



UMEÅ UNIVERSITET

Resultatrapport för de nationella proven i matematik 2a, 2b, 2c, 3b, 3c och 4

Denna rapport innehåller kommentarer till de nationella prov i matematik som genomfördes våren 2025 och som konstruerats av arbetsgruppen för nationella prov vid Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap, Umeå universitet.



UMEÅ UNIVERSITET

Inledning

I denna rapport återges dels sammanställningar av lärarenkäten och resultaten på helprovsnivå, dels resultat och analyser på uppgiftsnivå för de nationella kursproven i matematik 2a, 2b, 2c, 3b, 3c och 4 som genomfördes vårterminen 2025. Alla data, både elevresultat på uppgiftsnivå och resultat från lärarenkäter, kommer från den insamling som arbetsgruppen för nationella prov vid Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap genomför i samband med varje provomgång. Tack vare denna insamling blir det möjligt att analysera provmaterialet och analysen är en viktig del i kvalitetssäkringsprocessen för de nationella proven. Hade det inte varit för alla lärare som, trots att det kräver en viss arbetsinsats, rapporterat resultat, kopierat elevlösningar och svarat på enkätfrågor hade det inte varit möjligt för oss att lära oss mer om proven och förhoppningsvis ytterligare förbättra proven till nästa provomgång. Ett stort tack till alla er som bidragit med resultat.

Proven vårterminen 2025

Denna provomgång var tänkt att vara den sista vårterminen där de nationella proven i matematik skulle ges som pappersprov. Nu kommer det inte att bli så då de nationella proven i matematik nivå 2abc samt matematik – fortsättning nivå 1bc och nivå 2 även läsåret 25/26 enbart kommer att erbjudas som pappersprov.

Proven vårterminen 2025 följer det utseende som varit de senaste terminerna. Kravet på en ökad andel uppgifter som är lättträttade kvarstår vilket har inneburit att en kortvarsdel D1 inleder delprov D. Det innebär också att proven har så kallad rak poängsättning och att gränserna för provbetygen numera enbart ges i form av en totalpoäng.

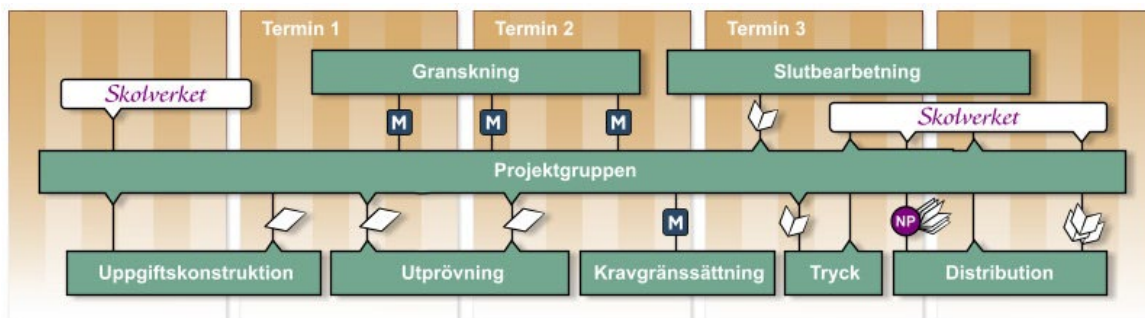
I grunden sätts proven i respektive kurs samman utifrån samma provmodell som tidigare med liknande fördelningar över förmågor och nivåer.

Konstruktionsprocessen för proven

De nationella proven i matematik 2abc, 3bc och 4 utvecklas av en arbetsgrupp vid Umeå universitet, Institutionen för tillämpad utbildningsvetenskap (TUV), på uppdrag av Skolverket. Arbetsgruppen vid TUV har ett nära samarbete med aktiva lärare på gymnasieskolor, i vuxenutbildningen samt vid olika högskolor över hela landet. Dessa aktiva lärare deltar genom att via uppdrag konstruera uppgifter, utpröva uppgifter och bedömningsanvisningar samt granska prov och sätta gränser för de olika provbetygen.

Kvalitetssäkring av proven sker främst genom en systematisk process för hur proven tas fram, med kontrollpunkter och ett flertal granskningar. En illustration av hur denna process ser ut finns i figur 1. Detta är en förenklad bild av provprocessen eftersom det i normalfallet utvecklas flera prov samtidigt. Det innebär att flera parallella provkonstruktionsprocesser går omlott med varandra tidsmässigt. I figur 1 betyder rutorna med "M" på att det hålls externa granskningar med erfarna lärare alternativt kravgränssättning med erfarna lärare. Arbetet med utvecklingen av ett prov löper enligt planen över en tvåårsperiod.

UMEÅ UNIVERSITET



Figur 1. Illustration av provkonstruktionsprocessen.

De uppgifter som ingår i de nationella kursproven konstrueras till viss del av de provansvariga på institutionen men många av förslagen till uppgifter kommer från lärare från hela landet. För matematikens del har vi litet olika uppdrag gällande uppgiftskonstruktion. Det finns en fast verksamhet med så kallade nodgrupper, det vill säga grupper av lärare som får till uppdrag att under ett läsår konstruera, utpröva och revidera uppgifter. Enskilda lärare har också möjlighet att bidra med uppgifter. Om man är intresserad av att bidra med uppgifter till de nationella proven är det möjligt att anmäla sitt intresse via arbetsgruppens webbsida: www.umu.se/npma.

Alla uppgifter provas ut vid ett flertal tillfällen. De olika utprövningarna har olika syften och den första fokuserar på att kontrollera att eleverna uppfattar frågeställningen korrekt men även att lärarna anser att uppgiften ingår i den aktuella kursen. Utprövningarna ger också värdefull information om uppgifternas svårighetsgrad och vilka typer av lösningar som är vanligt förekommande. Efter varje utprövningsomgång revideras uppgifterna och efterföljande utprövningar fokuserar mer på att bedömningsanvisningarna fungerar som det är tänkt. Utprövningarna bidrar även med de autentiska elevlösningar som ingår i bedömningsanvisningen.

Alla uppgifter granskas i arbetsgruppen vid ett flertal tillfällen men de granskas även i så kallade referensgruppsmöten. Till dessa möten bjuds ett antal lärare in under två till tre dagar för att i detalj gå igenom prov, bedömningsanvisningar och bedömda elevsvar. En av kravspecifikationerna för de nationella proven är att de inte ska missgynna eller gynna någon grupp av elever. Provuppgifterna provas ut på olika elevgrupper och bearbetas utifrån den information som erhålls via utprövningarna.

Det sista moment som genomförs vid kvalitetssäkringen av proven är att gränser för de fem provbetygen fastställs. För att gränserna ska kunna sättas arrangeras kravgränssättningsmöten i två olika lärargrupper med cirka 10 personer i varje grupp. Lärarna får vid detta möte i uppgift att värdera provuppgifternas svårighetsgrad i förhållande till kravnivåerna i betygskriterierna. De lärare som engageras i kravgränssättningen ska ha god kännedom om ämnesplanerna, ha erfarenhet från undervisning i kursen men de får inte ha elever som ska skriva det nationella provet i kursen det aktuella läsåret. De slutgiltiga gränserna fastställs av projektgruppen vid TUV.

Därefter skickas materialet till tryck och levereras till skolorna några veckor innan provdagen.



UMEÅ UNIVERSITET

Provens sammansättning

För att skapa möjlighet att jämföra olika omgångar av prov inom samma kurs och för att kontrollera att provens sammansättning inte varierar över tid är det viktigt att provens underliggande struktur regleras. Denna struktur upprätthålls i varje kurs med en specifikation som vi valt att kalla för provmodell. Provmodellen specificerar:

1. *Delprov*, dvs. vilka delprov (B, C, D1 och D2) som ingår i varje nationellt prov.
2. *Delprovsformat*, dvs. frågeformat, tillåtna hjälpmedel, tidsramar, antal uppgifter och vilka förmågor som i huvudsak provas i respektive delprov.
3. *Förmågor och betygsnivå*, dvs. fördelning av förmågor och provpoäng på de tre betygsnivåerna.
4. *Centralt innehåll*, dvs. fördelning av huvudgrupper av centralt innehåll.

Varje kurs har en egen provmodell men det finns ändå många likheter, när det gäller kategorierna Delprov, Delprovsformat, Förmågor och betygsnivå samt Centralt innehåll. Varje provansvarig har diskuterat och förankrat sin provmodell internt i arbetsgruppen för nationella prov efter att referensgrupper diskuterat fram format och lämpliga fördelningar av förmågor, betygsnivåer och centralt innehåll för kursen ifråga.

De främsta utgångspunkterna för diskussionerna har varit ämnesplanen i matematik med dess kommentarmaterial. Ämnesplanens syfte bidrar till en förståelse för förmågorna, det centrala innehållet för respektive kurs som ger ett stöd för vad uppgifterna kan innehålla och betygskriteriet för respektive betygssteg som speglas i gränserna för de olika provbetygen. Några andra aspekter att ta hänsyn till har exempelvis varit tillgänglig provtid, att en rast rekommenderas mellan delproven, provens omfattning och svårighetsgrad ur olika elevperspektiv samt att bedömningen inte ska vara alltför betungande för lärarna, eftersom det kan äventyra bedömningens tillförlitlighet.

Provmodeller: Delprov och delprovsformat

De nationella proven i Ma 2abc, 3bc och 4 består av fyra olika skriftliga provdelar: delprov B, delprov C, delprov D1 och delprov D2. De skriftliga delproven genomförs under samma dag med en rekommenderad (lunch)rast mellan delprov BC och delprov D1D2.

Tabell 1 nedan sammanfattar underkategorierna delprov och delprovsformat för alla prov. Här framgår både vilka delprov som ingår i varje prov samt de olika delprovens karaktär i form av frågeformat, om digitala hjälpmedel är tillåtna eller inte, vilka förmågor som provas i huvudsak (här används beteckningarna B, P, PL, M, R och K för begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs- respektive kommunikationsförmåga), hur många uppgifter som i allmänhet ingår i varje delprov samt provtid för varje delprov.



UMEÅ UNIVERSITET

Tabell 1. Specifiering av delprov och delprovsformat, Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4.

Delprovsformat	Delprov B	Delprov C	Delprov D1	Delprov D2
Ma 2abc				
Antal uppgifter	10–12	7–9	4–6	6–8
Provtid	2 h		2h	
Ma 3bc				
Antal uppgifter	10–12	6–9	4–6	5–6
Provtid	2 h		2h	
Ma 4				
Antal uppgifter	8–9	8–10	4–6	5–6
Provtid	2,5 h		2 h	
Frågeformat	Kortsvar Flerval Matchning	Långsvar	Kortsvar Flerval Matchning	Långsvar
Digitala verktyg	Nej	Nej	Ja	Ja
Förmågor	B, P, PL, R	B, P, PL, M, R, K	B, P, PL, M, R	B, PL, M, R, K

Delproven har något olika karaktär. Delprov B är en kortsvarsdel där eleverna anger sina svar direkt i provhäftet. Inga digitala verktyg är tillåtna. I Delprov C ska eleverna lämna fullständiga lösningar, långsvar, men utan tillgång till digitala verktyg. Delprov D1 är en kortsvarsdel där svaren anges i provhäftet och digitala verktyg är tillåtna. Delprov D2 kräver fullständiga lösningar, och även här är digitala verktyg tillåtna. I de delar där digitala verktyg är tillåtna krävs tillgång till grafitande verktyg i ett flertal uppgifter.

Provmodeller: Förmågor och betygsnivå samt centralt innehåll

Det är angeläget att så likvärdiga prov som möjligt skapas i respektive kurs över tid. Då får inte proven för en given kurs variera alltför mycket innehållsmässigt mellan terminerna när det gäller tonvikt på förmågor och betygsnivå samt olika centrala innehåll. Därför använder varje provansvarig en specifiering även för hur provet ska sättas samman rent innehållsmässigt. Specifieringen, som ges i form av en matris (provspekifikation), beskriver hur stor andel av provpoängen som ska pröva mot respektive betygsnivå E, C och A och hur stora andelar av provpoängen som prövar inom de fyra förmågegrupperna: Begrepp, Procedur, Problemlösning/Modellering samt Resonemang/ Kommunikation. Även om det inte längre anges nivå i proven kompletterat med förmåga i bedömningsanvisningarna klassificeras uppgifterna på samma sätt som tidigare för att det även fortsättningsvis ska vara möjligt att ha väl sammansatta prov.

Provspekifikationerna för Ma 2abc, Ma 3bc och Ma 4 har stora delar gemensamt men det finns även aspekter som skiljer dem åt. Ett gemensamt drag är att det i fördelningen av provpoäng på olika betygsnivåer är en något lägre andel provpoäng på A-nivå än på E- och C-nivå. Detta ställningstagande kan även motiveras av att betyget E för många elever är den viktigaste betygsnivån eftersom den avgör om man är "godkänd på kursen" och behörig att antas till vidare utbildning. Valet att lägga relativt många provpoäng på betygsnivå C handlar om att de ska ge underlag för två betygsnivåer, C och D, och behöver



UMEÅ UNIVERSITET

därför relativt många poäng för att bestämmas. Anledningen att lägga något färre antal provpoäng på betygsnivå A handlar om att relativt många A-uppgifter stressar eleverna och kan leda till uppfattningen att provet är för svårt, vilket kan utgöra en grund för misstro mot provets legitimitet. Det är också ett faktum att det är färre elever som dels väljer att besvara och dels klarar av att besvara uppgifter på A-nivå. Här får alltså behovet av relativt många A-poäng för att fastställa reliabla gränser för provbetygen B och A stå tillbaka för andra (bl.a. psykologiska och sociala) faktorer.

För underkategorin Centralt innehåll i provmodellerna är ambitionen att låta de olika momenten Samband och förändring, Algebra, Geometri etc. ha ungefär lika stor tonvikt i olika prov inom samma kurs över tid. I proven för Ma 2b och Ma 2c (och Ma 3b och Ma 3c) är en större andel av uppgifterna gemensamma eftersom ämnesplanen till största delen föreskriver samma centrala innehåll. Den resterande andelen utgörs av uppgifter som prövar mot centrala innehåll som är specifika för 2b- respektive 2c-kursen (eller 3b- och 3c-kursen). De provansvariga måste således även kontrollera att andelen provpoäng som kopplar till det centrala innehåll som skiljer mellan b- och c-spåren i kurs 2 och 3 inte varierar i alltför hög grad mellan olika provomgångar.

Täckning av ämnesplanen

Ämnesplanen har en flerdimensionell struktur med långsiktiga mål (förmågor), centralt innehåll och betygskriterier. Provkonstruktionsprincipen som arbetsgruppen för nationella prov vid TUV arbetar utifrån är att de nationella proven i matematik så långt som möjligt ska täcka ämnesplanen i sin helhet. Det är dock inte möjligt att i ett enskilt prov göra detta eftersom ämnesplanen är alltför omfattande och provtiden vida skulle överstiga den i nuläget avsatta tiden. Det är dock angeläget att täckning av ämnesplanen sker över tid och för detta har varje provansvarig ett ansvar att gå igenom och kontrollera vad som prövats och inte.

Matematiska förmågor

I ämnesplanen beskrivs sex matematiska förmågor, begrepps-, procedur-, problemlösnings-, modellerings-, resonemangs- och kommunikationsförmåga. Även om det inte längre är möjligt att i bedömningsanvisningen se vilken huvudsaklig förmåga som prövas i respektive uppgift används fortfarande samma provmodell som tidigare. Det är också som tidigare att skriftlig kommunikationsförmåga på E-nivå anses ha uppfyllts när gränsen för provbetyget E har nåtts.

Centralt innehåll

Principen för täckning av centralt innehåll i de olika nationella proven är dels att allt centralt innehåll ska prövas över tid, dels att andelen provpoäng som hör till olika huvudgrupper av centralt innehåll, t.ex. samband och förändring, ska hållas någorlunda konstant mellan olika prov inom samma kurs. I Ma 2a finns dock ett undantag från principen att pröva allt centralt innehåll. Det handlar om de centrala innehållen under rubriken "Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv". Eftersom det finns 12 olika nationella yrkesprogram med olika karaktärsämnen är det inte möjligt att i ett gemensamt nationellt prov ta med sådant som är tydligt kopplat till något specifikt karaktärsämne eller yrkesliv.

Insamling

I samband varje termins provomgång görs en inrapportering där resultat för ett urval av elever som har skrivit de nationella proven i kurserna Ma 2–Ma 4 samt svar på en



UMEÅ UNIVERSITET

lärarenkät samlas in. I lärarenkäten får lärare möjlighet att svara på frågor om bl.a. provets svårighetsgrad, betygsgränser, provtid och liknande men även lämna kommentarer kopplade till specifika uppgifter. Denna resultatinsamling på poängnivå görs av TUV och är ett komplement till den större insamling som statistikmyndigheten SCB gör varje termin. Underlaget till denna rapport bygger på de kommentarer som lärare skickat in till TUV via Insamling 2 (i bedömningsanvisningen) som görs efter att de nationella proven i matematik genomförts.

Vi som arbetar med proven är väldigt tacksamma för att lärare runt om i Sverige, trots att de har extra hög arbetsbelastning i slutet av terminerna, tar sig tid och skickar in den statistik som den här rapporten bygger på. Den informationen är helt avgörande för att vi ska kunna utvärdera proven och i förlängningen även förbättra provens kvalitet.

UMEÅ UNIVERSITET

Provresultat med kommentarer, Ma 2abc vårterminen 2025

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen

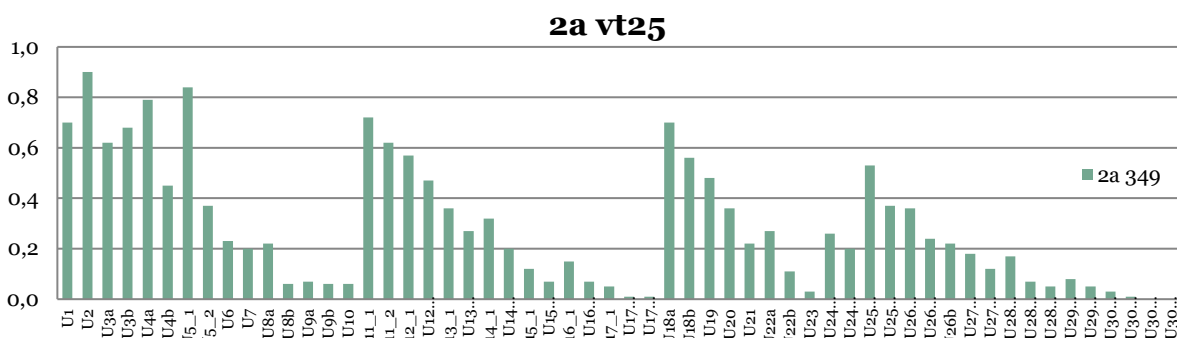
<https://www.umu.se/npma/resultat>.

Vårens inrapportering för Ma 2a har gjorts av 172 lärare och resultatet kommer från 349 elever fördelat på 178 undervisningsgrupper och 151 skolor. Motsvarande antal för Ma 2b är 789 inrapporterande lärare som har lämnat resultat för 3108 elever fördelat på 857 undervisningsgrupper och 494 skolor. För Ma 2c var det 350 lärare som gjorde inrapporteringen. Resultaten grundar sig på 1419 elever fördelat på 350 undervisningsgrupper och 229 skolor.

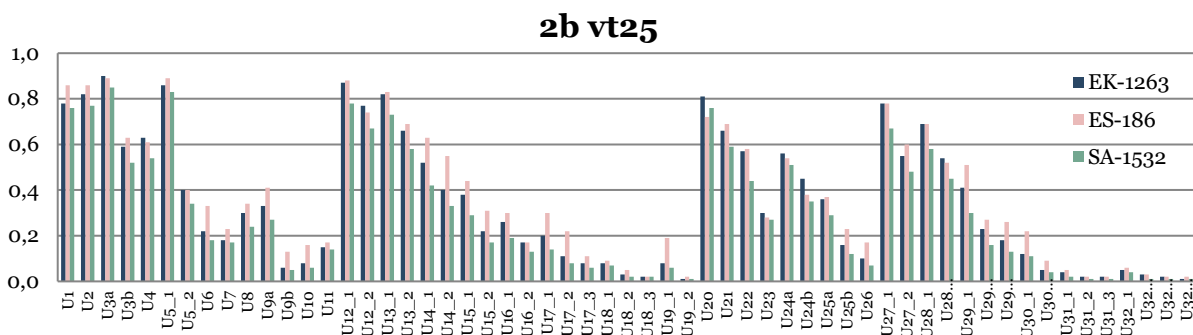
Resultat på uppgiftsnivå

De nationella proven i Ma 2abc våren 2025 bestod av fyra skriftliga delar som totalt innehöll 30 uppgifter för 2a-, 32 uppgifter för 2b- och 32 uppgifter för 2c-provet.

Diagrammen nedan visar lösningsproportioner per poäng för proven i Ma 2a, Ma 2b och Ma 2c. Lösningsproportioner är andelen elever som har klarat en given poäng.



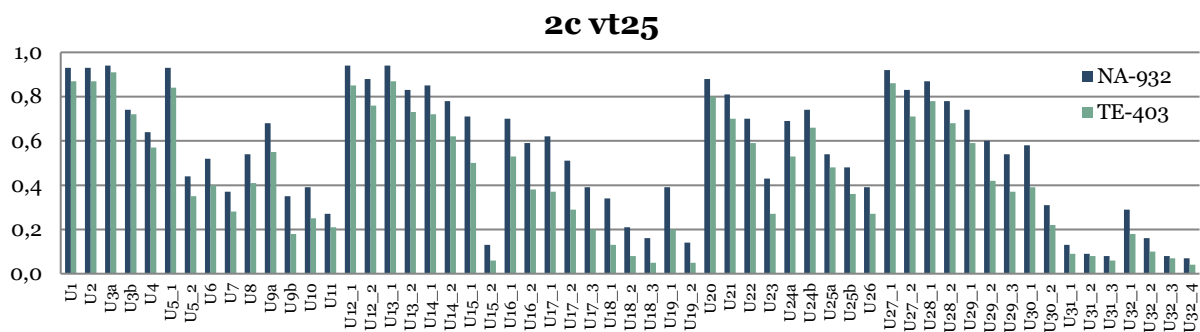
Figur 2. Lösningsproportioner för respektive poäng i Ma 2a-provet.



Figur 3. Lösningsproportioner för respektive poäng i Ma 2b-provet. Uppdelat på Ekonomiprogrammet (EK), Estetiska programmet (ES) samt Samhällsvetenskapsprogrammet (SA).



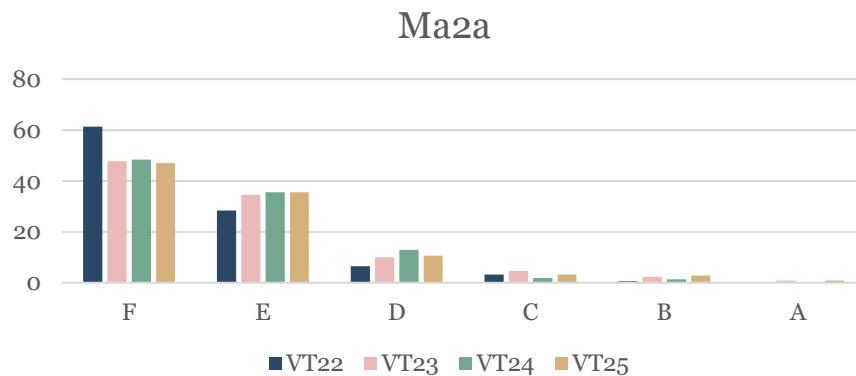
UMEÅ UNIVERSITET



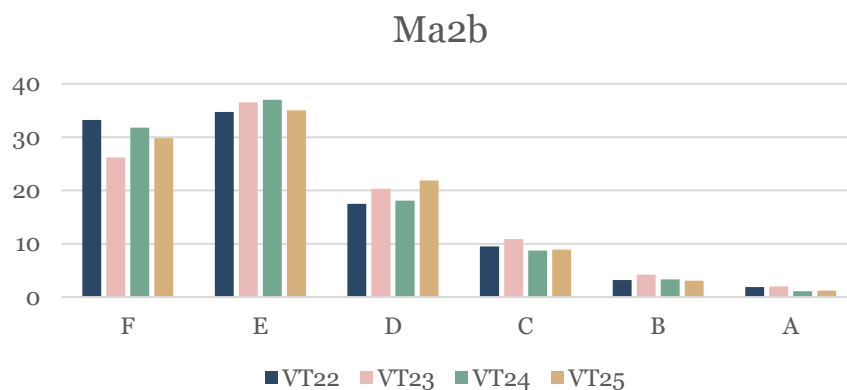
Figur 4. Lösningsproportioner för respektive poäng i Ma 2c-provet. Uppdelat på Naturvetenskapsprogrammet (NA) och Teknikprogrammet (TE).

Provbetygsfördelning, svårighetsgrad och kravgränser

Diagrammen nedan visar provbetygsfördelningen för Ma 2-kurserna på de nationella proven under vårterminerna 2022–2025.



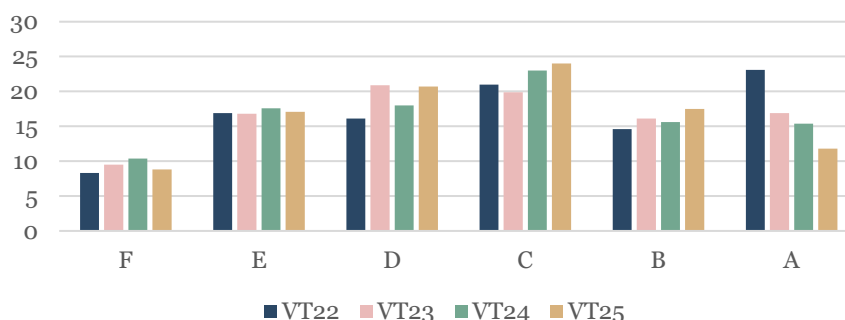
Figur 5. Provbetygsfördelning för Ma 2a-proven VT22-VT25. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.



Figur 6. Provbetygsfördelning för Ma 2b-proven VT22-VT25. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

UMEÅ UNIVERSITET

Ma2c



Figur 7. Provbetygsfördelning för Ma 2c-proven VT22-VT25. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

Vårterminen 2022 var det första vårterminsprov som genomfördes efter revideringen av ämnesplanen som trädde i kraft hösten 2021. Notera att proven våren 2024 och 2025 skiljer sig från de tidigare proven eftersom de dels innehåller fler uppgifter av kortsvarstyp, dels har rak poängsättning. Det senare innebär att poängsättningen inte längre ger någon information om hur uppgifterna kopplar mot betygskriterierna. Sannolikt har detta påverkat resultatet en del i och med att eleverna inte kan välja uppgifter utifrån klassificeringen av nivån. Det kan även ha påverkat lärarnas bedömning och deras åsikter om enskilda uppgifter då de inte längre ser vilken huvudsaklig förmåga uppgiften avser att pröva och på vilken betygsnivå.

Om man jämför probbetygsfördelningarna för proven VT24 och VT25, som har samma uppbyggnad, ses inga större skillnader när det gäller probbetygsfördelningen för 2a- och 2b-provet. När det gäller 2c-provet ses att en något lägre andel har fått probbetyget A VT25 jämfört med VT24, och som en konsekvens av detta: En något högre andel elever har fått probbetygen B och C. Skillnaden är några procentenheter.

Beträffande svårighetsgraden på delprov B och C i 2abc-proven menar cirka 90 % av lärarna som besvarat lärarenkäten att den är lagom. När det gäller D-delen anser 60 % att svårighetsgraden är lagom, men 31 % av 2c-lärarna och 40 %-av 2ab-lärarna anser den vara för hög. Motsvarande andelar i VT24-provet var 21 % respektive 37 %.

När det gäller kravgränserna menar majoriteten av 2abc-lärarna (80–90 %) att den är lämplig. Däremot ses en tendens till att kravgränserna för de högre probbetygen, B och A, anses vara något för höga, då närmare 80 % av lärarna på b- och c-spåret anser dessa gränser vara lämpliga men cirka 20 % anser dem vara för höga. Nästan ingen tycker att de är för låga. En jämförelse med enkätsvaren till provet VT24 visar att särskilt 2c-lärarna uttryckt att gränsen var för hög för A-betyget då andelen som ansåg att gränsen var lagom VT25 var 15 procentenheter lägre än VT24.

Sammantaget, om man jämför med VT24-provet är det VT25 en större andel lärare, främst 2c-lärare, som anser att svårighetsgraden på D1D2-delen var för hög och att kravgränserna för de högre probbetygen var för höga. En möjlig delförklaring ges längre fram i rapporten då enskilda uppgifter diskuteras.



UMEÅ UNIVERSITET

Allmänt om proven i Ma 2abc

Från och med provet höstterminen 2018 förväntas alla elever ha tillgång till åtminstone grafitande verktyg vid provtillfället. Vårterminen 2025 har 84 % av 2a-eleverna, 90 % av 2b-eleverna och 84 % av 2c-eleverna använt dator. Bland dessa elever har 94–97 % använt GeoGebra. Bland de elever som inte använt dator har 62–98 % använt grafitande eller symbolhanterande verktyg. Det betyder dock att det finns elever som fortfarande använder räknare utan grafitarfunktion på proven, vilket naturligtvis inverkar negativt på deras resultat, bland annat eftersom vissa uppgifter i princip är olösbare utan tillgång till åtminstone grafräknare.

När det gäller de kommentarer som lärarna har lämnat i enkäten återkommer vissa typer av kommentarer ett flertal gånger. Några exempel är:

- Digitala verktyg får stort fokus.
- Återinför E/C/A-poäng.
- Provet var bra.
- Bedömningsanvisningen är för hård.
- Provet var för svårt. Duktiga elever presterar sämre än förväntat.
- Otydliga/vilseledande formuleringar i uppgifter.
- Fyra problematiska uppgifter i 2bc-provet: 11, 18, 31 och 32.

De första tre punkterna berör proven som helhet. De övriga går att koppla till vissa uppgifter.

Kommentarer om proven som helhet

Många lärare kommenterar att det är för stort fokus på digitala verktyg och att det är viktigare att kontrollera matematiska kunskaper än datorkunskaper. Man önskar även bedömda elevexempel som stödjer bedömningen av uppgifter där verktygen får användas. Proven skapas utifrån ämnesplanen där användning av digitala verktyg ingår. De avancerade digitala verktygen, till exempel grafräknare, får en stor inverkan i de analoga proven eftersom de är tillåtna under halva provtiden. Flera olika digitala verktyg används av eleverna under proven, ofta kan dessutom även samma typ av beräkning genomföras på olika sätt i ett och samma verktyg. Det skulle därmed behövas ett stort antal bedömda elevexempel för att någorlunda täcka alla tänkbara digitala verktyg/lösningssmetoder vilket inte är rimligt. Dessutom finns ingen gemensam syn bland lärarna när det gäller hur mycket eleverna behöver redovisa när de använder avancerade digitala verktyg. I de framtida digitala proven kommer avancerade digitala verktyg endast att vara tillgängliga i kortsvarsuppgifter och i ett delprov som är tidsmässigt mycket kortare än dagens två timmar.

Kommentarer om att bedömningsanvisningen är hård, att provet var för svårt samt otydliga uppgiftsformuleringar går att koppla till vissa uppgifter (11, 18, 31 och 32). Dessa uppgifter diskuteras utförligt i nästa avsnitt.

Uppgiftspecifika kommentarer

I följande stycken kan i vissa fall ingå en redovisning av olika gränsproportioner. Med gränsproportion menas den andel elever som precis uppnått ett visst provbetyg och som



UMEÅ UNIVERSITET

klarar uppgiften. Om gränsproportionerna på en uppgift (eller enskild poäng) är 0,20-0,45-0,92 ska det tolkas som att andelen elever som precis uppnår gränserna för provbetygen E, C respektive A och som har klarat uppgiften är 20 %, 45 % respektive 92 %.

Det är fyra uppgifter som utmärker sig när det gäller mängden kommentarer, nämligen 11, 18, 31 och 32 i 2bc-proven. Kommentarererna i Ma 2a-provet är inte lika många vilket medför att några tydliga tendenser när det gäller uppgiftsspecifika kommentarer inte går att se.

Uppgift 11 (2bc)

Uppgiften prövar begreppet kongruens. Många lärare menar att eftersom begreppet inte längre står utskrivet i ämnesplanen, ingår det inte i kursen och då kan det inte heller prövas i ett nationellt prov. Några hänvisar även till att vissa läroböcker inte heller behandlar begreppet:

Att begreppet kongruens fanns med känns som den största missen då det begreppet explicit tagits bort ur centrala innehåll/kunskapskrav.

Uppgift 11 som handlade om kongruens kändes som en fälla. Vårt läromedel har inte ens med ordet kongruens och eleverna satt som frågetecken. [...]

Kommentarmaterialet ger dock stöd för att pröva begreppet då det ingår i en uppräkningslista av exempel på geometriska satser som undervisningen kan behandla. Eftersom inget exempel sägs vara viktigare än något annat blir vår tolkning att alla exempel är lika viktiga och att de därmed kan ingå i proven. Då nya prov skapas utgår vi från ämnesplanen och kommentarmaterialet.

Uppgiften, som är på A-nivå, prövar egentligen två begrepp och ger underlag för bedömning av huruvida eleven "... använder och beskriver begrepp och samband mellan begrepp med mycket god bredd och säkerhet.". Gränsproportionerna styrker dock att utfallet är undervisningsberoende och inte diskriminerar på A-nivån: 0,11-0,23-0,42 (2b) respektive 0,09-0,23-0,46 (2c).

Uppgift 18 (2bc), Uppgift 17 (2a)

Uppgiften handlar om att visa att ett givet värde är det största värdet för en funktion. Vissa elever utgår från det givna värdet och använder det i sina beräkningar, vilket ger 0 poäng. Lärarna menar att det hade varit bättre om det största värdet inte var givet utan istället skulle beräknas, genom en formulering av typen "Bestäm det största värdet för ...". Syftet med uppgiften var att pröva resonangsförmåga på A-nivå vilket är anledningen till uppgiftens formulering. Gränsproportionerna på A-nivån för de tre poängen är 0,69; 0,60 och 0,48 (2b) och 0,73; 0,66 och 0,50 (2c). Gränsproportionerna för E- och C-nivån är nära noll. Uppgiften uppfyller därmed sitt syfte och diskriminerar väl på A-nivån.

Uppgift 31 (2bc)

Denna trepoängsuppgift behandlar normalfördelning och ansatspoängen delas ut då eleven bestämmer standardavvikelsen med sitt digitala verktyg. Beroende på digitalt verktyg kan olika metoder användas, numerisk ekvationslösning eller prövning. Med det vanligaste digitala verktyget är prövning den enda (rimliga) framkomliga vägen. Lärarna skriver att:



UMEÅ UNIVERSITET

Uppgift 31 kräver att elever prövar sig fram. Vi lär ut att det inte brukar vara en godtagbar metod och många vanligtvis starka elever fastnade på denna uppgift.

Fråga 31 kräver att eleverna testat sig fram när de har blivit inskolade i att hitta en "snygg" lösning till de flesta matematikproblem.

En typisk standarduppgift inom normalfördelning i 2bc-kursen är att med hjälp av ett digitalt verktyg bestämma en andel utifrån givna värden på medelvärde, standardavvikelse, största värde och minsta värde. Därför har det ansetts rimligt att en duktig elev ska inse att det är *möjligt* att bestämma standardavvikelsen "baklänges" genom att pröva sig fram i verktyget när andel, medelvärde, största och minsta värde är kända. En sådan lösning bygger dock på att eleven prövar sig fram till ett rimligt svar.

Många av de lärare som lämnat kommentarer i enkäten anser inte att prövning är en godtagbar lösningsmetod och menar att uppgiften missgynnar duktiga elever som i undervisningen fått lära sig att prövning alltid är olämpligt. Gränsproportionerna som är 0,01-0,07-0,36 (2b) och 0,00-0,05-0,35 (2c) vittnar om att endast var tredje A-elev vars resultat ligger på gränsen till provbetyget A klarar att bestämma standardavvikelsen, vilket kan vara en bekräftelse på att de inte vågar pröva sig fram. Särskilt eftersom det inte är speciellt svårt att pröva sig fram till korrekt svar.

Uppgiften prövar problemlösningsförmåga på A-nivå. Problemlösningsförmåga prövas då eleven inte kan använda en känd procedur utan behöver hitta en ny väg fram till lösningen, till exempel genom att lösa uppgiften "baklänges". I Ma 2bc-kurserna ingår "Digitala metoder för att göra beräkningar på normalfördelat material.". Kommentarmaterialet förtydligar (s.23):

Att matematik 2b och 2c omfattar digitala metoder för dessa beräkningar innebär att det kan ställas högre krav på hur normalfördelat material behandlas. Utöver sådant som behandlas i matematik 2a kan beräkningar till exempel omfatta att bestämma hur stor del av en normalfördelning som ligger i ett visst intervall, eller hur långt från medelvärdet man måste gå för att fånga 10 procent av fördelningen.

Det första exemplet är precis den uppgiftstyp som beskrivs som en standarduppgift tidigare. Det andra exemplet har däremot en "baklängeskaraktär", precis som uppgift 31. Stödet för att låta uppgift 31 ingå i provet baseras alltså på att det är en problemlösningsuppgift på A-nivå samt att kommentarmaterialet visar på att det är möjligt att pröva annat än standarduppgifter med digitala verktyg.

Uppgift 32 (2bc), Uppgift 30 (2a)

Den fjärde uppgiften som har fått väldigt många kommentarer är provens sista uppgift. Lärarna tycker att uppgiften är krångligt formulerad, för fokuserad på detaljer och att bedömningen inte ger något utrymme för att ge poäng för goda försök. Flera menar även att uppgiften inte prövar Ma 2-kunskaper. Några lärarkommentarer:

Utöver att uppgift 32 upplevdes som onödigt krånglig så var även bedömningsmallen onödigt hård, ett litet fel i starten på uppgiften gav 0p.

Jag anser egentligen inte att provet har varit för svårt, men vissa av frågorna känns mycket hårt bedömda - framförallt uppgift 32. Ett misstag inledningsvis gör det i princip omöjligt att ge något



UMEÅ UNIVERSITET

annat än 0p. Jag tycker inte heller att uppgiften har särskilt mycket att göra med det centrala innehållet i Ma 2b, utöver att lösa en ekvation.

Uppgiften är en modelleringsuppgift på A-nivå som går ut på att utifrån text och figur teckna och lösa en komplex, fullständig andragradsekvation. Allt detta ingår i Ma 2-kursen.

Tidigare utprövningar visar att om figures tjocklek utesluts eller hanteras felaktigt i början av lösningen minskar komplexiteten avsevärt i efterföljande led. En fullständig andragradsekvation med parentesuttryck blir en ekvation på formen $ax^2 = b$. Dessutom löser många elever uppgiften för hand med långa, omständliga lösningar, ofta uppdelade i steg och med flera avrundningar. Lösningarna blir därmed svåra att följa och svåra att bedöma likvärdigt. För att uppgiften verkligen skulle motsvara A-nivå och för att bedömningen skulle bli hanterbar och någorlunda likvärdig begränsades ansatspoängen på detta sätt.

Gränsproportionerna på A-nivån för de fyra poängen blev: 0,60-0,44-0,31-0,25 (2b) och 2c: 0,69-0,48-0,30-0,23 (2c). Gränsproportionerna för E- och C-nivån är nära noll. Uppgiften diskriminerar på A-nivån som det var tänkt. Elever som precis uppnår gränsen för provbetyget A erhåller i genomsnitt 1,6–1,7 poäng på uppgiften.

Sammanfattningsvis, angående dessa fyra uppgifter i provet kan sägas: Å ena sidan, även om det finns argument för dessa fyra uppgifters *enskilda* existens i proven inser vi att uppgifternas *sammanlagda* inverkan på elevers möjlighet att erhålla de högre provbetygen i VT25-proven kan ha varit negativ. Andelen elever som får provbetyget A i 2c-kursen är några procentenheter lägre än motsvarande andel VT24, se figur 7. Å andra sidan, visar statistiken att elever i 2c, även A-elever, missar andra mer lättillgängliga poäng i provet, till exempel poäng som baseras på att digitala verktyg ska hanteras eller att rötter till rotekvationer ska undersökas. Se nästa avsnitt.

Exempel på uppgifter där resultatet avviker från det förväntade

Här diskuteras uppgifter i de tre proven där resultatet avviker från vad som kan förväntas.

Uppgift 15 (2c)

I den här uppgiften ska 2c-eleverna lösa en rotekvation där den andra poängen faller ut om eleven analyserar sina lösningar och utesluter falska rötter. Detta kan betraktas som en standardprocedur, men gränsproportionen för A-nivån för den andra poängen är endast 0,35, det vill säga endast var tredje elev vars resultat ligger precis på gränsen till provbetyget A klarar hela uppgiften. Några lärare kommenterar i enkäten att de tror att eleverna blev extra osäkra eftersom denna ekvation har *två* falska rötter.

Efter att studerat 100 inskickade elevsvar kan konstateras att 60 elever tar första poängen. Bland dessa gör 7 elever en korrekt prövning av rötterna och får därmed den andra poängen. 16 elever försöker testa lösningarna men testar fel, ofta genom att få problem med tolkningen av minustecken i kombination med kvadratrötter. Några testar bara en rot (osäkra?) och någon enstaka prövar rötterna i den omskrivna ekvationen, men 37 elever prövar inte rötterna alls.



UMEÅ UNIVERSITET

Uppgift 20, Uppgift 21, Uppgift 22 (2bc)

De tre första uppgifterna på D-delen ger 1 poäng och är av kortsvarstyp. I uppgift 20 och 21 *underlättas* lösningen av att eleven använder ett digitalt verktyg. I uppgift 22 *krävs* ett digitalt verktyg för att uppgiften ska kunna lösas. Gemensamt för alla tre uppgifterna är att 2b-eleverna har bättre resultat än motsvarande 2c-elever. Skillnaderna i andelen elever precis på gränsen till provbetygen E och C och som klarar uppgiften ligger i spannet mellan 5 och 17 procentenheter till 2b-elevernas fördel. En tänkbar förklaring till varför 2b-eleverna lyckas bättre kan vara att deras undervisning är mer inriktad mot användning av digitala verktyg, medan 2c-eleverna, på grund av sin undervisning, i högre grad använder algebraiska metoder.

Uppgift 23 (2bc), Uppgift 21 (2a)

I denna kortsvarsuppgift krävs att ett digitalt verktyg används eftersom en standardavvikelse (stickprov) ska beräknas, utifrån avläsning i ett diagram. Här ses att både 2a- och 2b-eleverna har högre gränsproportioner än vad 2c-eleverna har, främst på C- och A-nivån: 0,20-0,56-0,83 (2a); 0,20-0,50-0,78 (2b) och 0,15-0,36-0,64 (2c). Även om dessa värden modelleras utifrån elevgruppens resultat är felmarginalen betydligt större för 2a och 2b då antalet elever som har höga resultat på provet som helhet är få.

En analys av 70 inskickade elevsvar från 2a och 100 inskickade elevsvar vardera från 2b och 2c visar att de tre elevgrupperna gör samma typer av fel: De anger fel standardavvikelse (population), matar in fel värden (frekvenser), beräknar standardavvikelse utan hänsyn till frekvenser, lämnar blanka svar eller beräknar medelvärden och medianer. I drygt hälften av fallen går det inte att förstå vilka fel de gjort.

Detta resultat var oväntat, men kan troligen också förklaras med att 2c-elevernas undervisning inte fokuserar lika mycket på användningen av digitala verktyg som undervisningen för 2a och 2b gör. Om man jämför 2b- och 2c-proven, som är uppbyggda på samma sätt med samma totalpoäng, visar statistiken att för att det ska vara 50 % chans att klara uppgiften behövde elever som skrev 2b-provet minst 30 poäng totalt, medan de som skrev 2c-proven behövde nästan 38 poäng provet för att de skulle nå 50 % chans att klara uppgiften. Detta visar att 2c-elever behövde vara ”8 poäng duktigare” än 2b-elever för att klara denna uppgift med 50 % sannolikhet.

Uppgift 24 (2a)

Uppgiften prövar problemlösningsförmåga på E-nivå. Eleverna ska bestämma arean av en triangel med hjälp av ekvationen för en rät linje. Koordinaterna för två punkter på linjen är valda så att linjens ekvation endast kan bestämmas algebraiskt eller digitalt.

Gränsproportionerna för första och andra poängen för en E-elev är 0,20 respektive 0,15. Det betyder att elever med resultat precis på gränsen till provbetyget E endast får 0,35 poäng av två möjliga. En genomgång av ett 70-tal inskickade elevlösningar visar att 15 elever löser uppgiften korrekt med en algebraisk eller en digital metod. 24 elever lämnar en blank lösning. 9 elever beräknar arean på fel triangel. Ingen försöker rita.

Eftersom uppgiften prövar vad som kan betraktas som baskunskap inom Ma 2a är resultatet sämre än förväntat, men torde kunna förklaras dels av uppgiftens problemlösningskaraktär, dels av att det inte är möjligt att rita sig fram till en lösning.

UMEÅ UNIVERSITET

Provresultat med kommentarer, Ma 3bc vårterminen 2025

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen <https://www.umu.se/npma/resultat>.

Inledning

Vårens inrapportering för Ma 3b har gjorts av 411 lärare. Lärarna har rapporterat in poängresultat från 1311 elever med utgångspunkt från 433 undervisningsgrupper och 302 skolor. För Ma 3c har motsvarande inrapportering skett från 357 lärare med poängresultat från 1189 elever som kommer från 363 undervisningsgrupper och 248 skolor.

Sammansättning av proven i 3b och 3c

Proven för Ma 3bc består av två skriftliga delprov, delprov BC där linjal och formelblad tillåts och delprov D1D2 där även digitala verktyg tillåts. Vårens prov innehöll 28 uppgifter för Ma 3b och 29 uppgifter för Ma 3c. Uppgifterna är fördelade på respektive delprov enligt:

Delprov B, kortsvarsformat, 10 uppgifter för 3b respektive 3c.

Delprov C, redovisning av lösning på separat papper, 6 uppgifter för 3b och 7 uppgifter för 3c.

Delprov D1, kortsvarsformat, digitalt verktyg, 6 uppgifter för 3b respektive 3c.

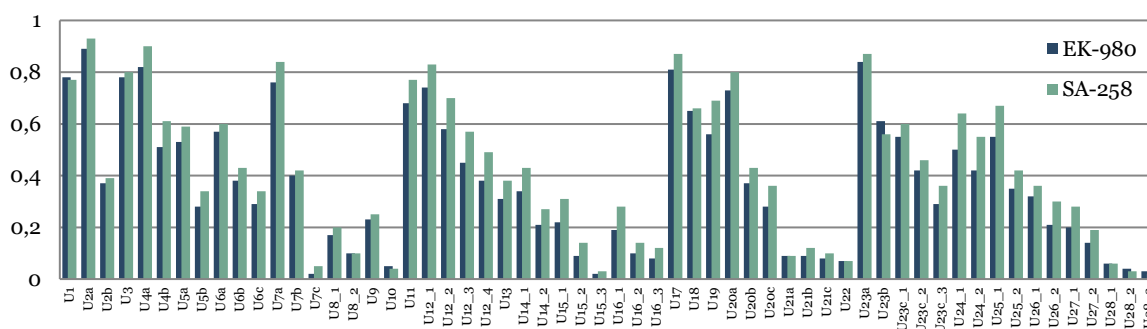
Delprov D2, redovisning av lösning på separat papper, digitalt verktyg, 6 uppgifter för 3b respektive 3c.

Provet har en total skrivtid på 240 minuter fördelat så att delprov B och C genomförs på 120 minuter och delprov D1 och D2 genomförs på 120 minuter. Däremellan rekommenderas en längre rast.

Provresultat

Diagrammet visar lösningsproportioner per poäng för provet i Ma 3b. Lösningsproportioner anger hur stor andel av eleverna som fått respektive poäng i provet. I figuren är resultaten uppdelade utifrån vilket program eleven läser. Lösningsproportionerna är beräknade utifrån 980 elever från Ekonomiprogrammet och 258 elever från Samhällsvetenskapsprogrammet.

3b vt25



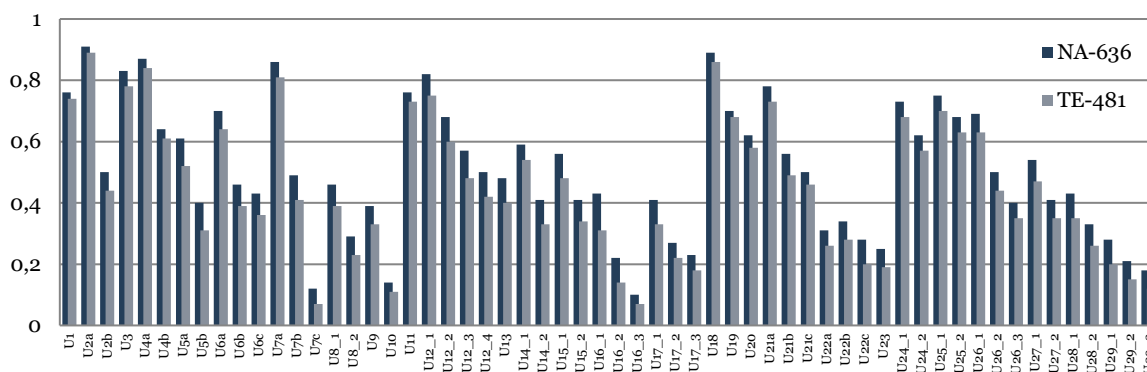
Figur 8 Lösningsproportioner per poäng. Uppdelat på Ekonomiprogrammet (EK) respektive Samhällsvetenskapsprogrammet (SA).

I stort sett har SA-eleverna en högre lösningsproportion än EK-eleverna för varje enskild poäng och har därmed som grupp ett bättre provresultat för nästan alla poäng. Uppgift 7c (förenkling av rationellt uttryck), U10 (bestämma konstant utifrån derivatavillkor), den sista poängen i U15 (falsk rot) samt U28 (silversmycket) har låga lösningsproportioner. Höga lösningsproportioner återfinns i uppgift 2a (polynomderivering), U4a (grafisk bestämning när derivatan är noll), U17 (bestämma icke definierade värden i ett rationellt uttryck) och U23a (tolka variablerna i ett linjärt olikhetssystem).

UMEÅ UNIVERSITET

På samma sätt visar diagrammet nedan lösningsproportioner per poäng för provet i Ma 3c. Lösningsproportionerna är beräknade utifrån 636 elever från NA-programmet och 481 elever från TE-programmet.

3c vt25

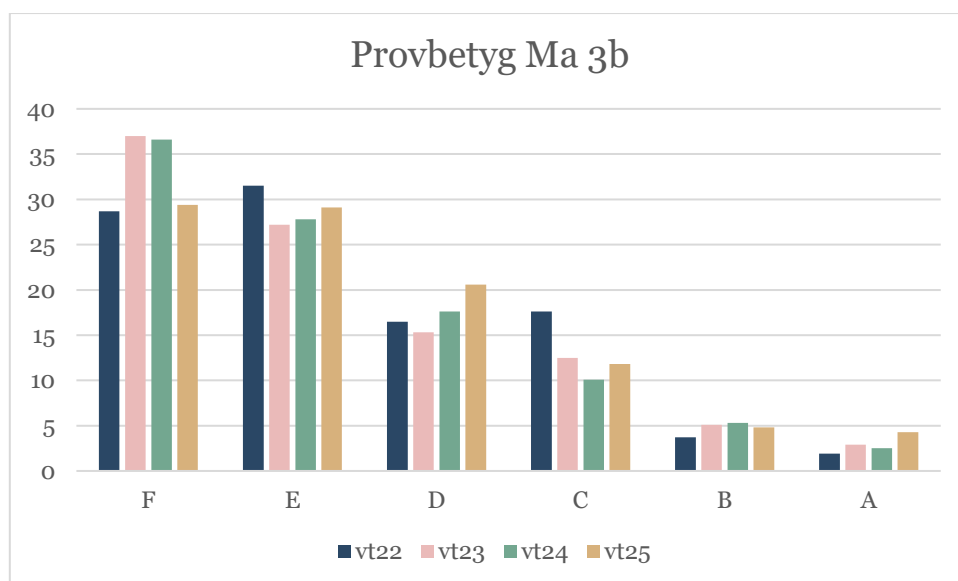


Figur 9. Lösningsproportioner per poäng. Uppdelat på Naturvetenskapsprogrammet (NA) och Teknikprogrammet (TE).

Eleverna på Naturvetenskapsprogrammet (NA) har genom hela provet en högre lösningsproportion än Teknikprogrammet (TE) och har därmed som grupp ett bättre provresultat. Uppgift 7c (förenkling av rationellt uttryck), U10 (bestämma konstant utifrån derivatavillkor) och den sista poängen i uppgift 16 (falsk rot) har lägst proportion. Höga lösningsproportioner återfinns i uppgift 2a (polynomderivering), U4a (grafisk bestämning när derivatan är noll), U7a (förenkla enkla rationella uttryck) och för U18 (bestämma icke definierade värden i ett rationellt uttryck).

Jämförelse av provbetyg över tid

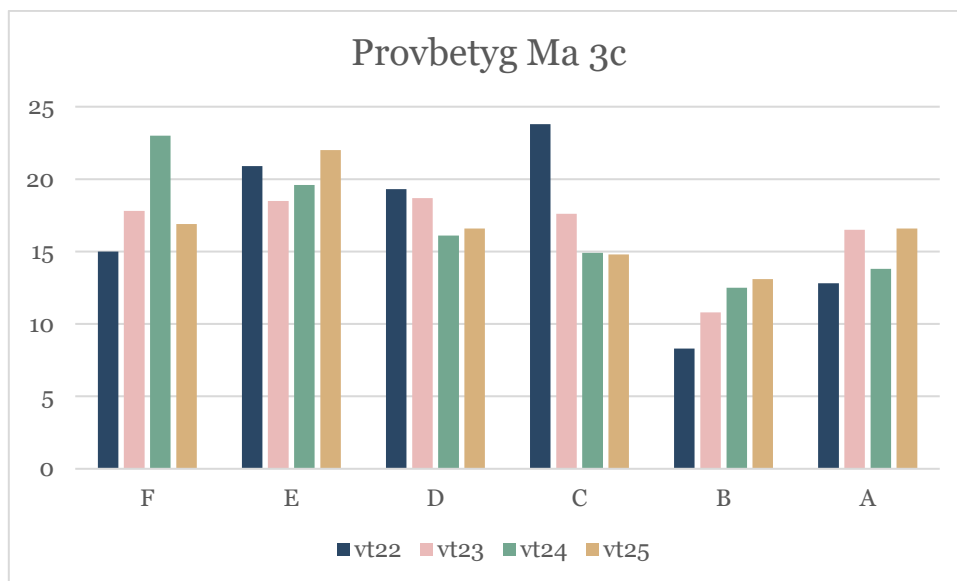
Ett sätt att betrakta provresultaten är att jämföra hur provbetygsfördelningarna har sett ut över tid. Provbetygsfördelningen i Ma 3b de fyra senaste vårterminerna ges i figur 10.



Figur 10. Provbetygsfördelning för Ma 3b-proven VT22-VT25. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

Motsvarande graf för provbetygsfördelningarna i Ma 3c återfinns i figur 11.

UMEÅ UNIVERSITET



Figur 11. Provbetygsfördelning för Ma 3c-proven VT22-VT25. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

Under den tidsperiod som visas i figur 10 och 11 har flera förändringar skett i proven. VT22 var det första vårterminsprovet som getts sedan våren 2019 på grund av nedstängningen under pandemin. Det var också det första provet efter den revidering av ämnesplanen som sjuksattes HT21. Från och med VT24 anges inte längre nivån på poängen. Resultaten i dessa grafer bygger dessutom på de resultat som rapporterats in till oss vilket gör att det inte är möjligt att veta hur representativa de är över tid. Det finns dock en tendens att provet VT25 var något lättare än de två senaste vårterminsproven.

Lärarenkäten gällande provets utformning och innehåll

Enkätsvaren visar att över 90 % av lärarna från 3bc upplever att provet som helhet är bra. När det gäller provets svårighetsgrad har ca 95 % av lärarna från 3bc angett att svårighetsgraden är "lagom" då det gäller delprov BC. För delprov D1 och D2 är motsvarande siffra nästan 90 %. Vilket är i linje med tidigare års prov.

Beträffande gränser för provbetygen A, B, C och D har över 90 % av lärarna i de båda kurserna angett att gränserna är lagom. När det gäller gränsen för provbetyg E anser ca 90 % procent av lärarna i 3b att den är lagom och för 3c är motsvarande siffra ca 85 %. För i princip samtliga betygssteg finns det en liten andel lärare som anser att respektive gräns är för hög och en lika stor andel som anser att respektive gräns är för låg. Ett undantag är betygssteg E där cirka 11 % av lärarna i 3c önskar en något högre gräns för provbetyget E.

När det gäller huruvida provtiden är tillräcklig för delprov B och C har närmare 95 % av lärarna från de båda kurserna angett "instämmer helt" eller "instämmer delvis". För delprov D1 och D2 anser ca 90 % av lärarna att provtiden är tillräcklig.

Enkätsvaren visar en något större variation beträffande "elevernas ork" men visar ändå att lärarna upplever att de allra flesta eleverna orkar visa sina kunskaper genom hela provet. Cirka 15 % av lärarna har angett "Instämmer inte alls" då det gäller elevernas ork.

Av enkätsvaren framgår det att närmare 70 % av lärarna svarat "i hög grad" och cirka 30 % "i ganska hög grad" att provet prövar det som de behandlar i sin egen undervisning. Samma mönster återfinns då det gäller frågan om provet som helhet är ett stöd i betygssättningen.



UMEÅ UNIVERSITET

Lärarenkäten gällande anpassningar

När det gäller anpassningar har över hälften av lärarna för kurs 3c angett att de gör anpassning för en eller flera elever. Vanligast är att de gör anpassningar för 1–3 elever per grupp. Men det finns även lärare som uppgett att de har grupper där fler än 10 elever behöver anpassningar. Den vanligaste anledningen är skriv- och lässvårigheter och att anpassningen görs genom att ge eleven förlängd skrivtid. Andelen lärarna som gör anpassningar i kurs 3b är mindre jämfört med andelen i 3c. Även för 3b har lärarna uppgett att skriv- och lässvårigheter är den vanligaste orsaken till att en anpassning görs och att den görs genom att ge eleven förlängd skrivtid.

Lärarenkäten gällande digitala verktyg

Närmare 80 % av 3b-lärarna har uppgett att eleverna använder dator vid provtillfället och motsvarande siffra är 90 % av 3c-lärarna. Över 97 % av 3bc-lärarna har svarat att eleverna använt GeoGebra vid provtillfället men det finns även en liten andel som uppgett Desmos. Av de drygt 20 % lärare som angett att eleverna haft en handenhet är grafitande verktyg vanligast men en liten andel lärare i kurs 3c har uppgett att eleverna har en funktionsräknare. Då det i informationen om proven står uttryckligen att grafitande verktyg förutsätts blir det för elever med funktionsräknare omöjligt eller åtminstone mycket svårt att lösa vissa uppgifter. Knappt 20 % av 3b-lärarna har angett att eleverna använt symbolhanterande verktyg och motsvarande siffra för 3c är knappt 10 %.

Fria kommentarer om årets prov

I lärarenkäten finns det möjlighet för lärare att lämna fria kommentarer om årets prov. Det är ungefär lika många lärare från respektive kurs som lämnat kommentarer, 92 lärare från 3b och 80 lärare från 3c. I flera kommentarer beskrivs provet i positiva ordalag vilket innebär att många lärare totalt sett är nöjda, de tycker att provet är tydligt och att provet speglar kursinnehållet på ett bra sätt. Bland kommentarerna finns även kritik mot provets svårighetsgrad, otydliga bedömningsanvisningar, läsförståelsekrav och synpunkter på enskilda uppgifter. Även synpunkter om digitala verktygs vara och icke-vara förekommer.

Några vanliga kommentarer om provet som helhet

- Provet anses vara för enkelt, särskilt sista uppgiften och vissa delar av delprov D1D2.
- Några kommentarer handlar om att en riktigt svår uppgift saknas.
- Farhågor runt att för många kortsvarsuppgifter med "endast svar" ger en ökad risk för fusk.
- Bland 3b-lärarna finns önskemål om fler uppgifter med en koppling mot samhälle och ekonomi.
- Önskemål om nivåmarkeringar (E/C/A) på respektive uppgift i provhäfte och i bedömningsanvisning.

I provkonstruktionsfasen är det alltid en utmaning att finna uppgifter så att provet får en lagom svårighetsgrad och samtidigt generera fem olika provbetyg under en provtid på 240 minuter. Finns det för många svåra uppgifter kommer det att saknas möjlighet för den grupp av elever som nått och jämnt klarar provbetyg A att visa sina A-kunskaper. Samma sak gäller för den grupp elever som skriver provbetyg B då även denna grupp behöver visa kunskaper på uppgifter som har en svårighetsgrad precis på gränsen till A för att kunna särskilja dem från elever med C-kunskaper. Sammantaget blir det viktigt att provet har en utformning så att det är möjligt att mäta kunskaper just runt respektive betygsgräns och därmed inte lika viktigt att mäta huruvida en duktig A-elev klarar av att lösa extra svåra uppgifter. Men samtidigt finns det en poäng i att duktiga elever verkligen får visa att de är duktiga.



UMEÅ UNIVERSITET

Att kortsvarsuppgifter ger en ökad risk för fusk i och med att det endast krävs ett svar är väl känt. Vi har dock för närvarande ett tydligt uppdrag att öka andelen "läträttade" uppgifter i pappersproven. Uppgifter som skulle kunna automaträttas i ett digitalt system och därmed minska lärares bedömningsbörda. Ett annat skäl till att andelen kortsvarsuppgifter har ökat i proven från och med hösten 2023 har att göra med att digitala verktyg är tillåtna. Elever använder olika sorters digitala verktyg som ger olika lösningar och dessutom har lärarkåren väldigt olika syn på vad som ska ingå i en så kallad digital lösning. Detta innebär problem med att skapa rättvisa och användbara bedömningsanvisningar och därför har kortsvarsdelen D1 införts.

Det centrala innehållet för 3b och 3c skiljer sig åt då det gäller absolutbelopp/trigonometri (3c) samt geometrisk summa/optimering (3b). I övrigt är innehållet detsamma för de båda kurserna. I uppgifter där det gemensamma innehållet provas finns alltid en strävan av att använda en så kursberoende kontext som möjligt. När det gäller Ma 3b finns det flera olika programinriktningar vilket inte gör det möjligt att inom ett och samma nationellt prov pröva till exempel specifika ekonomiska begrepp. Däremot ger uppgifter som handlar om vikt, temperatur, längd, höjd m.m. en situation som är känd för de flesta elever, oavsett program och inriktning. Dessutom ger dessa begrepp kontinuerliga funktioner vilket är ett strävansmål då kursen behandlar derivata och integraler.

Alla nationella prov har sedan hösten 2023 så kallad rak poängsättning. Anledningen till att nivåpoängen (E, C, A) försvunnit i matematikproven är att mätsäkerheten i gränserna för respektive provbetyg blir större då de enbart baseras på en totalpoäng. När det ställs krav på att poäng på vissa nivåer ska vara uppfyllda innebär det att det blir ett prov i provet. För totalpoängen räknas alla poäng, medan varav-kraven för provbetygen B och A var baserade på relativt få A-poäng, dessutom från ett fåtal uppgifter.

Kommentarer om digitala verktyg

I kommentarerna finns kritik mot att proven riktar ett för stort fokus på användandet av GeoGebra. Handhavande av GeoGebra upplevs som ett tekniskt kunnande och inte matematisk förståelse. Man upplever att elever med grafitande räknare eller elever med en svagare digital vana missgynnas och önskar därmed att andelen uppgifter som ska lösas algebraiskt bör öka.

Årets nationella prov innehåller 9 poäng för Ma 3b som kräver minst grafitande verktyg respektive 8 poäng för Ma 3c. Det är ett något fler poäng jämfört med den senaste provomgången. Antalet poäng motsvarar ungefär 15 % av provet som helhet och kan fortfarande anses motsvara den tyngd som digitala verktyg tas upp i ämnesplanen. Förutom uppgifter med dessa poäng innehåller de båda proven uppgifter som underlättas av användandet av avancerade digitala verktyg men dessa uppgifter är konstruerade så att de även går att lösa med papper, penna och funktionsräknare.

Kommentarer om bedömning

Bedömningsanvisningar upplevs som otydliga, särskilt kring antal decimaler men även otydliga då det gäller krav på tydlig redovisning. En annan kommentar är att följdfel ger stor poängförlust trots korrekt metod.

Då det gäller delprov D1, kortsvarsdelen med digitala verktyg, är målsättningen att i första hand pröva elevens förmåga att hantera sitt digitala verktyg och inte antalet decimaler som eleven anger i svaret. För att eleven ska slippa fundera över antalet decimaler i en provsituation har vi därför angett det i frågeställningen men gett en kommentar i bedömningen om att även fler korrekta decimaler ges poäng. Att hitta en bra modell för att bedöma skriftlig redovisning samtidigt som



UMEÅ UNIVERSITET

den enskilda lärarens arbetsbelastning inte ska öka är en utmaning. Dagens modell är, så länge som redovisning ska bedömas särskilt, den modell som ger bäst bedömaröverstämmelse.

Gällande följdfel finns i bedömningsanvisningen information om hur följdfel ska behandlas. Om eleven gör ett fel som påverkar efterföljande beräkning av uppgiften ska den som bedömer göra en värdering av huruvida följdfelet påverkar uppgiftens svårighet. Så länge som uppgiften inte blir lättare att lösa på grund av det fel som gjorts kan det vara möjligt att ge lösningen de efterföljande poängen.

Några enskilda uppgifter

Uppgift 26 (3b) och Uppgift 27 (3c) Glasen

Några kommentarer handlar om glasen, till exempel att uppgiften är för lätt. I kommentarmaterialet för matematik förklaras att integraler i Ma 3 handlar om "formulering och beräkning av integraler i enkla situationer". Vi har bedömt att uppgiften om glasen är en enkel situation.

Lösningsproportionerna för uppgiften för de elever som precis nått och jämnt når provbetygen E, C och A är i princip lika för de båda kurserna. Därmed har inte eleverna i någon av kurserna någon fördel då det gäller denna uppgift. Lösningsproportionerna från uppgiften visar att en elev som nått och jämnt når gränsen för provbetyg C tar ungefär 1 poäng medan motsvarande Lösningsproportion för de som precis når provbetyget A är 1,75 poäng av de två poäng som uppgiften kan ge.

Ett problem med uppgiften är att modellen är konstruerad utifrån diskreta värden, vilket givetvis inte är optimalt, men ibland måste även denna typ av modell få förekomma till förmån för att kunna skapa en elevnära och enkel situation. I och med att det är diskreta värden visade det sig att det finns 3b-elever som löser uppgiften med hjälp av geometrisk summa i stället för integral och får ett resultat som är väldigt nära det sanna värdet. Detta är en Lösningsstrategi som var förvånande då det inte visat sig i utprövningarna av uppgiften, samtidigt som den diskreta modellen gjorde att vissa elever ansåg att en lösning med geometrisk summa kunde vara möjlig. Detta är naturligtvis olyckligt och är troligtvis ett resultat av att det är generellt svårt att få tag på tillräckligt många utprövningsgrupper i Ma 3b, men särskilt på höstterminerna.

Uppgift 23 (3b) Optimering

Några av kommentarerna handlar om att det givna olikhetssystemet är alldeles för lätt och att elever kan resonera sig fram utan att visa att de kan något om optimering. Detta var något som diskuterades under konstruktionsfasen men samtidigt var ambitionen att denna gång ha en uppgift som riktar sig till E-eleven. Det finns säkert en och annan elev som löst uppgiften via ett resonemang och fått väl enkla poäng vilket inte är bra men samtidigt glädjande med en optimeringsuppgift på E-nivå. Lösningsproportionen för deluppgift c) visar att en elev som nått och jämnt når provbetyg E tar i snitt 0,75 poäng av uppgiftens maximala 3 poäng. Motsvarande elev med nått och jämnt provbetyg C tar i snitt 2,2 poäng.

Uppgift 28 (3b) och Uppgift 29 (3c) Silversmycket

Några av kommentarerna från framför allt lärarna i Ma 3c handlade om att uppgiften anses vara för lätt. Man önskade helt enkelt en svårare sista uppgift. Möjligen hade en svårare uppgift inneburit en minskad andel elever med provbetyg A om vi förutsätter samma kravgräns. Lösningsproportionerna för uppgiften visar att en elev som nått och jämnt når provbetyget C tar i snitt 0,21 poäng av 3 möjliga. Motsvarande elev med nått och jämnt provbetyg A tar i snitt 2,08 poäng.

UMEÅ UNIVERSITET

Provresultat med kommentarer, Ma 4 vårterminen 2025

En komplett sammanställning av resultat och svar på lärarenkäten finns på webbplatsen <https://www.umu.se/npma/resultat>.

Vårens inrapportering för Matematik 4 har gjorts av 353 lärare. Resultat kommer från 1161 elever fördelat på 355 undervisningsgrupper och 257 skolor. Det nationella provet i Ma 4 våren 2025 bestod av fyra skriftliga delar. Provet innehöll totalt 28 uppgifter.

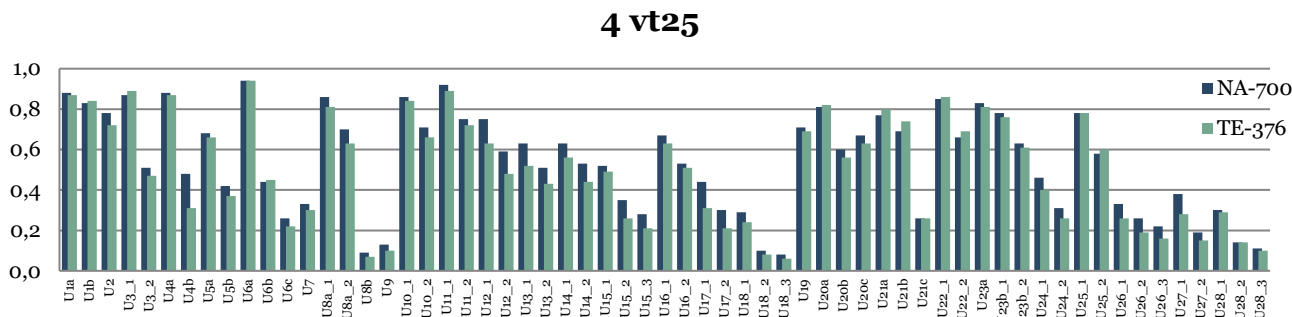
Inledning

Även vårterminen 2025 var det cirka 90 % av lärarna som svarat "instämmer helt" eller "instämmer till stor del" i att "provet som helhet är bra", vilket är ett likvärdigt utfall jämfört med tidigare nationella prov.

Av de 353 lärare som besvarat enkäten var det 83 lärare som lämnat övriga synpunkter gällande provet. I närmare 20 % av kommentarerna anger lärarna att det var ett bra och välkonstruerat prov. Av de övriga kommentarerna rör cirka 25 % delprov D1 och D2 och användningen av digitala verktyg på olika sätt. I ett fåtal kommentarer lyfts funderingar kring provets svårighetsgrad och att eleverna inte orkar genom hela provet. Det är denna gång endast en några uppgifter som omnämns i kommentarerna av enstaka lärare. Kommentarna handlar i huvudsak om önskemål om fler elevlösningar eller tydligare bedömningsanvisningar. Någon uppgift har uppfattats som onödigt krångligt formulerad.

Provresultat

Diagrammet visar lösningsproportioner per poäng för provet i Ma 4. Lösningsproportioner anger hur stor andel av eleverna som fått respektive poäng i provet. I figuren är resultaten uppdelade utifrån vilket program eleven läser.

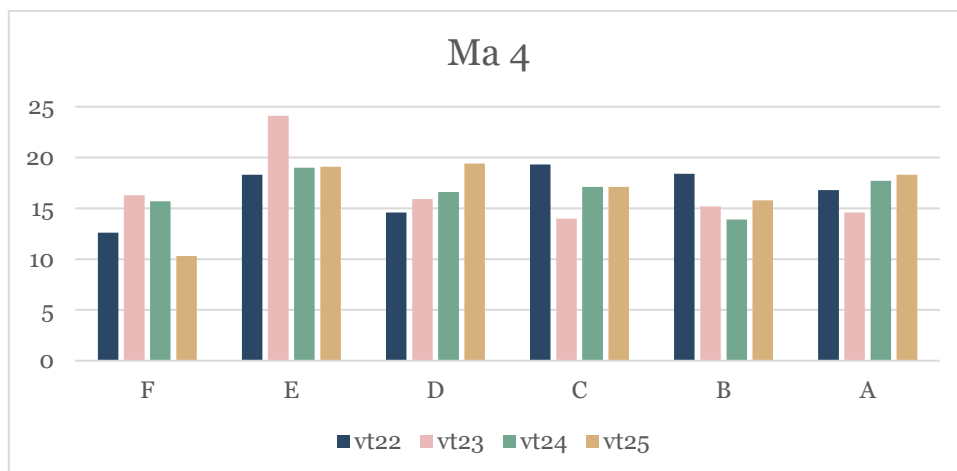


Figur 12. Lösningsproportioner per poäng i respektive uppgift. Uppdelat på Naturvetenskapsprogrammet (NA) och Teknikprogrammet (TE).

För provet i Ma 4 är resultaten något lägre för de elever som går Teknikprogrammet men skillnaderna är betydligt mindre än skillnaden mellan programmen i Ma 3c. Det beror sannolikt på att det sker ett större urval av elever på teknikprogrammet som läser Ma 4 obligatoriskt.

Via denna figur är det också möjligt att se att de olika provdelarna är uppbyggda så att de enklaste uppgifterna kommer först i varje del och att det blir svårare uppgifter på slutet. Det kan dock finnas enstaka poäng i uppgifter även bland de sista uppgifterna i ett delprov som kan vara relativt enkla. För till exempel uppgift 8 är deluppgift a) relativt enkel medan deluppgift b) är provets svåraste uppgift.

UMEÅ UNIVERSITET



Figur 13. Provbetygsfördelning för Ma 4-proven VT22-VT25. Andelen provtagare per betygsnivå A-F.

Utifrån sammanställningen av probbetygen kan man säga att resultaten från vårens prov var något högre än resultaten från tidigare år. Särskilt probbetyget F hade en lägre andel än tidigare år. Om detta beror på att kravgränsen var något lägre i förhållande till de ingående uppgifterna eller om det är färre elever med probbetyget F som är inrapporterade är inte möjligt att veta då denna rapportering bygger på att lärare väljer att rapportera resultat till TUV. Antalet elevresultat som rapporterats in är något lägre i år än tidigare år vilket kan påverka resultatbilden. Jämfört med det data som Skolverket samlar in är andelen F något lägre i denna inrapportering än i Skolverkets statistik.

Digitala verktygens inverkan

Även om det generellt var få kommentarer om provet var det även denna termin just de digitala verktygens inverkan på vad provet prövar som kommenteras. Vi är helt medvetna om att de digitala verktygen påverkar en hel del och beroende på hur mycket eleverna har arbetat med till exempel grafitande verktyg eller GeoGebra i undervisningen har de olika förutsättningar att ta sig an uppgifterna. Så länge som proven är pappersbaserade är det principen allt eller inget som gäller då det inte ansetts vara rimligt att både kräva att eleverna har grafitande verktyg till vissa delar och funktionsräknare till andra delar.

Provet är långt, dela upp det på två dagar

Den andra typen av kommentarer som förekommer även om det denna gång inte var i någon större utsträckning handlar om provets längd. Ett fåtal lärare uttrycker också önskemål om att dela upp provet på flera dagar. På frågan i enkäten om eleverna orkade visa sina kunskaper genom hela de skriftliga proven B, C, D1 och D2 svarade närmare 90 % av lärarna att de instämmer helt eller instämmer till stor del. Det är betydligt högre än föregående år och i nivå med åren innan det. I och med att detta prov var det fjärde i raden utifrån den nuvarande provmodellen kan en förklaring vara att både elever och lärare numera är medvetna om att det inte längre anges om det är E, C eller A-poäng och att även den digitala delen har en kortvarsdel samt att D1 och D2 förutsätter att eleverna använder sitt digitala verktyg.

Att dela upp provet på två dagar är någonting som Skolverket styr över. Frågan har lyfts utifrån motsvarande synpunkter för andra prov som inte heller har flera provdagar och svaret har hittills varit att det inte är aktuellt att dela upp några fler prov på två dagar.