Skolverket

Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar
Umeå universitet

PBMaE 04-12

PROV I MATEMATIK KURS E FRÅN NATIONELLA PROVBANKEN

Del I: Uppgift 1-8
Del II: Uppgift 9-15

Anvisningar

Provtid	Totalt 240 minuter för del I och II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 90 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	Del I: "Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E" *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* Del II: Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelblad.
Provmaterial	Allt provmaterial inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv namn och klass på de papper du lämnar in. *Lösningarna till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknaren.*
Provet	Varje uppgift inleds med ett uppgiftsnummer. Därefter följer provbankens identifikationsnummer, som anges inom parentes. På nästa rad anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta 2/1. Till de flesta uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Till de uppgifter där det står *Endast svar fordras* behöver bara svaret anges. Uppgift 15 är en större uppgift, som kan ta upp till 1 timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl Godkänd" för del I och II tillsammans. För att få betyget "Mycket väl godkänd" ska kraven för "Väl godkänd" vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser eventuella ¤-uppgifter.

Namn: ______________________________

Skola: ____________________ Klass/program: ____________________

Kvinna ☐ Man ☐ Annat modersmål än svenska ☐

Uppgift nr 1 (992)
2/0

Skriv det komplexa talet $\frac{4}{3+\mathrm{i}}$ på formen $a+b\mathrm{i}$

Uppgift nr 2 (3085)
2/0

Lös ekvationen $z^2+4z+29=0$

Uppgift nr 3 (3086)
2/0

Bestäm den lösning y till differentialekvationen $y'+2y=0$ som uppfyller villkoret $y(0)=1$

Uppgift nr 4 (1731)
2/0

1) $y''+y'=0$

2) $y''-2y'-8y=0$

A) $y=\mathrm{e}^{4x}$

B) $y=\mathrm{e}^{-4x}$

C) $y=5\cdot\mathrm{e}^{-x}$

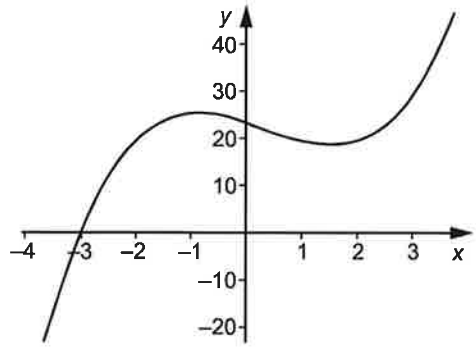
Bland funktionerna A, B och C finns lösningar till differentialekvationerna 1 och 2.

Välj rätt lösning till respektive ekvation. *Endast svar fordras*

Uppgift nr 5 (2210)
1/0 , 0/2

Figuren visar en del av grafen till funktionen

$f(x) = x^3 + ax^2 - 4x + 24$



Funktionen har ett nollställe som är ett heltal.

a) Bestäm konstanten a

b) Bestäm alla rötter till ekvationen $f(x) = 0$

Uppgift nr 6 (3087)
2/0

Differentialekvationen $y' = 2x + y^2$ har en lösning y som uppfyller villkoret $y(-1) = 0$.

Bestäm ett närmevärde till $y(1)$ med hjälp av en numerisk metod, till exempel Eulers stegmetod. Välj steglängden 1.

Uppgift nr 7 (1476)
0/2

Bestäm z då $z + 3\bar{z} = 4 + 6i$

Uppgift nr 8 (1334)
0/2/¤

Antag att det komplexa talet z är sådant att $|z - c| = c$, där $z \neq 0$ och c är ett reellt tal större än noll.

Visa att $\mathrm{Re}\left(\dfrac{1}{z}\right) = \dfrac{1}{2c}$

Uppgift nr 9 (3164)
3/0

Låt $z = 3 - 5i$ och $w = \sqrt{2}(\cos 135° + i \sin 135°)$

Markera z, w och $\overline{w}$ i ett komplext talplan.

Uppgift nr 10 (3089)
2/0

Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' + 12y' - 589y = 0$

Uppgift nr 11 (3098)
2/0 , 2/0

I september 1991 upptäckte man de mycket välbevarade resterna av en urtidsmänniska uppe i alperna mellan Österrike och Italien, den så kallade Ismannen. Vid åldersbestämning av resterna efter honom använde man kol-14 metoden.

Illustrationen är hämtad ur Forskning & Framsteg 8:97 / Tecknare Ola Nyberg

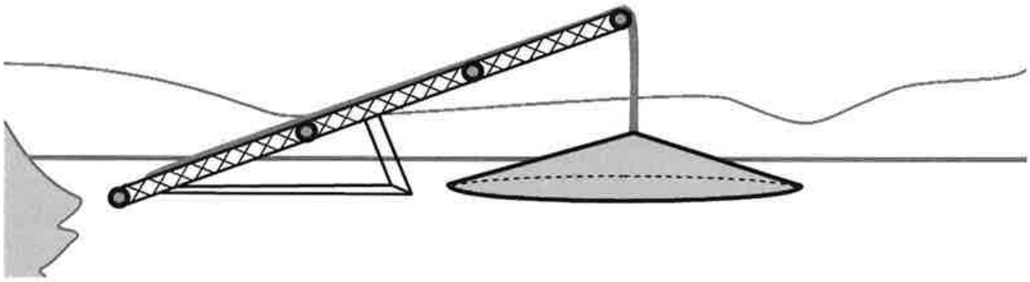
Av det kol som finns i levande organismer utgör den radioaktiva kol-14 isotopen alltid en viss bestämd andel. Då organismen dör upptas inget mer kol. Mängden kol-14 kommer att minska på grund av radioaktivt sönderfall. Kol-14 sönderfaller med en hastighet som är 0,012 % av den kvarvarande mängden per år.

a) Ställ upp en differentialekvation som beskriver sönderfallet och förklara vad dina införda variabler står för.

b) Vid analysen fann man att halten av kol-14 var 52 % av halten i levande material. För hur många år sedan dog Ismannen?

Uppgift nr 12 (1456)
0/3

Vid ett grustag leds gruset fram till en plan lagringsplats med hjälp av ett transportband. Från transportbandet faller gruset ner och bildar en hög i form av en kon. Högens volym ökar med hastigheten $0{,}01\,\text{m}^3/\text{s}$ och högens höjd är hela tiden 30 % av dess radie.



Med vilken hastighet ökar radien när radien är 1,0 m?

Uppgift nr 13 (3099)
0/2 , 0/1/¤

Antag att z är ett komplext tal och att w är konjugatet till z.

a) Finn ett z sådant att $z \cdot w = 2$

b) Avgör om det går att hitta ett z sådant att $\dfrac{z}{w} = 2$

Uppgift nr 14 (2810)
0/1 , 0/2 , 0/2

Bakgrund
Bensen är ett giftigt ämne som förr användes i stora mängder inom sko- och gummiindustrin, bland annat vid Skandinaviska Gummifabriken i Viskafors. Från början hade man ingen aning om att bensen var farligt för människor. Ibland vistades arbetarna i en miljö där mängden bensenånga kunde vara mycket stor vid arbetsdagens slut. Efter några år insåg man att bensen medförde allvarliga hälsorisker, och installerade ventilation.

På 1940-talet fanns det en fabrik där man använde det giftiga ämnet bensen i ett klister. Under arbetets gång avdunstade bensenet med den genomsnittliga hastigheten 105 g/min och blandade sig med luften. Efter en arbetsdag på åtta timmar hade därmed cirka 50 kg bensen avdunstat i fabrikslokalen, som hade en volym på 1000 m^3.

Antag att det fanns ventilation som förde ut den homogena bensen/luft-blandningen från lokalen med hastigheten 50 m^3/min, samtidigt som frisk och ren luft fördes in med hastigheten 50 m^3/min.

Då skulle följande differentialekvation visa hur mängden bensen, y gram, i luften förändrades med tiden, t minuter, räknat från arbetsdagens början.

$$\frac{dy}{dt} = 105 - \frac{y}{1000} \cdot 50$$

a) Förklara hur den uppställda differentialekvationen hänger ihop med förutsättningarna i texten.

b) Lös differentialekvationen då $y(0) = 0$

Idag används inte bensen på samma sätt eftersom hälsorisken är så stor. Den högsta tillåtna koncentrationen i luften (gränsvärdet) är 0,0015 g/m^3. Om arbetet skulle äga rum i dag i samma lokal, så skulle det behövas en orimligt effektiv ventilation för att klara gränsvärdet.

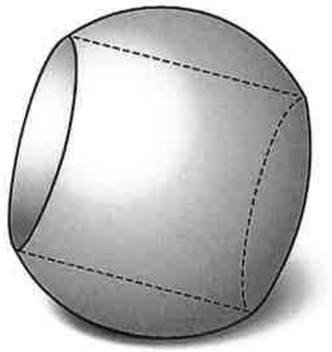
c) Med vilken hastighet måste ventilationen föra ut bensen/luft-blandningen ur lokalen för att koncentrationen av bensen i luften inte ska överstiga dagens gränsvärde?

Uppgift nr 15 (2572)
2/4/¤

Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta extra hänsyn till:
- hur långt du kommit i din undersökning
- hur generell din undersökning är
- hur korrekta dina beräkningar är
- hur väl du redovisat ditt arbete
- hur väl du använt det matematiska språket

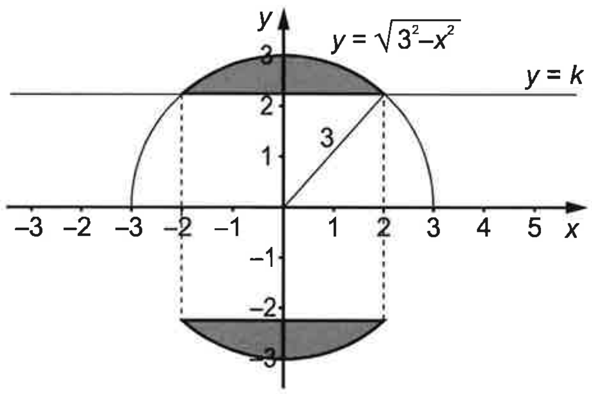
Om man tar klot av olika storlekar och borrar hål rakt igenom kloten så får man en typ av ringar som ser ut ungefär som den i bilden till höger.

I denna uppgift ska du undersöka volymen för sådana ringar.



En sådan ring kan representeras matematiskt med hjälp av en rotationskropp.

I figuren nedan visas specialfallet när klotradien är 3 cm och det cylindriska hålets längd är 4 cm. Området som roterar kring x-axeln begränsas då dels av funktionen $y = \sqrt{3^2 - x^2}$, där $-2 \leq x \leq 2$, och dels av funktionen $y = k$ enligt bilden.



- Din uppgift är att undersöka och beskriva hur rotationskroppens volym beror av klotradien, om det cylindriska hålets längd alltid är 4 cm och klotradien varierar.

Om du vill kan du börja din undersökning så här:
Beräkna det exakta värdet av k i specialfallet när klotradien är 3 cm.
Beräkna rotationskroppens volym då klotradien är 3 cm.

==

Bedömningsanvisningar

Inom parentes anges ett exempel på ett godtagbart svar.

==

Uppgift nr 1 (992)

Max 2/0

Redovisad godtagbar ansats, t ex förlängning med nämnarens konjugat	+1 g
med korrekt svar ($1{,}2-0{,}4\mathrm{i}$)	+1 g

Uppgift nr 2 (3085)

Max 2/0

Redovisad godtagbar lösning ($z_1=-2+5\mathrm{i}$ och $z_2=-2-5\mathrm{i}$)	+1-2 g

Uppgift nr 3 (3086)

Max 2/0

Redovisad godtagbar bestämning av den allmänna lösningen, t ex $y=C\cdot \mathrm{e}^{-2x}$	+1 g
med korrekt konstantbestämning ($y=\mathrm{e}^{-2x}$)	+1 g

Uppgift nr 4 (1731)

Max 2/0

Ett korrekt svar	+1 g
med ytterligare ett korrekt svar (1 – C, 2 – A)	+1 g

Uppgift nr 5 (2210)

Max 1/2

a)	Redovisad godtagbar lösning ($a=-1$)	+1 g
b)	Redovisad godtagbar ansats, t ex påbörjad faktorisering	+1 vg
	med i övrigt godtagbar lösning ($x_1=-3$, $x_2=2+2\mathrm{i}$, $x_3=2-2\mathrm{i}$)	+1 vg

Uppgift nr 6 (3087)

Max 2/0

Redovisad godtagbar metod	+1 g
med godtagbart svar ($y(1) \approx 2$)	+1 g

Uppgift nr 7 (1476)

Max 0/2

Redovisad godtagbar ansats, t ex $a+bi+3(a-bi)=4+6i$	+1 vg
med korrekt svar $(z=1-3i)$	+1 vg

Uppgift nr 8 (1334)

Max 0/2/¤

- Eleven visar att $\mathrm{Re}\left(\frac{1}{z}\right)=\frac{a}{a^2+b^2}$ för $z=a+ib$
- Eleven utvecklar $|z-c|$ till $\sqrt{a^2-2ac+c^2+b^2}$

Redovisningen innehåller en av ovanstående punkter	+1 vg
Redovisningen innehåller ytterligare en av ovanstående punkter	+1 vg

Eleven genomför ett matematiskt bevis av att likheten är uppfylld. Eleven redovisar en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. ¤

Uppgift nr 9 (3164)

Max 3/0

Godtagbart markerade punkter/vektorer	+1-3 g

Uppgift nr 10 (3089)

Max 2/0

Redovisad godtagbar ansats, t ex korrekt uppställning av den karaktäristiska ekvationen	+1 g
med i övrigt godtagbar lösning ($y=C_1e^{19x}+C_2e^{-31x}$)	+1 g

Uppgift nr 11 (3098)

Max 4/0

a) Korrekt tecknad differentialekvation ($\frac{dy}{dt} = -0{,}00012y$) +1 g
med godtagbara förklaringar av införda variablers innebörd +1 g

b) Godtagbar ansats, t ex kommit fram till ekvationen $0{,}52 = e^{-0{,}00012t}$ +1 g
med i övrigt godtagbar lösning (5400 år) +1 g

Uppgift nr 12 (1456)

Max 0/3

Redovisad godtagbar ansats, t ex tecknad kedjeregel $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$ +1 vg
med i övrigt godtagbar lösning (0,01 m/s) +1-2 vg

Uppgift nr 13 (3099)

Max 0/3/¤

a) Korrekt svar (t ex $z = 1 + i$) +1 vg
med godtagbar verifiering +1 vg

b) Redovisad godtagbar ansats, t ex prövning av något specialfall och formulering en korrekt hypotes ("Nej, det går inte.") eller påbörjad generell lösning +1 vg

Eleven löser uppgiften med hjälp av en generell metod och drar en korrekt slutsats. Eleven redovisar en klar tankegång med ett i huvudsak korrekt matematiskt språk. ¤

Uppgift nr 14 (2810)

Max 0/5

a) Redovisad godtagbar förklaring ("Det tillförs 105 gram bensen per minut samtidigt som det ventileras ut 50 m^3 luft med bensenkoncentrationen $\frac{y}{1000}$ g/m^3 per minut.") +1 vg

b) Redovisad godtagbar bestämning av partikulärlösning, t ex $y_p = 2100$ +1 vg

med i övrigt redovisad godtagbar lösning ($y = 2100 - 2100 \cdot e^{-0,05t}$) +1 vg

c) Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämning av den funktion som beskriver mängden bensen i luften då fläktkapaciteten är *F*;

$$y = -\frac{105 \cdot 1000}{F} \cdot e^{-\frac{Ft}{1000}} + \frac{105 \cdot 1000}{F}$$ +1 vg

med i övrigt redovisad godtagbar lösning (70 000 m^3/min) +1 vg

Uppgift nr 15 (2572)

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar:

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer
Lägre ————————→ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande

I vilken grad eleven kan tolka en problem-situation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständigt och hur väl eleven an-vänder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven påbörjar en undersökning, t ex genom att beräkna k i det givna specialfallet ($k=\sqrt{5}$).

1 g</td><td colspan="2">Eleven gör en godtag-bar beräkning av rota-tionskroppens volym ($32\pi/3$) i något specialfall, med eller utan räknare

eller påbörjar en gene-rell undersökning genom att t ex teckna den konstanta funk-tionen i det generella fallet ($y=\sqrt{r^2-2^2}$)

1 g och 1 vg</td><td>Eleven beräknar rotationskroppens volym i minst två specialfall

eller tecknar ett korrekt uttryck för rotations-kroppens volym i det generella fallet.

1 g och 2 vg</td><td>1/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang

Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av mate-matiska resonemang.</td><td colspan="2">Eleven formulerar någon slut-sats utifrån utförda beräk-ningar, även om beräkningar-na inte är korrekta. Under-laget för slutsatsen ska bestå av utförda beräkningar i minst två specialfall eller en generell undersökning.

1 g</td><td colspan="2">Eleven formulerar en korrekt slutsats baserad på minst tre specialfall eller en generell undersökning.

1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk

Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">Redovisningen är lätt att följa och förstå. Det matematiska språket är acceptabelt. Redo-visningen bör omfatta beräk-ning av minst en rotations-kropp eller en generell under-sökning.

1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>2/4</td></tr>
</table>

Var och en av följande nedanstående punkter beskriver hur eleven kan visa olika MVG-kvaliteter i sitt arbete med denna uppgift:

*Eleven undersöker rotationskroppens volym med hjälp av en generell metod.

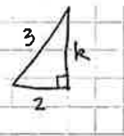
*Eleven formulerar och motiverar slutsatsen att rotationskroppens volym inte påverkas av klotets radie, genom analys och tolkning av sin undersökning.

*Eleven redovisar en klar tankegång med ett lämpligt och i huvudsak korrekt matematiskt språk.

¤

Elevlösningar

Uppgift nr 15 (2572) – Elevlösning 1 (2 g och 1 vg)



Den konstanta funktionen $y = k$

$$k^2 + 2^2 = 3^2$$
$$k^2 + 4 = 9$$
$$k^2 = 5$$
$$k = \pm\sqrt{5} \quad (k > 0 \text{ så ej } -\sqrt{5})$$
$$y = \sqrt{5}$$

Volymen för ringen

$$\int_{-2}^{2} \pi \left(y^2 - \sqrt{5}^2\right) dx = \int_{-2}^{2} \pi \left(3^2 - x^2 - 5\right) dx = \pi\left[9x - \frac{x^3}{3} - 5x\right]_{-2}^{2} =$$

$$= \pi\left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} = \pi\left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} - \left(4(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right)\right) =$$

$$= \pi\left(8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3}\right) = \pi\left(16 - \frac{16}{3}\right) = \frac{48}{3} - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}\pi$$

Ringens volym är $10\frac{2}{3}\pi$

Om man kollar på funktionen i en grafritare så ser man att radien är 3. Om man istället vill ha radien 6 eller någon annan siffra så är det talet 3 man ska ändra på 3:an i funktionen kan man säga talar om radien. ex $\sqrt{6^2 - x^2}$ har radien 6 Om man istället sätter in den nya funktionen och räknar ut rotationsformeln (Jag antar att om man dubblar radien på klotet så kommer cylindern inne i klotet också dubblas) då får man integralen

$$\int_{-2}^{2} \pi \left(6^2 - x^2 - 10\right) dx = \left[8x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} = \pi\left(8 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} - \left(8(-2) - \frac{(-2)^3}{3}\right)\right) =$$

$$= \pi\left(16 - \frac{8}{3} + 16 - \frac{8}{3}\right) = \pi\left(32 - \frac{16}{3}\right) = \frac{80}{3}\pi$$

$$\frac{80}{3} - \frac{32}{2} = \frac{48}{3}$$

$$\frac{48}{3} \Big/ \frac{32}{3} = \frac{1,5}{3} = 0,5$$

alltså ökar man radien på både klotet och cylindern med det dubbla får man en volymökning med 0,5 , alltså 50 %.

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/1	Eleven beräknar volymen av en ring i ett specialfall. Antagandet att cylinderns radie fördubblas om klotets radie fördubblas är felaktigt och försöket att beräkna ytterligare ett specialfall misslyckas.
Matematiska resonemang	X	1/0	Eleven formulerar en slutsats (att en fördubbling av radien ger en fördubbling av ringens volym) baserad på ett felaktigt beslutsunderlag.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/0	Elevens matematiska språk är torftigt och det är svårt att följa resonemanget i det andra specialfallet.
Summa		**2/1**	

Kommentar: I matrisen markerar X-ens positioner *var* på skalan elevens arbete bedöms ligga kvalitetsmässigt.

Elevlösning 2 (2 g och 4 vg och ¤)

Ringarna borde få större och större volym ju större radien är, om det cylindriska hålets längd alltid är 4 cm.

$y = \sqrt{3^2 - x^2}$ ← radien

Ring utan urhålkning:

$$\int_{-2}^{2} \pi 3^2 - \pi x^2 \, dx = \left[\pi 3^2 \cdot x - \frac{\pi x^3}{3}\right]_{-2}^{2} =$$

$$= \pi \cdot 3^2 \cdot 2 - \frac{\pi \cdot 2^3}{3} - \left(\pi 3^2(-2) - \frac{\pi(-2)^3}{3}\right) = 96{,}342 \text{ cm}^3$$

~~Ringen~~: Urholkningen som är en cylinder:

$\pi r^2 \cdot h$

$\pi(\sqrt{5})^2 \cdot 4 = \pi \cdot 20 = 62{,}832 \text{ cm}^3 \qquad (2^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2)$

Ringen: $96{,}342 - 62{,}832 = \underline{\underline{33{,}510 \text{ cm}^3}}$

Om radien är 4 får vi

större ring utan urholkning: $\int_{-2}^{2} \pi 4^2 - \pi \cdot x^2 \, dx = \left[\pi \cdot 4^2 \cdot x - \pi \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} =$

$$= \left(\pi \cdot 4^2 \cdot 2 - \pi \cdot \frac{2^3}{3}\right) - \left(\pi\, 4^2 \cdot (-2) - \frac{\pi(-2)^3}{3}\right) = 184{,}306 \text{ cm}^3$$

större ~~lilla~~ cylinder: $2^2 + x^2 = 4^2 \qquad \pi \cdot (\sqrt{12})^2 \cdot 4 = 150{,}797 \text{ cm}^3$

$x^2 = 16 - 4 = 12$

$x = \sqrt{12}$

större ring: $184{,}306 - 150{,}797 = \underline{\underline{33{,}509 \text{ cm}^3}}$

Om radien är 32: $2^2 + x^2 = 32^2$

$x^2 = 1024 - 4 = 1020$

$x = \sqrt{1020}$

jättestor ring utan urholkning:

$$\int_{-2}^{2} \pi \cdot 32^2 - \pi x^2 \, dx = \left[\pi \cdot 32^2 \cdot x - \frac{\pi x^3}{3}\right]_{-2}^{2} =$$

$$= \pi \cdot 32^2 \cdot 2 - \pi \cdot \frac{2^3}{3} - \left(\pi 32^2(-2) - \pi \frac{(-2)^3}{3}\right) = 12851{,}208 \text{ cm}^3$$

jättestor cylinder: $\pi \cdot (\sqrt{1020})^2 \cdot 4 = 12817{,}698 \text{ cm}^3$

jättestor ring: $12851{,}208 - 12817{,}698 = \underline{33{,}51 \text{ cm}^3}$

Uppenbarligen hade jag fel. Vilken radie jag än valde blev volymen densamma, ca $33{,}51 \text{ cm}^3$. Jag har nu insett att det beror på att om man har en jättestor ~~ring~~ radie så blir ringen väldigt tunn. Omkretsen blir stor men ringen blir tunn. Om ringen däremot har en liten radie blir omkretsen liten men ringen större. Därför kommer volymen att vara lika stor vilken radie man än väljer.

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	X	1/2	Eleven beräknar rotationskroppens volym i tre olika specialfall (med hjälp av räknare).
Matematiska resonemang	X	1/1	Eleven formulerar en korrekt slutsats baserad på de tre olika specialfallen.
Redovisning och matematiskt språk	X	0/1	Elevens resonemang är lätt att följa och det matematiska språket är acceptabelt.
Summa		**2/4**	

Kommentar: I matrisen markerar X-ens positioner *var* på skalan elevens arbete bedöms ligga kvalitetsmässigt. Eleven löser inte uppgiften generellt utan endast genom att undersöka ett antal specialfall. Elevens förmåga att tolka resultatet av sina specialfall och därmed revidera sina initiala hypoteser uppfyller dock punkt två bland de olika möjligheterna att visa MVG-kvaliteter på uppgiften ("Eleven formulerar och motiverar slutsatsen (…) genom analys och tolkning av sin undersökning.").