NATIONELLT PROV I MATEMATIK KURS E VÅREN 1999

Anvisningar

Provtid	Totalt 240 minuter.
Hjälpmedel	Del I: Formelsamling Del II: Miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande) och formelsamling
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Lösningar till Del I skall lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare. Skriv ditt namn, komvux/gymnasieprogram och födelsedatum på de papper du lämnar in.
Provet	Provet består av 15 uppgifter. De flesta uppgifterna är av *långsvarstyp* där det inte räcker med bara ett kort svar utan där det krävs • att du skriver ned vad du gör • att du förklarar dina tankegångar • att du ritar figurer vid behov • att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara svaret anges. Pröva på alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning.
Betygsgränser	Ansvarig lärare meddelar de gränser som gäller för betygen ”Godkänd” och ”Väl godkänd”. Provet ger maximalt 49 poäng.

DEL I

Denna del består av 9 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare.
Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Skriv det komplexa talet $\dfrac{7-3\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}$ på formen $x + y\mathrm{i}$ (2p)

2. Lös ekvationen

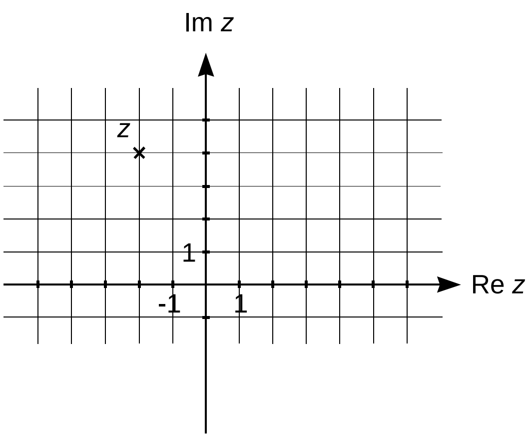
a) $z^2 - 2z + 5 = 0$ (2p)

b) $3(z-3)^2 + 48 = 0$ (2p)

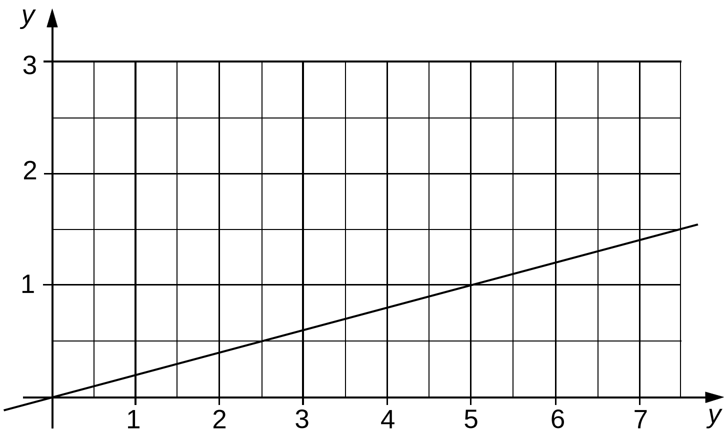
3. a) Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $\sqrt{3} + \mathrm{i}$
Endast svar fordras (2p)

b) Bestäm argumentet för $\left(\sqrt{3} + \mathrm{i}\right)^6$ *Endast svar fordras* (1p)

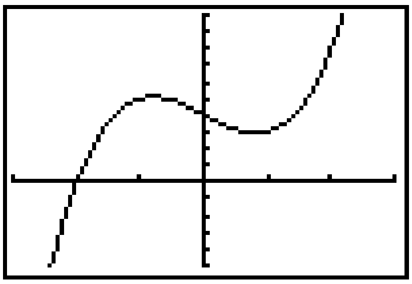
4. Talet z är markerat i det komplexa talplanet.
Bestäm $z \cdot \bar{z}$ (2p)



5. Figuren visar sambandet mellan funktionen y och dess derivata y'. Uttryck detta samband med en differentialekvation. Bestäm därefter funktionen $y(x)$ om $y(0) = 2$ (3p)

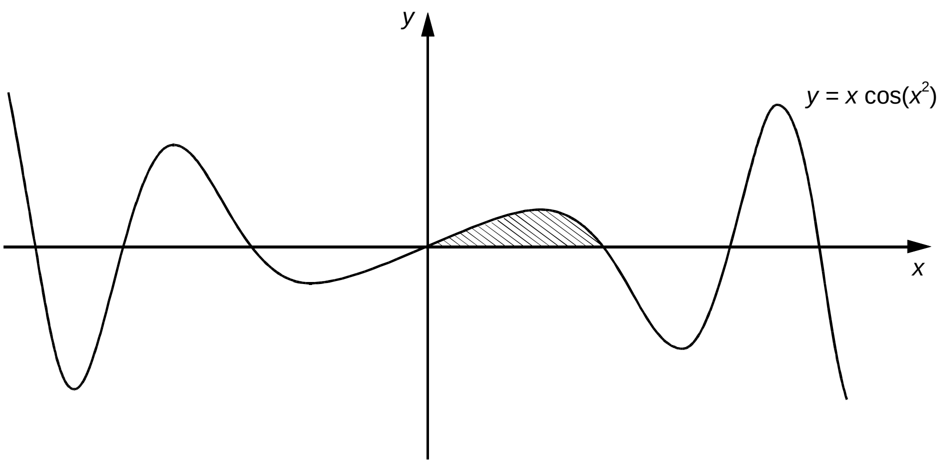


6. Figuren visar grafen till funktionen $y = x^3 - 2x + 4$
Bestäm alla rötter till ekvationen $x^3 - 2x + 4 = 0$ (3p)



7. a) Låt $f(x) = \sin(x^2)$ och bestäm $f'(x)$ *Endast svar fordras* (1p)

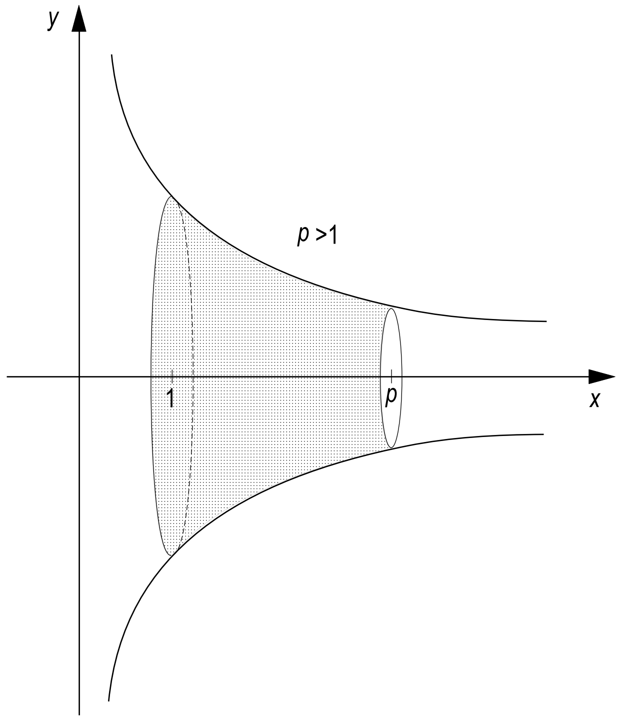
b) Använd resultatet i a) och beräkna arean av det markerade området. (3p)



8. Kurvan $y = \dfrac{1}{x}$ roteras kring *x*-axeln (se figur nedan).

a) Beräkna den markerade volymen då $p = 2$ (3p)

b) Undersök om det finns något värde på *p* som gör att volymen blir dubbelt så stor som i a). (2p)



9. För vilka värden på *k* är $\mathrm{e}^{k\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$? (2p)

DEL II

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare (grafritande men ej symbolhanterande).
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

10.

Sommaren 1845 drabbades delar av Västeuropa av potatispest. För Irland var situationen allvarlig. Dels var landet överbefolkat – dels var mer än halva befolkningen helt beroende av potatis som livsmedel. Pesten återkom 1846 och 1847 och många irländare dog av svält och sjukdomar eller emigrerade till USA och Canada.

I efterhand framstår ”den stora hungern” 1846 – 1848 som en viktig händelse i irländsk historia: emigrationen tog fart, och befolkningen minskade.
(Källa: Nationalencyklopedin)

Om y är antalet invånare på Irland, t år efter 1850, så gällde följande samband under en viss period:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -0{,}012 \cdot y, \qquad y(0) = 6{,}5 \cdot 10^6$$

Beskriv i ord vad dessa uttryck innebär för folkmängden på Irland. (2p)

11. Lös differentialekvationen $y'' + 6y' + 8y = 0$ då $y(0) = 1$ och $y'(0) = 0$ (3p)

12. Medeltemperaturen under en tidsperiod från a till b kan beräknas med formeln

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b y\,\mathrm{d}x$$ där y °C beskriver temperaturen som funktion av tiden.

På en plats registrerades temperaturen under ett dygn. Man fann att temperaturen kunde beskrivas med funktionen $y = 3\sin(0{,}3x - 3) + 7{,}7$ där x är antalet timmar efter midnatt.

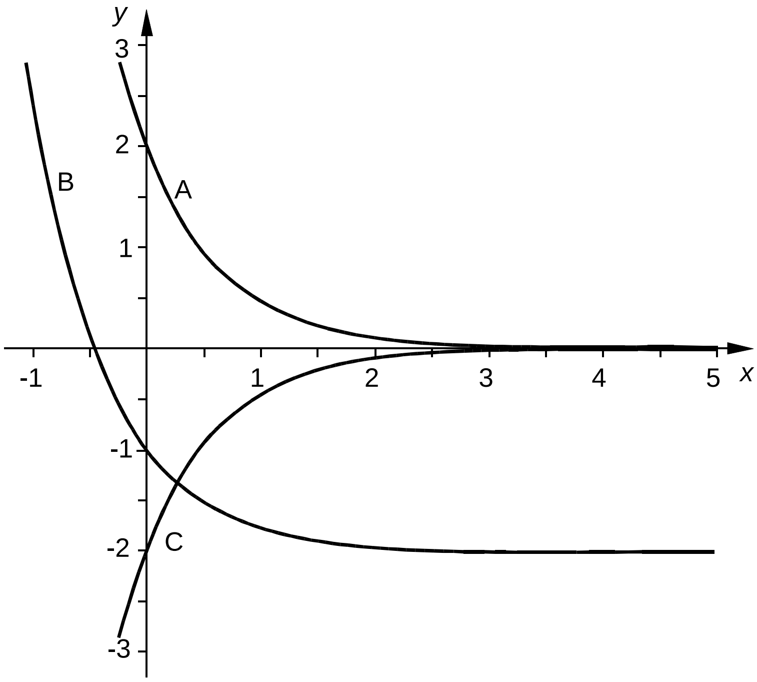
Beräkna dygnets medeltemperatur. (3p)

13. Uppgiften handlar om lösningar till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$

a) Bestäm y då $y'(0) = -6$ (2p)

b) Kurva A i figuren är också en lösning till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$
Bestäm denna lösning. *Endast svar fordras* (1p)

c) Kan kurvorna B och C i figuren vara lösningar till differentialekvationen $2y' + 3y = 0$? Motivera ditt svar. (2p)



14. Kalle är inblandad i en arbetsplatsolycka där han råkar inandas skadliga ångor från ett kemiskt preparat.

Det dröjer ganska länge innan Kalle uppsöker ett sjukhus och inte förrän 20 timmar efter olyckan tas ett blodprov. Analysen visar att blodet innehåller 0,00372 mg/ml av det gift som han inandats.

Efter ytterligare 8 timmar tas ett nytt blodprov och då har koncentrationen gift i blodet sjunkit till 0,00219 mg/ml.

Låt oss anta att förändringshastigheten för giftkoncentrationen är proportionell mot koncentrationen och låt y mg/ml vara koncentrationen av gift i blodet t timmar efter det första blodprovet.

Läkaren vill ge medicinsk behandling om giftkoncentrationen vid något tillfälle varit större än 0,017 mg/ml. Finns det enligt modellen någon risk för att giftkoncentrationen i Kalles blod varit så hög? (4p)

15. Ekvationen $z^2 - 6z + a = 0$ har rötterna $z_1 = 2$ och $z_2 = 4$ då $a = 8$.

Undersök var i det komplexa talplanet ekvationens rötter hamnar för alla möjliga reella värden på a. (4p)

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i det nationella E-kursprovet i Matematik vt -99 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål (återfinns längst bak i detta häfte).

MaEvt99		Kunskapsområde i målbeskrivningen					Betygskriterium											
Upp-gift nr	Po-äng	Algebra		Diff.- & integral-kalkyl			Godkänd						Väl Godkänd					
		1	2	1	2	3	a	c	d	f	g	h	a	b	d	e	g	h
1	2		x				x	x			x							
2a	2		x				x	x			x							
2b	2		x				x	x			x							
3a	2	x	x				x	x										
3b	1		x										x					
4	2	x	x				x	x			x							
5	3				x	x					x		x			x		
6	3		x				x	x			x		x					
7a	1			x			x	x										
7b	3			x							x		x			x	x	
8a	3			x			x		x		x		x					
8b	2			x							x		x			x	x	
9	2		x								x		x				x	
10	2				x		x		x		x							
11	3					x	x	x			x							
12	3			x			x		x		x		x				x	
13a	2					x	x	x			x							
13b	1					x	x		x									
13c	2					x					x		x			x	x	
14	4				x	x					x		x				x	
15	4	x	x				x				x		x			x	x	
$\sum$	49p	20p		12p	17p		ca 24p						ca 25p					

Kravgränser

Provet ger maximalt 49 poäng. Undre gräns för provbetyget Godkänd är 14 poäng respektive 28 poäng för Väl godkänd.

Allmänna riktlinjer för bedömning

Tidsbundna delen

Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål och kriterier och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

1. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

2. Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar erfordras ger 1 eller 2 poäng enligt bedömningsanvisningen. Förslag på godtagbara eller korrekta svar ges om möjligt i bedömningsanvisningen.

3. Uppgifter av långsvarstyp

   3.1 Enbart svar utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas.

   3.2 Då +1p anges i bedömningsanvisningen ska de angivna minimikraven uppfyllas för att erhålla 1 poäng i tillägg till tidigare erhållna poäng.

   3.3 När bedömningsanvisningen t.ex. anger +1-2p innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg. Kraven för delpoängen bestäms lokalt.

4. Bedömning vid olika typer av fel

   Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, fel i deluppgift eller följdfel, formella fel och räknefel.

5. Bedömning av svarets utformning

   Bedömning av brister i svarets utformning, som t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

Bedömningsanvisningar - tidsbunden del (MaE vt 1999)

Exempel på godtagbara svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet.

DEL I

Uppg.		Bedömningsanvisningar	Poäng
1.			**Max 2p**
		Redovisning som anger lämplig metod (t.ex. förlängning med nämnarens konjugat)	+1p
		med korrekt genomförda förenklingar $(3{,}4+0{,}2\,\mathrm{i})$	+1p
2.			**Max 4p**
	a)	Redovisad godtagbar lösning $(z=1\pm 2\,\mathrm{i})$	+1-2p
	b)	Redovisad godtagbar lösning $(z=3\pm 4\mathrm{i})$	+1-2p
3.			**Max 3p**
	a)	Korrekt argument (30º)	+1p
		Korrekt belopp (2)	+1p
	b)	Korrekt svar (180º)	+1p
4.			**Max 2p**
		Godtagbar metod, t.ex. identifierat $\bar{z}$ och tecknat en produkt eller ansatt $z\cdot\bar{z}=\lvert z\rvert^2$	+1p
		korrekt beräkning av angiven produkt (20)	+1p

Uppg.		**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
5.			**Max 3p**
		Formel som visar att y' är proportionell mot y	+1p
		(poäng ges även om proportionalitetskonstanten är felaktig, t.ex. $y' = 5y$)	
		Korrekt proportionalitetskonstant och korrekt allmän lösning $\left(y = C\,\mathrm{e}^{\frac{x}{5}} \right)$	+1p
		Korrekt konstantbestämning $(C = 2)$	+1p
6.			**Max 3p**
		Korrekt reell rot ($x = -2$)	+1p
		Godtagbar metod för bestämning av övriga rötter, t.ex. tillämpning av faktorsatsen	+1p
		Korrekt bestämning av övriga rötter $(1 \pm \mathrm{i})$	+1p
7.			**Max 4p**
	a)	Korrekt derivata $\left(f'(x) = 2x\cos x^2 \right)$	+1p
	b)	Korrekt tecknad integral $\left(\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x\cos x^2\,\mathrm{d}x \right)$	+1p
		Godtagbar beräkning av arean $\left(\frac{1}{2} \text{ a.e.} \right)$	+1-2p
8.			**Max 5p**
	a)	Korrekt tecknad integral $\left(\int_1^2 \pi \left(\frac{1}{x} \right)^2 \mathrm{d}x \right)$	+1p
		Redovisad godtagbar beräkning av integralen $\left(\frac{\pi}{2} \right)$	+1-2p
	b)	Godtagbar metod, t.ex. genom korrekt tecknad ekvation $\left(\int_1^p \pi \left(\frac{1}{x} \right)^2 \mathrm{d}x = \pi \right)$	+1p
		med korrekt och motiverad slutsats (*p* finns inte, *p* är oändligt stort)	+1p

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
9.		**Max 2p**
	Minst ett korrekt värde på k med motivering $(k = 1)$	+1p
	Samtliga värden med motivering (då k är udda)	+1p
	Observera att 2p bör ges även om eleven inte angivit de negativa udda talen.	

DEL II

10.		**Max 2p**
	Godtagbar beskrivning av vad differentialekvationen säger om Irlands befolkning (Befolkningen minskar med 1,2 % per år.)	+1p
	Godtagbar beskrivning av vad randvillkoret innebär (Folkmängden var 6,5 miljoner år 1850.)	+1p
11.	$\left(y = -\mathrm{e}^{-4x} + 2\mathrm{e}^{-2x}\right)$	**Max: 3p**
	Korrekt allmän lösning $(y = A\mathrm{e}^{-4x} + B\mathrm{e}^{-2x})$	+1p
	Godtagbar konstantbestämning	+1-2p
12.		**Max 3p**
	Korrekt tecknad integral $\left(\frac{1}{24}\int_0^{24}\left(3\sin\left(0{,}3x-3\right)+7{,}7\right)\mathrm{d}x\right)$	+1p
	Godtagbar algebraisk eller numerisk beräkning av integralen (7,49 ºC)	+1-2p
	(Om räknaren är inställd på grader i stället för radianer vid insättning av integrationsgränserna erhålls svaret 7,73 °C. En i övrigt korrekt lösning med detta svar bör ges 2p.)	

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
13.		**Max 5p**
a)	Korrekt allmän lösning $\left(y = Ce^{-1,5x}\right)$	+1p
	Korrekt konstantbestämning $(C = 4)$	+1p
b)	Korrekt svar $\left(y = 2e^{-1,5x}\right)$	+1p
c)	Redovisad godtagbar tankegång som omfattar mer än kontroll av funktionens värde i en punkt	+1p
	Godtagbar tankegång som fullföljs för båda kurvorna	+1p
	Se exempel på bedömda elevlösningar som återfinns nedan. (Elev 1-3)	
14.		**Max 4p**
	Motivering till exponentiell modell, t.ex. genom att teckna en första ordningens differentialekvation och ange dess allmänna lösning	+1p
	Godtagbar bestämning av giftkoncentrationen vid olyckstillfället	+1-2p
	Korrekt motiverad slutsats (Nej, koncentrationen var som mest 0,014 mg/ml)	+1p
15.		**Max 4p**
	Alternativ 1: elever som gör en undersökning för några värden på b	+1-2p
	Eleven löser ekvationen för några värden på *b* och drar någon slutsats om var reella eller icke-reella lösningar hamnar i det komplexa talplanet +1p	
	Eleven löser ekvationen för några värden på *b* och redovisar godtagbara slutsatser om var reella eller icke-reella lösningar hamnar i det komplexa talplanet samt ger någon relevant kommentar om var övergången sker. +1p	
	Alternativ 2: eleven gör en generell undersökning	+1-3p
	Eleven gör en generell undersökning av problemet (genom att t.ex. studera lösningsformeln för andragradsekvationer) och drar någon slutsats om var reella eller icke-reella lösningar hamnar i det komplexa talplanet +2p	
	Eleven gör en generell undersökning av problemet (genom att t.ex. studera lösningsformeln för andragradsekvationer) och redovisar	

godtagbara slutsatser om var reella och icke-reella lösningar hamnar i det komplexa talplanet samt ger någon relevant kommentar om var övergången sker. +1p

Eleven kommenterar symmetrin i rötternas läge eller ger någon annan generell slutsats. +1p

(Elever som väljer ett antal *b*-värden, undersöker ekvationens rötter och drar slutsatser från sin undersökning kan alltså få maximalt 3 poäng.)

Se exempel på bedömda elevlösningar som återfinns nedan. (Elev 4-7)

Exempel på bedömda elevarbeten till uppgift 13

Elev 1

Bedömning 1 poäng

Motivering Slutsatsen att kurva B borde ha gått åt motsatt håll är inte motiverad med t.ex. derivatans värde i någon punkt. Samma brist återfinns i motiveringen till att kurva C kan vara en lösning.

Elev 2

Bedömning 1 poäng

Motivering Elevens metod att undersöka derivatans värde då $x = 0$ fungerar väl när det gäller att utesluta kurva B som möjlig lösning, men den ger dåligt stöd för att motivera att kurva C kan vara en lösning.

Elev 3

Bedömning 2 poäng

Motivering Eleven för ett resonemang om den typ av exponentialekvationer som utgör lösningar till differentialekvationen och konstaterar att funktionsvärdet ska gå mot noll, från den positiva eller negativa sidan, då *x* går mot oändligheten. Argumentationen är välmotiverad och övertygande både för kurva B och kurva C.

Exempel på bedömda elevarbeten till uppgift 15

Observera att de bedömda elevarbetena är hämtade från en utprövning av uppgiften. Dessa elever arbetade med en variant av uppgift 15 där ekvationen skrevs $z^2 + az + b = 0$. Där uppgavs att konstanten *a* skulle sättas lika med -6 och dessutom visades rötterna till den ekvation som fås när $b = 8$ som punkter i ett komplext talplan.

Elev 4

Bedömning 1 poäng

Motivering Eleven löser andragradsekvationen för några få värden på b. Utan att redovisa någon figur så försöker eleven hitta ett mönster i sina lösningar och visar förmåga att dra slutsatser. Den redovisade slutsatsen (*ju större b desto större vinkel från realaxeln*) är korrekt men ganska begränsad.

Elev 5

Bedömning 2 poäng

Motivering Eleven löser ekvationen för relativt många värden på *b* och visar med figur och text var rötterna hamnar i det komplexa talplanet. (+1p)
Eleven upptäcker och redovisar att $b = 9$ är det kritiska värdet. (+1p)

Elev 6

Bedömning 4 poäng

Motivering Eleven gör en generell undersökning av problemet genom att studera det allmänna fallet och drar korrekta generella slutsatser om var rötterna hamnar i det komplexa talplanet för olika värden på *b*. (+2p)
Eleven upptäcker och redovisar var övergången mellan reella och icke-reella rötter sker. (+1p)
Eleven drar en generell slutsats om symmetrin i rötternas lägen. (+1p)

Elev 7

Bedömning 4 poäng

Motivering Eleven genomför en generell undersökning genom att studera den allmänna lösningen $z = 3 \pm \sqrt{9-b}$
Eleven konstaterar därefter att reella lösningar erhålls då $b \leq 9$ och att större värden på *b* ger två komplexa rötter med realdelen 3 och den imaginära delen beroende på *b*. Eleven har därmed beskrivit var de olika lösningarna hamnar i komplexa talplanet och det *b*-värde där rötterna lämnar den reella axeln.
Slutsatsen att talen är $3 + c\mathrm{i}$ och $3 - c\mathrm{i}$ där *c* varierar beroende på *b*, anger implicit att rötterna ligger symmetriskt

ELEV 1

c) $\boxed{B}$ $y(0) = -1 \Rightarrow C = -1$

$y = -e^{-\frac{3}{2}x}$

Kan ej vara vara en lösning till ekvationen, eftersom "C" är negativ. Borde då ha gått åt motsatt håll (som $\boxed{C}$)

$\boxed{C}$ $y(0) = -2 \Rightarrow C = -2$

$y = -2e^{-\frac{3}{2}x}$

Kan vara en lösning, eftersom "C" är negativ och kurvan är böjd åt motsatt håll jämfört med $\boxed{A}$

ELEV 2

c $y = C \cdot e^{-\frac{3x}{2}}$

$B \Rightarrow y(x) = -e^{-\frac{3x}{2}}$ $y' = \frac{3}{2}e^{-\frac{3x}{2}}$ $y'(0) = \frac{3}{2} > 0$ borde vara negative värde eftersom kurvan sjunker vid $x=0$.

$C \Rightarrow y(x) = -2 \cdot e^{-\frac{3x}{2}}$ $y' = 3e^{-\frac{3x}{2}}$ $y'(0) = 3 > 0$ stämmer, kurvan stiger vid $x=0$

Svar: C är en lösning ej B

ELEV 3

c) Kurva C kan vara det då den är exakt spegelvänd mot kurva A $\Rightarrow$ $y = -2 \cdot e^{-\frac{3}{2}x}$

$\Rightarrow$ och således en lösning till $2y' + 3y = 0$

Kurva B däremot kan inte vara en lösning till ekvationen $2y' + 3y = 0$ för den börjar med

$\Rightarrow$ ett negativt värde och fortsätter att bli allt mindre istället för att gå mot noll som $e^{-\frac{3}{2}}$ gör.

$C \cdot \underbrace{e^{-\frac{3}{2}x}}_{1}$ vilket ger ett minus eller plusvärde som sedan går mot noll

ELEV 4

$z^2 + az + b = 0$

$z = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

$z^2 - 6z + 8 = 0$

dvs. $a = -6$ och $b = 8$

$z_1 = 2 \quad z_2 = 4$

$a = -6$ och $b = 12$

$z = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 12} = 3 \pm \sqrt{9 - 12} = 3 \pm \sqrt{-3} =$

$= 3 \pm i \cdot \sqrt{3}$

$z_1 = 3 + \sqrt{3} \cdot i \quad z_2 = 3 - \sqrt{3} \cdot i$

$a = -6$ och $b = 20$

$z = 3 \pm \sqrt{9 - 20} = 3 \pm \sqrt{-11} = 3 \pm i \cdot \sqrt{11}$

$z_1 = 3 + i \cdot \sqrt{11} \quad z_2 = 3 - i \cdot \sqrt{11}$

$a = -6 \quad b = 90$

$z = 3 \pm \sqrt{9 - 90} = 3 \pm \sqrt{-81} = 3 \pm i \cdot \sqrt{81} = 3 \pm 9i$

$z_1 = 3 + 9i \quad z_2 = 3 - 9i$

$a = -6 \quad b = 370$

$z = 3 \pm \sqrt{9 - 370} = 3 \pm \sqrt{-361} = 3 \pm 19i$

$z_1 = 3 + 19i \quad z_2 = 3 - 19i$

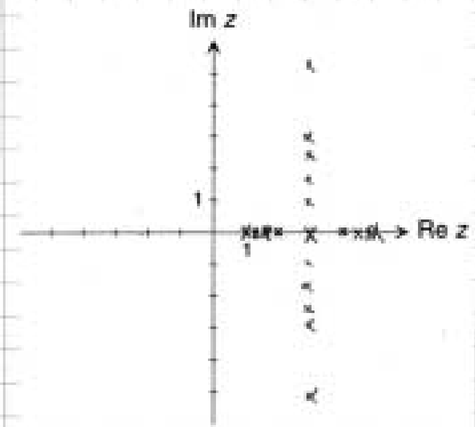
Ju större b, desto större vinkel från Realaxeln.

ELEV 5

$z = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

$a = -6$

b	z_1	z_2
8	2	4
10	$3+i$	$3-i$
12	$3+\sqrt{3}\,i$	$3-\sqrt{3}\,i$
15	$3+\sqrt{6}\,i$	$3-\sqrt{6}\,i$
18	$3+3i$	$3-3i$
34	$3+5i$	$3-5i$
9	3	3



För $b \geq 9$ finns rötterna på grafen $x = 3$

b	z_1	z_2
9	3	3
8	2	4
7	$3+\sqrt{2}$	$3-\sqrt{2}$
6	$3+\sqrt{3}$	$3-\sqrt{3}$
5	5	1

För $b \leq 9$ är båda rötterna reella

ELEV 6

$z = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\frac{36}{4} - b} =$

$= 3 \pm \sqrt{9-b}$

för $b<9$ så är z reellt och punkterna ligger symmetriskt kring punkten 3

För $b=9$ så är $z=3$

För $b>9$ så ligger de två lösningarna ~~på~~ en linje som går parallelt med den imaginära axeln och genom punkten 3.

För ett givet värde på b så ligger båda lösningarna på samma avstånd från 3.

ELEV 7

$z = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$

$a = -6$ $b =$ varierar

$z = 3 \pm \sqrt{9-b}$ detta ger

Svar: för olika värden på b upp t.o.m 9 ger det reella lösningar men för värden på b större än 9 ger det två komplexa tal med $Re\, z = 3$ och den imaginära delen varierar beroende på b. talen är $3+ci$ och $3-ci$ där c varierar beroende på b.

Mål för Kurs E i matematik

Kurs: **Matematik E**
Poäng: **60**

Mål
Målet för kursen är att ge eleven de fördjupade kunskaper som krävs för högre studier på matematikintensiva utbildningar.
Eleven skall i ett mindre projektarbete utveckla sin förmåga att under eget ansvar arbeta med en problemställning.

Efter genomgången kurs skall eleven
i algebra (A)
1. ha kännedom om hur talområdet utvidgats till komplexa tal

2. kunna räkna med komplexa tal skrivna i olika former
   samt kunna lösa enkla polynomekvationer med komplexa rötter

i differential-och integralkalkyl (D)
1. kunna analysera, formulera och lösa problem som kräver bestämning av derivator och integraler

2. kunna ställa upp differentialekvationer som modeller för verkliga situationer

3. kunna ange exakta lösningar till några enkla differentialekvationer
   och förstå tankegången bakom någon metod för numerisk lösning.

Dessutom skall eleven kunna ge prov på förmåga att på egen hand analysera, genomföra och redovisa en något mer omfattande uppgift.

Betygskriterier

Kurs: **Matematik E**
Poäng: **60**

	G Godkänd		**V Väl Godkänd**
Ga	• Eleven har insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.	Va	• Eleven har goda insikter i begrepp, lagar och metoder som ingår i kursen.
		Vb	• Eleven har insikt i matematikens idéhistoria.
Gc	• Eleven löser uppgifter i vilka problemformuleringen är klart definierad, t. ex. lösning av andragradsekvationer med komplexa rötter och lösning av enkla differentialekvationer, och exempeltypen är sådan att eleven mött den tidigare.		
Gd	• Eleven känner till och använder några olika bearbetningsstrategier och behandlar enkla och vanliga problemställningar.	Vd	• Eleven kan föreslå, diskutera och värdera olika bearbetningsstrategier och kan behandla problemställningar av olika svårighetsgrad och art.
		Ve	• Eleven använder och kombinerar därvid olika matematiska modeller och metoder i såväl kända som nya situationer.
Gf	• Eleven utför nödvändiga beräkningar, använder i relevanta sammanhang tekniska hjälpmedel och har viss förmåga att värdera resultaten.		
Gg	• Eleven kan skriftligt göra en redovisning av bearbetning av problem där tankegången kan följas och kan med tydlighet rita de figurer, diagram eller koordinatsystem som erfordras.	Vg	• Eleven kan göra en skriftlig redovisning av bearbetning av problem. I redovisningen visar eleven en klar tankegång och kan rita korrekta och tydliga figurer.
Gh	• Eleven kan med visst stöd muntligt redovisa tankegången i bearbetning och lösning av problem även om det matematiska språket inte behandlas helt korrekt.	Vh	• Eleven kan muntligt med klar tankegång redovisa och förklara arbetsgången i problemlösningen med ett acceptabelt matematiskt uttryckssätt.
Gi	● Eleven utför med handledning ett mindre projektarbete och redovisar arbetsmetod och resultat på ett godtagbart och förståeligt sätt.	Vi	● Eleven utför relativt självständigt ett mindre projektarbete och redovisar arbetsmetod och resultat klart och tydligt och på en god nivå.