Delprov B	Uppgift 1-13. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 14-20. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Mängderna A och B är definierade genom
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Bestäm mängderna

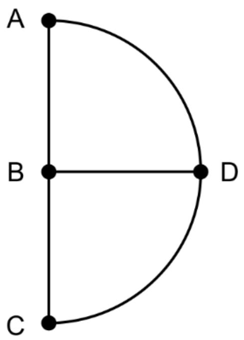
a) $A \cap B$ ______________________ (1/0/0)

b) $B \setminus A$ ______________________ (1/0/0)

2. Beräkna $\sum_{k=2}^{4}(10-k)$ ______________________ (1/0/0)

3. Beräkna $\frac{4!-3!}{3!}$ ______________________ (1/0/0)

4. Bestäm en Eulerväg i grafen.



______________________ (1/0/0)

5. I en glasskiosk säljs glass med sju olika smaker. Ett sällskap kommer till glasskiosken. Var och en i sällskapet köper en strut med två kulor där de två kulorna har olika smak. Glassförsäljaren konstaterar att alla beställde olika smakkombinationer och att varje möjlig kombination av två smaker valdes av någon i sällskapet.

Hur stort var sällskapet? ______________________ (1/0/0)

6. Bestäm den största gemensamma delaren till 1350 och 36

______________________ (1/0/0)

7. Då talet p divideras med 7 blir resten 4 och då talet q divideras med 7 blir resten 3. Bestäm resten vid division med 7 för

a) summan $p+q$ ______________________ (1/0/0)

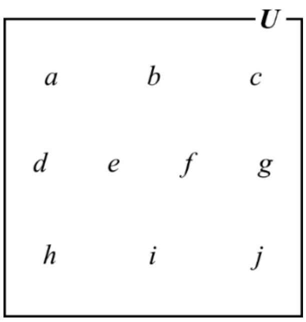
b) produkten $p \cdot q$ ______________________ (0/1/0)

8. Ge en **rekursiv** beskrivning av den geometriska talföljden $2, 20, 200, 2000, \ldots$ ______________________ (1/1/0)

9. Figuren visar grundmängden $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ illustrerad i ett Venndiagram.

Delmängden A har komplementet $A^C = \{d, f\}$.
Delmängden B innehåller minst tre element.
Vidare gäller att $A \cap B = \{a, b\}$.

Rita in en möjlig bild av delmängden B. (0/1/0)



10. En vattentank står i en källare där temperaturen är 5 °C. Från början är vattnets temperatur 65 °C. Temperaturen i tanken sjunker med en hastighet som i varje ögonblick är 7 % per timme av skillnaden mellan vattnets temperatur och omgivningens temperatur. Låt $y(t)$ vara temperaturen i °C efter t timmar.

Ställ upp en differentialekvation med begynnelsevillkor för bestämning av $y(t)$.

____ (1/1/0)

11. För en aritmetisk talföljd med elementen a_n, $n = 1, 2, 3, \ldots$ gäller att

$$\sum_{n=1}^{100} a_n = 4000$$

Bestäm $a_1 + a_{100}$ _______________________ (0/0/1)

12. Mängderna A och B är givna av $A = \{n \mid n \text{ är ett primtal}\}$ och $B = \{n \in \mathbf{N} \mid n \equiv 1 \pmod{8}\}$.
Ange två tal i mängden $A \cap B$. _______________________ (0/0/1)

13. Låt grundmängden vara alla positiva heltal och

$A = \{x \mid x \text{ är delbart med } 2\}$

$B = \{x \mid x \text{ är delbart med } 4\}$

$C = \{x \mid x \text{ är delbart med } 6\}$

Av följande sex påståenden är två falska:

A. $A \subset B$
B. $C \subset A$
C. $B \setminus A = \varnothing$
D. $A \cap B = B$
E. $C \setminus B = \varnothing$
F. $B \cap C = \{x \mid x \text{ är delbart med } 12\}$

Ange vilka två av påståendena A – F som är falska. _______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

14. På en skola går 800 elever. Skolans idrottsförening har 350 elever som medlemmar och skolans datorförening har 250 elever som medlemmar. Det är 110 elever som är med i både idrottsföreningen och datorföreningen.

Rita ett Venndiagram som illustrerar situationen och beräkna hur många av skolans elever som inte är med i någon av föreningarna. (2/0/0)

15. Jennifer är lärare för en danskurs med nio dansare. Av dessa nio dansare ska hon välja ut en grupp med fyra dansare till en tävling. Janne, som är en av dansarna, undrar på hur många olika sätt gruppen kan se ut och gör följande resonemang:

”*Till gruppen kan den första dansaren väljas på* 9 *sätt, den andra på* 8 *sätt, den tredje på* 7 *sätt och den fjärde på* 6 *sätt. Det kan alltså finnas* $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ *olika varianter av grupper med fyra dansare att skicka till tävlingen.*”

Resonerar Janne rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

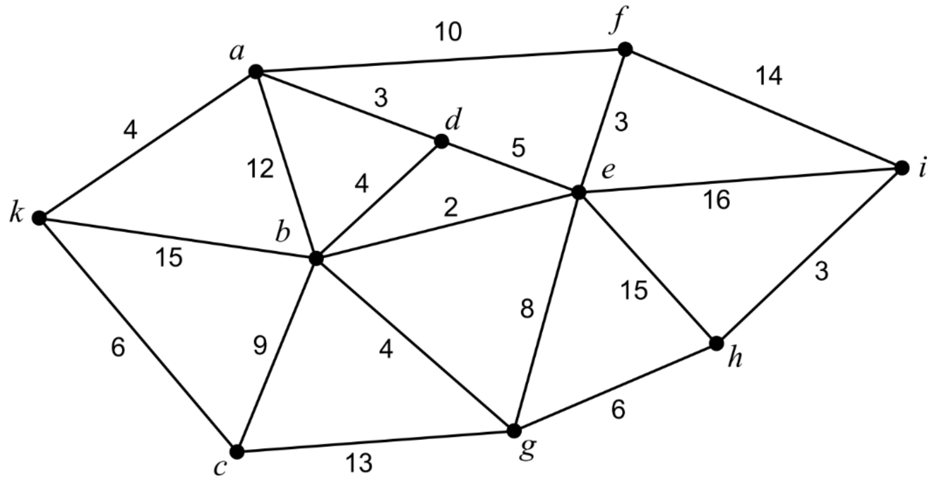
16. Visa att

a) $\binom{12}{1} + \binom{12}{2} + \binom{13}{1} = \binom{14}{2}$ (2/0/0)

b) $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{1} = \binom{n+3}{2}$ för alla heltal $n \geq 2$ (0/1/1)

17. I ett bostadsområde ska ett fibernät byggas ut. Figuren visar vilka kopplingspunkter (*a* till *k*) som är möjliga att sammanbinda och kostnaderna, i 10 000-tals kronor, för att gräva ner fiberkabel mellan dessa. Via fiberkabeln vill man från varje kopplingspunkt kunna nå alla andra kopplingspunkter.

Bestäm den minsta möjliga kostnaden för att bygga ut ett sådant fibernät. (0/3/0)



18. Visa att $43^n - 1$ är delbart med 6 för alla heltal $n > 0$. (0/2/0)

19. För mängderna *A* och *B* gäller att $A \cup B = (A \cap B^C) \cup (A^C \cap B)$.
Visa att $A \cap B = \varnothing$. (0/1/1)

20. Förenkla uttrycket $\binom{n+1}{3} \cdot \frac{(n-1)! + (n-2)!}{(n+1)!}$ så långt som möjligt. (0/0/2)