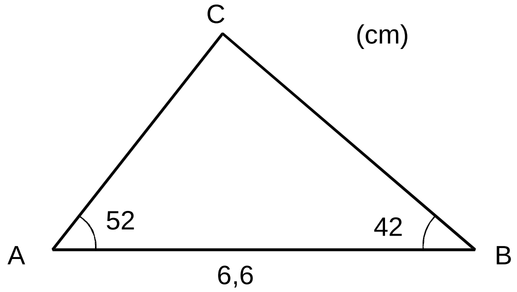
NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 1999

Tidsbunden del

Anvisningar

Provtid	180 minuter utan rast.
Hjälpmedel	Grafritande räknare och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 14 uppgifter. De flesta uppgifterna är av *långsvarstyp* där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs • att du skriver ned vad du gör • att du förklarar dina tankegångar • att du ritar figurer vid behov • att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står ”*Endast svar fordras*”) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen ”Godkänd” och ”Väl godkänd”. Provet ger maximalt 38 poäng.

1. Triangeln ABC är given enligt figur. Beräkna längden av sidan AC.



(2p)

2. Bestäm den primitiva funktion $y = F(x)$ till funktionen $f(x) = 8x^3 - 2x$ för vilken $F(2) = 4$ (2p)

3. Bestäm alla lösningar till ekvationen $\sin x = 0{,}6$ i intervallet $0^\circ < x < 450^\circ$ (2p)

4. Beräkna integralen $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\, dx$ med hjälp av primitiv funktion. (2p)

5. Teckna ett integraluttryck för arean av det område som begränsas av kurvorna $y = 3x^2$ och $y = 16 - x^2$ samt beräkna denna area. (3p)

6.

En solig och vindstilla vinterdag är Helen och Lotta ute och åker långfärdsskridskor. Klockan 12.00 kommer de fram till Kappelskär. De vet att det tar 35 minuter att åka från Kappelskär till Sundskär och att det tar 60 minuter att åka från Kappelskär direkt till Furusund. Bussen från Furusund går kl. 14.30.

Vinkeln mellan siktlinjerna mot Sundskär och mot Furusund uppskattas till 105°. De bestämmer sig för att åka till Sundskär och fika och sedan åka raka vägen från Sundskär till Furusund. Hur lång fikapaus kan de ta och ändå hinna med bussen som går 14.30?
Vi förutsätter att Helen och Lotta färdas med konstant fart.

(3p)

7. Temperaturen i en sjö uppmättes under ett molnigt sommardygn. Temperaturen visade sig följa funktionen $y(t) = 15 + 2\sin 0{,}26t$ där t är antalet timmar efter kl. 12.00.

a) Bestäm $y'(t)$ *Endast svar fordras* (1p)

b) Beräkna $y'(10)$ *Endast svar fordras* (1p)

c) Tolka vad $y'(10)$ betyder för vattnets temperatur. (1p)

8. Visa att $y' - \frac{2y}{x} = x^2 \cos x$, då $y = x^2 \sin x$ (2p)

9. Låt $g(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t^2}\,dt$

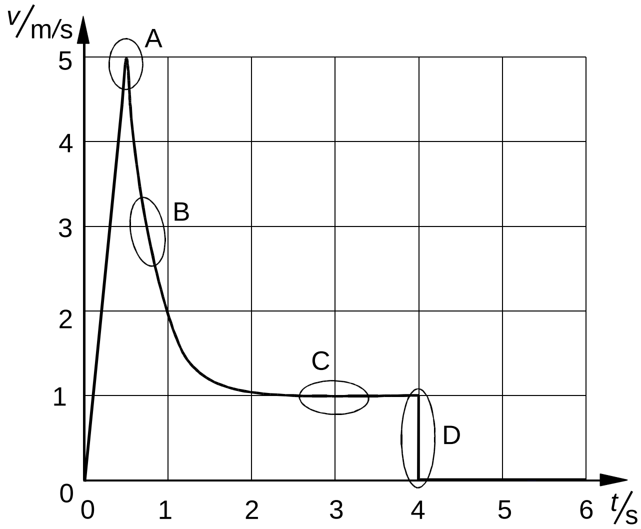
a) Tolka med figur vad $g(3)$ kan betyda. (2p)

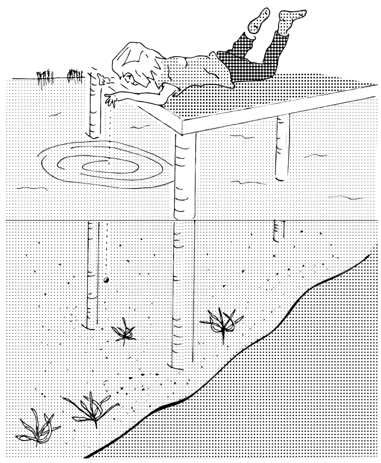
b) Bestäm med hjälp av din räknare ett närmevärde till $g(3)$.
Endast svar fordras (1p)

10. Visa hur sambandet $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$ kan fås ur likheterna
$\cos(u+v)=\cos u\cos v-\sin u\sin v$ och $\sin^2 u+\cos^2 u=1$ (2p)

11. Bestäm den positiva konstanten A i funktionen $f(x)=5+A\sin 3x$ så att funktionens största värde blir dubbelt så stort som dess minsta värde. (2p)

12. En stenkula släpps en bit ovanför en vattenyta. Grafen nedan visar hur stenens hastighet v m/s varierar med tiden t sekunder från det ögonblick då den släpps.



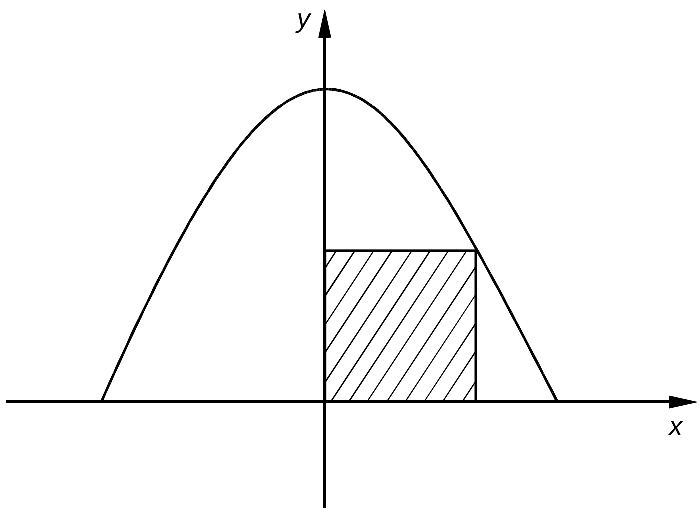


a) Beskriv vad som händer med stenkulan i A, B, C och D. (2p)

b) Hur högt ovanför vattenytan släpptes stenen? (1p)

c) Stenkulans hastighet $v(t)$ m/s i vattnet kan beskrivas med funktionen $v(t)=1+18e^{-3t}$. Bestäm vattendjupet där stenkulan släpps. Ge svaret i meter med två decimaler. (2p)

13. Figuren visar en kvadrat och grafen till en funktion. Välj en trigonometrisk funktion vars graf liknar den i figuren och bestäm kvadratens area för den funktion du valt. (3p)



14. Funktionerna f och g är deriverbara.

Man bildar en ny funktion $h(x) = \left(f(x)\right)^2 + \left(g(x)\right)^2$

För funktionerna f och g gäller

- $f(0) = 2$ och $g(0) = 1$
- $f'(x) = g(x)$ och $g'(x) = -f(x)$

Bestäm $h'(x)$ och använd resultatet till att visa att $h(x) = 5$ för alla x. (4p)

NATIONELLT KURSPROV I MATEMATIK KURS D VÅREN 1999

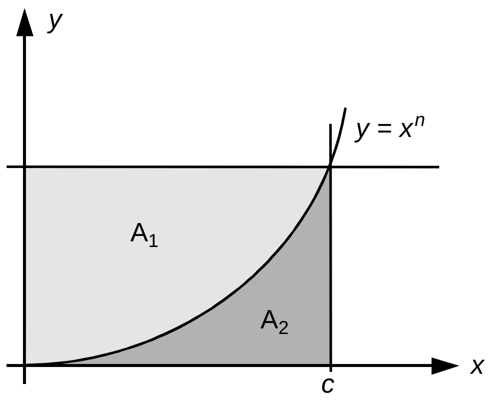
Breddningsdel

Anvisningar

Provperiod	Vecka 4 - 22 1999.
Provtid	Enligt beslut vid skolan (60 min rekommenderas).
Hjälpmedel	Grafritande räknare och formelsamling.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet innehåller två alternativa uppgifter varav en väljs. Frågorna i uppgiften kan vara sådana att du själv måste ta ställning till de möjliga tolkningarna. Du skall redovisa de utgångspunkter som ligger till grund för dina beräkningar och slutsatser. Vid redovisning av grafiska lösningar där grafritande räknare använts skall du redovisa i enlighet med de anvisningar och metoder du och din lärare kommit överens om. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning. Till varje uppgift finns en beskrivning av vad läraren kan ta hänsyn till vid bedömning av ditt arbete. Om något är oklart fråga din lärare.
Arbetsformer	Ansvarig lärare informerar om de arbetsformer som gäller för breddningsdelen i provet.

1. POTENSFUNKTIONER OCH AREOR

Figuren föreställer grafen till en funktion $y = x^n$, $x \geq 0$, där n är ett reellt tal större än noll. Från den punkt på kurvan där x-koordinaten är c (c är en positiv konstant) dras linjer parallellt med de båda koordinataxlarna. Dessa linjer avgränsar tillsammans med koordinataxlarna och grafen två områden med areorna A_1 respektive A_2.



1. a) Sätt $n = 2$ och undersök för några olika värden på c vad kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ blir.

Formulera en slutsats.

b) Visa att din slutsats gäller för alla värden på c när $n = 2$.

2. a) Sätt $c = 1$ och undersök för några olika värden på n vad kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ blir.

Formulera en slutsats.

b) Visa att din slutsats gäller för alla värden på n när $c = 1$.

3. Låt nu både c och n variera. Formulera en slutsats om kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ och visa att din slutsats gäller för alla värden på c och n.

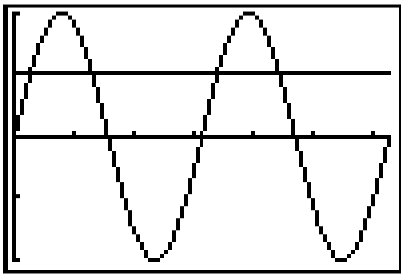
Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur systematisk du är i din undersökning.
- hur väl du redovisar ditt arbete och motiverar dina resultat.
- hur väl du formulerar dina slutsatser.
- hur väl du visar att dina slutsatser gäller allmänt.

2. TRIGONOMETRISKA EKVATIONER

I denna uppgift ska du studera trigonometriska ekvationer av typen $a\sin kx = b$ då $0^\circ \le x \le 360^\circ$. Antalet lösningar till ekvationen beror på vilka värden på *a, k* och *b* som används.

Om t.ex. $a = 2$, $b = 1$ och $k = 2$ så får vi ekvationen $2\sin 2x = 1$. Vi kan grafiskt eller algebraiskt visa att den ekvationen har *fyra* lösningar i intervallet $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

Som en del av motiveringen till en grafisk lösning till ekvationen $2\sin 2x = 1$ kan en skiss av räknarens fönster ingå.



1. a) Beskriv hur du med hjälp av grafritande räknare kan bestämma antalet lösningar till ekvationen $10\sin x = b$ då $b = -5$ $(0^\circ \le x \le 360^\circ)$.

b) Bestäm samtliga värden på *b* för vilka ekvationen $10\sin x = b$ har två lösningar i intervallet $0^\circ \le x \le 360^\circ$.

2. Undersök hur antalet lösningar till ekvationen $a\sin x = 3$ varierar med valet av konstanten *a* $(0^\circ \le x \le 360^\circ)$.

3. Undersök hur antalet lösningar till ekvationen $a\sin kx = 3$ varierar med valet av konstanterna *a* och *k*, när *k* är ett positivt heltal $(0^\circ \le x \le 360^\circ)$.

Vid bedömning av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur systematisk du är i din undersökning.
- hur väl du redovisar ditt arbete.
- hur väl du motiverar dina slutsatser.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av D-kursprovet vt 1999

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i tidsbundna delen av D-kursprovet i Matematik vt -99 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål (återfinns längst bak i detta häfte).

MaDvt99		**Kunskapsområde i målbeskrivningen**												**Betygskriterium**											
Upp gift nr	Po- äng	Trigonometri				Diff. & Integral kalkyl								Godkänd						Väl Godkänd					
		1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7	8	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1	2				x									x	x		x								
2	2									x				x	x		x								
3	2	x												x	x		x			x		x			
4	2									x		x		x	x										
5	3									x	x	x		x		x	x								
6	3				x									x		x	x								
7a	1					x								x	x										
7b	1					x								x	x										
7c	1		x											x	x			x		x		x			
8	2						x		x											x		x	x		
9a	2										x									x		x	x	x	
9b	1												x							x		x	x	x	
10	2			x																x			x	x	
11	2		x																	x			x	x	
12a	2											x		x	x					x			x	x	
12b	1										x									x		x	x		
12c	2									x		x		x	x					x		x	x	x	
13	3		x					x												x		x	x	x	
14	4					x					x									x		x	x	x	
Σ	38	14p				24p								ca 19p						ca 19p					

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i breddningsdelen av D-kursprovet i Matematik vt-99 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål.

MaDvt99	**Kunskapsområde i målbeskrivningen**												**Betygskriterium**											
Upp gift nr	Trigonometri				Diff. & Integral kalkyl								Godkänd						Väl Godkänd					
	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	7	8	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1									x		x		x		x		x		x		x	x	x	
2	x	x											x	x		x	x		x		x	x	x	

Kravgränser

Provet ger maximalt 38 poäng. Undre gräns för provbetyget Godkänd är 11 poäng respektive 23 poäng för Väl godkänd.

Allmänna riktlinjer för bedömning

Tidsbundna delen

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål och kriterier och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

1. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

2. Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar erfordras ger 1 eller 2 poäng enligt bedömningsanvisningen. Förslag på godtagbara eller korrekta svar ges om möjligt i bedömningsanvisningen.

3. Uppgifter av långsvarstyp

   3.1 Enbart svar utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas.

   3.2 Då +1p anges i bedömningsanvisningen ska de angivna minimikraven uppfyllas för att erhålla 1 poäng i tillägg till tidigare erhållna poäng.

   3.3 När bedömningsanvisningen t.ex. anger +1-2p innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg. Kraven för delpoängen bestäms lokalt.

4. Bedömning vid olika typer av fel

   Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, fel i deluppgift eller följdfel, formella fel och räknefel.

5. Bedömning av svarets utformning

   Bedömning av brister i svarets utformning, som t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

Breddningsdelen

Läraren skall göra en helhetsbedömning av elevens arbete utifrån observationer gjorda under arbetets gång och med särskild hänsyn tagen till elevens redovisning.

Bedömning skall ske utgående från läroplanens och kursplanens mål och kriterier och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

Bedömningsanvisningar utformas på olika sätt beroende på uppgiftens karaktär. I punktform anges olika aspekter som läraren skall ta hänsyn till. Dessutom beskrivs exempel på motiveringar för godkända och väl godkända elevarbeten. Elevarbeten med förslag på bedömning bifogas.

Bedömningsanvisningar – tidsbunden del (MaD vt 1999)

Exempel på godtagbara svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet.

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.	(4,4 cm)	**Max 2p**
	Redovisad korrekt metod	+1p
	Med godtagbara beräkningar av AC	+1p
2.	$(F(x) = 2x^4 - x^2 - 24)$	**Max 2p**
	Redovisad godtagbar lösning	+1-2p
3.	(37°, 143°, 397°)	**Max 2p**
	Redovisad godtagbar lösning med minst en vinkel	+1p
	Redovisad godtagbar lösning med alla vinklarna angivna	+1p
4.	(1)	**Max 2p**
	Redovisad korrekt primitiv funktion	+1p
	med godtagbar beräkning av integralen	+1p
5.	(42,7 a.e.)	**Max 3p**
	Korrekt tecknat integral	+1-2p
	med godtagbar beräkning av arean	+1p
6.	(38 min)	**Max 3p**
	Redovisad godtagbar metod	+1-2p
	med godtagbart svar	+1p
	Elevkommentarer kring sambandet mellan tid och sträcka krävs ej för full poäng.	

7. **Max 3p**

a) ($y'(t) = 0{,}52\cos 0{,}26t$)
Korrekt svar +1p

b) ($-0{,}45$)
Korrekt svar +1p

c) Godtagbar tolkning (angett temperaturförändringen vid given tidpunkt) +1p

8. **Max 2p**

Korrekt derivata ($y' = 2x\sin x + x^2\cos x$) +1p
Verifierat att funktionen satisfierar differentialekvationen +1p

9. **Max 3p**

a) Godtagbar tolkning av $g(3)$ som area eller motsvarande +1-2p

b) (1,25)
Godtagbar bestämning av närmevärdet +1p

10. **Max 2p**

Visat sambandet på ett godtagbart sätt +1-2p

11. ($A = \frac{5}{3}$) **Max 2p**

Godtagbar ansats +1p
(t ex inser att 5+A ger största- och att 5–A ger minsta värde)
med korrekt beräkning +1p

12. **Max 5p**

a) Godtagbar redovisning av händelseförloppet +1-2p

b) (1,25 m)
Godtagbar ansats med godtagbart svar +1p

c) (4,84 m)
Godtagbar ansats (t ex angett integralen $\int_{0,5}^{4} v(t)\,dt$) +1p
med godtagbar beräkning av vattendjupet +1p

13.		**Max 3p**
	Godtagbar ansats och godtagbar funktion för bestämning av kvadratens sida (t ex $p = \cos p$)	+1-2p
	med godtagbar bestämning av kvadratens area	+1p
14.		**Max 4p**
	Korrekt bestämning av $h'(x)$	+1p
	och visat att $h'(x) = 0$	+1p
	Motiverat att $h(x)$ är konstant	+1p
	Visat att $h(x) = 5$	+1p

Bedömningsanvisningar - breddningsdel (Ma kurs D, vt 1999)

Bedömningsanvisningarna innehåller två delar. Först anges i punktform olika aspekter som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens redovisning. Därefter ges exempel på motiveringar som skulle kunna ges för betygen Godkänd och Väl godkänd.

Uppgift 1: Potensfunktioner och areor

Vid bedömning av elevarbetet ska du ta hänsyn till följande:

- hur systematisk eleven är i sin undersökning.
- hur väl eleven redovisar sitt arbete och motiverar sina resultat.
- hur väl eleven formulerar sina slutsatser.
- hur väl eleven bevisar sina slutsatser.

Exempel på motiveringar för betyget Godkänd på ett elevarbete:

Eleven beräknar på ett godtagbart sätt kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ för några värden på c då $n = 2$.

Eleven formulerar en slutsats utifrån sina beräkningar.

Eleven beräknar på ett godtagbart sätt kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ för några värden på n då $c = 1$.

Eleven formulerar en slutsats utifrån sina beräkningar.

Vissa matematiska brister kan förekomma men eleven redovisar sitt arbete på ett sådant sätt att tankegången kan följas

Kommentarer
Ovanstående innebär att eleven på ett godtagbart sätt utfört 1a och 2a.
Alternativ till ett godkänt arbete är att eleven har klarat 1a och 1b eller 2a och 2b på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

Exempel på motiveringar för betyget Väl godkänd på ett elevarbete:

Eleven utför en systematisk undersökning av kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ för olika värden på c då $n = 2$.

Eleven formulerar en slutsats utifrån sin undersökning och visar på ett godtagbart sätt att slutsatsen gäller generellt.

Eleven utför en systematisk undersökning av kvoten $\frac{A_1}{A_2}$ för olika värden på n då $c = 1$.

Eleven formulerar en slutsats utifrån sin undersökning och visar på ett godtagbart sätt att slutsatsen gäller generellt.

Eleven redovisar sitt arbete med en klar tankegång så att lösningen är lätt att följa.

Kommentarer
Ovanstående innebär att eleven utfört uppgifterna 1 och 2 och redovisat sitt arbete med klar tankegång.
Alternativ till ett väl godkänt arbete är att eleven enbart utfört de generella lösningarna dvs. 1b och 2b redovisade med en klar tankegång.

Uppgift 2: Trigonometriska ekvationer

Vid bedömning av elevernas arbete ska du ta hänsyn till följande:

- hur systematisk eleven är i sin undersökning.
- hur väl eleven redovisar sitt arbete.
- hur väl eleven motiverar sina slutsatser.

Exempel på motiveringar för betyget Godkänd på ett elevarbete:
Eleven bestämmer antalet lösningar till ekvationen i 1a och redovisar med hjälp av en skiss av räknarens fönster eller på annat godtagbart sätt.
Eleven bestämmer antalet lösningar till ekvationen i uppgift 2 för några värden på a.
Eleven redovisar sitt arbete på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

Kommentarer
En sammanvägning av elevens arbete i uppgift 1 och 2 bör göras så att brister i den ena uppgiften kompenseras av dellösningar av den andra.

Ovanstående exempel på motiveringar innebär att eleven gjort en godtagbar lösning av 1a och påbörjat en undersökning av ekvationen i uppgift 2.
Alternativ till ett godkänt arbete är att eleven på ett godtagbart sätt utfört hela uppgift 1.

Exempel på motiveringar för betyget Väl godkänd på ett elevarbete:
Eleven bestämmer antalet lösningar till ekvationen i 1a) och redovisar med hjälp av en skiss av räknarens fönster eller på annat godtagbart sätt.
Eleven bestämmer på ett godtagbar sätt intervallen för vilka ekvationen i 1b har två lösningar.
Eleven fastställer (grafiskt eller algebraiskt) hur antalet lösningar till ekvationen i uppgift 2 varierar med valet av konstanten a.
Eleven har redovisat sitt arbete på ett sådant sätt att en klar tankegång visas och att det allmänna intrycket av arbetet är gott.

Kommentar
Ovanstående innebär att i ett väl godkänt elevarbete bör både uppgift 1 och uppgift 2 lösts på ett godtagbart sätt med en redovisning som visar en klar tankegång.

Mål för Kurs D i matematik

Kurs: **Matematik D**
Poäng: **40**

Mål
Målet för kursen är att ge eleven de matematiska kunskaper som krävs för högre studier inom bl a beteendevetenskap, ekonomi och samhällsvetenskap liksom inom de naturvetenskapliga utbildningar som är mindre matematikintensiva.

Efter genomgången kurs skall eleven
i trigonometri (T)
1. förstå hur enhetscirkeln används för att visa trigonometriska samband
   och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer

2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner av typen $y = a \sin (bx + v) + c$ samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp

3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck
   och lösa trigonometriska ekvationer

4. kunna beräkna sidor och vinklar i godtyckliga trianglar

i differential-och integralkalkyl (D)
1. kunna härleda eller numeriskt/grafiskt motivera deriveringsreglerna för trigonometriska funktioner
   samt för sammansatta funktioner

2. kunna härleda och tillämpa formlerna för derivatan av produkt och kvot

3. förstå tankegången bakom några numeriska metoder för ekvationslösning
   och vid problemlösning kunna använda grafisk/numerisk programvara

4. känna till begreppet differentialekvation
   och kunna avgöra om en föreslagen funktion är lösningen till en given ekvation

5. kunna bestämma primitiva funktioner
   och använda dessa vid tillämpad problemlösning

6. förstå innebörden av begreppet integral
   och inse sambandet mellan integral och derivata

7. kunna ställa upp, tolka och använda integraler vid area-och volymberäkningar och vid andra tillämpningar

8. förstå tankegången bakom några metoder för numerisk integration och vid problemlösning
   kunna använda grafisk/numerisk programvara för att beräkna integraler

Betygskriterier

Kurs: **Matematik D**
Poäng: **40**

	G Godkänd		**V Väl Godkänd**
Ga	• Eleven har insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.	Va	• Eleven har goda insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.
		Vb	• Eleven har insikt i matematikens idéhistoria.
Gc	• Eleven löser uppgifter i vilka problemformuleringen är klart definierad, t. ex. trigonometriska ekvationer och beräkningar av integraler, och exempeltypen är sådan att eleven mött den tidigare.		
Gd	• Eleven känner till och använder några olika bearbetningsstrategier och behandlar enkla och vanliga problemställningar.	Vd	• Eleven kan föreslå, diskutera och värdera olika bearbetningsstrategier och kan behandla problemställningar av olika svårighetsgrad och art.
		Ve	• Eleven använder och kombinerar därvid olika matematiska modeller och metoder i såväl kända som nya situationer.
Gf	• Eleven utför nödvändiga beräkningar, använder i relevanta sammanhang tekniska hjälpmedel och har viss förmåga att värdera resultaten.		
Gg	• Eleven kan skriftligt göra en redovisning av bearbetning av problem där tankegången kan följas och kan med tydlighet rita de figurer, diagram eller koordinatsystem som erfordras.	Vg	• Eleven kan göra en skriftlig redovisning av bearbetning av problem. I redovisningen visar eleven en klar tankegång och kan rita korrekta och tydliga figurer.
Gh	• Eleven kan med visst stöd muntligt redovisa tankegången i bearbetning och lösning av problem även om det matematiska språket inte behandlas helt korrekt.	Vh	• Eleven kan muntligt med klar tankegång redovisa och förklara arbetsgången i problemlösningen med ett acceptabelt matematiskt uttryckssätt.