

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av april 1998.

**NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK
KURS E
HÖSTEN 1997**

Tidsbunden del

Anvisningar

Provperiod	28 november - 18 december 1997.
Provtid	Totalt 240 minuter.
Hjälpmedel	Del I: Formelsamling Del II: Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelsamling
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Lösningar till Del I skall lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. Alla uppgifter är av <i>långvarstyp</i> där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs <ul style="list-style-type: none">• att du skriver ned vad du gör• att du förklarar dina tankegångar• att du ritar figurer vid behov• att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen "Godkänd" och "Väl Godkänd". Provet ger maximalt 55 poäng.

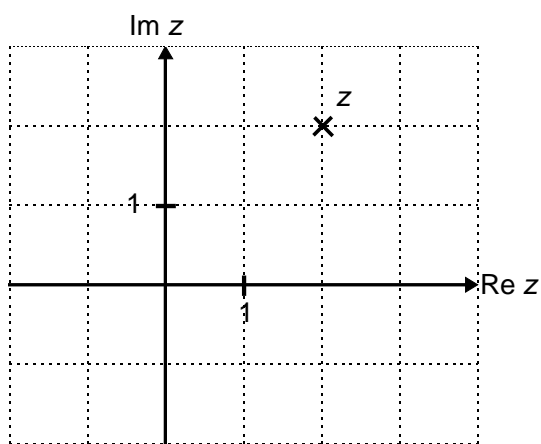
DEL I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.

1. Lös ekvationen $8z - z^2 = 25$ (2p)

2. Bestäm $|z|$ då $z = \frac{1+2i}{i}$ (2p)

3. Talet z är markerat i det komplexa talplanet.
Bestäm $\frac{z}{\bar{z}}$ (3p)



4. Differentialekvationen $y'' + 8y' - 9y = 0$ har många lösningar.
Bestäm en enda av dessa. (2p)

5. Lös differentialekvationen

a) $y' = \sin 2x$ om $y(0) = 2$ (2p)

b) $3y' - 2y = 0$ om $y'(0) = 5$ (2p)

6. Bestäm z så att $z + 2\bar{z} = 1 + i$ (3p)

7. Visa att $x^4 - x^2 \geq -0,25$ (3p)

8. Låt $z_1 = 1 + i$ och $z_2 = -i$.

a) Skriv de båda komplexa talen på polär form. (2p)

b) Bestäm argumentet för $\frac{z_1^4}{z_2^3}$ (2p)

9. Bestäm $|e^{2+i}|$. (2p)

DEL II

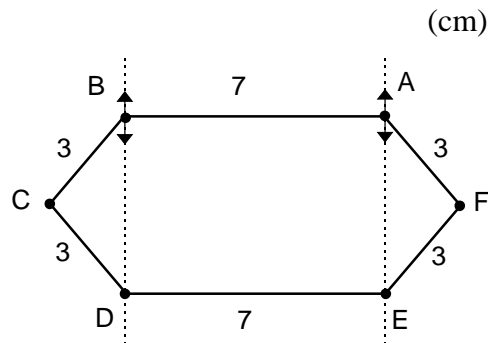
**Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande).
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.**

10. a) Rita ett komplext talplan och markera talet $z_1 = 3 + 4i$. (1p)
- b) Talen z_1 och iz_1 bildar tillsammans med origo en triangel.
Bestäm triangelns area. (2p)
- c) Ge ett allmänt uttryck i a och b för arean hos den triangel som bildas av talen z , iz och origo om $z = a + bi$. (2p)
11. Du ingår i besättningen på en rymdfarkost som ska landa på en främmande planet. Klockan 06.34.15 inträder rymdskeppet i planetens atmosfär och samtidigt anger datorn att hastigheten är 6 875 m/s. Utifrån en analys av atmosfären antas hastigheten y m/s minska med tiden x s enligt $\frac{dy}{dx} = -0,00075y$.
Bromsraketerna ska startas då hastigheten är 1 500 m/s men på grund av ett fel i matematikprocessorn kan starttiden inte beräknas av datorn. Beräkning och start måste ske manuellt.
När ska du starta bromsraketerna? (4p)
12. Vid en fabrik tillverkas jäst i en tank, och omständigheterna är sådana att mängden jäst har en tillväxthastighet som är proportionell mot jästens massa y kg, med proportionalitetskonstanten $0,003 \text{ min}^{-1}$. När processen startar finns 200 kg jäst i tanken.
- a) Teckna en differentialekvation som beskriver jästens tillväxthastighet. (1p)
- b) Hur mycket jäst bör det enligt modellen finnas i tanken efter fem timmar? (3p)
- c) Vid produktionen tar man ut ett konstant flöde av jästmassan. Teckna en differentialekvation som beskriver jästmassans förändring när man tar ut a kg jäst per minut ur tanken. (1p)
- d) Hur mycket jäst kan tappas ut per minut om jästmassan i tanken hela tiden skall vara 200 kg? (2p)

13. I sexhörningen nedan kan arean varieras genom att sidan AB höjs och sänks i förhållande till sidan DE med oförändrade längder på sidorna. AB är hela tiden parallell med DE.

Bestäm sexhörningens största area med två siffrors noggrannhet.

(4p)



14. Om befolkningstillväxten är p % per år så säger en tumregel att det tar $\frac{70}{p}$ år innan befolkningen fördubblats.

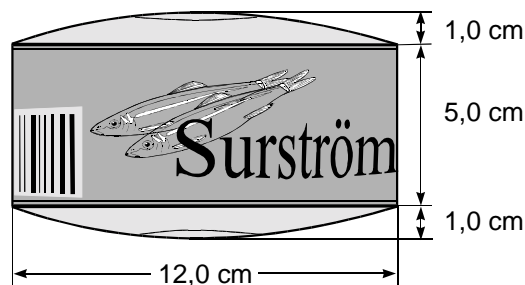
a) Befolkningstillväxten kan beskrivas med en matematisk modell i form av en differentialekvation. Teckna denna differentialekvation.

(1p)

b) Utgå från differentialekvationen och visa att regeln gäller.

(2p)

15. En vacker vårväll tänker surströmmingsälskaren Anders avnjuta innehållet i en burk som han köpt förra sommaren. Under vintern har burkens botten och lock börjat bukta ut eftersom innehållet jäser. Det som från början kunde beskrivas som en rak cirkulär cylinder, med diametern 12,0 cm och höjden 5,0 cm är nu en kropp som från sidan ser ut som på bilden nedan.



Anders observerar att locket, och även botten, ”profil” ganska exakt kan beskrivas med grafen till en andragradsfunktion av typen $y = ax^2 + bx + c$.

Beräkna volymsökningen i procent, när burken svällt så att den buktar ut 1,0 cm på varje sida samtidigt som diameter och kanthöjd är oförändrade.

(7p)

Skolverket hänvisar generellt beträffande provmaterial till bestämmelsen om sekretess i 4 kap. 3 § sekretesslagen. För detta material gäller sekretessen till och med utgången av april 1998.

Bedömningsanvisningar - tidsbunden del (MaE ht 1997)

Provet ger maximalt 55 poäng. Förslag till undre gräns för Godkänd är 15 poäng respektive 30 poäng för Väl Godkänd.

Exempel på godtagbara svar anges inom parentes.

DEL I

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
1.	$(z = 4 \pm 3i)$ Redovisad godtagbar lösning	Max 2p + 1-2p
2.	$(z = \sqrt{5})$ Ansats till lösning t.ex. genom förenkling av uttrycket Korrekt absolutbelopp	Max 2p + 1p + 1p
3.	$\left(\frac{z}{\bar{z}} = i\right)$ Korrekt tecknad kvot $\frac{z}{\bar{z}} = \frac{2+2i}{2-2i}$ Ansats till lösning genom förlängning med nämnarens konjugat med korrekt förenkling	Max 3p + 1p + 1p + 1p
4.	$(y = e^x + e^{-9x}, y = 0 \text{ eller något annat uttryck } y = Ae^x + Be^{-9x} \text{ med angivna värden på } A \text{ och } B)$ Redovisad godtagbar metod eller motivering med korrekt svar	Max 2p + 1p + 1p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
5.		Max 4p
a)	$\left(y = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right)$ Korrekt allmän lösning Korrekt konstantbestämning	+ 1p + 1p
b)	$\left(y = \frac{15}{2} e^{\frac{2x}{3}} \right)$ Korrekt allmän lösning Korrekt konstantbestämning	+ 1p + 1p
6.		Max 3p
	$\left(z = \frac{1}{3} - i \right)$ Korrekt ansats ($z = a + bi$ insatt i ekvationen) Godtagbar ansats till identifiering av realdel och imaginärdel med korrekt svar	+ 1p + 1p + 1p
7.		Max 3p
	Godtagbar ansats (t.ex. studium av funktionen $y = x^4 - x^2$ eller lösning av ekvationen $x^4 - x^2 + 0,25 = 0$ genom kvadratkomplettering) Korrekt genomförande Godtagbar motivering	+ 1p + 1p + 1p
8.		Max 4p
a)	$\left(z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \text{ och } z_2 = \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) \right)$ Redovisad godtagbar lösning	+ 1-2p
b)	$\left(\arg \left(\frac{z_1^4}{z_2^3} \right) = \frac{\pi}{2} \right)$ Redovisad godtagbar lösning	+ 1-2p
9.		Max 2p
	$\left(e^{2+i} = e^2 \right)$ Redovisad godtagbar lösning	+ 1-2p

DEL II

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
10.		Max 5p
a)	Godtagbart talplan och markering	+ 1p
b)	$\left(\frac{25}{2} \text{ a.e.}\right)$ Redovisad godtagbar lösning	+ 1-2p
c)	$\left(\frac{a^2 + b^2}{2} \text{ a.e.}\right)$ Redovisad godtagbar lösning	+ 1-2p
11.	(07.08.05) Godtagbar allmän lösning till differentialekvationen Korrekt konstantbestämning Korrekt tecknad ekvation eller likvärdig lösning Korrekt tidsbestämning med svar som klockslag eller antal sekunder efter inträdet i atmosfären	Max 4p + 1p + 1p + 1p + 1p
12.		Max 7p
a)	$\left(\frac{dy}{dx} = 0,003y\right)$ Korrekt tecknad differentialekvation	+ 1p
b)	(490 kg) Godtagbar allmän lösning Korrekt konstantbestämning Godtagbart svar	+ 1p + 1p + 1p
c)	$\left(\frac{dy}{dx} = 0,003y - a\right)$ Korrekt tecknad differentialekvation	+ 1p
d)	($a = 0,6$) Redovisad godtagbar lösning	+ 1-2p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
13.	<p>(45 cm²) Ansats till lösning som visar förståelse för problemet (t.ex. med införande av användbara variabler) Godtagbar uppställning av areafunktion Redovisad bestämning av största area (grafiskt eller algebraiskt)</p>	<p>Max 4p + 1p + 1p + 1-2p</p>
14.	<p>a) $\left(\frac{dy}{dt} = \frac{p}{100} \cdot y\right)$ Korrekt tecknad differentialekvation</p> <p>b) Redovisad godtagbar lösning</p>	<p>Max 3p + 1p + 1-2p</p>
15.	<p>(20%) Ansats till funktionsbestämning, (t.ex genom att rita en användbar andragradsfunktion i ett koordinatsystem) Godtagbar funktion Tecknad godtagbar integral Godtagbar bestämning av rotationsvolym Godtagbart svar</p>	<p>Max 7p + 1p + 1-2p + 1-2p + 1p + 1p</p>