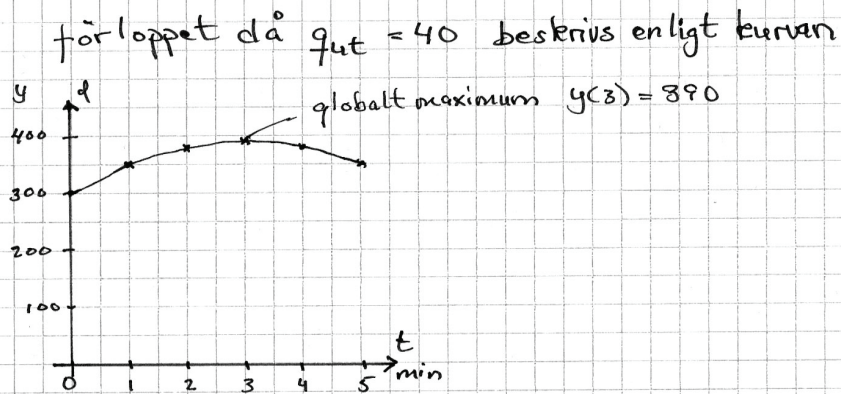
$$F(5) = -10 \cdot 5^2 + 100 \cdot 5 = -250 + 500 = \underline{250}$$

tiden 5 minuter och utflödeshastigheten 40 l/min ger utflödesmängd

$$G(5) = 40 \cdot 5 = \underline{200}$$

tiden 2 min och utflödes hastigheten 40 l/min ger återstående mängd

$$y(2) = -10 \cdot 2^2 + (100 - 40) \cdot 2 + 300 = \underline{380}$$



$y(3)$ är ett globalt maximum därför att:

$$y'(t) = -20t + 60$$

$$y''(t) = -20 \quad (\text{maximum då } y'' < 0)$$

$$y'(t) = 0 \quad \text{ger } t = \frac{60}{20} = 3$$

Den totala formeln y antal l efter tiden t och med utflödes hastigheten q_{ut} är:

$$y(t) = -10t^2 + (100 - q_{ut}) \cdot t + 300 \quad 0 \leq t \leq 5$$

då $t > 5$ gäller

$$y(t) = 550 - q_{ut} \cdot t$$

550 är summan av antalet liter vatten som fanns från början och mängden vatten som runnit in på 5 minuter (sedan är ju inflödet lika med noll)

Eftersom inflödes mängden efter 5 minuter alltid är 250 liter så är summan alltså alltid 550.
Det finns alltså två fall:

$$\text{fall 1: } 0 \leq t \leq 5 \quad y(t) = -10t^2 + (100 - q_{ut}) \cdot t + 300$$

$$\text{fall 2: } t > 5 \quad y(t) = 550 - q_{ut} \cdot t$$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	— — — — — X	2/1	
Matematiska resonemang	— — — — — X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	— — — — — X	0/1	
Summa		3/3	

Kommentar: Eleven visar en av MVG-kvaliteterna genom att undersöka maximalt värde för volymen men också genom att ta fram ett generellt samband mellan volym och tid för $0 < t < 5$ och $t > 5$. Eleven visar en annan MVG-kvalitet genom att redovisa väl-strukturerat med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.

Mål för matematik kurs D

Kursplan 2000

Trigonometri (T)

T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning,

T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp,

T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer,

T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,

Differential- och integralkalkyl (D)

D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning,

D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang,

D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara,

D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå,

D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning,

D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar,

D11. kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,

Övrigt(Ö)

Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänt

- G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänt

- V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänt

- M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____→		
Matematiska resonemang	_____→		
Redovisning och matematiskt språk	_____→		
Summa			

Kopieringsunderlag för bedömning av MVG-kvaliteter

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9c	10	11	17	18	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9c	10	11	17	18	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Elevens namn:	Uppgift (☐-märkt)					Övriga uppgifter
MVG-kvalitet	9c	10	11	17	18	
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning						
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet						
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang						
Värderar och jämför metoder/modeller						
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk						

Insamling av provresultat

Vårterminen 2008 kommer resultat från alla skolor att samlas in. Denna insamling av **resultat sker på uppgiftsnivå för elever födda vissa datum**. Dessutom ombeds läraren att besvara en enkät och skicka in bedömda elevlösningar. Dessa resultat skickas till provinstitutionen.

Förutom ovan nämnda resultatinsamling ska vissa skolor, de som ingår i Skolverkets urval, även lämna **uppgift om endast kurs- och provbetyg för alla elever** för varje undervisningsgrupp. Denna insamling sker via SCB:s hemsida. Separat information och anvisningar rörande denna insamling skickas direkt till de skolor som ingår i urvalet.

För matematik kurs D gäller följande:

Elevresultat rapporteras **för elever födda den 2:a, 7:e, 14:e och 21:a varje månad** på en webbplats som nås via <http://www.umu.se/edmeas/np>. I samband med resultatredovisningen fyller varje lärare i en **lärarenkät** som finns på samma webbplats.

Bedömda elevlösningar till proven skickas in per post för **elever födda den 2:a i varje månad**.

De bedömda elevlösningarna skickas till:

Umeå universitet
Institutionen för beteendevetenskapliga
mätningar
Nationella prov
901 87 Umeå

Mer information om insamlingen av resultat, lärarenkäter och elevlösningar medföljer provmaterialet. Där delges bland annat det lösenord som behövs för att kunna logga in på webbsidan för resultatredovisning.

För mer information kontakta:

Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet

Monika Kriström, tel: 090-786 59 22, e-post: monika.kristrom@edmeas.umu.se