



UMEÅ UNIVERSITET

## Resultatrapport för de nationella proven i matematik 2a, 2b, 2c, 3b, 3c och 4

Våren 2023 genomfördes alla nationella prov i matematik. Denna rapport innehåller därmed kommentarer till samtliga prov på alla tre kursnivåer.

# UMEÅ UNIVERSITET

## Inledning

I denna rapport återges dels sammanställningar av lärarenkäten och resultaten på helprovsnivå men även resultat och analyser på uppgiftsnivå för de nationella kursproven i matematik 2a, 2b, 2c, 3b, 3c och 4 som genomfördes vårterminen 2023. Alla data, både elevresultat på uppgiftsnivå och resultat på lärarenkät, kommer från den insamling som arbetsgruppen för nationella prov vid Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap genomför i samband med varje provomgång. Tack vare denna insamling blir det möjligt att analysera provmaterialet och analysen är en viktig del i kvalitetssäkringsprocessen för de nationella proven. Hade det inte varit för alla lärare som, trots att det kräver en viss arbetsinsats, rapporterat resultat, kopierat elevlösningar och svarat på enkätfrågor hade det inte varit möjligt för oss att lära oss mer om proven och förhoppningsvis ytterligare förbättra proven till nästa provomgång. Ett stort tack till alla er som bidragit med resultat.

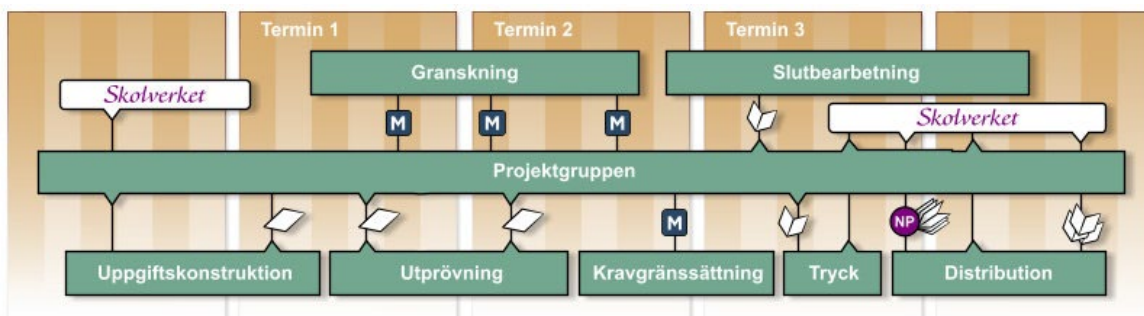
## Frisläppta prov

Slutligen blev det i juni 2023 möjligt att frisläppa prov som är konstruerade efter revideringen av ämnesplanen hösten 2021. I och med att Komvux får använda de nationella proven under ett år har det inte funnits något prov som inte återanvänds och har därmed inte kunnat publiceras förrän nu. Proven återfinns via webbplatsen <https://www.umu.se/npma/tidigare-givna-prov/>.

## Konstruktionsprocessen för proven

De nationella proven i matematik 2, 3 och 4 utvecklas av en arbetsgrupp vid Umeå universitet, Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap (TUV), på uppdrag av Skolverket. Arbetsgruppen vid TUV har ett nära samarbete med aktiva lärare på gymnasieskolor, i vuxenutbildningen samt vid olika högskolor över hela landet. Dessa aktiva lärare deltar genom att via uppdrag konstruera uppgifter, utpröva uppgifter och bedömningsanvisningar samt granska prov och sätta gränser för de olika probetygen.

Kvalitetssäkring av proven sker främst genom en systematisk process för hur proven tas fram, med kontrollpunkter och ett flertal granskningar. En illustration av hur denna process ser ut finns i figur 1. Detta är en förenklad bild av provprocessen eftersom det i normalfallet utvecklas flera prov samtidigt. Det innebär att flera parallella provkonstruktionsprocesser går omlott med varandra tidsmässigt. I figur 1 betyder rutorna med "M" på att det hålls externa granskningar med erfarna lärare alternativt kravgränssättning med erfarna lärare. Arbetet med utvecklingen av ett prov löper enligt planen över en tvåårsperiod.



Figur 1. Illustration av provkonstruktionsprocessen.



## UMEÅ UNIVERSITET

De uppgifter som ingår i de nationella kursproven konstrueras till viss del av de provansvariga på institutionen men merparten av förslagen till uppgifterna kommer från lärare från hela landet. För matematikens del har vi litet olika uppdrag gällande uppgiftskonstruktion. Det finns en fast verksamhet med så kallade nodgrupper, det vill säga grupper av lärare som får till uppdrag att under ett läsår konstruera, utpröva och revidera uppgifter. Enskilda lärare har också möjlighet att bidra med uppgifter. Om man är intresserad av att bidra med uppgifter till de nationella proven är det möjligt att anmäla sitt intresse via arbetsgruppens webbsida: [www.umu.se/npma](http://www.umu.se/npma).

Alla uppgifter prövas ut vid ett flertal tillfällen. De olika utprövningarna har olika syften och den första handlar mest om att kontrollera att eleverna uppfattar frågeställningen korrekt men även att lärarna anser att uppgiften ingår i den aktuella kursen.

Utprövningarna ger också värdefull information om uppgifternas svårighetsgrad och vilka typer av lösningar som är vanligt förekommande. Efter varje utprövningsomgång revideras uppgifterna och bedömningsanvisningarna och så småningom väljs även elevsvaren ut. Varje termin granskas uppgifterna i så kallade referensgruppsmöten. Till dessa möten bjuds ett antal lärare in under en till tre dagar för att i detalj gå igenom prov, bedömningsanvisningar och bedömda elevsvar.

En av kravspecifikationerna för de nationella proven är att de inte ska missgynna eller gynna någon grupp av elever. Provuppgifterna prövas ut på olika elevgrupper och bearbetas utifrån den information som erhålls via utprövningarna.

Det sista moment som genomförs vid kvalitetssäkringen av proven är att gränser för de fem provbetygen fastställs. För att gränserna ska kunna sättas arrangeras kravgränssättningsmöten i två olika lärargrupper med cirka 10 personer i varje grupp. Lärarna får vid detta möte i uppgift att värdera provuppgifternas svårighetsgrad i förhållande till kravnivåerna i betygskriterierna. De lärare som engageras i kravgränssättningen ska ha god kännedom om ämnesplanerna, ha erfarenhet från undervisning i kursen men de får inte ha elever som ska skriva det nationella provet i kursen det aktuella läsåret. De slutgiltiga gränserna fastställs av projektgruppen vid TUV.

Därefter skickas materialet till tryck och levereras till skolorna några veckor innan provdagen.

### Provans sammansättning

För att skapa möjlighet att jämföra olika omgångar av prov inom samma kurs och för att kontrollera att proven sammansättningsmässigt inte varierar över tid är det viktigt att provens underliggande struktur regleras. Denna struktur upprätthålls i varje kurs med en specifikation som vi valt att kalla för Provmodell. Provmodellen specificerar:

1. *Delprov*, dvs. vilka delprov (B, C och D) som ingår i varje nationellt prov.
2. *Delprovsformat*, dvs. frågeformat, tillåtna hjälpmedel, tidsramar, antal uppgifter och vilka förmågor som i huvudsak prövas i respektive delprov.
3. *Förmågor och betygsnivå*, dvs. fördelning av förmågegrupper och provpoäng på de tre betygsnivåerna.
4. *Centralt innehåll*, dvs. fördelning av huvudgrupper av centralt innehåll.

Varje kurs har en egen provmodell men det finns ändå många likheter, när det gäller kategorierna Delprov, Delprovsformat, Förmågor och betygsnivå samt Centralt innehåll. Varje provansvarig har diskuterat och förankrat sin provmodell internt i arbetsgruppen för nationella prov efter att referensgrupper diskuterat fram format och lämpliga fördelningar av förmågor, betygsnivåer och centralt innehåll för kursen ifråga.



# UMEÅ UNIVERSITET

De främsta utgångspunkterna för diskussionerna har varit ämnesplanen i matematik med dess kommentarmaterial. Ämnesplanens syfte bidrar till en förståelse för förmågorna, det centrala innehållet för respektive kurs ger ett stöd för vad uppgifterna kan innehålla och betygskriteriet för respektive betygssteg speglas i gränserna för de olika provbetygen. Några andra aspekter att ta hänsyn till har exempelvis varit tillgänglig provtid, att en rast rekommenderas mellan delproven, provens omfattning och svårighetsgrad ur olika elevperspektiv samt att bedömningen inte ska vara alltför betungande för lärarna, eftersom det kan äventyra bedömningens tillförlitlighet.

## Provmodeller: Delprov och delprovsformat

De nationella proven i Ma 2abc, 3bc och 4 består av tre olika skriftliga provdelar: delprov B, delprov C och delprov D. De tre skriftliga provdelarna genomförs under samma dag med en rekommenderad (lunch)rast mellan delprov BC och delprov D.

Tabell 1 nedan sammanfattar underkategorierna delprov och delprovsformat för alla prov. Här framgår både vilka delprov som ingår i varje prov samt de olika delprovens karaktär i form av frågeformat, om digitala hjälpmedel är tillåtna eller inte, vilka förmågor som prövas i huvudsak (här används beteckningarna B, P, PL, M, R och K för begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs- respektive kommunikationsförmåga), hur många uppgifter som i allmänhet ingår i varje delprov samt provtid för varje delprov.

Tabell 1. Specificering av delprov och delprovsformat, Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4.

Delprovsformat	Delprov B	Delprov C	Delprov D
<b>Ma 2abc</b>			
Antal uppgifter	10-11	5-7	8-9
Provtid		2 h	2h
<b>Ma 3bc</b>			
Antal uppgifter	10-11	5-7	8-9
Provtid		2 h	2h
<b>Ma 4</b>			
Antal uppgifter	11-12	7-8	8-9
Provtid		2,5 h	2 h
<b>Frågeformat</b>	Kortsvar Flerval Matchning	Långsvar	Långsvar
<b>Digitala verktyg</b>	Nej	Nej	Ja
<b>Förmågor</b>	B, P, PL, R	B, P, PL, M, R, K	B, PL, M, R, K

Delproven har något olika karaktär. Delprov B är en kortsvarsdel där eleverna anger sina svar direkt i provhäftet. Inga digitala verktyg är tillåtna. I delprov C ska eleverna lämna fullständiga lösningar, långsvar, men utan tillgång till digitala verktyg. Även delprov D kräver fullständiga lösningar, men här har eleverna tillgång till digitala verktyg.



## UMEÅ UNIVERSITET

### Provmodeller: Förmågor och betygsnivå samt centralt innehåll

Det är angeläget att så likvärdiga prov som möjligt skapas i respektive kurs över tid. Då får inte proven för en given kurs variera alltför mycket innehållsmässigt mellan terminerna när det gäller tonvikt på förmågor och betygsnivå samt olika centrala innehåll. Därför använder varje provansvarig en specificering även för hur provet ska sättas samman rent innehållsmässigt. Specificeringen, som ges i form av en matris (Förmåge- och betygsmatris), beskriver hur stor andel av provpoängen som ska pröva mot respektive betygsnivå E, C och A och hur stora andelar av provpoängen som prövar inom de fyra förmågegrupperna: Begrepp, Procedur, Problemlösning/Modellering samt Resonemang/Kommunikation.

Förmåge- och betygsmatriserna för Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4 har stora delar gemensamt men det finns aspekter som skiljer dem åt. Ett gemensamt drag hos dagens förmåge- och betygsmatriser för Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4 är att det i fördelningen av provpoäng på olika betygsnivåer är en något lägre andel provpoäng på A-nivå än på E- och C-nivå. Detta ställningstagande kan motiveras av att betyget E för många elever är den viktigaste betygsnivån eftersom den avgör om man är "godkänd på kursen" och behörig att antas till vidare utbildning. Valet att lägga relativt många provpoäng på betygsnivå C handlar om att de ska ge underlag för två betygsnivåer, C och D, och behöver därför relativt många poäng för att bestämmas. Anledningen att lägga något färre antal provpoäng på betygsnivå A handlar om att relativt många A-uppgifter stressar eleverna och kan leda till uppfattningen att provet är för svårt, vilket kan utgöra en grund för mistro mot provets legitimitet. Det är också ett faktum att det är färre elever som dels väljer att besvara och dels klarar av att besvara uppgifter på A-nivå. Här får alltså behovet av relativt många A-poäng för att fastställa reliabla gränser för provbetygen B och A stå tillbaka för andra (bl.a. psykologiska och sociala) faktorer.

För underkategorin Centralt innehåll i provmodellerna är ambitionen att låta de olika momenten Samband och förändring, Algebra, Geometri etc. ha ungefär lika stor tonvikt i olika prov inom samma kurs över tid. I proven för Ma 2b och Ma 2c (och Ma 3b och Ma 3c) är en större andel av uppgifterna gemensamma eftersom ämnesplanen till största delen föreskriver samma centrala innehåll. Den resterande andelen utgörs av uppgifter som prövar mot centrala innehåll som är specifika för 2b- respektive 2c-kursen (eller 3b- och 3c-kursen). De provansvariga måste således även kontrollera att andelen provpoäng som kopplar till det centrala innehåll som skiljer mellan b- och c-spåren i kurs 2 och 3 inte varierar i alltför hög grad mellan olika provomgångar.

### Täckning av ämnesplanerna

Ämnesplanerna har en flerdimensionell struktur med långsiktiga mål (förmågor), centralt innehåll och betygskriterier. Provkonstruktionsprincipen som arbetsgruppen för nationella prov vid TUV arbetar utifrån är att de nationella proven i matematik så långt som möjligt ska täcka ämnesplanen i sin helhet. Det är dock inte möjligt att i ett enskilt prov göra detta eftersom ämnesplanen är alltför omfattande och provtiden vida skulle överstiga den i nuläget avsatta tiden. Det är dock angeläget att täckning av ämnesplanen sker över tid och för detta har varje provansvarig ett ansvar att gå igenom och kontrollera vad som prövats och inte.

### Matematiska förmågor

I ämnesplanen beskrivs sex matematiska förmågor, begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs- och kommunikationsförmåga. De sex



## UMEÅ UNIVERSITET

förmågorna prövas på de i betygskriterierna specificerade betygsnivåerna med undantag av skriftlig kommunikationsförmåga som inte prövas på E-nivån.

Anledningen till att inte pröva skriftlig kommunikativ förmåga på E-nivå i de nationella proven beror på betygskriteriernas formulering: ”Eleven uttrycker sig med matematiska symboler och andra representationer på ett i huvudsak fungerande sätt.”

Här anser vi att om elever uppfyller kraven för betyget E när det gäller de övriga förmågorna så borde det vara ställt utom allt tvivel att de per automatik kan kommunicera sina matematiska tankegångar i enlighet med betygskriteriet ovan.

### Centralt innehåll

Principen för täckning av centralt innehåll i de olika nationella proven är dels att allt centralt innehåll ska prövas över tid, dels att andelen provpoäng som hör till olika huvudgrupper av centralt innehåll, t.ex. samband och förändring, ska hållas någorlunda konstant mellan olika prov inom samma kurs. I Ma 2a finns dock ett undantag från principen att pröva allt centralt innehåll. Det handlar om de centrala innehållen under rubriken ”Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv”. Eftersom det finns 12 olika nationella yrkesprogram med olika karaktärsämnen är det inte möjligt att i ett gemensamt nationellt prov ta med sådant som är tydligt kopplat till något specifikt karaktärsämne eller yrkesliv.

### Insamling

I samband varje termins provomgång görs en inrapportering där resultat för ett urval av elever som har skrivit de nationella proven i kurserna Ma 2–Ma 4 samt svar på en lärarenkät samlas in. I lärarenkäten får lärare möjlighet att svara på frågor om bl.a. provets svårighetsgrad, betygsgränser, provtid och liknande men även lämna kommentarer kopplade till specifika uppgifter. Denna resultatinsamling på poängnivå görs av Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap, institutionen som utvecklar proven, och är ett komplement till den större insamling som statistikmyndigheten SCB gör varje termin. Underlaget till denna rapport bygger på de kommentarer som lärare skickat in till Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap via Insamling 2 (i bedömningsanvisningen) som görs efter att de nationella proven i matematik genomförts.

Vi som arbetar med proven är väldigt tacksamma för att lärare runt om i Sverige, trots att de har extra hög arbetsbelastning i slutet av terminerna, tar sig tid och skickar in den statistik som den här rapporten bygger på. Den informationen är helt avgörande för att vi ska kunna utvärdera proven och i förlängningen även förbättra provens kvalitet.

# UMEÅ UNIVERSITET

## Provresultat med kommentarer, Ma 2abc vårterminen 2023

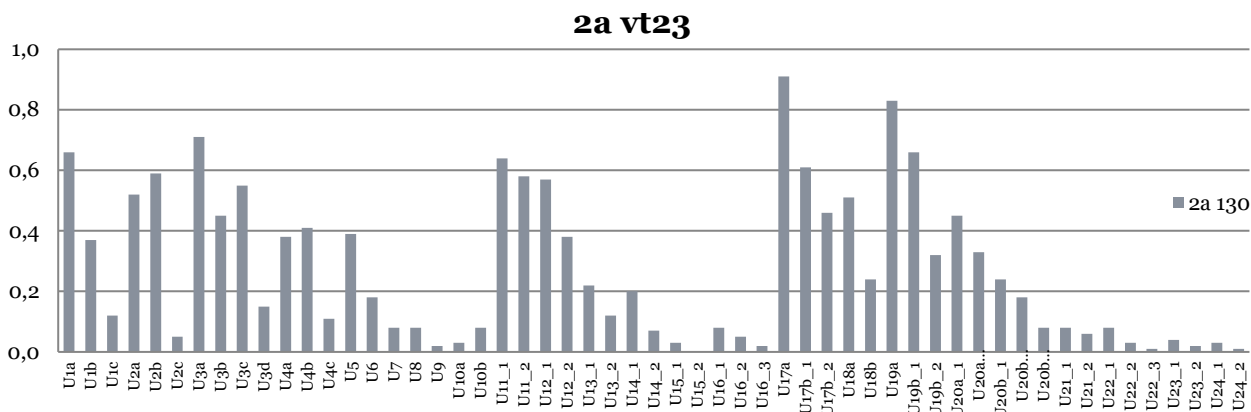
En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen <https://www.umu.se/npma/resultat>.

Vårens inrapportering för Ma 2a har gjorts av 82 lärare och resultatet kommer från 130 elever fördelat på 83 undervisningsgrupper och 73 skolor. Inrapportering för Ma 2b har gjorts av 733 lärare och resultatet kommer från 2938 elever fördelat på 821 undervisningsgrupper och 456 skolor. Inrapporteringen för Ma 2c har gjorts av 379 lärare och resultatet kommer från 1829 elever fördelat på 382 undervisningsgrupper och 239 skolor.

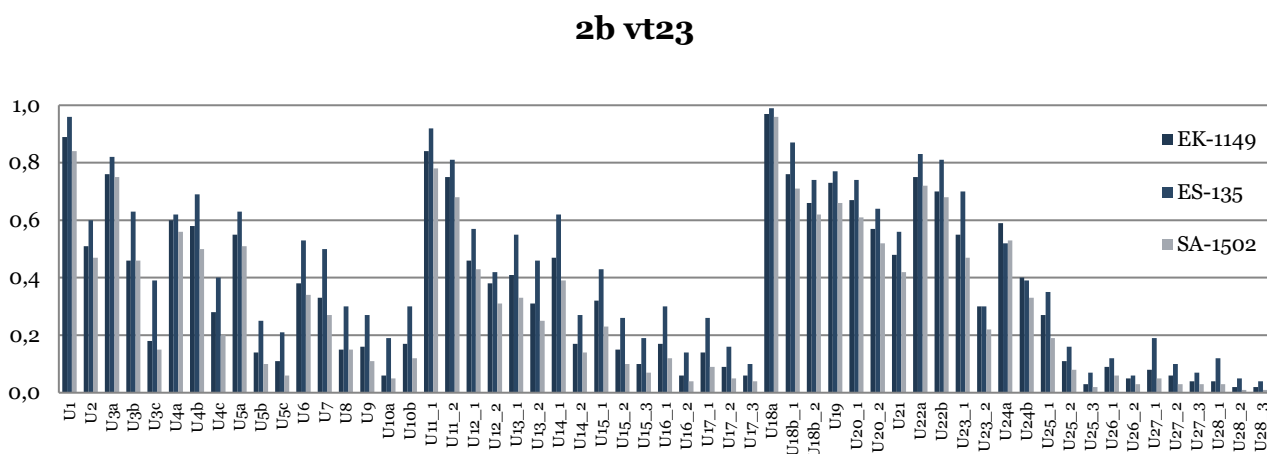
### Resultat på uppgiftsnivå

De nationella proven i Ma 2abc våren 2023 bestod av tre skriftliga delar som totalt innehöll 24 uppgifter för 2a-, 28 uppgifter för 2b- och 28 uppgifter för 2c-provet.

Diagrammen nedan visar lösningsproportioner per poäng för proven i Ma 2a, Ma 2b och Ma 2c. Lösningsproportioner är andelen elever som har klarat en given poäng.



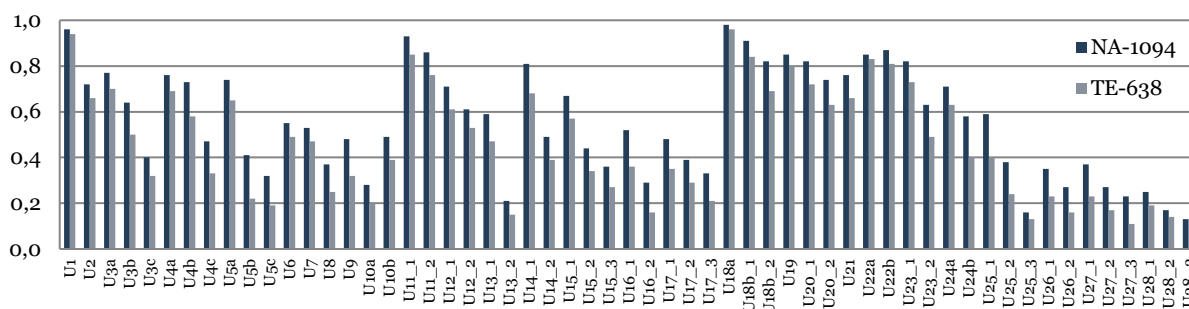
Figur 2. Lösningsproportioner för respektive poäng i Ma 2a-provet.



Figur 3. Lösningsproportioner för respektive poäng i Ma 2b-provet. Uppdelat på Ekonomiprogrammet (EK), Estetiska programmet (ES) samt Samhällsvetenskapsprogrammet (SA).

# UMEÅ UNIVERSITET

## 2c vt23

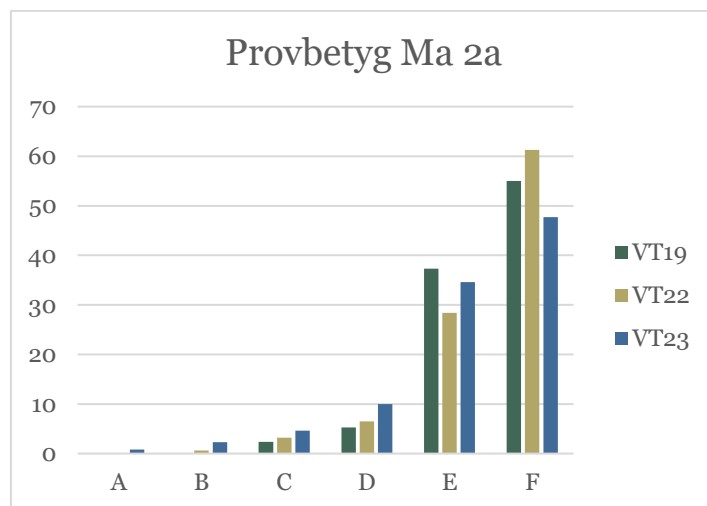


Figur 4. Lösningsproportioner för respektive poäng i Ma 2c-provet. Uppdelat på Naturvetenskapsprogrammet (NA) och Teknikprogrammet (TE).

## Provbetygsfördelning

Lärarna för alla kurser är nöjda med kravgränserna. För E-gränsen anser 79 % av 2c-lärarna att gränsen är lämplig och 20 % att den är för låg. För 2a och 2b är det över 80 % av lärarna som anser att kravgränsen är lämplig. För de övriga kravgränserna är andelen 90 % eller högre av lärarna som tycker att den aktuella kravgränsen är lämplig.

Diagrammen nedan visar probbetygsfördelning för Ma2-kurserna från de nationella proven under vårterminerna 2019–2023 med undantag för VT20 och VT21 då de ordinarie proven var inställda på grund av pandemi.

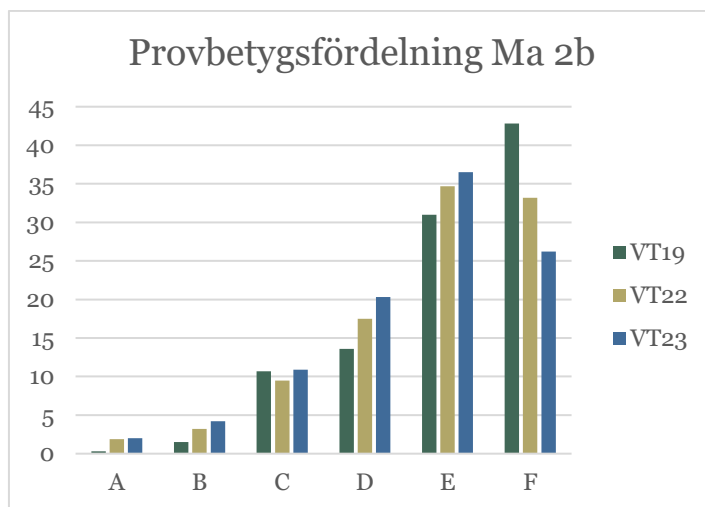


Figur 5. Provbetygsfördelning för Ma 2a-proven VT19-VT23. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

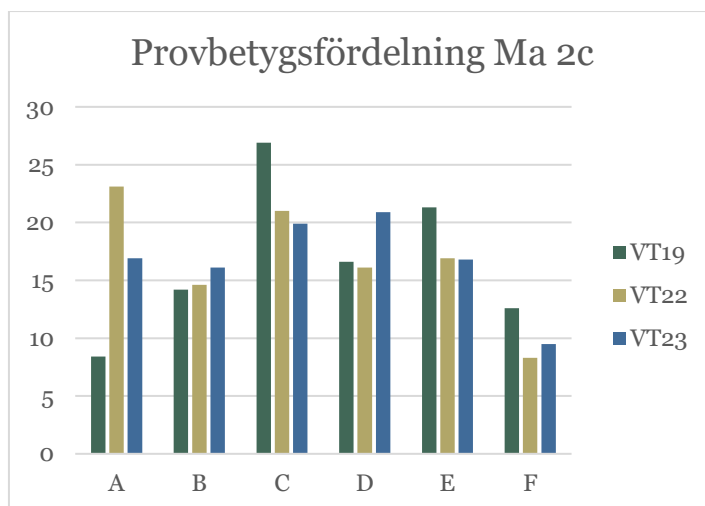
För eleverna som läser 2a-kursen innebar ämnesplanerevideringen egentligen inte så stora förändringar i just kurs 2. Däremot är förändringarna i kurs 1a sådana som borde ge eleverna bättre förutsättningar att klara kurs 2. Det nationella provet i kurs 2a har fram till i år inte varit obligatorisk för någon elev förutom de som läser på Komvux vilket innebär att elevgruppen kan variera en del från år till år.



## UMEÅ UNIVERSITET



Figur 6. Provbetygsfördelning för Ma 2b-proven VT19-VT23. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.



Figur 7. Provbetygsfördelning för Ma 2c-proven VT19-VT23. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

I och med den revidering som gjordes av ämnesplanen 2021 hade de elever som skrev 2b-provet 2022 egentligen inte fått förutsättningar att genomföra kurs 2 utifrån ämnesplanen. Resultaten för våren 2023 visar att eleverna som genomfört 2b-provet har klarat det bättre, förhoppningsvis utifrån att de nu läst även kurs 1 utifrån den nu gällande ämnesplanen. För provet i Ma 2c har andelen elever som fått A i provbetyg minskat från ifjol men är fortfarande litet högre än tidigare år. I och med att provet i Ma 2c inte är obligatorisk för någon elev, förutom de som läser på Komvux, kan variationen i resultaten över åren även bero på vilka skolor som genomför proven och vilka som i slutändan rapporterar resultat till TUV.

### Allmänt om proven

Från och med provet HT18 förväntas alla elever ha tillgång till minst grafitande verktyg vid provtillfället. Vårterminen 2023 har 52 % av 2a-eleverna använt dator medan andelen är 71 % och 65 % för 2b- respektive 2c-eleverna. Av de elever som våren 2023 använt dator har drygt 90 % använt GeoGebra. På 2a-spåret har 10 % använt Desmos. Av de elever som inte har använt dator har 83–93 % använt åtminstone grafitande verktyg. Det är en stor förändring som har skett, särskilt för Ma 2a och Ma 2b där under 40 % av eleverna hade tillgång till grafitande verktyg våren 2019. Den andel som endast har



## UMEÅ UNIVERSITET

använt funktionsräknare är 6 % på 2a, 4 % på 2b och 2 % på 2c. Det vill säga att 94 % eller mer av eleverna använder de digitala verktyg som de förväntas ha.

När det gäller de mer provspecifika kommentarerna som lärarna har lämnat finns det vissa kommentarer som förekommer ett flertal gånger.

De kommentarer som återkommer är:

- Provet är bra/mycket bra. (2abc)
- Bedömningsanvisningen är för hård. (2abc)
- Provet har en lämplig nivå. (2b)
- Det vore bra om provet låg på två dagar. (2b)
- Det är för stort fokus på digitala hjälpmedel. (2bc)
- Det är för många uppgifter som behandlar statistik. (2b)
- Frisläpp fler prov. (2bc)
- Uppgifterna 5b, 15, 18, 25, 28 anses vara problematiska i 2b-provet. I 2c-provet anses 3, 5b, 15, 25, 28 vara problematiska.

De första sju punkterna berör proven som helhet och den sista handlar om uppgiftsspecifika kommentarer som behandlas var och en för sig.

### Kommentarer om proven som helhet

Att förlägga proven på två provdagar har varit uppe till diskussion men det är inte aktuellt att göra en sådan förändring. Dels utifrån att det inte finns tillräckligt många dagar att förlägga nationella prov på, dels för att erfarenheten av att ha proven på flera provdagar visar att det blir svårigheter att hantera elever som är frånvarande vid ett av tillfällena.

Kommentarer om att bedömningsanvisningen är hård är av två slag, antingen är de av typen utan hänvisning till någon specifik uppgift, eller med hänvisning till uppgift. Många av kommentarerna om hård bedömning är i samband med uppgift 3 och 5b och behandlas därför under dessa rubriker. Det har skett en generell översyn av bedömningsanvisningarna i relation till hur lika bedömningen sker. Till de uppgifter där utprovningarna visar att bedömningen görs olika tillförs dels kommentarer, dels bedömda elevsvar som stöd för bedömningen. Bedömningsanvisningarna diskuteras och granskas av de lärare som deltar i olika granskningsmöten, utprovningar och kravgränssättningsmöten.

Flera lärare kommenterar att det är för stort fokus på digitala hjälpmedel och att det är viktigare att kontrollera matematiska kunskaper än datorkunskaper. Denna fråga är också återkommande vid de möten där lärare bjuds in för att granska proven. Ma 2 proven består av en del utan digitala verktyg på 2h och en del med digitala verktyg på 2h. På delen med digitala verktyg förutsätts det att eleven har grafritande verktyg men det är tillåtet att använda även mer kraftfulla verktyg så som symbolhanterande verktyg och program med dynamisk geometri. Dessa verktyg skapar möjligheter att lösa uppgifter på andra sätt än vad som kanske avses med uppgiften men som samtidigt är svårt att undvika i och med att verktygen tillåts. Det är tydligt i ämnesplanen att eleverna förväntas arbeta med digitala verktyg där vissa beräkningar så som de inom statistik enbart ska behandlas med digitala verktyg.

Några lärare kommenterar att det är mycket statistik i provet. I detta prov är det fem uppgifter (7p) som behandlar statistik. I vt22 var det fyra uppgifter (6p) och i ht22 var det tre uppgifter (6p). Skillnaden är att det är en poäng mer i vt23, vilket inte kan anses vara



# UMEÅ UNIVERSITET

någon stor skillnad. När det gäller nivåpoäng (E/C/A) så är fördelningen i detta prov (3/4/0), i vt22 (2/3/1) och i ht22 (2/2/2). Möjligen är det så att det upplevs som mer statistik när det inte fanns några A-poäng på statistik.

## Uppgiftspecifika kommentarer

I följande stycken kan i vissa fall ingå en redovisning av olika gränsproportioner. Gränsproportioner visar andelen elever som har klarat uppgiften och som precis når ett visst provbetyg, provbetyget E för uppgifter på E-nivå, provbetyget C för uppgifter på C-nivå samt provbetyget A för uppgifter på A-nivå.

### Uppgift 3 i 2bc (uppgift 1 i 2a)

Denna uppgift i tre deluppgifter handlade om egenskaper hos andragsgradsfunktionen. Till de två första deluppgifterna fanns det kommentarer om hur svaren skulle bedömas. Några lärare har kommenterat att bedömningen är petig. Det som vi sett vid utprovningarna är att uppgiften bedömts på olika sätt av olika lärare. På möten med lärare som granskat provet har det beslutats att kommentaren skulle läggas in för att öka likvärdigheten i bedömningen.

### Uppgift 5b i 2bc

I denna uppgift behandlas exponentialekvationer. Även här fanns det en kommentar om hur svaren skulle bedömas. Några lärare har kommenterat att bedömningen är sträng. Även i denna uppgift har utprovningarna visat att svaren bedömts på olika sätt av olika lärare. Kommentaren har lagts in för att öka likvärdigheten på bedömningen.

### Uppgift 15 i 2bc

Denna uppgift var en problemlösningsuppgift på C-nivå vilken behandlade geometriska satser. Några lärare har kommenterat att de tyckte att bedömningsanvisningen var hård och några har kommenterat att andra poängen är en gömd kommunikationspoäng. Det visar sig att första poängen hade en gränsproportion för C-eleven på 0,58 på b-spåret och 0,41 på c-spåret. Andra och tredje poängen hade en gränsproportion på 0,26 respektive 0,17 för C-eleven på b-spåret och 0,13 respektive 0,07 på c-spåret, vilket indikerar att andra och tredje poängen var svår. I samband med slutgranskningarna av provet förändrades kravet för den första poängen då det för denna poäng inte längre krävdes att eleverna visade ett specifikt samband utan kunde förutsätta att det gällde. Det som möjligen kan ha påverkat svårighetsgraden var de beräkningar eleverna behövde göra för att komma fram till svaret. Samtidigt är det beräkningar som elever redan i början av högstadiet förväntas kunna göra.

### Uppgift 18 i 2bc (uppgift 17 i 2a)

Uppgiften är en modelleringsuppgift på E-nivå och den första uppgiften på delprov D med digitala verktyg. Några lärare har kommenterat att uppgiften är för lätt med digitalt verktyg och borde ha legat på del utan digitala verktyg. Dessutom anser någon lärare att det är svårt att bedöma uppgiften när det redovisas torftigt på grund av att eleverna gör allt i sitt digitala verktyg. Av statistiken så kan man utläsa att första poängen är mycket lätt. Gränsproportionen är 1,0 på a- och b-spåret, och 0,99 på c-spåret för E-eleven. Även andra och tredje poängen är lätta. Ambitionen är att den första uppgiften i varje delprov ska vara relativt lätt och detta är en sådan uppgift.

### Uppgift 25 i 2bc (uppgift 22 i 2a)

Uppgiften är en modelleringsuppgift på C- och A-nivå med en exponentiell modell och en linjär modell. Några lärare har kommenterat att uppgiften är svår. Statistiken visar också



## UMEÅ UNIVERSITET

att uppgiften är svår för eleverna. Enligt statistiken för b-spåret går första poängen som en C-poäng medan andra och tredje poängen går som A-poäng. Uppgiften har gått betydligt sämre än vad utprövningarna har indikerat. Vid utprövningarna såg det ut som om första och andra poängen skulle fungera som C-poäng och den tredje som A-poäng.

Uppgift 28 i 2bc (uppgift 24 i 2a)

Denna uppgift var en modelleringsuppgift på A-nivå som behandlade ekvationssystem. Några lärare har kommenterat att uppgiften är för svår. Andra har kommenterat att uppgiften var svår att tolka. Gränsproportionerna för A-eleven för de tre poängen var för b-spåret: 0,38; 0,25 och 0,21 respektive för c-spåret: 0,51; 0,38 och 0,27. För att vara den sista uppgiften på provet fungerar den ungefär som förväntat.

### Exempel på uppgifter där resultatet avviker från det förväntade

Uppgift 8 i 2bc (uppgift 7 i 2a)

I uppgiften, som prövar begreppsförmågan på C-nivå, ska det avgöras vilket eller vilka av svarsalternativen som visar en andragradsfunktion med en minimipunkt. Statistiken visar att uppgiften är en svår C-uppgift. Uppgiften har gått sämre än vad utprövningarna har indikerat.

Uppgift 24 i 2bc

Uppgiften handlar om korrelationskoefficient och är en resonemangsuppgift på C-nivå. Statistiken visar att uppgiften på b-spåret har högre gränsproportioner än på c-spåret. På b-spåret är första poängen mycket lätt eftersom den har en gränsproportion på 0,41 för E-eleven och 0,84 för C-eleven. På c-spåret är motsvarande värden 0,38 för E-eleven vilket är i nivå med b-spåret och 0,54 för C-eleven, vilket är betydligt lägre än b-spåret. Från och med ämnesplanens justering 2021 är det ingen skillnad mellan b- och c-spårets skrivning om korrelationskoefficient. Det var därför inte väntat att det skulle vara skillnad i gränsproportionerna mellan b- och c-spåret.



# UMEÅ UNIVERSITET

## Provresultat med kommentarer, Ma 3bc vårterminen 2023

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen <https://www.umu.se/npma/resultat>.

Vårens inrapportering för Ma 3b har gjorts av 376 lärare och resultatet kommer från 1356 elever fördelat på 389 undervisningsgrupper och 279 skolor. Inrapporteringen för Ma 3c har gjorts av 356 lärare och resultatet kommer från 1270 elever fördelat på 358 undervisningsgrupper och 255 skolor.

### Provmodell

Proven för Ma 3b och Ma 3c består av två skriftliga delprov, delprov BC där endast linjal och formelblad tillåts och delprov D där även digitala verktyg tillåts. Respektive prov innehåller totalt 27 uppgifter, fördelade enligt:

Delprov B, 10 uppgifter, kortsvarsformat.

Delprov C, 6 uppgifter, lösning redovisas på separat papper.

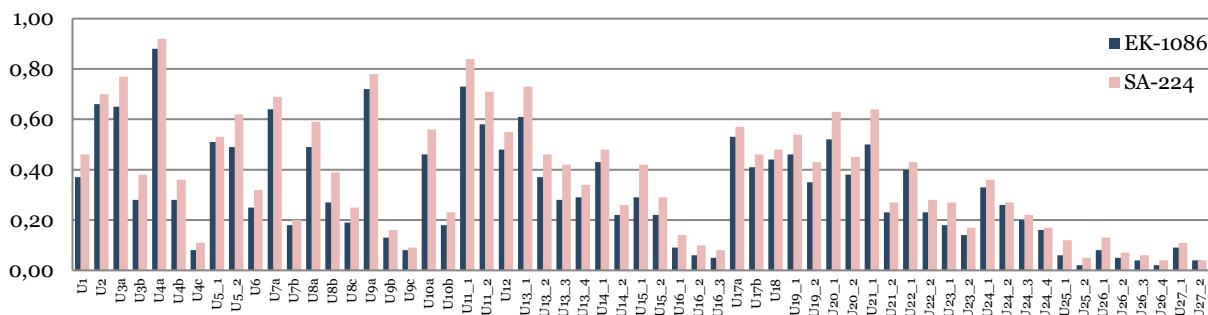
Delprov D, 11 uppgifter, lösning redovisas på separat papper, digitalt verktyg tillåts.

Skrivtiden för delprov BC är 120 minuter och därefter rekommenderas en längre rast innan delprov D genomförs med en skrivtid på 120 minuter.

### Provresultat

Diagrammet visar lösningsproportioner per uppgift för Ma 3b vt23. Lösningsproportioner anger hur stor andel av eleverna på ekonomiprogrammet respektive samhällsvetenskapsprogrammet som klarar att lösa en viss uppgift. I diagrammet är lösningsproportionerna för 3b beräknade utifrån poängresultaten från 1086 elever från ekonomiprogrammet och 224 elever från samhällsprogrammet. Genom hela provet har samhällseleverna en högre lösningsproportion än ekonomieleverna och har därmed som grupp ett bättre provresultat.

#### 3b vt23

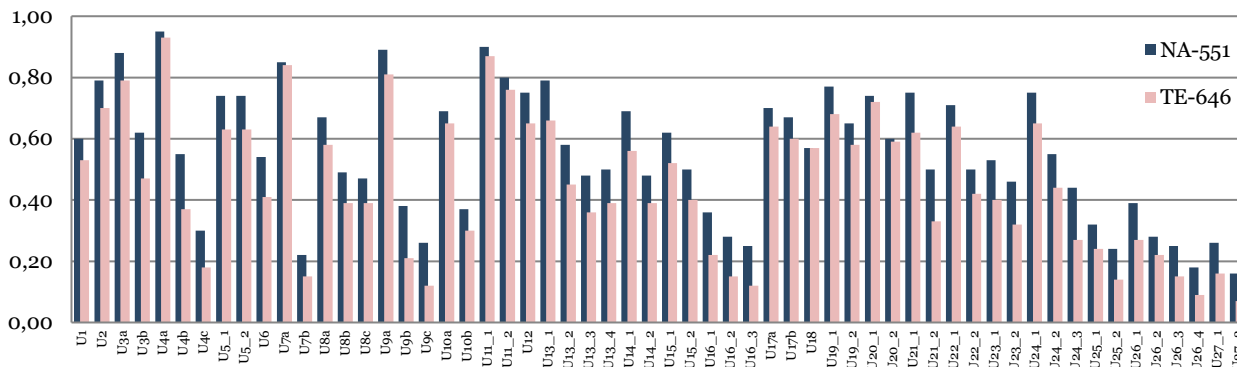


Figur 8. Lösningsproportioner per poäng i respektive uppgift. Uppdelat på Ekonomiprogrammet (EK) och Samhällsvetenskapsprogrammet (SA).

På samma sätt visar nedanstående diagram lösningsproportioner per uppgift för Ma 3c vt23. För 3c är lösningsproportionerna beräknade utifrån poängresultat från 551 elever från naturvetenskapsprogrammet och 646 elever från teknikprogrammet. Naturvetareleverna har genomgående en högre lösningsproportion genom hela provet och har därmed som grupp ett bättre provresultat. Det är endast uppgift 18 som visar på likartad gränsproportion. En uppgift som kräver ett grafitande verktyg och ger en resonemangsöppning på E-nivå.

# UMEÅ UNIVERSITET

## 3c vt23



Figur 9. Lösningsproportioner per poäng i respektive uppgift. Uppdelat på Naturvetenskapsprogrammet (NA) och Teknikprogrammet (TE).

### Lärarenkäten då det gäller provets utformning och innehåll

Enkätsvaren visar att i allmänhet är de flesta lärare nöjda med provet i matematik 3bc. Över 90 % av lärarna från 3c anser att svårighetsgraden är lagom för de båda delproven. I 3b anser 90 % av lärarna att svårighetsgraden för det inledande delprov BC är lagom och ca 80 % av lärarna anser att svårighetsgraden i delprov D är lagom.

När det gäller provtiden, har ca 95 % av lärarna från de båda kurserna angett ”instämmer helt” eller ”instämmer delvis”, att provtiden var tillräcklig för delprov BC. För delprov D är motsvarande siffra 90 %. Sammanfattningsvis verkar lärarna vara nöjda med både svårighetsgrad och provtid för de båda delproven.

För frågan gällande elevernas ork att visa sina kunskaper genom provet varierar lärarnas uppfattning något mellan de båda kurserna. Hälften av lärare från 3c ”instämmer helt” i att eleverna orkar visa sina kunskaper medan motsvarande siffra är något lägre för 3b.

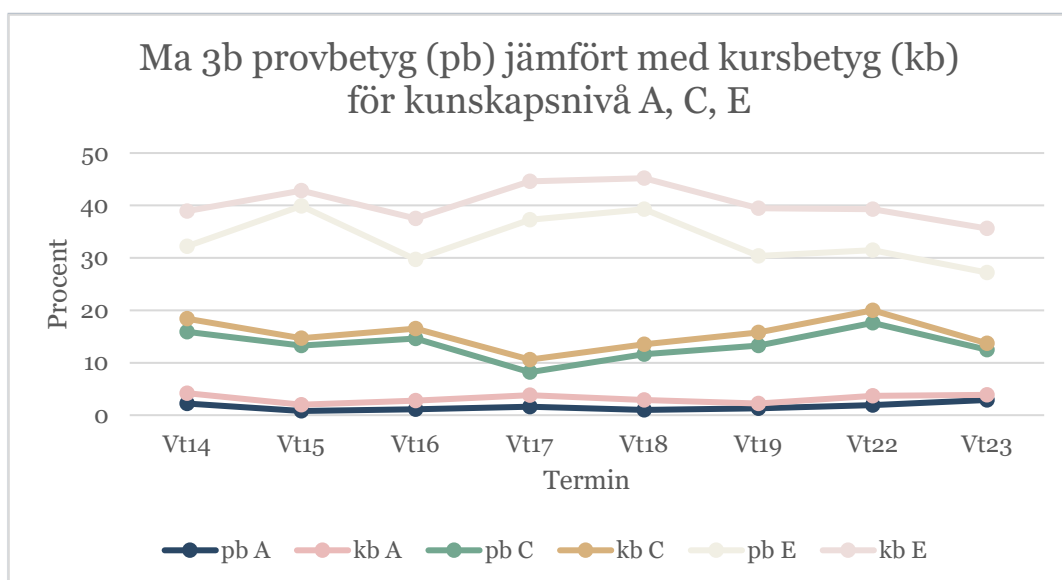
Beträffande gränser för provbetygen A, B, C och D har över 90 % av lärarna i de båda kurserna angett att de är nöjda och ca 85 % av lärarna att de är nöjda med gränsen för provbetyg E. I det närmaste har även samtliga lärare angett att provet ”i hög grad” och ”i ganska hög grad” prövar det som behandlats i undervisningen. Över 90 % av lärarna ”instämmer helt” eller ”instämmer till stor del” att provet är ett stöd vid betygsättningen. På det stora hela verkar lärarna anse att provet speglar den egna undervisningen och att provets svårighetsgrad och givna kravgränser är rimliga, vilket gör att de känner nöjda med provet som helhet.

### Kursbetyg jämfört med provbetyg över tid

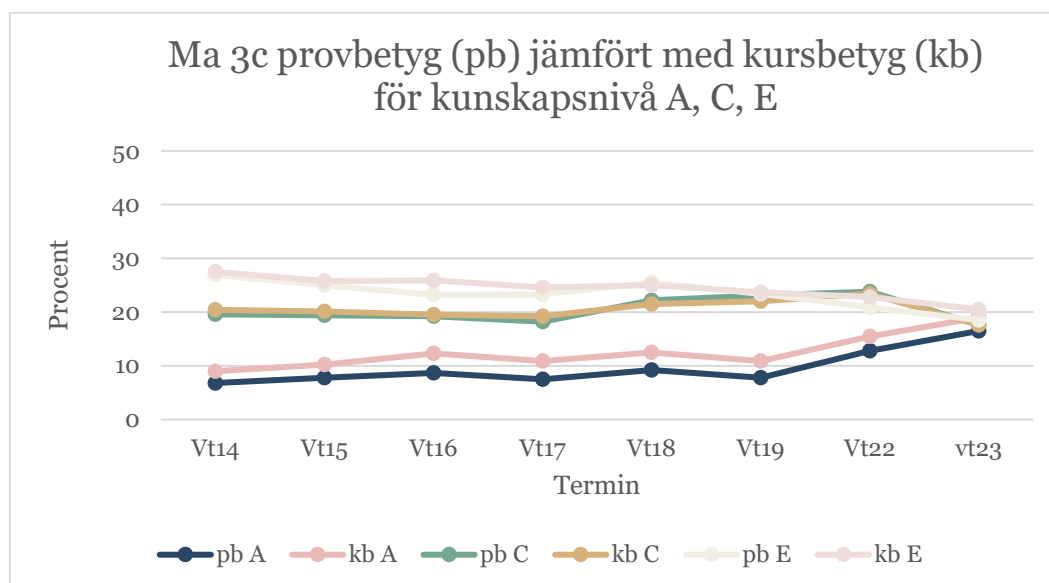
Diagrammen visar hur provbetyg och kursbetyg varierar över tid för Ma 3b respektive Ma 3c. Diagrammen bygger på den data som rapporteras in till TUV. Insamlingen görs genom att lärare skickar in provresultat från elever födda ett visst datum. I denna inrapportering ingår både elever som genomför proven obligatoriskt men även de som använder proven frivilligt vilket gör att statistiken kan skilja sig från den statistik som Skolverket rapporterar. Även om det finns ett visst mått av osäkerhet i statistiken ger den en fingervisning om att andelen A ökar något och andelen E minskar.

## UMEÅ UNIVERSITET

Ett annat mönster är att lärarna genomgående sätter ett högre kursbetyg än provbetyg trots att de flesta lärare har angett att de är nöjda med provets svårighetsgrad och kravgränser. För vt23 finns den största skillnaden i Ma 3b och för betyget E, där 27,2% av eleverna skrev provbetyg E men 35,6 % fick kursbetyg E vilket är en höjning med 8,4 procentenheter. Det syns inte heller någon förändring av relationen mellan prov- och kursbetyg trots beslutet att resultatet från de nationella proven särskilt ska beaktas.



Figur 10. Provbetyg i relation till kursbetyg för Ma 3b. Vt 14-Vt 23.



Figur 11. Provbetyg i relation till kursbetyg för Ma 3c. Vt 14-Vt 23.

### Fria kommentarer i lärarenkäten

Årets kommentarer genomsyrades av digitala verktyg och i flera av kommentarerna finns tydliga åsikter om att användandet av digitala verktyg motverkar förståelsen av matematik, är orättvisa på prov och att de orsakar stress i samband med teknikstrul



## UMEÅ UNIVERSITET

under provtillfället. Många kommentarer handlade också om att eleverna behöver ett demoprov som är representativt för dagens ämnesplan.

### Fria kommentarer om digitala verktyg.

Nedan följer ett antal fria lärarkommentarer om användandet av digitala verktyg:

#### *Orättvisa*

”Då många använder dator vid provtillfället blir uppgifterna alldeles för svåra för de som inte har datorer.” (3b)

”Ogillar uppgifter som enbart kräver att man slår in något på räknaren och sen faller de ändå på att de inte tänker på att avrunda rätt. Vad är det egentligen vi testar? Samma sak i alla prov.” (3b)

”Lite för mycket digitala verktyg i D-delen enligt min mening. Eleverna har ibland olika digitala verktyg och det blir orättvist när vissa har mer moderna och mer användaranpassade. Känns orättvist att provet blir lättare då.” (3c)

#### *Teknikstrul*

”Det är för mycket uppgifter som ska lösas med Geogebra. Det blir stress på grund av att tekniken alltid strular. Vissa uppgifter blir också alldeles för lätta med hjälp av Geogebra.” (3b)

#### *Vidare studier/ förståelse*

”För många uppgifter går det att lösa enbart med digitalt verktyg (Geogebra). Det tycker jag inte är bra. Fokuset kommer att flyttas gradvis från algebra vilket är en nödvändighet för elever som vill plugga på högskolan.” (3b)

”För mycket uppgifter som ska lösas med Geogebra. Uppgifter skulle visa elevernas förmåga att tänka, inte trycka på knappar.” (3b)

”För stort fokus på digitala verktyg som hjälpmedel i relation till hur det uttrycks i styrdokument.” (3c)

#### *Nya prov*

”1: Vi behöver nya offentliga exempelprov för den nya kursplanen. De tidigare utgivna är inte längre representativa. 2: Om provet ska förlita sig så tungt på grafritande räknare som del D gjorde denna gång behöver vi lärare en konkret lista på vilka funktioner i räknaren som elever ska behärska samt en tydligare ställning angående huruvida skolan förväntas köpa in grafritande räknare för alla elever.” (3c)

”Det är väldigt mycket fokus på digitala hjälpmedel detta år. Jag hade önskat exempelprov med det nya kursinnehållet då jag känner att just mina elever inte var tillräckligt redo på att det skulle vara så mycket digitala verktyg.” (3c)

Redan i den reviderade ämnesplanen med giltighet fr.o.m. den 30 juni 2018, ingick ett antal centrala innehåll som omfattade användandet av digitala verktyg. Vid samma tidpunkt beslutade Skolverket även att grafiska/numeriska verktyg ska förutsättas vid genomförandet av de nationella proven i matematik 3. Det har sedan 2007 varit tillåtet att använda grafritande samt symbolhanterande verktyg.

Därefter har ännu en revidering gjorts med giltighet fr.o.m. den 30 juni 2021, med ambitionen att ge lärarna ett ännu tydligare arbetsverktyg. Även i denna plan framgår betydelsen av att använda digitala verktyg för att effektivisera beräkningar och komplettera metoder t.ex. vid ekvationslösning, derivering, integrering och hantering av





## UMEÅ UNIVERSITET

algebraiska uttryck. Vi har därför i vårt konstruktionsuppdrag att de nationella proven ska innehålla uppgifter som prövar elevens förmåga att hantera ett digitalt verktyg.

I tabellen nedan illustreras att andelen poäng där det krävs att ett digitalt verktyg används har ökat med tiden. Den succesiva ökningen har syftat till att ge en möjlighet att anpassa undervisningen till de skrivningar i ämnesplanen som rör användning av digitala verktyg. För vt 23 var 7 av 58 poäng (12 %) knutna till ett grafitande verktyg.

Tabell 2. Antalet poäng i respektive prov sedan vt 19 där det krävs att grafitande verktyg används för att lösa uppgiften.

Prov	Vt19	Ht19	-	Ht20	-	Ht21	Vt22	Ht22	Vt23
Antal p.	1 E, 1 C	1 E, 2 A		1 E, 1 C		1 E, 1 C	1 E, 1 C, 2 A	3 E, 3 C	3 E, 1 C, 3 A
	2 p	3 p		2 p		2 p	4 p	6 p	7 p

Därmed inte sagt att de digitala verktygen inte medför utmaningar på flera plan då det gäller ett nationellt prov. Förutsättningarna är t.ex. olika då en del elever använder grafitande program, andra elever moderna grafitande handenheter och andra elever äldre grafitande handenheter. Även undervisningstid och lärarens egen erfarenhet av att använda digitala verktyg påverkar förutsättningarna för elevens handhavande av digitalt verktyg. De nationella proven har under hela sin konstruktionsfas en ambition att uppgifter som kräver ett digitalt verktyg ska kunna lösas på ett rimligt sätt oavsett typ av verktyg men vi är helt medvetna om att verktygen ger olika förutsättningar.

Den provmodell som används i dagens prov lanserades 2012 och vid den tidpunkten använde majoriteten av eleverna funktionsräknare och det fanns inget krav på grafitande räknare vid genomförandet av nationella prov i Ma 3bc. I och med digitaliseringen av de nationella proven är det möjligt att förändra provmodellen för Ma 3. Det kommer då till exempel vara möjligt att ha en provdel där enbart funktionsräknare är tillåten i och med att verktygen kan levereras digitalt. Det innebär att de mer avancerade digitala verktygen, så som grafitande verktyg, då kan få en mindre och mer anpassad provdel än dagens delprov D.

### Fria kommentarer om kommunikationspoäng

#### Lärarkommentar:

”Att kommunikationsförmågan bedöms på vissa av uppgifter med poäng borde ändras. Det skulle vara bättre att bedöma kommunikationsförmågan i sin helhet på provet. Sen kan vissa uppgifter vara markerade för läraren att här kan det vara möjligt att titta lite extra på kommunikation. Kommunikation kan bedömas på en skala från E till A.” (3b)

I kommentaren föreslås en annan skala för kommunikation jämfört med den skala som redan finns i provet. Det är inte möjligt att summera två olika skalor till ett slutresultat, dvs en poängsumma, vilket gör det svårt att lägga till en sådan skala. Genom åren har det gjorts flera studier av bedömaröverensstämmelse som visar att bedömning av skriftlig kommunikation tillsammans med bedömning av resonemang ger den lägsta överstämelsen, jämfört med övriga förmågor. Studierna visar på goda resultat då det gäller bedömaröverensstämmelse för ämnet matematik men för att öka överensstämmelsen ytterligare har det gjorts försök att pröva andra bedömningsmodeller för just skriftlig kommunikation. De andra modeller som utprovats har dock inte visat sig ge en bättre bedömaröverstämelse än den vi har idag.



# UMEÅ UNIVERSITET

## Fria kommentarer om enskilda uppgifter.

I nedanstående text kan i vissa fall begreppet gränsproportion användas. Gränsproportioner anger hur stor andel av en elevgrupp precis på gränsen till ett provbetyg som klarar en viss poäng. Elevgrupperna motsvarar elever som precis skriver provbetyg E, C respektive A. Några av uppgifterna har fått fler kommentarer än andra och det gäller särskilt uppgifterna 1, 11, 17, 19 och 21.

### Uppgift 1

I några av kommentarerna finns önskemål om att uppgift 1 borde placeras längre ner i provet då uppgiften upplevs lästung med många begrepp och att det är bättre för eleven att som första uppgift möta en rak och kort uppgift. Vid utprovning har vi sett att uppgiften inte är helt lätt för en E-elev men förhoppningen var att uppgiften inte skulle upplevas avskräckande då uppgiften handlade om en vardagsnära situation. Gränsproportionerna visar dock att uppgiften var svårare än förväntat och det är möjligt att det varit bättre för elevens självförtroende och upplevelse om uppgiften placerats längre ned i provet.

Tabell 3. Gränsproportioner för gränserna E, C och A för uppgift 1 i Ma 3b och Ma 3c.

Ma 3b	Poäng	E	C	A	Ma 3c	Poäng	E	C	A
U1	1 E <sub>B</sub>	0,29	0,59	0,82	U1	1 E <sub>B</sub>	0,30	0,62	0,84

### Uppgift 11

Uppgiften handlar om kopplingen mellan funktion, derivata och primitiv funktion. Utifrån kommentarerna uppfattades uppgiften vara svår. Gränsproportionerna från de båda kurserna visar dock att gruppen med E-elever som precis klarar provbetyg E klarar denna uppgift bra.

Tabell 4. Gränsproportioner för gränserna E, C och A för uppgift 11 i Ma 3b och Ma 3c.

Ma 3b	Poäng	E	C	A	Ma 3c	Poäng	E	C	A
U11	1 E <sub>PL</sub>	0,85	1,00	1,00	U11	1 E <sub>PL</sub>	0,91	1,00	1,00
	1 E <sub>PL</sub>	0,54	0,97	1,00		1 E <sub>PL</sub>	0,57	0,94	0,99

### Uppgift 17

#### Lärarkommentar:

”Uppmaningen att använda digitala verktyg på första uppgiften i Del D gav en stor ångest för min grupp elever. Många använde kommatecken istället för punkt i exponenten och eleverna gav upp.” (3b)

”Jag ställer mig tveksam till varför första uppgiften på del D är med. En uppgift som bara visar på hur väl en elev lärt sig vissa kommandon i ett digitalt program och inget om förståelsen för matten.” (3b)

Uppgiften avser att pröva följande centrala innehåll:

”Grafiska och digitala metoder för att derivera funktioner.”

”Grafiska och digitala metoder för att bestämma integraler.”

Tabellen visar gränsproportionerna per poäng för respektive elevgrupp som nått och jämnt presterar provbetygen E, C och A.



## UMEÅ UNIVERSITET

Tabell 5. Gränsproportioner för gränserna E, C och A för uppgift 17a och 17b i Ma 3b och Ma 3c.

Ma 3b	Poäng	E	C	A	Ma 3c	Poäng	E	C	A
U17a	1 E <sub>P</sub>	0,46	0,78	0,93	U17a	1 E <sub>P</sub>	0,45	0,74	0,89
U17b	1 E <sub>P</sub>	0,32	0,66	0,88	U17b	1 E <sub>P</sub>	0,37	0,72	0,91

Gränsproportionerna är relativt lika för de båda elevgrupperna och visar att det även finns A-elever som inte behärskar sitt digitala verktyg. I gruppen A-elever som nått och jämnt skriver provbetyg A klarar 93 % (3b) respektive 89 % (3c) uppgiften. Med hänsyn till dagens centrala innehåll för Ma 3 har denna uppgiftstyp en plats i provet trots att den inte gillas av alla.

Likande uppgifter för deluppgift a) har förekommit i proven för både vt18 och vt22 och gav då följande gränsproportioner.

Tabell 6. Gränsproportioner för gränserna E, C och A för motsvarande uppgifter i Ma 3b och Ma 3c vt 18 och vt22.

3b Vt18	Poäng	E	C	A	3c Vt18	Poäng	E	C	A
U23	1 E <sub>P</sub>	0,09	0,31	0,66	U23	1 E <sub>P</sub>	0,18	0,50	0,82
3b Vt22	Poäng	E	C	A	3c Vt22	Poäng	E	C	A
U19	1 E <sub>P</sub>	0,37	0,59	0,78	U19	1 E <sub>P</sub>	0,34	0,62	0,81

En jämförelse av gränsproportionerna för vt18, vt22 och vt23 visar på en tydlig förändring av elevernas kunskaper att använda digitala verktyg.

### Uppgift 19

Lärarkommentar: "Varför på D-delen? Annars är jag nöjd med provet."(3b)

Några lärare ansåg att uppgift 19 ska höra till delprov BC då den går att lösa utan digitalt verktyg. De digitala verktygen gör att det i dagens prov finns begränsningar för vilka uppgiftstyper och ämnesområden som är möjliga att pröva på delprov D. Vissa uppgifter kan med hjälp av digitala verktyg bli möjliga att lösa på ett önskat sätt och då måste uppgiften flyttas till delprov BC. Detta gör i sin tur att delprov BC riskerar att innehålla för många uppgifter så att tidsbrist uppstår. För att få balans mellan de båda delproven och hantera de digitala verktygen på bästa sätt blir lösningen att uppgifter som inte påverkas av de digitala verktygen och som kanske inte ens går att lösa med digitala verktyg placeras på delprov D som t.ex. uppgift 19 i detta prov.

### Uppgift 21

Lärarkommentar:

"Uppgift 21 är bra om man t.ex. har tillgång TI84 för då måste man själv derivera funktionerna och inse att man inte kan lösa ekvationen som uppkommer algebraiskt och därför måste göra det grafiskt men om man har geogebra handlar det bara om att knappa in i programmet och få ut ett svar vilket inte är matematikkunskaper." (3c)

"Första C-poängen i uppgift 21 känns väldigt lätt att uppnå för C-nivå om man har tillgång till digitala hjälpmedel." (3c)

"U21 elever som skrev lös ekv med Geogebra kom tyvärr inte vidare. Synd när de fattade grejen."(3b)



## UMEÅ UNIVERSITET

I uppgift 21 uppmanas eleverna att lösa en ekvation utifrån två givna funktioner. Uppgiften ger två C-poäng där första poängen motsvarar att en korrekt ekvation tecknas och andra poängen för ett korrekt svar. I slutet av uppgiften uppmanas eleven att svara med två decimaler. Tanken med detta är att påminna eleven om att det är ett uträknat svar som efterfrågas och att de ska använda metoder som ger ett svar med tillräcklig noggrannhet.

Tabellen visar gränsproportionerna per poäng för respektive elevgrupp som nått och jämnt presterar provbetygen E, C och A.

Tabell 7. Gränsproportioner för gränserna E, C och A för uppgift 21 i Ma 3b och Ma 3c.

<b>Ma3b</b>	<b>Poäng</b>	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>Ma3c</b>	<b>Poäng</b>	<b>E</b>	<b>C</b>	<b>A</b>
<i>U21</i>	1 C <sub>P</sub>	<b>0,42</b>	<b>0,88</b>	<b>0,98</b>	<i>U21</i>	1 C <sub>P</sub>	<b>0,39</b>	<b>0,82</b>	<b>0,96</b>
	1 C <sub>P</sub>	<b>0,12</b>	<b>0,44</b>	<b>0,80</b>		1 C <sub>P</sub>	<b>0,12</b>	<b>0,41</b>	<b>0,75</b>

Gränsproportionerna visar att ca 40 % (3bc) av de elever som nått och jämnt skriver provbetyg E klarar av att ta fram derivatorna och ställa upp en ekvation. Motsvarande siffra för elever som nått och jämnt får provbetyget C är över 80 % (3bc). Huruvida eleverna gör vissa steg med hjälp digitalt verktyg eller för hand har inte analyserats. För gruppen elever som nått och jämnt skriver provbetyg C är gränsproportionerna för andra poängen 44 % (3b) och 41 % (3c).

I de fria kommentarerna ifrågasätts huruvida uppgiften verkligen mäter kunskaper på kunskapsnivå C då man anser att digitala verktyg gör uppgiften mycket lätt. Enligt gränsproportionerna är den första poängen lätt då ca 80 % av elevgruppen som precis når provbetyg C tar poängen. Däremot visar gränsproportionerna att den andra poängen är svårare då ca 40 % av elevgruppen som precis når provbetyg C tar poängen, vilket talar för att uppgiften som helhet inte är så lätt.



## UMEÅ UNIVERSITET

### Provresultat med kommentarer, Ma 4 vårterminen 2023

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen <https://www.umu.se/npma/resultat>.

Vårens inrapportering för Ma 4 har gjorts av 338 lärare och resultatet kommer från 1297 elever fördelat på 347 undervisningsgrupper och 233 skolor.

#### Inledning

Ca 90 % av lärarna instämmer helt eller till stor del i att ”provet som helhet är bra”, vilket är ett likvärdigt utfall jämfört med tidigare nationella prov. Av de 338 lärarna som svarade på enkäten valde 90 lärare att kommentera provet eller provuppgifterna.

Kommentarerna berörde främst följande teman som kommer att belysas i rapporten.

- Provets svårighetsgrad (ca 34 % av kommentarerna).
- Tidsbrist (ca 8 % av kommentarerna).
- Kortsvar på delprov D (ca 6 % av kommentarerna).
- De digitala verktygen (ca 9 % av kommentarerna).
- Frisläppta prov (ca 4 % av kommentarerna).

Denna del av rapporten kommer främst fokusera på kommentarer med negativ klang, men värt att nämna är att ca 14 % av lärarkommentarerna var i stil med ”bra prov”.

#### Provets svårighetsgrad

Den lärarkommentar som var vanligast förekommande, 31 av 90 kommentarer, handlade om provets svårighetsgrad där i princip alla upplevde att provet var svårare än vanligt. Totalt var det ca 9 % av lärarna som fyllde i enkäten som kommenterade att provet var allt från en aning svårare till mycket svårare. Några skrev att ”provet som helhet kändes lite svårare” medan andra lyfte att ”det var ett tufft prov för E” och andra att ”nivån på uppgifterna på C- och A-nivå är högre än tidigare år”.

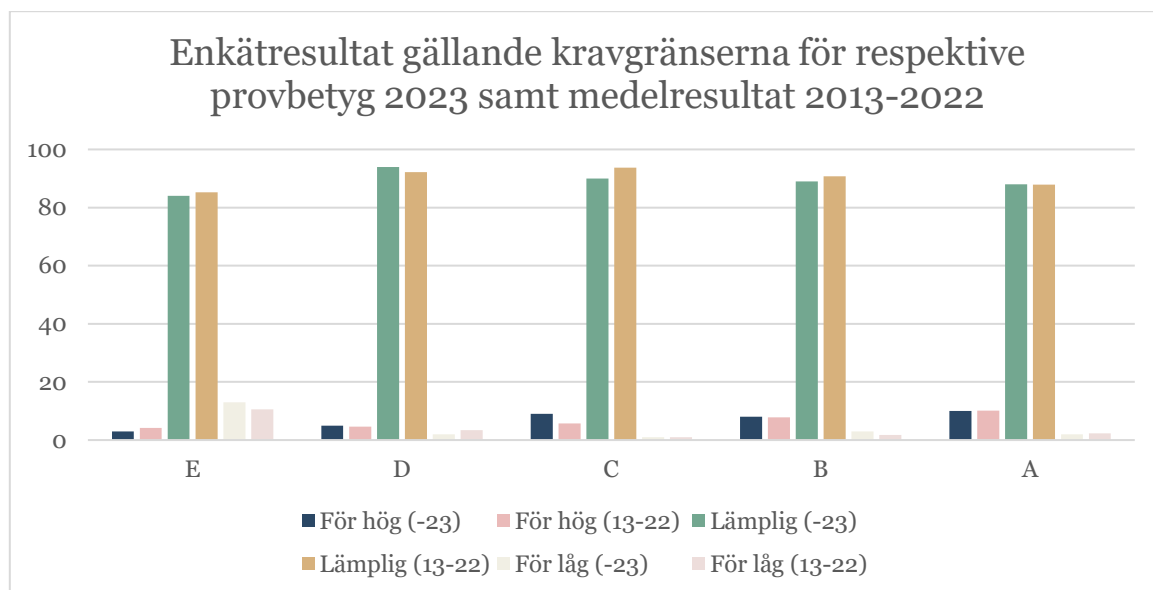
Några fler lärarkommentarer ges nedan.

- *”Jämfört med tidigare NP på Ma4 så anser jag att uppgifter på E-nivå är svårare.”*
- *”Jag tycker att poänggränserna är bra men tycker att nivån på uppgifterna på C- och A-nivå är högre än tidigare år. Om du jämför med t.ex. 2019.”*
- *”Provet som helhet kändes lite svårare än tidigare år, det var lite tuffare för elever på E-nivå att få ihop 13p. Samtidigt tycker jag att nivån är relativt balanserad, men det kanske skulle vara bra med några fler ”typade” uppgifter.”*
- *”Bra prov, men kanske lite för hög gräns för D, C, B (spec. C).”*
- *”Svårighetsgraden något hög. En ”E-fråga” har ju alltid ett visst spann i sin svårighetsgrad, men flera av oss kollegor kände att de flesta E-frågor var i det svårare laget. Likaså C-frågorna. A-frågorna dock bra nivå.”*
- *”Provet kändes svårare än tidigare prov. Särskilt del B-C hade få enkla/standard E-poäng. Det var roliga och intressanta uppgifter men lite väl svåra för de som precis ska nå E. Med tanke på detta anser jag att prougränserna vara något höga samtidigt som E-gränsen på 13 poäng ju kräver litet antal korrekta svar. Fler enklare poäng och högre E-gräns är enligt mig att föredra.”*

## UMEÅ UNIVERSITET

Faktorer som påverkar provets svårighetsgrad är bland annat sammansättningen av uppgifter och deras svårighetsgrad, om tiden räcker till i respektive del och vilka kravgränser som fastställts för respektive betygsnivå. Om uppgifterna i ett prov är svårare än i ett tidigare prov ska kravgränserna avspegla detta. Kravgränserna tas fram, med hjälp av två lärargrupper om 10–12 lärare, innan provet genomförs. Lärargrupperna får göra en helhetsskattning av provbetygsgränserna samt skatta svårighetsgraden för elever som precis ska klara E-, C- respektive A-gränsen. Sammanställningen av lärargruppernas bedömning av uppgifternas och provets svårighetsgrad ligger sedan som grund när kravgränserna för det specifika provet bestäms. Båda kravgränssättningsgrupperna ansåg att provet var något svårare än tidigare år, främst för E-eleverna, vilket gjorde att kravgränsen för E blev lägre än tidigare år. Det man måste vara medveten om är att lärare och elever har bara de frisläppta proven att jämföra med och proven har förändrats en del, särskilt efter justeringen av ämnesplanen 2018.

På frågan om respektive kravgräns var för hög, lagom eller för låg svarade lärarna ungefär som de brukar även om något färre anger att gränserna för E och C var lagom. Där det för E handlar om att en större andel lärare ansåg att gränsen var för låg medan för C var det fler lärare som angav att gränsen var för hög. Figuren nedan visar hur enkätresultaten på frågorna om kravgränsernas lämplighet var våren 2023 i jämförelse med snittet tidigare vårterminer.



Figur 12. Andel av lärarna som ansåg att kravgränsen för E, D, C, B respektive A var antingen "För hög", "Lämplig" eller "För låg" i Ma4 våren 2023 respektive för snittet för tidigare vårprov 2013–2022.

Att fler lärare än snittet anser att kravgränsen för E var för låg trots att flera lärare kommenterade att provet var svårare än vanligt för E-eleven kan eventuellt ha att göra med det en lärare kommenterar.

- "Provet kändes svårare än tidigare prov. [...]. Fler enklare poäng och högre E-gräns är enligt mig att föredra."

Det vill säga att det hade varit att föredra att ha fler enklare E-uppgifter och därmed kunna sätta en högre kravgräns.



## UMEÅ UNIVERSITET

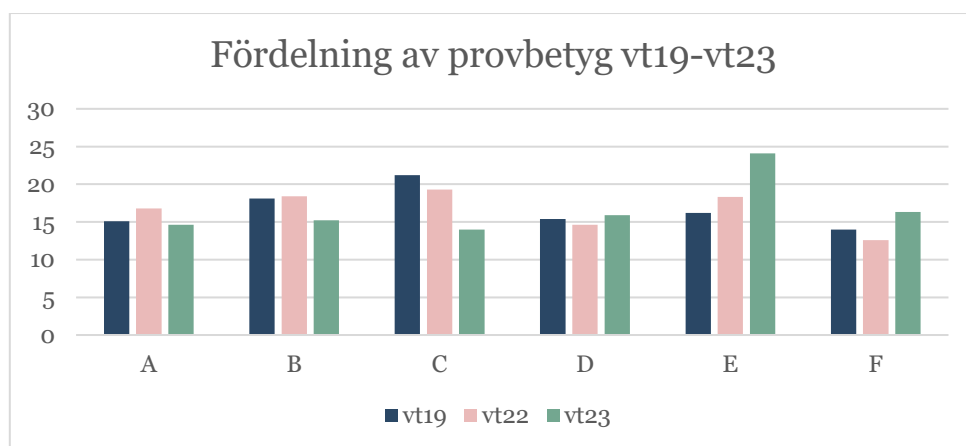
På frågan om svårighetsgraden för delprov BC anser 14 % att delprovet är för svårt, vilket är ca 10 procentenheter högre jämfört med resultatet från enkäten från Vt22, Vt19 och Vt18 men ca 4 procentenheter lägre än från enkätsvaren från Vt13 och Vt14.

På frågan om svårighetsgrad för delprov D anser 21 % att det delprovet var för svårt, vilket är högre än Vt22 (14 %), Vt19 (8 %), Vt18 (18 %) och Vt15 (15 %) men lägre än Vt16 (28 %), Vt14 (22 %) och Vt13 (23 %).

Utifrån statistiken från vårens prov var de två svåraste uppgifterna som hade poäng som var klassificerade som E-nivå uppgift 13 och 15. Uppgift 13, som handlar om en jämförelse av trigonometriska uttryck, är en typ av uppgift som utifrån ämnesplanen borde vara rätt så grundläggande. Problemet är att eleverna blandar ihop kvadreringsregeln, de Moivres formel och trigonometriska ettan. Bland eleverna som precis uppnår provbetyget E med 13 poäng får 21 % ansatspoängen i uppgift 13 och 14 % klarar hela uppgiften, vilket är något lägre än vad det brukar vara för denna typ av E-uppgifter.

Uppgift 15 hade poängsättningen (1/1/1) där eleverna initialt skulle derivera en funktion som innehöll en produkt och trigonometriska funktioner. Även om eleverna förstod att de skulle derivera misslyckades de med deriveringen främst på grund av att produktregeln inte användes. Bland eleverna som precis uppnår provbetyget E med 13 poäng får endast 14 % ansatspoängen som var att de skulle derivera korrekt.

I övriga uppgifter på E-nivå låg lösningsfrekvenserna för eleverna som precis uppnådde provbetyg E mellan 36 % och 82 % och har en mycket snarlik procentuell fördelning jämfört med t.ex. provet Vt19. Den främsta statistiska skillnaden mellan proven från Vt19 och Vt23 är att det fanns flera nåbara C-uppgifter för E-eleven Vt19 än i Vt23. Både för provet Vt19 och provet Vt23 var kravgränsen för C 30 poäng varav 13 poäng på C eller A-nivå. Det är dock utifrån det data som finns inte möjligt att veta vad som egentligen orsakar skillnaderna. Dels är det inte möjligt att kontrollera hur representativt det data som TUV samlar in är då det både innehåller elever som skriver provet frivilligt och de som skriver provet obligatoriskt, dels är Ma 4 en kurs som för många elever är en frivillig kurs som väljs som extra och även här kan det uppstå en variation över åren.



Figur 13. Fördelning av provbetyg för provet i Ma 4, vt 19-vt 23.



## UMEÅ UNIVERSITET

### Tidsbrist

Ytterligare en faktor som kan påverka upplevelsen av provens svårighetsgrad är tiden, eller snarare bristen på tid. Även om ambitionen är att alla elever ska hinna genomföra provet utan nämnvärd tidsnöd finns det alltid elever som ändå inte hinner. Riktlinjen är att minst 95 % av eleverna ska hinna med provet på utsatt tid. Kravgränsgrupperna ansåg att tiden skulle räcka även om det kunde vara litet på gränsen för främst delprov BC.

Några lärare kommenterade:

- *"En del elever hade svårt att hinna hela C-delen då den upplevdes som tidspressad för de som skriver lite långsamt."*
- *"Lite tufft att hinna med för dem som valde att inte göra grafisk lösning på D-delens "alla" uppgifter."*
- *"Provet var lite långt, kanske två uppgifter för mycket."*

När lärarna svarar på frågan om de instämmer att provtiden räcker till delprov BC svarar 89 % att de instämmer helt eller till stor del, vilket är 2–5 procentenheter lägre än resultatet från de senaste proven. Till påståendet att provtiden räcker till delprov D svarar 84 % av lärarna att de instämmer helt eller till stor del, där procentsatsen legat mellan 80 % och 92 % tidigare år. En viss tidsbrist kan därmed eventuellt också ha bidragit till upplevelsen av att provet varit svårare än tidigare år.

### De digitala verktygen

De digitala verktygens inverkan på provet är ett stående inslag i kommentarerna, men var betydligt färre våren 2023 (ca 10 %) jämfört med våren 2022 (ca 30 %). De flesta kommentarer handlar om att lärarna önskar att verktygens roll i de nationella proven ska minska. I förra årets rapport finns en mer utförlig analys av detta ur några olika aspekter.

- *"På del D har det blivit lite lätt att få till höga poäng genom att bara kunna trycka på knappar."*
- *"Bra D-del där digitala verktygen var lämpliga, inte för många gratispoäng bara av att kunna använda Geogebra."*
- *"Minska ner betydelsen av digitala verktyg. Varje uppgift måste testa matematik, inte ett verktyg."*
- *"Ibland lite för mycket användande av digitalt hjälpmedel utan att man behöver förstå vad man egentligen beräknar."*

### Frisläppta prov

I ca 10 % av kommentarerna efterlystes fler frisläppta prov och i synnerhet de prov som baseras på nuvarande ämnesplan.

- *"Det är dags att släppa fler prov. Proven som nu finns är 10 år gamla och sedan dess har kurserna ändrats."*
- *"Svårighetsgraden ligger nu långt ifrån de gamla frisläppta proven. Eleverna som har förberett sig genom att skriva dessa prov blev överraskade av hur svårt provet var. Det är hög tid att släppa nytt material som reflekterar det som förväntas av eleverna, eller att fundera över varför svårighetsnivån är betydligt högre nu än för 8-10 år sedan. Detta gäller inte bara matematik 4, men också matematik 2 och 3."*

Ämnesplanen i matematik har ändrats vid två tillfällen under de senaste åren, vilket gör att tidigare frisläppta prov inte ger en fullständig bild av vad proven innehåller, då t.ex. absolutbelopp som funktion och differentialekvationer strukits från det centrala innehållet och de digitala verktygen har fått mer plats. Även om det inte var till någon





# UMEÅ UNIVERSITET

nytta för de elever som skrev provet vt 23 är proven från våren 2022 frisläppta och kan framöver förhoppningsvis ge en bättre bild av hur proven ser ut numera.