

### Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

### Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiften i förekommande fall.

#### Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_P$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_P$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

#### Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 $E_R$	1 $E_R$ och 1 $C_R$	1 $E_R$ , 1 $C_R$ och 1 $A_R$

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

## Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ( $C_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ( $A_K$ ) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan symboler, termer, hänvisningar och figurer förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, <, >, ≤, ≥, ≈, ±, ∈, ⊂, ∪, ∩, Σ, {, }, \, →,  , !, $f'(x)$ , $f''(x)$ , VL, HL
Termer	t.ex. index, induktionsbas, induktionsantagande, induktionssteg, slutsats, VSB, venndiagram, mängd, kongruens, graf, hamiltoncykel, eulerväg, rekursion, differentialekvation, begynnelsevillkor, ekvation, andel, derivata, verifiera, fakultet, kombinationer, permutationer, sannolikhet, gynnsamma utfall, möjliga utfall, union, snitt, differens, komplement
Hänvisningar	t.ex. till binomialsatsen, geometrisk talföljd, aritmetisk talföljd
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

## Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell för delprov B, C och D som visar hur antal poäng fördelas på målen på respektive nivå E, C och A.

Mål	Nivå			Totalt
	E	C	A	
B	7	2	3	12
P	4	4	3	11
PM	9	8	7	24
RK	1	6	4	11
$\Sigma$	21	20	17	58

### Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).

Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

**E:** 13 poäng

**D:** 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

**C:** 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

**B:** 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå

**A:** 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

### Provbetyg

En resultatfil kan hämtas på webbplatsen <http://www.edusci.umu.se/np/bs> enligt punkt 1-2 på sidan 4 i lärarinformationen och fyllas i av läraren efter genomfört prov.

I resultatfilen genereras elevens provbetyg samt en sammanställning över hur elevens prestationer fördelas sig över de mål och det centrala innehåll som prövas i provet. Denna information kan vara ett stöd och komplement som senare ska ligga till grund för elevens kursbetyg.


## Bedömningsanvisningar

### Delprov B

- |           |   |                    |
|-----------|---|--------------------|
| <b>1.</b> |   | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar ( $\{2, 4, 6\}$ )  | +1 E <sub>B</sub>  |
| b)        | Korrekt svar ( $\{8, 10\}$ )  | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>2.</b> |   | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (21)   | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>3.</b> |   | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (3)  | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>4.</b> |   | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (t.ex. BDABCD)   | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>5.</b> |   | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (21)   | +1 E <sub>PL</sub> |
| <b>6.</b> |   | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar (18)   | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>7.</b> |   | <b>Max 1/1/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (0)  | +1 E <sub>P</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (5)  | +1 C <sub>P</sub>  |
| <b>8.</b> |   | <b>Max 1/1/0</b>   |
|           | Anger korrekt formel för det rekursiva steget, $a_{n+1} = a_n \cdot 10$ | +1 E <sub>B</sub>  |
|           | med korrekt svar ( $a_{n+1} = a_n \cdot 10$ , $a_1 = 2$ )               | +1 C <sub>B</sub>  |

- 9.** **Max 0/1/0**
- Korrekt markering (elementen  $a$  och  $b$  ska markeras samt  $d$  och/eller  $f$ ) +1 C<sub>B</sub>
- 
- 10.** **Max 1/1/0**
- Korrekt begynnelsevillkor,  $y(0) = 65$  +1 E<sub>M</sub>
- Korrekt differentialekvation,  $y' = -0,07 \cdot (y - 5)$  +1 C<sub>M</sub>
- Kommentar:* Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 2. Här kan modelleringspoängen på C-nivå delas ut oavsett om modelleringspoängen på E-nivå har delats ut eller inte.
- 
- 11.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (80) +1 A<sub>PL</sub>
- 
- 12.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (t.ex. 17 och 41) +1 A<sub>B</sub>
- 
- 13.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (A och E) +1 A<sub>B</sub>

**Delprov C**

<b>14.</b>	<b>Max 2/0/0</b>
Godtagbar ansats, åskådliggör situationen med ett Venndiagram och t.ex. bestämmer antalet elever som endast är med i idrottsföreningen	+1 E <sub>M</sub>
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (310)	+1 E <sub>M</sub>
 <b>15.</b>	<b>Max 1/0/0</b>
Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Nej, Janne har missat att ordningen inte spelar roll.”)	+1 E <sub>R</sub>
 <b>16.</b>	<b>Max 2/1/1</b>
a) Godtagbar ansats, utvecklar och förenklar vänster led	+1 E <sub>P</sub>
med korrekt verifiering	+1 E <sub>P</sub>
b) Godtagbar ansats, utvecklar något av leden korrekt, t.ex.	
$HL = \frac{(n+3)(n+2)}{2}$	+1 C <sub>P</sub>
med korrekt verifiering	+1 A <sub>P</sub>
 <b>17.</b>	<b>Max 0/3/0</b>
Godtagbar ansats, bestämmer något uppspännande träd	+1 C <sub>PL</sub>
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (kostnad 350000 kr, kanter: <i>be, ef, ad, hi, bg, ka, bd, gh, kc</i> )	+1 C <sub>PL</sub>
Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3	+1 C <sub>K</sub>
 <i>Se avsnittet <b>Bedömda elevlösningar.</b></i>	
 <b>18.</b>	<b>Max 0/2/0</b>
Godtagbar ansats, t.ex. anger att $43^n \equiv 1^n \pmod{6}$	+1 C <sub>R</sub>
med i övrigt godtagbart genomfört bevis	+1 C <sub>R</sub>

**19.**

**Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar in  $(A \cap B^C) \cup (A^C \cap B)$  i ett Venndiagram  
med i övrigt godtagbart genomfört bevis

+1 C<sub>R</sub>

+1 A<sub>R</sub>

*Se avsnittet **Bedömda elevlösningar.***



**20.**

**Max 0/0/2**


Godtagbar ansats, t.ex. faktorerar täljaren i bråkuttrycket

+1 A<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar  $(\frac{n}{6})$

+1 A<sub>P</sub>

**Delprov D**

<b>21.</b>		<b>Max 1/0/0</b>
	Godtagbar lösning med korrekt svar (60)	+1 E <sub>PL</sub>
<b>22.</b>		<b>Max 2/1/0</b>
a)	Godtagbar lösning med korrekt svar (240)	+1 E <sub>PL</sub>
b)	Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antalet om man väljer från en musikstil med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (86)	+1 E <sub>PL</sub> +1 C <sub>PL</sub>
<b>23.</b>		<b>Max 1/2/0</b>
a)	Korrekt svar ( $y = C \cdot e^{-0,03x}$ )	+1 E <sub>P</sub>
b)	Godtagbar ansats, t.ex. beskriver hur svaret kan erhållas direkt med digitalt verktyg eller bestämmer den allmänna lösningen till differentialekvationen med digitalt verktyg, $y = C \cdot e^{-x} + x^2 - 2x + 2$ med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ( $y(2) \approx 1,86$ )	+1 C <sub>P</sub> +1 C <sub>P</sub>
<b>24.</b>		<b>Max 1/2/0</b>
	Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer den tionde termen med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12)	+1 E <sub>PL</sub> +1 C <sub>PL</sub>
	Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3	+1 C <sub>K</sub>
	 <i>Se avsnittet <b>Bedömda elevlösningar.</b></i>	
<b>25.</b>		<b>Max 0/1/1</b>
	Godtagbar ansats, t.ex. beräknar antal torn utan hänsyn tagen till att det finns flera klossar som har samma färg, 10!	+1 C <sub>PL</sub>
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (151200)	+1 A <sub>PL</sub>



26.

Max 1/2/1

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (145 tranor/år) +1 E<sub>M</sub>

b) Godtagbar ansats, löser differentialekvationen korrekt,  $N(t) = \frac{1500 \cdot 1,54^t}{1,54^t + 6,5}$ ,  
 eller påbörjar lösning med en numerisk metod, t.ex. Eulers stegmetod +1 C<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (under 2018) +1 C<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



c) Godtagbart svar (1500 tranor) med godtagbar motivering. +1 A<sub>M</sub>

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



27.

Max 0/1/3

Visar att likheten gäller  $n = 1$  för samt formulerar induktionsantagandet korrekt +1 C<sub>R</sub>

Påbörjar behandling av induktionssteget där induktionsantagandet används korrekt +1 A<sub>R</sub>

med i övrigt godtagbart genomfört bevis +1 A<sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 3 +1 A<sub>K</sub>

*Kommentar:* Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 2. Här kan första resonemangspoängen på A-nivå delas ut oavsett om resonemangspoängen på C-nivå har delats ut eller inte.

*Se avsnittet Bedömda elevlösningar.*



28.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. inser att den sökta termen kan skrivas som

$$\binom{7}{3} \cdot (ax)^4 \cdot (by)^3$$

+1 A<sub>B</sub>

med godtagbar fortsättning, t.ex. inser att  $a^4b^3$  har faktorerna

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $n = 7, a = \pm 2, b = -3$ )

+1 A<sub>PL</sub>

29.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för  $a_n$  för några på varandra följande värden på  $n$  samt identifierar  $5200 \cdot 0,62^n$  eller inser att svaret innehåller en geometrisk summa

+1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar

$$(a_n = 5200 \cdot 0,62^n + 1900 \cdot \frac{1 - 0,62^n}{1 - 0,62})$$

+1 A<sub>M</sub>

Bedömda elevlösningar

Uppgift 17

Elevlösning 17.1 (2 CPL)

17.

$be, ef, bg, bd, ad, ak, kc, gh, hi$   
 $2 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \quad 6 \quad 3$

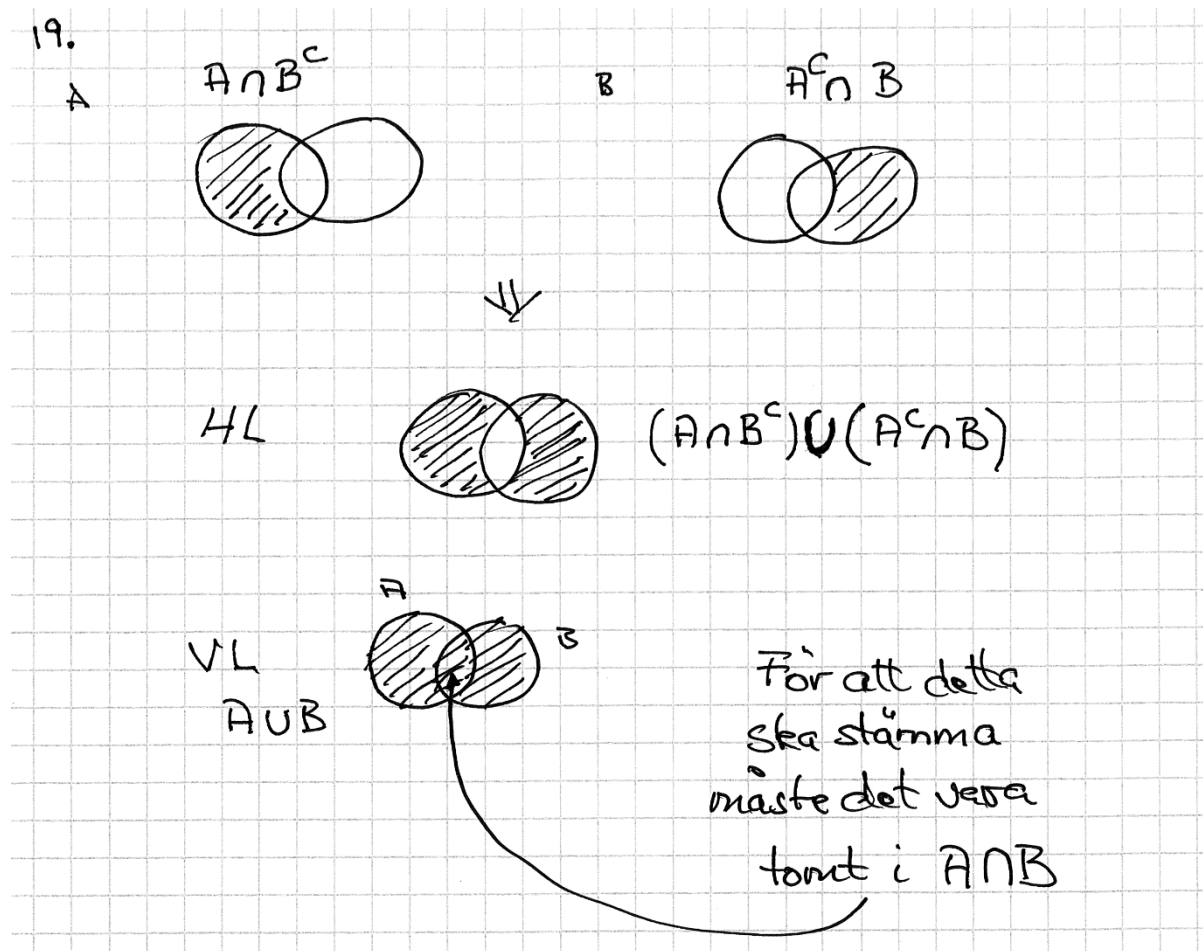
Jag valde minsta vägen <sup>35</sup> och fortsatte med korta vägar till jag fick ett nät.

Svar: 350 000 kr

*Kommentar:* Elevlösningen innehåller ett korrekt uppspannande träd och bestämningen av kostnaden är korrekt. När det gäller kommunikation är lösningen inte lätt att följa, t.ex. är valet av "vägen" (kanterna) inte tillräckligt tydligt beskriven. Därmed ges lösningen ingen kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 19

Elevlösning 19.1 (1 CR och 1 AR)



*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. I lösningen visas att  $A \cap B = \emptyset$ . Lösningen ges därmed samtliga möjliga poäng.

## Uppgift 24

## Elevlösning 24.1 (1 EPL och 1 CPL)

24.

$$\frac{314928}{4} = 78732$$

Detta är tionde elementet, då summan av 10:e och 11:e skall bli 314928, och det elfte är då 236196

Eftersom 11:e elementet är 399 så stort som 10:e i en geometrisk talföljd vet vi att vi håller på med trepotenser,  $3^{10}$  är 59049 så talföljden går

$$\frac{78732}{59049} \cdot 3^n, \text{ sätt in } n=2$$

Svaret blir 12

*Kommentar:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och svaret är korrekt. När det gäller kommunikation saknas motiveringar till varför summan ska divideras med fyra i inledningen av lösningen och hur formeln mot slutet av lösningen kommit till. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte uppfylls.

## Uppgift 26b

## Elevlösning 26b.1 (0 poäng)

26b.

$$N(t) = \frac{1500 \cdot e^{0,435t}}{6,5 + e^{0,435t}}$$

Grafräknare visar att  $N(4,3) = 750$   
 Svar: Under fjärde året

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet, men i lösningen saknas redovisning till hur bestämningen av differentialekvationen gjorts och dessutom är svaret inkorrekt. Sammantaget ges lösningen 0 poäng.

## Elevlösning 26b.2 (2 Cm)

26b.

slog in differentialekvationen i räknaren

fick det entydiga svaret  $y = \frac{1500 \cdot e^{0,435x}}{6,5 + e^{0,435x}}$

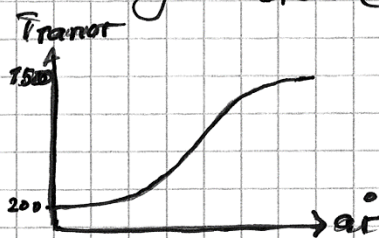
vilket ger grafen

där 750 tranor  
kan utläsas

vid  $\approx 4,33$

dvs: ungefär i april år 2018 är

tranbeståndet för första gången över 750 st.



Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Eftersom differentialekvationen inklusive villkor är given och klar kan man i lösningen tillåta enbart kommentaren om vilket verktyg som används. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

## Uppgift 26c

## Elevlösning 26c.1 (0 poäng)

26c.

Tranbeståndet kan enligt modellen  
inte överstiga 1500  
var 1500

*Kommentar:* Elevlösningen har ett korrekt svar, men det saknas förklaringar till hur slutsatsen tillkommit. Därmed ges lösningen 0 poäng.

Elevlösning 26c.2 (1 A<sub>M</sub>)

26c.

$$N = 1500 \text{ ger } \frac{dN}{dt} = 0$$

På lång sikt kommer tranbeståndet  
stanna vid 1500 enligt modellen då  
 $N$  är strikt stigande innan dess.

*Kommentar:* Elevlösningen är knapphändig men behandlar uppgiften i sin helhet. Kopplingen mellan att derivatan är noll och att tranbeståndet stannar vid 1500 är något otydlig men lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

## Uppgift 27

## Elevlösning 27.2 (2 AR och 1 AK)

27.

$$a_1 = 2$$

Påstående:

$$a_n = a_{n-1} + 4n - 3 = 2n^2 - n + 1 \quad \text{för } n \geq 2$$

(1) testar för  $n = 2$  (det minsta tillåtna värdet)

$$a_{n-1} + 4n - 3 = 2 + 4 \cdot 2 - 3 = 7$$

$$a_2 = 2 \cdot 2^2 - 2 + 1 = 2^3 - 1 = 7$$

påståendet gäller för  $n = 2$ (2) jag antar att påståendet gäller för  $n = k$  (när  $k \geq 2$ )

$$a_k = a_{k-1} + 4k - 3 = 2k^2 - k + 1$$

(3) jag testar för  $n = k+1 \Rightarrow$ 

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= a_{(k-1+1)} + 4(k+1) - 3 = a_k + 4k + 4 - 3 = \\ &= (2k^2 - k + 1) + 4k + 1 = 2k^2 + 3k + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(k+1)^2 - (k+1) + 1 &= 2(k+1)^2 - k = \\ &= 2(k^2 + 2k + 1) - k = 2k^2 + 4k + 2 - k = \\ &= 2k^2 + 3k + 2 \end{aligned}$$

Det blir samma, vsb ekvationerna gäller för alla  $n \geq 2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet men beviset genomförs för  $n \geq 2$  och därmed ges inte resonemangspoängen på C-nivå. I övrigt är beviset korrekt och ges därför de två resonemangspoängen på A-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå trots att ordet "testar" används istället för ordet "visar", att hänvisning till induktionsantagandet saknas och att det är otydligt vad "det blir samma" syftar på. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på A-nivå och nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.