Skolverket

Enheten för Pedagogiska Mätningar
Umeå universitet

PBMaE 02-12

PROV I MATEMATIK KURS E FRÅN NATIONELLA PROVBANKEN

Del I: Uppgift 1-8
Del II: Uppgift 9-16

Anvisningar

Provtid	Totalt 240 minuter för del I och II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E" *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* Del II: Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelblad.
Provmaterial	Allt provmaterial inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv namn och klass på de papper du lämnar in. *Lösningarna till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknaren.*
Provet	Varje uppgift inleds med ett uppgiftsnummer. Därefter följer provbankens identifikationsnummer, som anges inom parentes. På nästa rad anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta 2/1. Till de flesta uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Till de uppgifter där det står *Endast svar fordras* behöver bara svaret anges. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till 1 timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl Godkänd" för del I och II tillsammans. För att få betyget "Mycket väl godkänd" ska kraven för "Väl godkänd" vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser eventuella ¤-uppgifter.

Namn: ______________________________

Skola: ________________ Klass/program: ________________

Kvinna ☐ Man ☐ Annat modersmål än svenska ☐

Uppgift nr 1 (1787)
1/0

Vilket av följande funktionsuttryck är en lösning till differentialekvationen
$2y' + 12y = 0$

a)	$y = 3e^{-12x}$	d)	$y = 2e^{12x}$
b)	$y = 2e^{6x}$	e)	$y = 7e^{-6x}$
c)	$y = e^{6x}$	f)	$y = 5e^{-12x}$

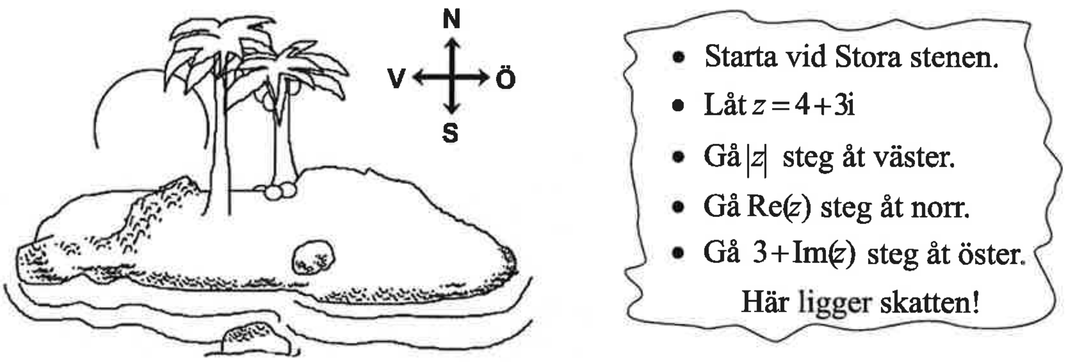
Endast svar fordras

Uppgift nr 2 (1459)
2/0

Lös ekvationen $\dfrac{3-i}{2} = \dfrac{12+z}{3+i}$

Uppgift nr 3 (1784)
2/0 , 1/0

En hemlig skatt finns gömd på en söderhavsö. Du har hittat ett gammalt dokument på vilket det står några ledtrådar som kan hjälpa dig att hitta skatten (se nedan till höger).



a) I ett komplext talplan är Stora stenen placerad i origo. Den reella axeln pekar åt öster och den imaginära axeln åt norr. Ett steg motsvarar en längdenhet i talplanet. Rita detta talplan och markera hela vägen fram till skatten med hjälp av ledtrådarna i dokumentet.

b) Ange skattens läge på formen $a + bi$ *Endast svar fordras*

Uppgift nr 4 (1945)
1/0 , 1/0

Bestäm den allmänna lösningen till följande differentialekvationer:

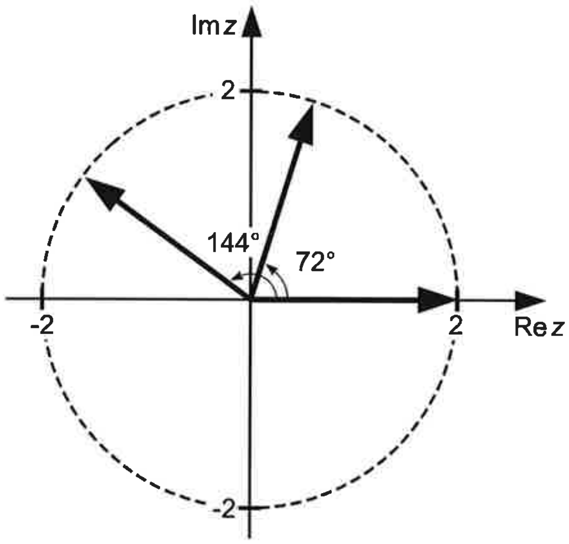
a) $y'' = x$ *Endast svar fordras*

b) $y'' = y$ *Endast svar fordras*

Uppgift nr 5 (1785)
2/0

I det komplexa talplanet nedan är tre av lösningarna till ekvationen $z^5 = 32$ illustrerade.

Vilka är de andra lösningarna? Svara på polär form. *Endast svar fordras*



Uppgift nr 6 (1788)
2/0 , 1/0

Differentialekvationen $y' = 2xy$ har en lösningskurva $y = f(x)$ som går genom punkten $(0,2)$

a) Bestäm *numeriskt* en approximation till $y(1)$. Använd steglängden 0,5

b) Ange en åtgärd som ger en bättre approximation i a)-uppgiften.
Endast svar fordras

Uppgift nr 7 (1946)
0/3

I ett försök studerades hur antalet bakterier i en odling förändrades under en tidsperiod. I nedanstående tabell visas antalet bakterier vid några tidpunkter. Antalet bakterier är avrundat till närmaste hundratal.

Tid t (timmar)	0	1	2	3
Antal bakterier N	200	400	800	1600

Vid varje tidpunkt gäller att tillväxthastigheten är proportionell mot antalet bakterier.

Bestäm proportionalitetskonstanten.

Uppgift nr 8 (2981)
0/2/¤

Det gäller att $|\cos\varphi + i\sin\varphi - 1| = 1$.
Beräkna φ då $0° \leq \varphi \leq 360°$.

Uppgift nr 9 (2224)
2/0

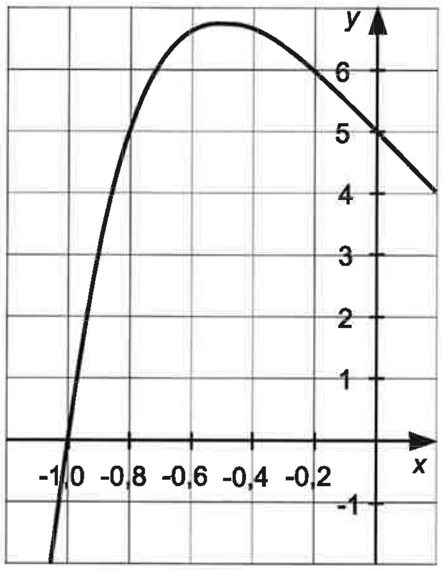
Bestäm z på formen $a+bi$ då $i \cdot \bar{z} = 3+5i$

Uppgift nr 10 (2225)
2/0 , 2/0

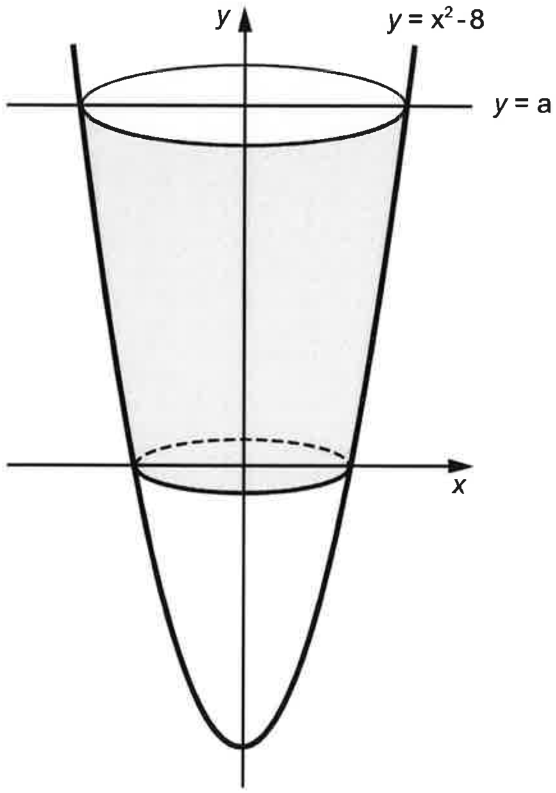
Differentialekvationen $y'' + 4y' + 4y = 0$ är given.

a) Bestäm den allmänna lösningen till denna differentialekvation.

b) Figuren visar grafen till en partikulärlösning till differentialekvationen.
Bestäm denna partikulärlösning.



Uppgift nr 11 (1791)
4/0



Ett kärl skall tillverkas. Det inre av kärlet kan beskrivas på följande sätt:
Kurvan $y = x^2 - 8$, x-axeln och $y = a$, $a > 0$, innesluter ett område som får rotera kring y-axeln, se figur. 1 längdenhet på axlarna motsvarar 1 cm i verkligheten.

Bestäm a så att kärlets innervolym blir $1000\ \text{cm}^3$.

Uppgift nr 12 (2056)
0/3

Rebecka blåser upp en sfärisk såpbubbla. När bubblans radie är 5,0 cm ökar radien med hastigheten 0,30 cm/s. Hur snabbt ökar då volymen per sekund?

Uppgift nr 13 (2051)
0/2

För funktionerna $g(x)$ och $h(x)$ gäller

$$\begin{cases} g'(x) = 1 - h'(x) \\ h'(x) = h(x) \end{cases}$$

Bestäm $g(x)$ och $h(x)$.

Uppgift nr 14 (2333)
0/1 , 0/3

Figuren till höger visar en cylindrisk vedeldad badtunna. När man tömmer tunnan rinner vattnet ut snabbt till en början för att sedan rinna ut allt långsammare när vattendjupet minskar. Enligt en fysikalisk modell gäller differentialekvationen:

$$\frac{dV}{dt} = -k\sqrt{V} \quad \text{där } k > 0$$

V är den kvarvarande vattenvolymen i m^3 och tiden t räknas i minuter.

© Norrlandspoolen. Bilden är hämtad från företagets hemsida.

a) Motivera varför $k > 0$ i detta fall.

$V(t) = \frac{1}{4}(C - kt)^2$ är den allmänna lösningen till differentialekvationen.

b) Antag att $V(0) = 5{,}56$ och $V'(0) = -0{,}79$
Hur lång tid tar det att tömma tunnan?

Uppgift nr 15 (2334)
0/4/¤

En triangel är placerad i en cirkel med radien R på ett sådant sätt att ett hörn ligger i cirkelns centrum och övriga hörn ligger på randen.

Visa att triangelns största area erhålls då dess höjd mot cirkelns centrum är $\frac{R}{\sqrt{2}}$

Uppgift nr 16 (1944)
3/4/¤

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
- hur långt mot en generell lösning du lyckas komma
- hur väl du tolkar resultaten av din undersökning
- hur väl du motiverar dina slutsatser
- hur väl du redovisar ditt arbete
- hur väl du använder det matematiska språket

Syftet med denna uppgift är att utreda vilka förutsättningar som ska gälla för att det ska vara möjligt att skriva ett komplext tal z uttryckt i två givna komplexa tal z_1 och z_2.

Låt $z_1 = 1 + \mathrm{i}$ och $z_2 = 2\mathrm{i}$

- Bestäm p och q så att $z = 2 + 8\mathrm{i}$ kan skrivas på formen $z = p \cdot z_1 + q \cdot z_2$ där p och q är reella tal.
  Rita ett komplext talplan och markera de tre komplexa talen z, $p \cdot z_1$ och $q \cdot z_2$.

Låt $z_1 = 1 + \mathrm{i}$ och $z_2 = 2\mathrm{i}$

- Bestäm p och q så att det godtyckliga komplexa talet $z = a + b\mathrm{i}$ kan skrivas på formen $z = p \cdot z_1 + q \cdot z_2$ där p och q är reella tal.

Komplexa tal $z = a + b\mathrm{i}$ kan ofta men inte alltid skrivas på formen $z = p \cdot z_1 + q \cdot z_2$ där p och q är reella tal.

- Undersök, illustrera och beskriv så tydligt du kan för vilka val av z_1 och z_2 som det går respektive inte går att finna p och q så att $z = p \cdot z_1 + q \cdot z_2$

Bedömningsanvisningar

Inom parentes anges ett exempel på ett godtagbart svar.

Uppgift nr 1 (1787)

Max 1/0

Korrekt svar ($y = 7e^{-6x}$)	+1 g

Uppgift nr 2 (1459)

Max 2/0

Redovisad godtagbar metod	+1 g
med korrekt svar ($z = -7$)	+1 g

Uppgift nr 3 (1784)

Max 3/0

a)	Godtagbar markering av vägen fram till skatten (5 steg åt väster, 4 steg åt norr samt 6 steg åt öster)	+1-2 g
b)	Godtagbart läge ($1 + 4i$)	+1 g

Uppgift nr 4 (1945)

Max 2/0

a)	Korrekt svar $\left(y = \dfrac{x^3}{6} + Cx + D \right)$	+1 g
b)	Korrekt svar $\left(y = Ce^{x} + De^{-x} \right)$	+1 g

Uppgift nr 5 (1785)

Max 2/0

Anger båda argumenten eller en korrekt lösning	+1 g
Anger två korrekta lösningar $\left(\text{t.ex. } z_4 = 2(\cos 216^\circ + i\sin 216^\circ) \text{ och } z_5 = 2(\cos 288^\circ + i\sin 288^\circ)\right)$	+1 g

Uppgift nr 6 (1788)

Max 3/0

a)	Redovisad godtagbar numerisk metod	+1 g
	med godtagbart svar (Eulers metod ger $y(1)=3$)	+1 g
b)	Godtagbart svar (t.ex. "Minska steglängden")	+1 g

Uppgift nr 7 (1946)

Max 0/3

Godtagbar ansats till bestämning av proportionalitetskonstanten (t.ex. eleven ställer upp $N'(t)=kN$ och finner N som funktion av t)	+1-2 vg
med godtagbar bestämning av k $(k=\ln 2)$	+1 vg

Uppgift nr 8 (2981)

Max 0/2/¤

Redovisad lösning med korrekt svar (60° eller 300°) eller generell metod som ej är helt slutförd	+1 vg
med generell metod som är korrekt slutförd	+1 vg
Eleven väljer en generell metod samt redovisar en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk.	¤

Uppgift nr 9 (2224)

Max 2/0

Redovisad godtagbar lösning $(z=5+3i)$	+1-2 g

Uppgift nr 10 (2225)

Max 4/0

a)	Korrekt löst karakteristisk ekvation $(r_1=r_2=-2)$	+1 g
	med korrekt allmän lösning $\left(y=(Ax+B)e^{-2x}\right)$	+1 g
b)	Godtagbar bestämning av partikulärlösning $\left(y=(5x+5)e^{-2x}\right)$	+1-2 g

Uppgift nr 11 (1791)

Max 4/0

Godtagbart tecknad integral $\left(\int_0^a \pi(y+8)dy\right)$	+1-2 g
med redovisad godtagbar lösning och godtagbart svar (18,5)	+1-2 g

Uppgift nr 12 (2056)

Max 0/3

Redovisad godtagbar metod med korrekt derivata $\left(\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \cdot \frac{dr}{dt}\right)$ eller	
godtagbar differenskvot	+1-2 vg
med godtagbart svar (94 cm^3/s)	+1 vg

Uppgift nr 13 (2051)

Max 0/2

Godtagbar bestämning av $h(x)$ $\left(h(x) = Ae^x\right)$	+1 vg
Godtagbar bestämning av $g(x)$ $\left(g(x) = x - Ae^x + B\right)$	+1 vg

Uppgift nr 14 (2333)

Max 0/4

a)	Godtagbar motivering ("Derivatan måste vara negativ för att volymen ska minska och då måste k vara större än 0")	+1 vg
b)	Godtagbar bestämning av konstanterna $\left(C = 2\sqrt{5,56} \text{ och } k = \frac{0,79}{\sqrt{5,56}}\right)$	+1-2 vg
	med godtagbar bestämning av tidpunkten då tunnan är tömd (14 minuter)	+1 vg

Uppgift nr 15 (2334)

Max 0/4/¤

Godtagbar ansats (t.ex. finner ett uttryck med en variabel för triangelns area) +1 vg

Godtagbar bestämning av $\frac{R}{\sqrt{2}}$ +1-2 vg

med godtagbar verifiering av maximum +1 vg

Eleven genomför en korrekt verifiering av maximum för det generella fallet. Redovisningen är fullständig och tydlig och eleven använder ett i huvudsak korrekt och lämpligt matematiskt språk ¤

Uppgift nr 16 (1944)

Max 3/4/¤

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poäng-sättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer
Lägre → Högre</th><th>Total poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem. Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven finner genom godtagbar metod att $p=2$ och $q=3$
(1/0)</td><td>Eleven finner genom godtagbar metod att $p=a$ och $q=\frac{b-a}{2}$
(1/1)</td><td>Eleven påbörjar en möjlig algebraisk eller geometrisk metod för sin undersökning (t.ex. löser ut p i termer av real- och imaginärdelar av z, z_1 och z_2) eller eleven genomför en undersökning som behandlar specialfall som visar både där det går respektive inte går att skriva z uttryckt i z_1 och z_2.
(1/2)</td><td>Eleven fullföljer sin generella metod.
(1/3)</td><td>(1/3)</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiskt resonemang.</td><td colspan="2">Baserat på vald metod gör eleven någon eller några godtagbara reflektioner (t.ex. "Det går inte om både z_1 och z_2 är reella").
(1/0)</td><td colspan="2">Eleven gör någon eller några godtagbara reflektioner utifrån resultaten av sin generella metod (t.ex. efter att ha löst ut p i termer av real- och imaginärdelar av z, z_1 och z_2 gör eleven reflektionen: "Nämnaren måste vara skild från 0 om det ska gå att hitta ett uttryck för z ").
(1/1)</td><td>(1/1)</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner</td><td colspan="2">Redovisningen är möjlig att förstå. Det matematiska språket är acceptabelt.
(1/0)</td><td colspan="2"></td><td>(1/0)</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>(3/4)</td></tr>
</table>

¤ Eleven fullföljer en generell undersökning så långt att förutsättningarna för att $z = a + bi$ ska gå att skriva på formen $p \cdot z_1 + q \cdot z_2$ går att påvisa. Eleven gör en godtagbar tolkning av resultaten av sin undersökning som åtminstone motsvarar innebörden av påståendet: "Alla z kan uttryckas som $p \cdot z_1 + q \cdot z_2$ utom då z_1 och z_2 representerade som vektorer har samma eller motsatt riktning").

8 (2332)

Elevlösning 1 (2 vg)

$$(\cos\varphi - 1)^2 + (\sin\varphi)^2 = 1^2$$

$$1 - 2\cos\varphi + \underbrace{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}_{1} = 1$$

$$-2\cos\varphi = 1 - 1 - 1$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 60^\circ$$

$$\varphi_2 = 360^\circ - 60 = 300^\circ$$

Elevlösning 2 (2 vg och ¤)

$$|\cos\varphi + i\sin\varphi - 1| = 1$$ Absolutbelopp:

$$\sqrt{(\cos\varphi - 1)^2 + (\sin\varphi)^2} = 1$$

$$(\cos\varphi - 1)^2 + \sin^2\varphi = 1$$

$$\cos^2\varphi - 2\cos\varphi + 1 + \sin^2\varphi = 1$$

Trigonometriska ettan ger $1 - 2\cos\varphi + 1 = 1$

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}$$

$$\varphi = \pm 60^\circ + n \cdot 360^\circ$$ n är heltal

I intervallet är lösningarna:

$$\varphi_1 = \underline{\underline{60^\circ}}$$

$$\varphi_2 = -60^\circ + 360^\circ = \underline{\underline{300^\circ}}$$

16 (1944)

Elevlösning 3 (1 g)

$z_1 = 1+i \qquad z_2 = 2i$

$z = 2+8i \qquad = z = p \cdot z_1 + q \cdot z_2$

p och q = reella tal 1, 2, 3 ... osv.

$2+8i = p \cdot (1+i) + q \cdot 2i$

$p = 2 \qquad q = 3$

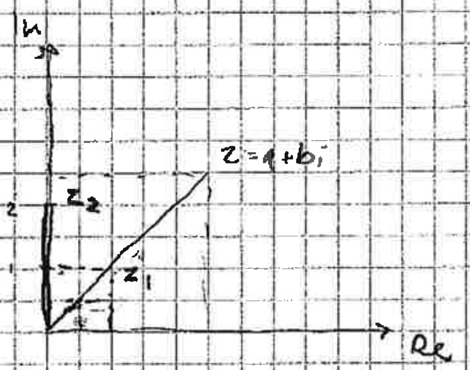
$2(1+i) +$

$2 + 2i + 3 \cdot 2i$

$2 + 8i$

$z_1 = 1+i$

$z_2 = 2i$



$p = 2 \qquad q = 3 \qquad |z_1| \cdot |z_2| = |z_1 \cdot z_2|$

$|z_1| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} = r$

$|z_2| = \sqrt{2^2} = 2 = r$

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	
Matematiska resonemang	X	0	
Redovisning och matematiskt språk	X	0	
Summa		**1/0**	

16 (1944) fortsättning

Elevlösning 4 (3 g)

$z_1 = 1+i$

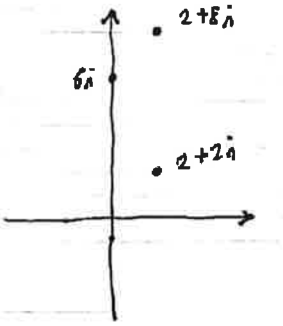
$z_2 = 2i$

$z = pz_1 + qz_2$

$z = 2+8i \Rightarrow 2+8i = p(1+i) + q \cdot 2i$

$p=2$

$q=3$ ger $z = 2+2i+6i = 2+8i$



$z_1 = 3+3i$

$z_2 = 1-i$

$z = pz_1 + qz_2$

p och q reella tal

$z = a+bi$

a och b reella tal

$z = p(3+3i) + q(1-i)$

$p=2$

$q=3$

$z = 2(3+3i) + 3(1-i) = 6+6i+3-3i = \underbrace{9+3i}$

$a=9$

$b=3$

$z = 10+3i$

$z_1 = 5+i$ } både imaginär och reell del

$z_2 = 9i$ } endast imaginär del

$10+3i = p(5+i) + q \cdot 9i$

$p=2$

$q = 1/9 \approx 0,11$ Går alltid att lösa!

$z = 19+2i$

$z_1 = 5$ } rent

$z_2 = 20$ } reell

$19+2i = p \cdot 5 + q \cdot 20$

går inte att lösa pga att imaginärdel saknas i z_1 och z_2.

$z = 10+4i$

$z_1 = i$ } rent imaginär

$z_2 = 5i$ }

$10+4i = p \cdot i + q \cdot 5i$

går inte att lösa pga att det saknas realdel i z_1 och z_2

$z = 5+10i$

$z_1 = 10$ } en reell

$z_2 = 5i$ } en imaginär

$5+10i = p \cdot 10 + q \cdot 5i$

$p = 0,5$ och $q = 2$

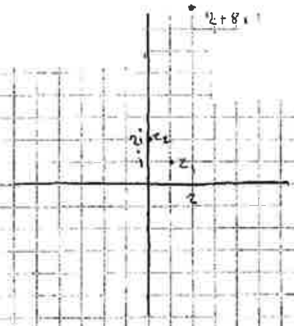
Går alltid att lösa!

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/0	
Matematiska resonemang	X	1/0	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0	
Summa		**3/0**	

16 (1944) fortsättning

Elevlösning 5 (3 g och 3 vg)



$z_1 = 1 + i$ $\quad z = 2 + 8i$

$z_2 = 2i$ $\quad p \cdot z_1 + q \cdot z_2$

Om det stämmer är: $2+8i = p(1+i)+q\,2i =$

$2+8i = p + pi + 2qi$

Uppdelning:

$2 = p$

$8i = pi + 2qi$

$8i = 2i + 2qi$

$6i = 2qi$

$3 = q$

Om $q = 3$ och $2 = p$ kan $2+8i$ skrivas som $z = 2z_1 + 3z_2 = 2(1+i)+3(2i)$

2 $\quad z = a + bi$ skrivs som $z = az_1 + \left(\frac{b-a}{2}\right)z_2$

3 $\quad$ Under vilka förutsättningar?

$z = a_1 + b_1 i$ $\quad a_2 b_1 \neq a_1 b_2$

$z_2 = a_2 + b_2 i$ $\quad b_2 \neq 0$

$z = a + bi$ $\quad z_2 =$ Komplext

$a + bi = p(a_1 + b_1 i) + q(a_2 + b_2 i)$

$a + bi = pa_1 + pb_1 i + qa_2 + qb_2 i$

$a = pa_1 + qa_2$

$b\cancel{i} = pb_1\cancel{i} + qb_2\cancel{i}$

$b = pb_1 + qb_2$

$\frac{b - pb_1}{b_2} = q$

$\frac{a - pa_1}{a_2} = \frac{b - pb_1}{b_2}$

$b_2(a - pa_1) = a_2(b - pb_1)$

$ab_2 - pa_1b_2 = a_2b - pa_2b_1$

$pa_2b_1 - pa_1b_2 = a_2b - ab_2$

$p(a_2b_1 - a_1b_2) = a_2b - ab_2$

$p = \frac{a_2b - ab_2}{a_2b_1 - a_1b_2}$

$a + bi = pz_1 + qz_2$

$a + bi = p(1+i) + q(2i)$

$a + bi = p + pi + 2qi$

$a = p$

$bi = pi + 2qi$

$bi = ai + 2qi$

$\frac{b-a}{2} = q$

Bedömning

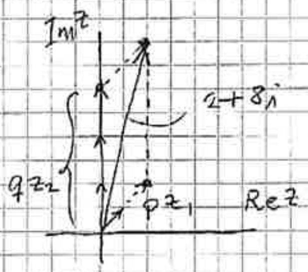
	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0	
Summa		**3/3**	

16 (1944) fortsättning

Elevlösning 6 (3 g och 4 vg och ¤)

• $p = 2 \quad q = 3$ lätt att se

$2(1+i) + 3 \cdot 2i = 2 + 8i$



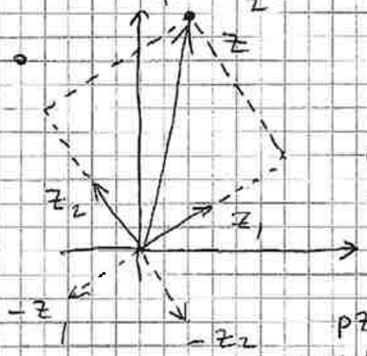
• $a + bi = p(1+i) + q(2i)$

$a + bi = p + (p + 2q)i$

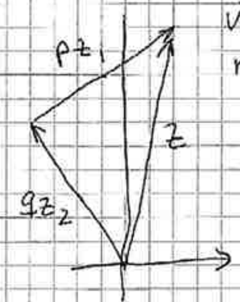
$\Rightarrow p = a$

$q = \frac{b-a}{2}$

•

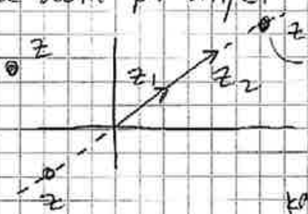


Om man hela tiden väljer z_1 och z_2 så att de pekar åt olika håll kan man alltid multiplicera med olika p och q så att man kan nå alla möjliga z. Man lägger bara ihop pz_1 och qz_2 som vektorer. Med negativa p och q kan man också vända på vektorerna. z_1 och z_2 ger riktningarna och p och q ger längderna.



Men om z_1 och z_2 ligger på en linje då kan man inte nå alla z bara dom på linjen.

kan inte komma hit



kan bara komma på linjen för man kan inte byta riktning så man kommer bort från linjen.

Bedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/3	
Matematiska resonemang	X	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	X	1/0	
Summa		**3/4/¤**	