UMEÅ UNIVERSITET

Resultatrapportering för de nationella proven i matematik 2a, 2b, 2c, 3b, 3c och 4

Våren 2019 genomfördes för första gången på flera år alla nationella prov i matematik. Denna rapport innehåller därmed kommentarer till proven på alla tre kursnivåer.

Inledning

I denna rapport återges dels sammanställningar av lärarenkäten och resultaten på helprovsnivå men även resultat och analyser på uppgiftsnivå för de nationella kursproven i matematik 2a, 2b, 2c, 3b, 3c och 4 som genomfördes vårterminen 2019. Alla data, både elevresultat på uppgiftsnivå och resultat på lärarenkät, kommer från den insamling som arbetsgruppen för nationella prov vid Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap genomför i samband med varje provomgång. Tack vare denna insamling blir det möjligt att analysera provmaterialet och analysen är en viktig del i kvalitetssäkringsprocessen för de nationella proven. Hade det inte varit för alla lärare som, trots att det kräver en viss arbetsinsats, rapporterat resultat, kopierat elevlösningar och svarat på enkätfrågor hade det inte varit möjligt för oss att lära oss mer om proven och förhoppningsvis ytterligare förbättra proven till nästa provomgång. Ett stort tack till alla er som bidragit med resultat.

Förändringar våren 2019

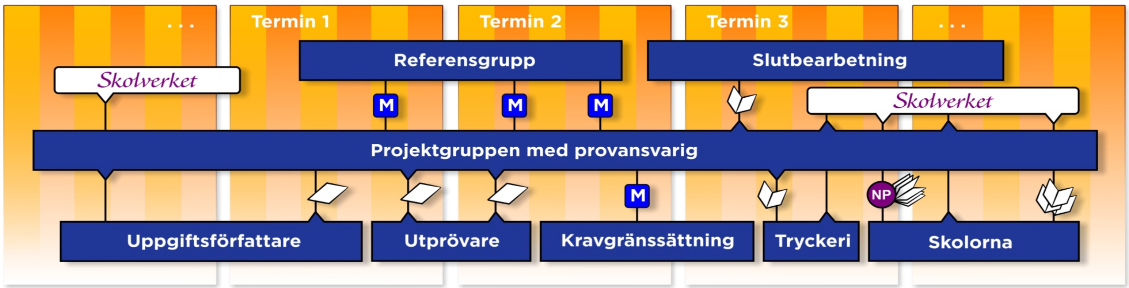
Vårterminen 2019 innehöll två förändringar gentemot tidigare terminer. Det muntliga delprovet som hittills ingått som en del i Ma3b och Ma3c är inte längre obligatoriskt efter ett beslut av Skolverket. Det muntliga delprovet erbjuds istället som ett frivilligt bedömningsstöd och går att, efter inloggning, ladda ner via Skolverkets bedömningsportal https://bp.skolverket.se/.

Den andra förändringen är att med anledning av de reviderade ämnesplanerna som började gälla hösten 2018 har kraven på vilka digitala verktyg som förutsätts på delprov D förändrats. Från och med hösten 2018 förutsätts att eleverna har tillgång till minst grafritande verktyg vid genomförandet av delprov D. Det innebär att vi i konstruktionen av de nationella proven också kommer att förutsätta att eleverna har dessa verktyg, och att de används, när de arbetar med uppgifterna i delprov D.

Konstruktionsprocessen för proven

De nationella proven i matematik 2, 3 och 4 utvecklas av en arbetsgrupp vid Umeå universitet, Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap (TUV), på uppdrag av Skolverket. Arbetsgruppen vid TUV har ett nära samarbete med aktiva lärare på gymnasieskolor, i vuxenutbildningen samt vid olika högskolor över hela landet. Dessa aktiva lärare deltar genom att via uppdrag konstruera uppgifter, utpröva uppgifter och bedömningsanvisningar samt granska prov och sätta gränser för de olika provbetygen.

Kvalitetssäkring av proven sker främst genom en systematisk process för hur proven tas fram, med kontrollpunkter och ett flertal granskningar. En illustration av hur denna process ser ut finns i figur 1. Detta är en förenklad bild av provprocessen eftersom det i normalfallet utvecklas flera prov samtidigt. Det innebär att flera parallella provkonstruktionsprocesser går omlott med varandra tidsmässigt. I figur 1 betyder rutorna med ”M” på att det hålls externa granskningar med erfarna lärare alternativt kravgränssättning med erfarna lärare. Arbetet med utvecklingen av ett prov löper enligt planen över en tvåårsperiod.



Figur 1. Illustration av provkonstruktionsprocessen.

De uppgifter som ingår i de nationella kursproven konstrueras till viss del av de provansvariga på institutionen men merparten av förslagen till uppgifterna kommer från lärare från hela landet. För matematikens del har vi litet olika uppdrag gällande uppgiftskonstruktion. Det finns en fast verksamhet med så kallade nodgrupper, det vill säga grupper av lärare som får till uppdrag att under ett läsår konstruera, utpröva och revidera uppgifter. Enskilda lärare har också möjlighet att bidra med uppgifter. Om man är intresserad av att bidra med uppgifter till de nationella proven är det möjligt att anmäla sitt intresse via arbetsgruppens webbsida: www.edusci.umu.se/np/np-2-4/.
Alla uppgifter prövas ut vid ett flertal tillfällen. De olika utprövningarna har olika syften och den första handlar mest om att kontrollera att eleverna uppfattar frågeställningen korrekt men även att lärarna anser att uppgiften ingår i den aktuella kursen. Utprövningarna ger också värdefull information om uppgifternas svårighetsgrad och vilka typer av lösningar som är vanligt förekommande. Efter varje utprövningsomgång revideras uppgifterna och bedömningsanvisningarna och så småningom väljs även elevsvaren ut. Varje termin granskas uppgifterna i så kallade referensgruppsmöten. Till dessa möten bjuds ett antal lärare in under tre dagar för att i detalj gå igenom prov, bedömningsanvisningar och bedömda elevsvar.
En av kravspecifikationerna för de nationella proven är att de inte ska missgynna eller gynna någon grupp av elever. Provuppgifterna prövas ut på olika elevgrupper och bearbetas utifrån den information som erhålls via utprövningarna.

Det sista moment som genomförs vid kvalitetssäkringen av proven är att gränser för de fem provbetygen fastställs. För att gränserna ska kunna sättas arrangeras kravgränssättningsmöten i två olika lärargrupper med cirka 10 personer i varje grupp. Lärarna får vid detta möte i uppgift att värdera provuppgifternas svårighetsgrad i förhållande till kravnivåerna i kunskapskraven. De lärare som engageras i kravgränssättningen ska ha god kännedom om ämnesplanerna, ha erfarenhet från undervisning i kursen men de får inte ha elever som ska skriva det nationella provet i kursen det aktuella läsåret. De slutgiltiga gränserna fastställs av projektgruppen vid TUV.

Därefter skickas materialet till tryck och levereras till skolorna några veckor innan provdagen.

Provens sammansättning

För att skapa möjlighet att jämföra olika omgångar av prov inom samma kurs och för att kontrollera att proven sammansättningsmässigt inte varierar över tid är det viktigt att provens underliggande struktur regleras. Denna struktur upprätthålls i varje kurs med en specifikation som vi valt att kalla för Provmodell. Provmodellen specificerar:

1. *Delprov*, dvs. vilka delprov (B, C och D) som ingår i varje nationellt prov.
2. *Delprovsformat*, dvs. frågeformat, tillåtna hjälpmedel, tidsramar, antal uppgifter och vilka förmågor som i huvudsak prövas i respektive delprov.
3. *Förmågor och betygsnivå*, dvs. fördelning av förmågegrupper och provpoäng på de tre betygsnivåerna.

4. *Centralt innehåll*, dvs. fördelning av huvudgrupper av centralt innehåll.

Varje kurs har en egen provmodell men det finns ändå många likheter, när det gäller kategorierna Delprov, Delprovsformat, Förmågor och betygsnivå samt Centralt innehåll. Varje provansvarig har diskuterat och förankrat sin provmodell internt i arbetsgruppen för nationella prov efter att referensgrupper diskuterat fram format och lämpliga fördelningar av förmågor, betygsnivåer och centralt innehåll för kursen ifråga.

Den främsta utgångspunkten för diskussionerna har varit ämnesplanen i matematik med dess kommentarmaterial, där syftet bidrar till en förståelse för förmågorna, det centrala innehållet för respektive kurs ger ett stöd för vad uppgifterna kan innehålla och kunskapskravet för respektive betygssteg speglas i gränserna för de olika provbetygen. Några andra aspekter att ta hänsyn till har exempelvis varit tillgänglig provtid, att en rast rekommenderas mellan delproven, provens omfattning och svårighetsgrad ur olika elevperspektiv samt att bedömningen inte ska vara alltför betungande för lärarna, eftersom det kan äventyra bedömningens tillförlitlighet.

Provmodeller: Delprov och delprovsformat

De nationella proven i Ma 2abc, 3bc och 4 består av tre olika skriftliga provdelar: delprov B, delprov C och delprov D. De tre skriftliga provdelarna genomförs under samma dag med en rekommenderad (lunch)rast mellan delprov (B + C) och delprov D.

Tabell 1 nedan sammanfattar underkategorierna delprov och delprovsformat för alla kursprov. Här framgår både vilka delprov som ingår i varje kursprov samt de olika delprovens karaktär i form av frågeformat, om digitala hjälpmedel är tillåtna eller inte, vilka förmågor som prövas i huvudsak (här används beteckningarna B, P, PL, M, R och K för begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs- respektive kommunikationsförmåga), hur många uppgifter som i allmänhet ingår i varje delprov samt provtid för varje delprov.

Tabell 1. Specificering av delprov och delprovsformat, Ma2abc, Ma3bc och Ma4.

<table>
<tr><th>Delprovsformat</th><th>Delprov B</th><th>Delprov C</th><th>Delprov D</th></tr>
<tr><td>Ma 2abc</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Antal uppgifter</td><td>10-11</td><td>5-7</td><td>8-9</td></tr>
<tr><td>Provtid</td><td colspan="2">2 h</td><td>2h</td></tr>
<tr><td>Ma 3bc</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Antal uppgifter</td><td>10-11</td><td>5-7</td><td>8-9</td></tr>
<tr><td>Provtid</td><td colspan="2">2 h</td><td>2h</td></tr>
<tr><td>Ma 4</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Antal uppgifter</td><td>11-12</td><td>7-8</td><td>8-9</td></tr>
<tr><td>Provtid</td><td colspan="2">2,5 h</td><td>2 h</td></tr>
<tr><td>Frågeformat</td><td>Kortsvar
Flerval
Matchning</td><td>Långsvar</td><td>Långsvar</td></tr>
<tr><td>Digitala verktyg</td><td>Nej</td><td>Nej</td><td>Ja</td></tr>
<tr><td>Förmågor</td><td>B, P, PL, R</td><td>B, P, PL, M, R, K</td><td>B, PL, M, R, K</td></tr>
</table>

Delproven har något olika karaktär. Delprov B är en kortsvarsdel där eleverna anger sina svar direkt i provhäftet. Inga digitala hjälpmedel är tillåtna. I Delprov C ska eleverna lämna fullständiga lösningar, långsvar, men utan tillgång till digitala hjälpmedel. Även Delprov D kräver fullständiga lösningar, men här har eleverna tillgång till digitala hjälpmedel.

Provmodeller: Förmågor och betygsnivå samt centralt innehåll

Det är angeläget att så likvärdiga prov som möjligt skapas i respektive kurs över tid. Då får inte olika omgångar av samma kursprov innehållsmässigt variera alltför mycket när det gäller tonvikt på förmågor och betygsnivå samt olika centrala innehåll. Därför använder varje provansvarig en specificering även för hur provet ska sättas samman rent innehållsmässigt. Specificeringen, som ges i form av en matris (Förmåge-och betygsmatris), beskriver hur stor andel av provpoängen som ska pröva mot respektive betygsnivå E, C och A och hur stora andelar av provpoängen som prövar inom de fyra förmågegrupperna: Begrepp, Procedur, Problemlösning/Modellering samt Resonemang/ Kommunikation.

Förmåge-och betygsmatriserna för Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4 har stora delar gemensamt men det finns även aspekter som skiljer dem åt. Ett gemensamt drag hos dagens förmåge- och betygsmatriser för Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4 är att det i fördelningen av provpoäng på olika betygsnivåer är en något lägre andel provpoäng på A-nivå än på E- och C-nivå. Detta ställningstagande kan även motiveras av att betyget E för många elever är den viktigaste betygsnivån eftersom den avgör om man är ”godkänd på kursen” och behörig att antas till vidare utbildning. Valet att lägga relativt många provpoäng på betygsnivå C handlar om att de ska ge underlag för två betygsnivåer, C och D, och behöver därför relativt många poäng för att bestämmas. Anledningen att lägga något färre antal provpoäng på betygsnivå A handlar om att relativt många A-uppgifter stressar eleverna och kan leda till uppfattningen att provet är för svårt, vilket kan utgöra en grund för misstro mot provets legitimitet. Det är också ett faktum att det är färre elever som dels väljer att besvara och dels klarar av att besvara uppgifter på A-nivå. Här får alltså behovet av relativt många A-poäng för att fastställa reliabla gränser för provbetygen B och A stå tillbaka för andra (bl.a. psykologiska och sociala) faktorer.

När det gäller det underkategorin Centralt innehåll i provmodellerna är ambitionen att låta de olika momenten Samband och förändring, Algebra, Geometri etc. ha ungefär lika stor tonvikt i olika prov inom samma kurs över tid. I proven för Ma 2b och Ma 2c (och Ma 3b och Ma 3c) är en större andel av uppgifterna gemensamma eftersom ämnesplanen till största delen föreskriver samma centrala innehåll. Den resterande andelen utgörs av uppgifter som prövar mot centrala innehåll som är specifika för 2b- respektive 2c-kursen (eller 3b- och 3c-kursen). De provansvariga måste således även kontrollera att andelen provpoäng som kopplar till det centrala innehåll som skiljer mellan b- och c-spåren i kurs 2 och 3 inte varierar i alltför hög grad mellan olika provomgångar.

Täckning av ämnesplanerna

Ämnesplanerna har en flerdimensionell struktur med långsiktiga mål (förmågor), centralt innehåll och kunskapskrav. Provkonstruktionsprincipen som arbetsgruppen för nationella prov vid TUV arbetar utifrån är att de nationella proven i matematik så långt som möjligt ska täcka ämnesplanen i sin helhet. Det är dock inte möjligt att i ett enskilt prov göra detta eftersom ämnesplanen är alltför omfattande och provtiden vida skulle överstiga den i nuläget avsatta tiden. Det är dock angeläget att täckning av ämnesplanen sker över tid och för detta har varje provansvarig ansvar att gå igenom och kontrollera vad som prövats och inte.

Matematiska förmågor

I ämnesplanen beskrivs sju matematiska förmågor, men i kursproven för Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4 prövas sex av dessa: begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs- och kommunikationsförmåga. De sex förmågorna prövas på de i kunskapskraven specificerade betygsnivåerna med undantag av skriftlig kommunikationsförmåga som inte prövas på E-nivån. Anledningen till att inte pröva skriftlig kommunikativ förmåga på E-nivå i de nationella proven beror på kunskapskravens formulering: ”Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal och skrift **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.”
Här anser vi att om elever uppfyller kraven för betyget E när det gäller de övriga förmågorna så borde det vara ställt utom allt tvivel att de per automatik kan kommunicera sina matematiska tankegångar i enlighet med kunskapskraven ovan. Från och med våren 2019 prövas inte heller muntlig kommunikation i något av proven.

Även om ambitionen är att pröva alla förmågor i proven så beslöt provinstitutionerna PRIM och TUV i samråd med Skolverket att inte pröva relevansförmåga i de nationella proven (Skolverket, 2013). I ämnesplanens syfte står att: ”Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmågan att relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.” Eftersom relevansförmågan ska knytas till andra ämnen, yrkesliv, samhälle och historia kommer den att få en ”lokal prägel” i de olika undervisningsgrupperna och gymnasieprogrammen. Därför är det inte möjligt att på nationell nivå pröva och bedöma denna lokalt präglade förmåga på ett rättvist sätt. Det blir därför upp till den undervisande läraren att själv göra bedömningen av relevansförmågan utifrån den undervisning som har skett. I det bedömningsstödsmaterial som finns för muntlig kommunikation för kurs 2 och 4 (https://bp.skolverket.se/web/bs_gy_mat/start) ingår relevansförmågan i bedömningen.

Centralt innehåll

När det gäller täckning av centralt innehåll i de olika nationella proven är principen dels att allt centralt innehåll ska prövas över tid och dels att andelen provpoäng som hör till olika huvudgrupper av centralt innehåll, t.ex. samband och förändring, ska hållas någorlunda konstant mellan olika prov inom samma kurs. I Ma 2a finns dock ett undantag från principen att pröva allt centralt innehåll. Det handlar om det centrala innehållet: ”Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens vektorer och symmetrier.” Eftersom det finns 12 olika nationella yrkesprogram och eftersom texten ovan bara ger exempel på geometriska begrepp som undervisande läraren kan ta upp är det oklart vad eleverna får lära sig vilket medför att detta inte kan prövas i ett och samma nationella prov.

Insamling

I samband varje termins provomgång görs en inrapportering där resultat för ett urval av elever som har skrivit de nationella proven i kurserna Ma2-Ma4 samt svar på en lärarenkät samlas in. I lärarenkäten får lärare möjlighet att svara på frågor om bl.a. provets svårighetsgrad, betygsgränser, provtid och liknande men även lämna kommentarer kopplade till specifika uppgifter. Denna resultatinsamling på poängnivå görs av Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap, institutionen som utvecklar proven, och är ett komplement till den större insamling som SCB gör varje termin. Underlaget till denna rapport bygger på de kommentarer som lärare skickat in till Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap via Insamling 2 (i bedömningsanvisningen) som görs efter att de nationella proven i matematik genomförts.

Vi som arbetar med proven är väldigt tacksamma för att lärare runt om i Sverige, trots att de har extra hög arbetsbelastning i slutet av terminerna, tar sig tid och skickar in den statistik som den här rapporten bygger på. Den informationen är helt avgörande för att vi ska kunna utvärdera proven och i förlängningen även förbättra provens kvalitet.

Provresultat med kommentarer, Ma 2abc vårterminen 2019

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen http://www.edusci.umu.se/np/np-2-4/resultat/

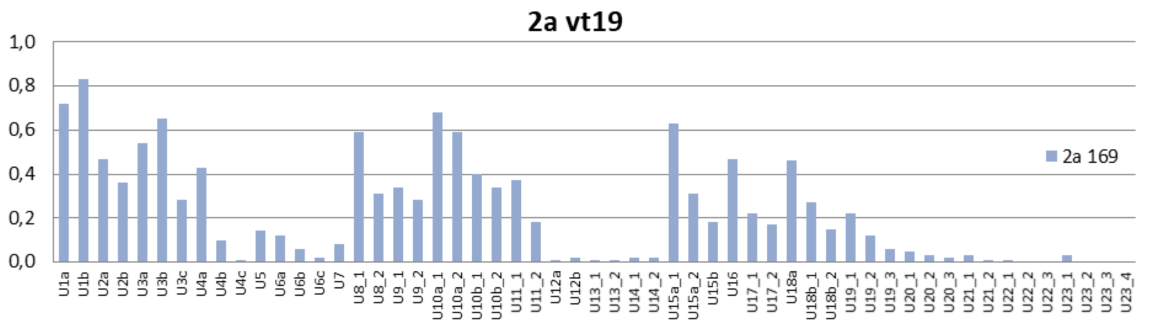
Vårens inrapportering för Ma2a har gjorts av 76 lärare och resultatet kommer från 169 elever fördelat på 75 undervisningsgrupper och 66 skolor. Motsvarande siffror för Ma2b är 633 inrapporterande lärare som har lämnat resultat för 2598 elever fördelat på 689 undervisningsgrupper och 411 skolor. För Ma2c var det 316 lärare som gjorde inrapporteringen. Resultaten grundar sig på 1830 elever fördelat på 319 undervisningsgrupper och 207 skolor.

Provresultat Ma2abc

Resultat på uppgiftsnivå

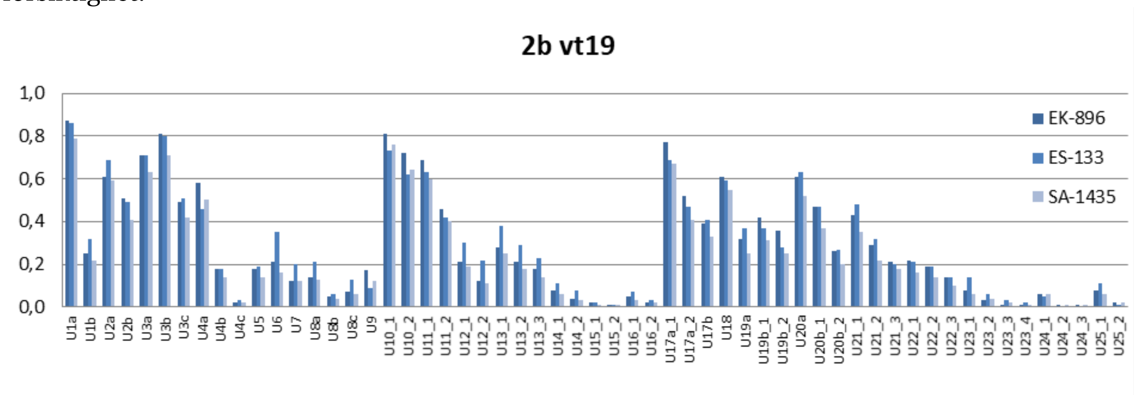
De nationella proven i Ma2abc våren 2019 bestod av tre skriftliga delar som totalt innehöll 23 uppgifter för 2a-provet och 25 uppgifter för 2b- samt 2c-provet.

Diagrammen nedan visar lösningsproportioner per poäng, dvs. andelen elever i resultatrapporteringen som erhållit poängen för proven i Ma2a, Ma2b respektive Ma2c.

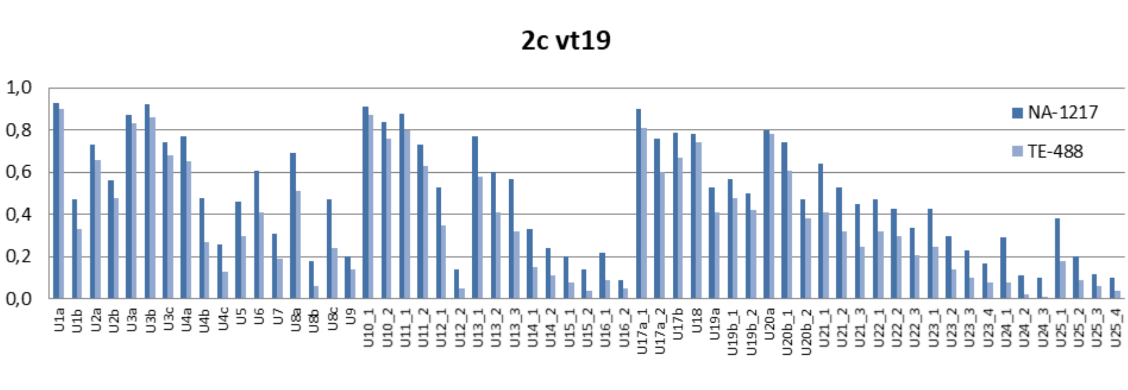


Figur 2: Diagrammet visar lösningsproportionerna för respektive poäng i det nationella provet i matematik 2a våren 2019.

Då antalet elevresultat som rapporterats in för Ma2a är relativt få bör resultaten tolkas med viss försiktighet.



Figur 3: Diagrammet visar lösningsproportionerna för respektive poäng i det nationella provet i matematik 2b våren 2019. Resultatet är uppdelat utifrån programtillhörighet, ekonomiprogrammet, estetiska programmet och samhällsvetenskapsprogrammet.

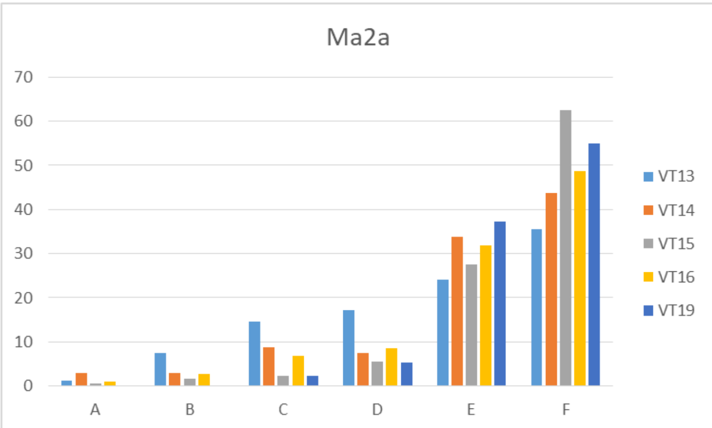


Figur 3: Diagrammet visar lösningsproportionerna för respektive poäng i det nationella provet i matematik 2c våren 2019. Resultatet är uppdelat utifrån programtillhörighet, naturvetenskapsprogrammet och teknikprogrammet.

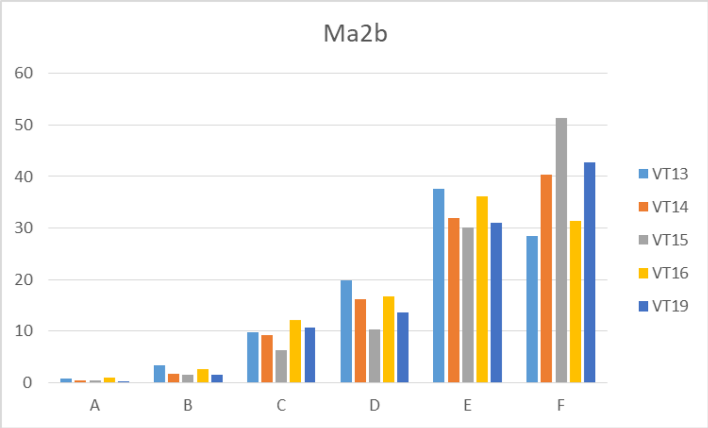
Provbetygsfördelning

Andelen som får provbetyget E håller sig ungefär som på tidigare givna prov i alla tre kurserna. En inte alltför markant ökning har skett av andelen som får provbetyget C på Ma2c vilket kan förklaras med att andelen elever som får provbetygen A och B är något lägre än tidigare år. Detta återspeglas även i lärarenkäten där det framgår att drygt 20 % av lärarna anser att gränsen för provbetyget B och gränsen för provbetyget A är för hög. Bland lärare som undervisar på kurs 2a är andelen lärare som anser att nämnda gränser är för höga drygt 6 %.

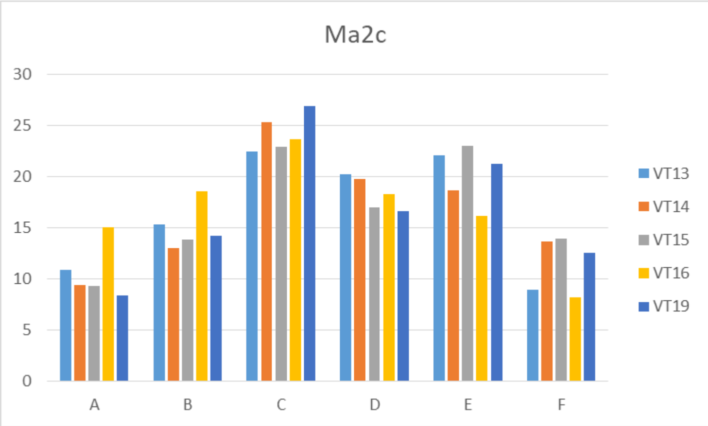
Diagrammen nedan visar provbetygsfördelning för Ma2-kurserna på de nationella proven på vårterminerna 2013-2019 med undantag för VT17 och VT18 då proven läckte och det inte gick att redovisa statistik på de ordinarie proven.



Figur 4: Diagrammet visar provbetygsfördelningarna för de nationella proven i matematik 2a VT13-VTt19 med undantag för VT17 och VT18.



Figur 5: Diagrammet visar provbetygsfördelningarna för de nationella proven i matematik 2b VT13-VTt19 med undantag för VT17 och VT18.



Figur 6: Diagrammet visar provbetygsfördelningarna för de nationella proven i matematik 2c VT13-VTt19 med undantag för VT17 och VT18.

Allmänt om proven

Från och med provet VT19 förväntas alla elever ha tillgång till minst grafritande verktyg vid provtillfället. Trots att andelen elever som hade tillgång till grafritande verktyg har ökat på alla tre kurserna är det fortfarande en stor andel av eleverna som inte har tillgång till grafritande verktyg eller annat mer avancerat digitalt verktyg. Andelen elever som använde dator och andelen som använde symbolhanterande verktyg förklarar med andra ord inte andelen elever som inte har grafritande verktyg vid provtillfället.

När det gäller de mer provspecifika kommentarerna som lärarna har lämnat finns det vissa kommentarer som förekommer ett flertal gånger, alla dessa lämnas av lärare som undervisar på kurs 2b och kurs 2c. Bland kommentarer från undervisande lärare på kurs 2a finns inga återkommande synpunkter.

De kommentarer som återkommer är:

- bedömning av uppgifter på E-nivå är för hårda (kurs 2b)
- uppgifter på A-nivå har för hög svårighetsgrad (kurs 2c)
- uppgifterna 5, 7 och 22 anses vara problematiska.

De två första punkterna berör proven som helhet och den sista punkten handlar om uppgiftsspecifika kommentarer som behandlas var och en för sig.

Kommentarer om proven som helhet

I anslutning till bedömningsanvisningarna finns en mängd exempel på elevlösningar. Dessa elevlösningar förekommer till uppgifter där utprövningar har visat att det finns behov av att genom exempel förtydliga vad som krävs av en elevlösning för att kraven på poängnivå ska vara uppfyllda. För nationella proven i Ma2 finns det några elevlösningar som är återkommande i samband med standarduppgifter såsom lösning av ekvationssystem och andragradsekvation på E-nivå. Det finns även vissa förmågor som inbjuder till olika lösningar eller svar där lärarna efterfrågar elevlösningsexempel. Sådana förmågor är resonemangs-, problemlösnings- samt kommunikationsförmågan där vi för det mesta ger några exempel på elevlösningar. I årets prov har andelen elevlösningar som har getts noll poäng varit något större än brukligt eftersom lärare i våra referensgrupper samt lärare i tidigare års lärarkommentarer har efterfrågat lösningar som nätt och jämnt inte ger poäng. I år har lärare som svarade på våra enkäter ansett att bedömningen på uppgifter på E-nivå varit för hårda vilket kan bero på att vi har haft fler ”nollösningar” än tidigare.

När det gäller uppgifter på A-nivå har vårens prov innehållit något fler uppgifter än vanligt där algebraiska beräkningar av olika slag ingått som en del uppgifternas lösningar. Eftersom många elever har svårighet med att hantera algebra på ett korrekt sätt kan dessa uppgifter bidragit till att svårighetsgraden på provuppgifterna på A-nivå upplevts vara för hög.

Uppgiftspecifika kommentarer

I kommentarerna till respektive uppgift nedan används ibland begreppet ”gränsproportion”. Gränsproportioner anger hur stor andel av elevgrupp på gränsen till ett provbetyg som klarar en viss poäng. Elevgruppen motsvarar elever som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C respektive A.

Uppgifter som prövar problemlösning, och till viss del även de uppgifter som prövar resonemang, brukar ha en något lägre gränsproportion än uppgifter på motsvarande betygsnivå som prövar övriga förmågor.

Uppgift 5

Denna uppgift på kortsvarsdelen avsåg att pröva beräkning av standardavvikelse utifrån några givna stickprovsdata. Uppgiften gav en C_B-poäng för korrekt svar och finns i 2b- och 2c-provet. Efter införandet av lösningsmetoder med digitala verktyg i styrdokumenten ansåg många lärare att denna uppgift inte ingår i kursernas (Ma2b, Ma2c) centrala innehåll. Detta är helt korrekt. Det här provet var det första där de digitala verktygens införande skulle prövas. Detta skulle enligt Skolverket göras med försiktighet och på få uppgifter och eftersom formelbladet fortfarande innehöll formeln för beräkning av standardavvikelse valde vi att ha kvar uppgiften i provet då vi har fått indikationer på att alla elever inte behärskade att använda sitt digitala verktyg till fullo, samt att uppgiften endast gav en poäng. Gränsproportionerna för uppgiften för elever som nätt och jämnt nådde provbetygsgränsen C var 0,37 för 2b-spåret och 0,51 för 2c-spåret, alltså var det 37 % respektive 51 % av alla elever som fick 28 poäng på 2b- respektive 2c-provet som fick poäng på uppgiften. Dessa andelar anses vara inom ett acceptabelt intervall. I framtidens prov kommer inte beräkningar av standardavvikelse ingå i provets kortsvarsdel och även formeln för beräkning av standardavvikelse kommer att tas bort från formelbladet.

Uppgift 7

Uppgiften handlar om att ta fram intervallgränserna för medianen för data i en statistisk undersökning. Lärarkommentarerna, och även de telefonsamtal som har mottagits i anslutning till provdagen, tyder på en missuppfattning om att det är medianens möjliga värden som efterfrågades och inte gränserna för det intervall som medianen kunde ligga i. I och med att formuleringen inte lyckas förmedla det som det var avsett är formuleringen, trots att den är korrekt såväl språkligt som matematiskt, olycklig. Även här är gränsproportionerna lite låga (0,24 för 2b och 0,32 för 2c) men inom rimliga gränser då det kan anses vara en svårare C-uppgift.

Uppgift 22 (uppgift 20 i 2a-provet)
I uppgiften ska eleverna skapa en linjär modell som beskriver en omvandling mellan två skalor. Av lärarnas kommentarer framgår det att uppgiftsformuleringen var otydlig och att de önskade att det uttryckligen hade stått att det är en linjär modell som efterfrågas. Eftersom uppgiften prövar modelleringsförmågan på C-nivå och eftersom det i kunskapskraven står att modeller på C-nivå inte ska vara givna var det inte möjligt att formulera uppgiften så att en linjär modell kunde efterfrågas. Vi ansåg att om ”en linjär modell” ingick i uppgiftsformuleringen skulle inte uppgiften längre vara på C-nivå. Lösningsproportionerna var normala för modelleringspoängen, 0,50 och 0,45 för första och andra poängen i 2b-provet samt 0,55 och 0,50 för motsvarande poäng i 2c-provet. I 2a-provet var gränsproportionerna jämförelsevis låga, 0,20 respektive 0,16 men inte avvikande från liknande uppgifter i tidigare prov.

Uppgifter där resultatet avviker från det förväntade; spårgemensamma uppgifter

Uppgift 2b
I uppgiften, som avser att pröva begreppsförmåga på C-nivå, ska båda nollställena bestämmas för en andragradsfunktions graf. I den givna grafen är endast det ena nollstället synligt. Gränsproportionerna för E-nivå, 0,41 (2a); 0,42 (2b) och 0,45 (2c), tyder på att uppgiften är något för lättare än förväntat eftersom så stor andel av elever som nätt och jämnt får provbetyget E klarar den.

Uppgift 9 (uppgift 7 i 2a-provet)
Denna flervalsuppgift på A-nivå diskriminerar dåligt då den är nästan lika svår oavsett antal poäng som eleverna fick på provet. Uppgiften är en modelleringsuppgift där en verklig händelse beskrivs och där eleverna ska välja ut de funktioner som kan beskriva det verkliga förloppet. Av bilden som hör till uppgiften framgår det inte var y-axeln är placerad medan x-axelns läge framgår av tillhörande text. Den ej fixerade y-axeln tillsammans med de algebraiska färdigheter som krävs misstänks vara orsaker bakom uppgiftens svårighetsgrad. Svårighetsgraden på uppgiften i provet överensstämmer inte med data från våra utprövningar, där uppgiften betedde sig som en uppgift på A-nivå.

Uppgift 17b (uppgift 15b i 2a-provet)
I uppgiftens deluppgift a) ska ekvationen för en rät linje anges utifrån två givna punkter. I denna resonemangsuppgift, deluppgift b), ska eleverna visa att avståndet mellan punkterna i a)-uppgiften är ett givet antal längdenheter. Uppgiften var avsedd att pröva resonemangsförmåga på E-nivå. Gränsproportionerna i a- och b-spåret var låga: 0,16 (2a) och 0,26 (2b) men acceptabla för c-spåret: 0,58. En förklaring till de låga gränsproportionerna kan vara att analytisk geometri inte behandlas i lika stor utsträckning i undervisningen i a- och b-spåret även om analytisk geometri ingår i centrala innehållet i alla tre kurser.

Uppgift 20b (Uppgift 18b i 2a-provet)
Uppgiften är en modelleringsuppgift på E-nivå där ett förlopp beskrivs med en andragradsmodell. I denna deluppgift skulle ett horisontellt avstånd bestämmas mellan två specifika punkter i ett händelseförlopp. Uppgiften kunde ge två modelleringspoäng på E-nivå. Gränsproportionerna var låga, på 2a-spåret 0,25 och 0,12; på 2b-spåret 0,32 och 0,15 samt på 2c-spåret 0,45 och 0,19 för

första respektive andra poängen på uppgiften. Eventuellt skulle en bild som visualiserar förloppet ha underlättat för eleverna men en sådan bild valdes under utvecklingsarbetet bort för att inte avslöja svaret på deluppgift a. Uppgiften underlättas betydligt vid användning av grafritande verktyg och tanken med uppgiften var att eleverna skulle använda sådant för att lösa uppgiften.

Uppgifter där resultatet avviker från det förväntade; gemensamma uppgifter i 2b och 2c

Uppgift 1b

Uppgiften som prövar problemlösningsförmågan applicerat på randvinkelsatsen gav en E-poäng på provet. Gränsproportionerna var låga: 0,18 på 2b och 0,29 på 2c. Problemlösningen i uppgiften var att inse att en sökt vinkel kunde fås genom att subtrahera mittpunktsvinkeln som bestämts i a-uppgiften från 360 grader för att sedan kunna bestämma den efterfrågade randvinkeln. Trots att elever som svarade korrekt utifrån en felaktigt bestämd vinkel i a-uppgiften kunde erhålla poäng visar gränsproportionerna att problemlösningen var svår för elever på E-gränsnivå. De lärare som har varit med i provets utvecklingsarbete har ansett att uppgiften har stöd i styrdokumenten men att problemlösning i geometri är svårt.

Uppgift 8b

Ekvationslösning som prövar C-begrepp och som inkluderar definition av talet ”i” inom området komplexa tal. Låga gränsproportioner: 0,09 (2b) samt 0,15 (2c). Introduktion av komplexa tal är ett område i det centrala innehållet som behandlas i liten utsträckning i undervisningen. Över tid innehåller 2b- och 2c-proven ytterst få poäng inom det centrala innehållet komplexa tal och gränsproportionerna brukar vara låga.

Uppgift 14

Uppgiften på C-nivå är en resonemangsuppgift där en geometrisk sats ska visas med hjälp av en ritad figur. Gränsproportionerna på uppgiftens första och andra poäng var följande: 0,19 och 0,10 bland 2b- samt 0,29 och 0,17 bland 2c-elever. Vid utprövningar av uppgiften har lösningsproportionerna inte varit så låga som de är i 2b-provet. Lärare har ansett att kravet att motivera likformigheten var hårt men på samma sätt som mätningar inte godtas i figurer är det inte lämpligt att använda likformighet som inte är given i texten utan att visa att likformighet gäller.

Uppgift 16

Uppgiften, som är den sista i provens BC-del, prövar problemlösningsförmågan på A-nivå. Utifrån två givna likheter ska ett exakt värde på ett algebraiskt uttryck bestämmas. Inom spåren 2b och 2c skiljer sig gränsproportionerna ganska mycket främst på den första poängen; 0,34 för 2b jämfört med 0,61 för 2c. Skillnaderna i gränsproportionerna för den andra poängen är försumbara 0,22 för 2b mot 0,29 för 2c. En förklaring kan vara att elever som läser 2c-spåret är mer vana vid att angripa algebraiska problem än vad 2b-eleverna är. Utifrån styrdokumenten ska kraven för båda spåren vara desamma.

Uppgift 19

Uppgiften är en problemlösningsuppgift på E-nivå inom det centrala innehållet normalfördelat material. Gränsproportionerna är låga för båda spåren; på a)-uppgiften 0,17 (2b) och 0,22 (2c) och på b)-uppgiftens första och andra poäng 0,25; 0,19 (2b) och 0,30; 0,26 (2c). Statistik behandlas inte i lika stor utsträckning i undervisningen som andra områden inom kursens centrala innehåll och kombinationen av normalfördelning och problemlösningsförmåga, som även var för sig brukar ge låga resultat, kan därför vara en förklaring till de låga gränsproportionerna.

Uppgifter där resultatet avviker från det förväntade i 2a-provet

När det gäller statistik på 2a-provet kommer denna, som det tidigare nämnts, från 169 elever fördelat på 75 undervisningsgrupper och 66 skolor. Det är ett underlag som inte är tillräckligt för att kunna dra alltför stora slutsatser ifrån. Data, speciellt på de högre betygsnivåerna (C, B och A), kommer från ett fåtal elever.

Uppgift 9
Arean för en triangel inskriven i ett koordinatsystem ska bestämmas i den här uppgiften. Det är problemlösningsförmåga på E-nivå som uppgiften ska pröva. Gränsproportionerna för första respektive andra poängen var 0,36 och 0,28 vilket är något för låga även för en problemlösningsuppgift. Analytisk geometri är ett område som inte behandlas i alltför stor utsträckning i undervisningen och därför kan svårighetsgraden bero på kombinationen av såväl området som förmågan som prövas.

Uppgift 10b
På den här uppgiften var gränsproportionerna på E-nivå högre än förväntade. Uppgiften är en proceduruppgift på C-nivå där en andragradsekvation i faktoriserad form ska lösas. Gränsproportionen för E-nivå var 0,49 och 0,38 på första respektive andra poängen vilket nästan är i nivå med de andragradsekvationer av standardtyp som ingår i proven. En genomgång av de inskickade elevlösningarna ger inte heller någon förklaring till de relativt höga resultaten.

Uppgift 17
I uppgiften ska eleven bestämma ytterligare en punkt på grafen till en exponentialekvation där ett funktionsuttryck innehållande konstanten C samt en given punkt är kända. Gränsproportionerna 0,16 och 0,11 tyder på att E-gränseleverna har haft svårt att komma in i uppgiften. Uppgiftens svårighetsgrad kan bero dels på att det är problemlösningsförmågan som prövas och dels på att uppgiften har en rent matematisk karaktär och formulering. Kombinationen av dessa överensstämmer med styrdokumenten men kan vara svårt för E-gränselever.

Provresultat med kommentarer, Ma 3bc vårterminen 2019

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen
http://www.edusci.umu.se/np/np-2-4/resultat/

Inledning

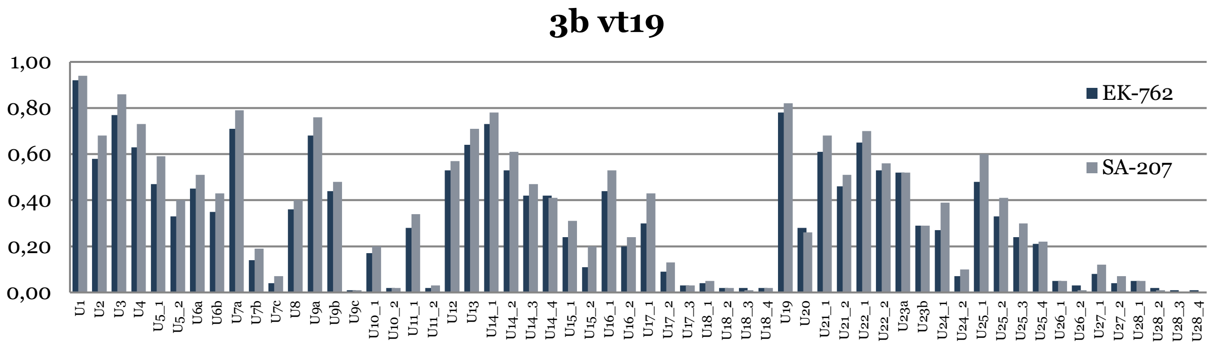
För de nationella proven i matematik gällande gymnasiets högre kurser görs två resultatinsamlingar, dels en insamling på helprovsnivå av SCB och en insamling på uppgiftsnivå av Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap (TUV). I insamlingen som görs av TUV ingår en lärarenkät och en resultatinsamling av poäng. I TUVs insamling för ma3bc har ungefär lika många lärare från respektive 3b och 3c besvarat lärarenkäten. Andelen inrapporterade elevresultat på poängnivå är däremot högre från 3c än från 3b.

För 3b har 311 lärare besvarat enkäten och rapporterat in 1097 poängresultat med en fördelning på 535 pojkar och 562 flickor. För 3c har motsvarande inrapportering skett från 329 lärare som rapporterat in 1401 poängresultat med fördelning på 524 flickor och 877 pojkar.

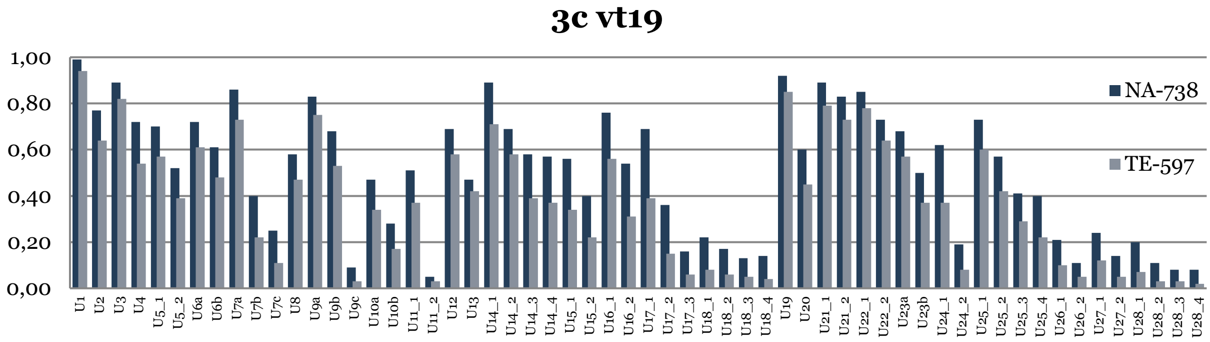
Provresultat

Proven för Ma3b och Ma3c består av tre skriftliga delprov, delprov B+C där endast linjal och formelblad är tillåtet och delprov D där digitala verktyg är tillåtna. Provet innehåller totalt 28 uppgifter.

Diagrammen visar lösningsproportioner per poäng, det vill säga hur stor andel av eleverna som klarar respektive poäng i 3b- och 3c-proven. I diagrammet är lösningsproportionerna för Ma3b beräknade utifrån poängresultaten från 762 elever från ekonomiprogrammet och 207 elever från samhällsvetenskapsprogrammet. För Ma3c är lösningsproportionerna beräknade utifrån poängresultat från 738 elever från naturvetenskapsprogrammet och 597 elever från teknikprogrammet.



Figur 7: Diagrammet visar lösningsproportionerna för respektive poäng i det nationella provet i matematik 3b våren 2019. Resultatet är uppdelat utifrån programtillhörighet, ekonomiprogrammet och samhällsvetenskapsprogrammet.



Figur 8: Diagrammet visar lösningsproportionerna för respektive poäng i det nationella provet i matematik 3c våren 2019. Resultatet är uppdelat utifrån programtillhörighet, naturvetenskapsprogrammet och teknikprogrammet.

Lärarenkäten

Enkätsvaren visar att i allmänhet är många lärare nöjda med proven i matematik 3. Närmare 90 % av lärarna anser att svårighetsgraden för de inledande delprov B och C är lagom för de båda kurserna. Däremot går åsikterna isär beträffande delprov D. För Ma3b så har 66 % av lärarna uppgett att de anser att svårighetsgraden på provet är lagom och för Ma3c är motsvarande siffra 82 %.

Beträffande gränserna för provbetygen anger en övervägande majoritet av lärarna att de är lämpliga. Gällande gränserna för betyg E, D och C anger närmare 90 % eller över att de är lämpliga. För de högre provbetygen A och B är motsvarande siffra något lägre, cirka 85 %. Överlag är lärarna från 3c något mer nöjda med gränserna än lärarna från 3b.
Många av lärarna ”instämmer helt” eller ”instämmer delvis” att provtiden var tillräcklig för de olika delarna. För delprov B och C ”instämmer helt” eller ”instämmer delvis” ca 90 % av lärarna från 3b och drygt 80 % av lärarna i 3c att provtiden var tillräcklig. För delprov D har ca 83 % av lärarna från Ma3b angett att provtiden var tillräcklig medan motsvarande siffra från Ma3c är ca 73 %. Överlag är det en större andel lärare från Ma3b som upplever att provtiden var tillräcklig jämfört med lärarna från Ma3c. En möjlig delförklaring till att provtiden uppfattades som något kort kan vara att eleverna inte använder sitt digitala verktyg i den utsträckning som är möjligt på delprov D och av den anledningen hamnar i tidsnöd.

Fria kommentarer

Förutom att svara på enkätfrågorna har en del lärare lämnat kommentarer i de svarsrutor som finns till några av frågorna. Dessa kommentarer omfattar såväl positiva som negativa synpunkter om provet som helhet. De fria kommentarerna är av stor variation där såväl prov som enskilda uppgifter kommenteras men även andra områden berörs som t.ex. inrapporteringsförfarande, digitala verktyg, undervisningssituation och läromedel. De enskilda kommentarer som tas upp här är sådant som varit återkommande i denna återrapportering och är av betydelse för provens sammansättning och uppgifternas svårighetsgrad. Värt att notera är att flera av kommentarerna även uttrycker positiva ordalag om provens utformning.

Exempel på kommentarer till provet som helhet är:

- Mycket svårt för eleverna att få A-poäng på detta prov. Jag tror att de fick ont om tid.
- Upplevde att elever som aspirerade på betyget B hade svårigheter med att erhålla A-poäng.
- Dåligt med 4p-uppgifter på A. Elever som är värda A har för få uppgifter att visa det på. Bättre med fler uppgifter och färre poäng på varje.

- Det fanns för få uppgifter som gav både C- och A-poäng, vilket gjorde att eleverna kunde ha gjort superbra uträkningar men inte så att de räckte för ett A poäng. Lite orättvist tyckte vi.
- Elevlösningar mha Geogebra saknas i bedömningsanvisningarna.
- För att framtida elever ska förstå hur de kan använda digitala verktyg på delprov D behöver sekretessen på detta prov och något mer prov släppas.
- Vissa uppgifter känns konstruerade för att sätta dit elever, inte för att låta dem visa vad de kan. T.ex. uppg.28. Varför tar man med informationen om att gräsmattan är 5 m?? Jag hade förstått om man får det som en definitionsmängd som svaret sedan skall jämföras mot, men nu nämns de 5 m inte ens i bedömningsanvisningarna.
- Att vissa E-uppgifter ska ge 2 poäng, så att eleverna har möjlighet att få 1 poäng om de har en godtagbar ansats. Annars kan ett litet misstag ge 0 p, vilket kan bli missvisande. T.ex. i uppg. 12 och 13.
- Gör större skillnad på proven 3b och 3c. Det är helt skilda elevgrupper.
- Borde vara fler enkla uppgifter, på E-nivå utan knorr.
- Lite lätta uppgifter på E nivå, och gränsen aningen för låg. Annars var provet mkt bra.

Flera av kommentarerna handlade om att A-poängen var för svåra och att uppgifter som ger fyra poäng slår hårt mot elever som inte förstår ingången till problemet och därmed får noll poäng. I provet fanns det två uppgifter som vardera gav fyra A-poäng, en modelleringsuppgift och en problemlösningsuppgift. I båda uppgifterna bedöms skriftlig kommunikation i den fjärde poängen.

I ämnesplanen för Ma3 finns både problemlösning och extremvärdesproblem angivna som ett centralt innehåll. För att pröva dessa moment krävs oftast mer omfångsrika uppgifter. Men precis som lärarna påpekar är det önskvärt att dessa uppgifter har en sådan nivå att uppgiften blir tillgänglig för så många A-elever som möjligt.

I flera kommentarer uttryckte lärarna att elever hade svårt att nå provbetyg B. En förändring som särskilt verkar ha påverkat gränseleverna till provbetyget B är att den muntliga delen plockades bort. Även om gränsen för provbetyget B var relativt sett lägre denna vår än vad den varit när den muntliga delen ingick kan vi konstatera att B-eleverna i relativt stor utsträckning klarade drygt två av A-poängen i den delen. Även det som kommenterats om att provet innehöll två större A-uppgifter kan ha påverkat B-eleverna negativt.

Några kommentarer handlade om E-uppgifter. Där någon ansåg att de var för svåra och tillskruvade medan andra ansåg dem för lätta. Någon ansåg att det vore bra att E-uppgifter gav två poäng istället för en poäng, t.ex. första och andra uppgiften på delprov C där den första uppgiften handlade om en ändringskvot och den andra en enkel resonemangsuppgift. Det är alltid tråkigt att ge noll poäng p.g.a. en enkel felräkning men om en sådan poängsättning ska tillämpas måste den gälla på provets alla uppgifter och då får vi en annan bedömningsmodell.

Det nämns även att proven i Ma3b och Ma3c är för lika. Det stämmer att proven är lika så när som på några få uppgifter. Proven konstrueras med utgångspunkt från ämnesplanerna och när det centrala innehållet för Ma3b och Ma3c är i det närmaste lika och kunskapskraven är exakt lika så blir även proven väldigt lika. I dagsläget skiljer sig provens uppgifter endast där de centrala innehållen skiljer sig åt mellan kurserna.

I några kommentarer önskas fler bedömda elevexempel där digitalt verktyg används för att lösa uppgifterna. Det är först i samband med proven detta läsår som det förutsätts att eleverna har tillgång till åtminstone grafritande verktyg när de genomför de nationella proven vilket gör att det kommer att bli vanligare med lösningar där digitala verktyg har använts. Dessutom kan vi se en ökning av användandet av datorbaserade digitala verktyg som t.ex. GeoGebra och Desmos, vilket också innebär att det kommer att bli vanligare med denna typ av lösningar. Ambitionen är och har alltid varit att försöka visa på vanliga typer av elevsvar och hur de ska bedömas, särskilt om det är oklart och i och med de förändringar som nu sker kommer det att bli vanligare med denna typ av bedömda elevsvar. En utmaning är dock att det används många olika typer av digitala verktyg över hela landet som ett nationellt prov ska förhålla sig till vilket gör att en lösning som fungerar utmärkt i ett klassrum är kanske helt oanvändbar i ett annat.

I några kommentarer går det även att läsa om en önskan om fler frisläppta prov, vilket är en fråga för Skolverket att besluta om. På TUV:s hemsida publicerar de prov vars sekretesstid har löpt ut.

Kommentarer till enskilda uppgifter:

I kommentarerna till respektive uppgift nedan används ibland begreppet ”gränsproportion”. Gränsproportioner anger hur stor andel av elevgrupp på gränsen till ett provbetyg som klarar en viss poäng. Elevgruppen motsvarar elever som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C respektive A.

A-uppgifterna med fyra poäng

Då det kommit ett flertal kommentarer gällande de två A-uppgifter som kunde ge fyra poäng vardera är det intressant att närmare undersöka hur de fungerade.

Uppgift 18

Den första av dessa A-uppgifter var uppgift 18 och var den sista uppgiften i del C. Uppgiften finns i både Ma3b och Ma3c och handlar om två tangenter som skär varandra i en viss punkt och i uppgiften efterfrågas tangentens ekvation för en av tangenterna. Uppgiften är av typen problemlösning och ger totalt fyra A-poäng varav de tre första är problemlösningsförmåga och sista poängen är kommunikation.

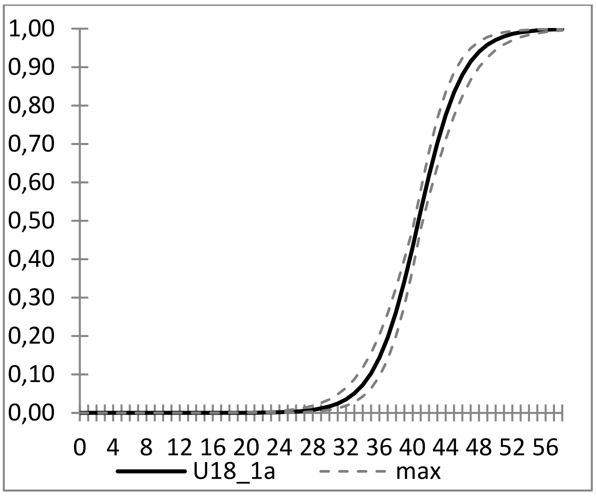
Tabell 2: Tabellen visar gränsproportionerna per poäng i uppgift 18 för elevgrupperna som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C och A.

Ma3b	Poäng	E	C	A	Ma3c	Poäng	E	C	A
U18_1	1 A_{PL}	0,00	0,02	0,78	U18_1	1 A_{PL}	0,00	0,05	0,75
U18_2	1 A_{PL}	0,00	0,01	0,50	U18_2	1 A_{PL}	0,00	0,02	0,58
U18_3	1 A_{PL}	0,00	0,02	0,38	U18_3	1 A_{PL}	0,00	0,02	0,46
U18_4	1 A_{K}	0,00	0,01	0,35	U18_4	1 A_{K}	0,00	0,01	0,44

Gränsproportionerna visar att uppgiften diskriminerar väl för A-elever både i Ma3b och Ma3c. Första poängen togs av 78 % av de elever som nätt och jämnt fick provbetyg A i 3b och motsvarande siffra är 75 % för 3c. Detta indikerar på att ingången till uppgiften inte är för svår för elever med provbetyg A.

Resultatet av en uppgift kan också analyseras genom att studera lösningsproportionerna i förhållande till elevers totala provresultat. Detta kan göras genom att för varje uppgift beräkna ett medelvärde för lösningsproportionen för elever med samma totalpoäng på provet och därefter göra en icke-linjär anpassning av dessa medelvärden som funktion av totalpoängen. Anpassningen ger en kurva som kallas för uppgiftskaraktäristisk kurva.

Nedan visas den uppgiftskaraktäristiska kurvan för första poängen för elever som skrivit Ma3b.



Figur 9: Uppgiftskaraktäristisk kurva för första poäng i uppgift 18 för elever som genomfört det nationella provet i Ma3b.

Kurvan ger t.ex. information om att i den elevgrupp som fick 41 poäng så har ca 50 % tagit första poängen.

För provbetyg B krävdes en totalpoäng på 38 varav 5 A-poäng. En avläsning i kurvan för resultatet 38 poäng ger lösningsproportionen 0,32, d.v.s. att det är 32 % i denna elevgrupp som får första poängen. Detta ger en indikation på att uppgiftens ingång var väl svår för gruppen B-elever. Därmed inte sagt att uppgiften är för svår för provet som helhet då den fungerar mycket bra för elever som når provbetyg A.

En analys av kurvorna för de återstående tre poängen med lösningsproportionen 50 % ger nedanstående poängresultat.

Tabell 3: Tabellen visar hur många poäng totalt på provet som krävdes för att en genomsnittlig elev skulle ha 50 % sannolikhet att klara respektive poäng i uppgift 18.

Ma3b	Typ av poäng	Poäng på provet	Ma3c	Typ av poäng	Poäng på provet
U18_1	1 A_{PL}	41 p	U18_1	1 A_{PL}	41 p
U18_2	1 A_{PL}	44 p	U18_2	1 A_{PL}	43 p
U18_3	1 A_{PL}	45 p	U18_3	1 A_{PL}	45 p
U18_4	1 A_K	47 p	U18_4	1 A_K	46 p

Med tanke på att det krävdes 44 poäng för provbetyg A visar resultatet att denna uppgift var väl anpassad för de som aspirerade på provbetyget A.

Uppgift 28

Detta är provets sista uppgift och är ett extremvärdesproblem, vilket är ett huvudmoment inom både Ma3b och Ma3c. Uppgiften finns i både Ma3b och Ma3c och handlar om att modellera upp en längd för ett stängsel i en variabel och bestämma minsta värde på stängslets längd.
Uppgiften kategoriseras som modellering och ger totalt fyra poäng på A-nivå varav den sista poängen är kommunikation.

Tabellen visar gränsproportionerna per poäng för elevgrupperna som nätt och jämnt presterar provbetyg E, C och A.

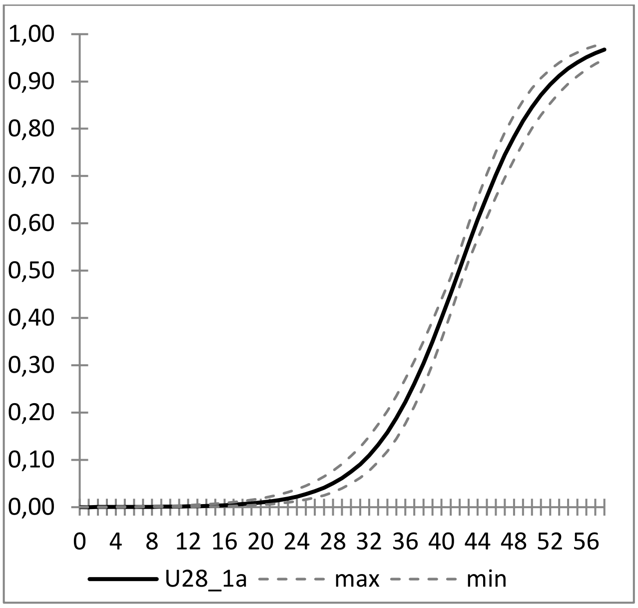
Tabell 4: Tabellen visar gränsproportionerna per poäng i uppgift 28 för elevgrupperna som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C och A.

Ma3b	Poäng	E	C	A	Ma3c	Poäng	E	C	A
U28_1	1 A_M	0,00	0,04	0,58	U28_1	1 A_M	0,00	0,07	0,61
U28_2	1 A_M	0,00	0,01	0,26	U28_2	1 A_M	0,00	0,03	0,33
U28_3	1 A_M	0,00	0,00	0,00	U28_3	1 A_M	0,00	0,02	0,23
U28_4	1 A_K	0,00	0,00	0,14	U28_4	1 A_K	0,00	0,01	0,21

Gränsproportionerna visar att uppgiften diskriminerar väl för provbetyg A för både Ma3b och Ma3c. Första poängen tas av 58 % av de elever som nätt och jämnt fick provbetyg A i 3b och motsvarande siffra är 61 % för 3c. Detta ger en indikation på att uppgiftens ingång är acceptabel med tanke på att det handlar om provets sista uppgift. Däremot är det låga proportioner på tredje respektive fjärde poängen. Tredje poängen ges för en korrekt verifiering av det beräknade minimivärdet. Tyvärr så verifierar inte eleverna trots att de har tillgång till digitalt verktyg och att verifieringen lätt kan göras med t.ex. andraderivata. Detta spiller även över på poängen för kommunikationen.

Några lärare ansåg att informationen om "sidan 5 m" i uppgiftstexten var onödig. Denna information är nödvändig i uppgiften för att ge möjlighet att godkänna en verifiering där längdfunktionens minsta värde t.ex. bestäms grafiskt med digitalt verktyg.

För att undersöka hur uppgiften fungerade för elever som nätt och jämnt erhöll provbetyget B studeras de uppgiftsspecifika kurvorna för poängen i denna uppgift.
Den uppgiftsspecifika kurvan för första poängen denna uppgift ger följande resultat för elever som genomförde Ma3c.



Figur 10: Uppgiftskaraktäristisk kurva för första poäng i uppgift 28 för elever som genomfört det nationella provet i Ma3c.

För provbetyg B krävdes en totalpoäng på 38 varav 5 A-poäng. En avläsning i kurvan vid resultatet 38 poäng ger lösningsproportionen 0,35, d.v.s. det är 35 % i denna elevgrupp som får första poängen. Detta indikerar på att ingången till uppgiften var för något svår för gruppen B-elever. Därmed inte sagt att uppgiften är för svår för provet då uppgiften är provets sista uppgift.

En analys av kurvorna för de återstående tre poängen med lösningsproportionen 50 % ger nedanstående poängresultat.

Tabell 5: Tabellen visar hur många poäng totalt på provet som krävdes för att en genomsnittlig elev skulle ha 50 % sannolikhet att klara respektive poäng i uppgift 28.

Ma3b	Typ av poäng	Poäng på provet	Ma3c	Typ av poäng	Poäng på provet
U28_1	1 A_M	42 p	U28_1	1 A_M	43 p
U28_2	1 A_M	47 p	U28_2	1 A_M	48 p
U28_3	1 A_M	49 p	U28_3	1 A_M	49 p
U28_4	1 A_K	50 p	U28_4	1 A_K	51 p

Med tanke på att det krävdes 44 poäng för provbetyg A så verkar det bara vara elever med goda kunskaper som överhuvudtaget kan påbörja en lösning av uppgiften.

Statistiken pekar på att de stora uppgifterna som gav fyra A-poäng var relativt svåra för elever på gränsen till provbetyget B men fullt möjliga för elever på A-nivå. Det är däremot olyckligt att bedömning av kommunikation ligger som en sista poäng på respektive uppgift och är därmed oåtkomliga för elever som ligger precis på gränsen till A.

En genomgång av övriga A-uppgifter i provet visar att de flesta av dem fungerar väl för elever på gränsen till A men att de som med nöd och näppe når gränsen för B har få uppgifter där de lyckas riktigt bra. Det verkar därmed som att borttagandet av den muntliga uppgiften har påverkat B-eleverna mer än vad som förväntats och detta är någonting som behöver bevakas i kommande prov.

Digitala verktyg

Detta prov har konstruerats efter de reviderade ämnesplanerna som började gälla höstterminen 2018 där grafiskt/numeriska verktyg förutsätts och symbolhanterande verktyg är tillåtna. På delprov D är det många gånger en fördel att behärska ett digitalt verktyg och i ett par uppgifter krävs det ett digitalt verktyg såsom uppgift 19 och uppgift 24.

Uppgift 20

I uppgift 20 uppmanas eleverna att använda sitt digitala verktyg och beräkna värdet på en given integral. Eleverna på kurs 3 har ännu inte lärt sig metoden att lösa uppgiften för hand men skulle kunna göra det med hjälp av formelbladet. Uppgiften ger en procedurpoäng på E-nivå. Tabellen visar gränsproportionerna för respektive poäng och elevgrupp.

Tabell 6: Tabellen visar gränsproportionerna för poängen i uppgift 20 för elevgrupperna i Ma3b respektive 3c som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C och A.

Ma3b	Poäng	E	C	A	Ma3c	Poäng	E	C	A
U20	1 E_P	0,20	0,50	0,79	U20	1 E_P	0,33	0,62	0,84

Resultatet visar att även om eleven uppmanas att använda sitt digitala verktyg verkar det som att de inte kan göra det. Särskilt verkar inte eleverna på gränsen till E veta hur verktyget ska användas för att få fram svaret.

Uppgift 24

I uppgift 24 uppmanas eleverna att bestämma de värden på *x* där graferna till två givna funktioner har samma lutning. I slutet av uppgiften uppmanas eleven att svara med tre decimaler. Tanken med denna uppmaning är att påminna eleven att använda sitt digitala verktyg.

Uppgiften ger två procedurpoäng på C-nivå. Tabellen visar gränsproportionerna för respektive poäng och elevgrupp.

Tabell 7: Tabellen visar gränsproportionerna för poängen i uppgift 24 för elevgrupperna i Ma3b respektive 3c som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C och A.

Ma3b	Poäng	E	C	A	Ma3c	Poäng	E	C	A
U24	1 C_P	0,13	0,67	0,96	U24	1 C_P	0,15	0,73	0,97
	1 C_P	0,02	0,15	0,55		1 C_P	0,02	0,12	0,41

Gränsproportionerna visar att för första poängen diskriminerar uppgiften väl på C-nivå vilket innebär att elever på C-nivå kan ta fram derivatauttryck för respektive funktion och utifrån dessa ställa upp en ekvation. För att lösa ekvation och därmed komma fram till rätt svar krävs användning av ett digitalt verktyg och enligt gränsproportionerna för andra poängen blir det tydligt att det verkar vara ett problem för eleverna.

Optimering Ma3b

Uppgift 25

Denna uppgift behandlar optimering och finns endast i provet som gäller för Ma3b. Uppgiften är en modelleringsuppgift som ger tre modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå. De nationella proven i Ma3b har nästan varje termin innehållit en optimeringsuppgift och utifrån de resultat som finns från proven syns en trend att elever klarar dessa uppgifter bättre idag än vad de gjorde i de första proven. Tabellen visar en jämförelse mellan gränsproportionerna för optimeringsuppgifterna från proven Vt19 och Vt18.

Tabell 8: Tabellen visar gränsproportionerna för poängen i optimeringsuppgiften i Ma3b vt 19 och motsvarande uppgift i Ma3b vt 18. Gränsproportionerna redovisas för elevgrupperna som nätt och jämnt når gränsen för provbetyg E, C och A.

Ma3b Vt19	Poäng	E	C	A	Ma3b Vt18	Poäng	E	C	A
U25	1 C_M	0,32	0,93	1,00	U14	1 C_M	0,12	0,50	0,88
	1 C_M	0,13	0,81	0,99		1 C_M	0,06	0,35	0,83
	1 C_M	0,09	0,64	0,96		1 C_M	0,03	0,24	0,76
	1 C_K	0,07	0,51	0,92		1 C_K	0,02	0,18	0,70

Denna typ av uppgift har förekommit på flera tidigare prov. I provet från vt 15 ingick en liknande optimeringsuppgift. För denna uppgift finns bara information om de genomsnittliga gränsproportionerna för elever på gränsen till E/C/A för uppgiftens tre poäng som helhet. Statistiken för elever som precis når provbetygsgränserna var då 0,04/0,23/0,68, vilket visar på att uppgiftstypen har blivit ”lättare” över tid, åtminstone har eleverna blivit duktigare på att hantera dessa uppgifter. Det kan vara ett tecken på att eleverna i högre grad tränar på denna typ av uppgifter och/eller att de använder sitt digitala verktyg och därmed inte räknar fel.

UMEÅ UNIVERSITET

Provresultat med kommentarer, Ma 4 vårterminen 2019

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen
http://www.edusci.umu.se/np/np-2-4/resultat/

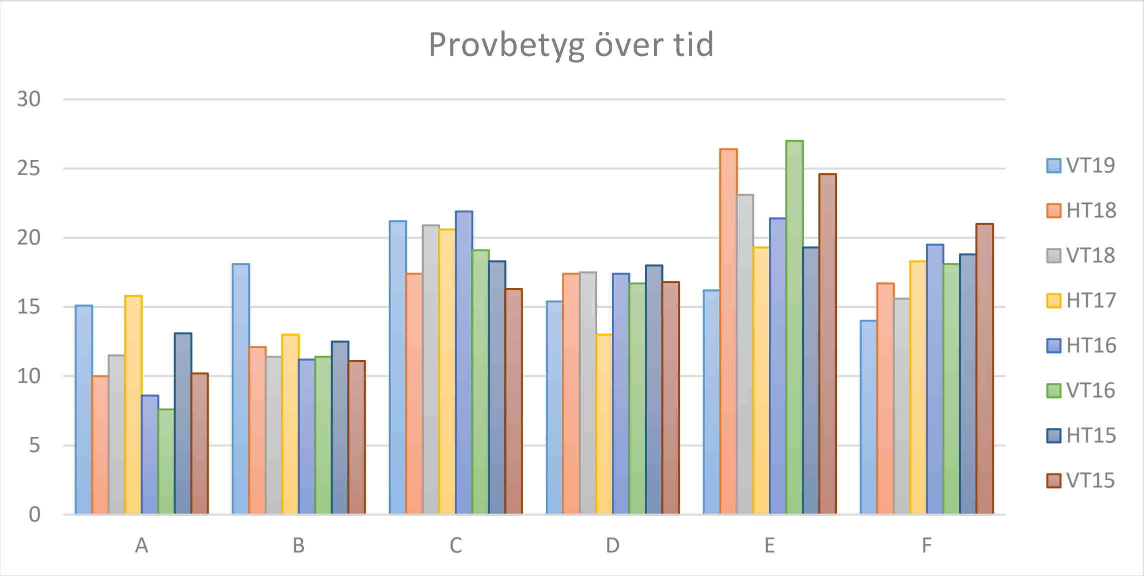
Allmänna kommentarer om provet

Av de lärare som besvarat enkäten uppger 96 % att de instämmer helt eller till stor del att provet som helhet är bra och att det ger ett stöd att tolka styrdokumenten. Gällande provets svårighetsgrad uppger 94 % att delprov B+C var lagom svår och 90 % att delprov D var lagom svår. För provbetygen D till A är det 94-97 % av lärarna som anser att gränserna är lagom. För provbetyget E anser 89 % att gränsen är lagom och 9 % uppgav att gränsen var för låg.

Prov- och kursresultat

Vårens inrapportering för Matematik 4 har gjorts av 295 lärare. Resultat kommer från elever 1379 fördelat på 298 undervisningsgrupper och 217 skolor.

Även om kommentarerna från lärarna variareade gällande vad de ansåg om provets svårighetsgrad så fanns det fler kommentarer om att provet ansågs lättare jämfört med tidigare prov. Statistiken gällande fördelningen av provbetyget pekar också på att provet var lättare än tidigare år, då en större andel av eleverna uppnådde provbetyg A eller B, samt att en mindre andel av eleverna fick E eller F i provbetyg.



Figur 11: Staplarna visar andelen av provbetygen A-F för proven mellan våren 15 till våren 19, exklusive provet våren 17 då de flesta eleverna genomförde ersättningsprovet på grund av spridning.

Även om fördelningen av andelen A i provbetyg har varierat över åren och att andelen var större HT17 än nu VT19, sticker fördelningen för provbetyget B tydligt ut från mängden och har ökat med i snitt 5,5 %-enheter. Om detta beror på att gränsen för provbetyget B var lägre eller att uppgifterna tillsammans med bedömningsanvisningarna var något generösare än tidigare år, eller både och, är svårt att ge ett entydigt svar på. Det som kan utläsas av gränsproportionerna, det vill säga sannolikheten att en elev som ligger precis på gränsen klarar uppgiften, för provets uppgifter är att eleverna löste några uppgifter på A- och C-nivå i högre utsträckning än förväntat utifrån de utprövningar som gjorts och utifrån de skattningar av uppgifternas svårighetsgrad som görs i samband med att gränserna för provbetygen ska fastställas. Detta kan vara en bidragande orsak till att andelen elever som klarade gränsen provbetyg på A- och B-nivå var högre än tidigare.

Om vi tittar på andelen elever som får provbetyget F så ser det ut som att trenden är att en allt större andel av eleverna klarar provet. Förhoppningsvis är det en positiv trend som håller i sig och som inte är beroende av svårighetsgraden på de nationella proven.

Kommentarer från lärarenkäten

Flera lärare skriver om provet i positiva ordalag, men vi kommer här främst fokusera på de kommentarer som pekar på någon form av missnöje med provet.

Några lärare ansåg att det var för många uppgifter på komplexa tal. Jämfört med tidigare prov innehöll VT19 en till två fler uppgifter på komplexa tal än genomsnittsprovet.

Några lärare anser att Eulers formel inte tillhör kursen och att därmed uppgift 10 inte bör ha varit med i provet. Här har vi tillsammans med de lärare som granskar våra prov kommit fram till att Eulers formel tillhör kursen, även om det anses som ett mer perifert område. Anledningen till detta är att även Eulers formel är skriven med polära koordinater. Både den trigonometriska formen $z = r(\cos v + \mathrm{i} \sin v)$ liksom den exponentiella formen $z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}v}$ anser vi således vara skrivna på polär form och tillhör därmed kursen. Båda representationsformerna finns på formelbladet.

Några kommentarer gällde språket och ordval. Ett önskemål är att vi formulerar uppgifterna på lättast möjliga svenska så att språket inte blir ett hinder. Detta är alltid vår strävan, men kontextuppgifter kräver oftast mindre vardagliga ord för att inte kontexten i sig ska urholkas. Vi försöker att endast använda vardagligt och matematiskt språk. Vi försöker dessutom skriva så kortfattat som möjligt utan att påverka förståelsen negativt. När det gäller uppgift 31 skulle delar av kontexten kunnat strykas för att förenkla förståelsen av uppgiften, genom att t.ex. endast fokusera på batteriet och laddningen och inte lyfta in häcktrimmern.

Resultat på uppgifter

Nedan följer en kortfattad utvärdering av några av de uppgifter i provet där utfallet (andel elever som klarade uppgiften) blev bättre eller sämre än väntat. Till höger om uppgiftsnumret anges vilka poäng uppgiften gav samt gränsproportionerna per poäng för elevgrupperna som nätt och jämnt presterar provbetyg E, C och A. T.ex. betyder gränsproportionerna (0,12/0,54/0,86) att

- 12 % av eleverna som nätt och jämnt presterar provbetyg E klarade uppgiften
- 54 % av eleverna som nätt och jämnt presterar provbetyg C klarade uppgiften
- 86 % av eleverna som nätt och jämnt presterar provbetyg A klarade uppgiften.

Uppgift 7: Ordna sinusuttryck i storleksordning + 1C_B (0,43/0,72/0,91)
Detta var en uppgift på C-nivå som alla hade relativt lätt för att klara.

Uppgift 8: Komplex ekvation med multiplikation + 1C_{PL} (0,03/0,23/0,76)
Detta visade sig vara en svår C-uppgift. Även tidigare utprövning av uppgift 7 och 8 hade pekat på att uppgift 7 var lätt och uppgift 8 vara svår. Tillsammans ansågs dessa två uppgifter ge en god balans till provet, både gällande innehåll liksom nivå.

Uppgift 16: Komplex ekvation med addition + 1E_P (0,14/0,60/0,95)
+ 1C_P (0,02/0,24/0,87)

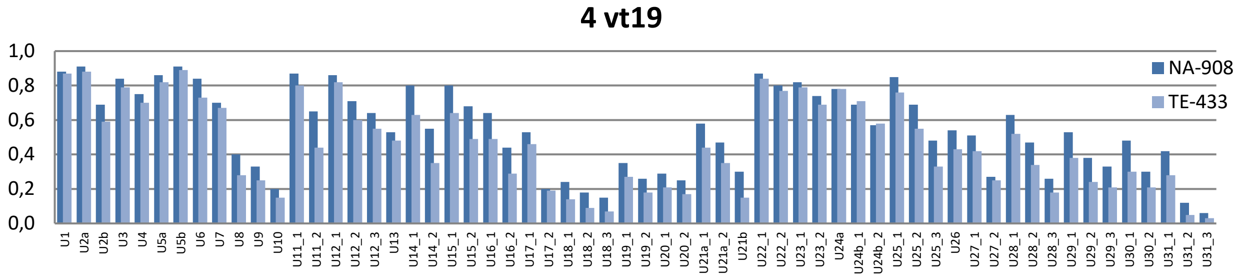
Detta är en uppgiftstyp som eleverna i regel har svårt för. De lärare som granskat våra prov har hävdat att det är rutinuppgifter som eleverna möter och borde kunna. Troligtvis tränar eleverna för lite på detta och lösningsmetoden består av ett moment som åtminstone E-eleverna är ovana vid.

Uppgift 21a: Polynomdivision + 1 A_R (0,07/0,41/0,90)
+ 1 A_R (0,01/0,10/0,64)

Uppgift 21a var den enklaste A-uppgiften på hela provet där en stor andel av eleverna klarade uppgiften. Även om polynomdivisionen innehåller en konstant så är lösningsmetoden rutinmässig, vilket gör att de flesta vet hur de bör angripa uppgiften och har stor möjlighet att åtminstone uppnå en poäng på uppgiften.

Resultat utgående från program

Av de 1379 rapporterade elevresultaten var 908 st från Naturvetenskapsprogrammet (NA) och 433 st från Teknikprogrammet (TE). I medeltal klarade eleverna på NA uppgifterna bättre än eleverna på TE, förutom på uppgift 24 på D-delen.



Figur 12: Staplarna visar lösningsproportionerna för alla uppgifter i provet för elever på naturvetenskapsprogrammet respektive teknikprogrammet.

På uppgift 24b uppvisade TE eleverna ett bättre resultat i medeltal. Uppgiften bestod i att beräkna sannolikheten för en given exponentialfördelning. Varför TE eleverna klarade sig något bättre just på den här uppgiften och ingen annan uppgift har vi dock inte svar på.