Part B	Problems 1–10 which only require answers.
Part C	Problems 11–16 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D).
Together they give a total of 54 points consisting of 22 E-, 19 C- and 13 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 21 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 10 points on at least C-level
B: 36 points of which 4 points on A-level
A: 42 points of which 6 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required* " you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

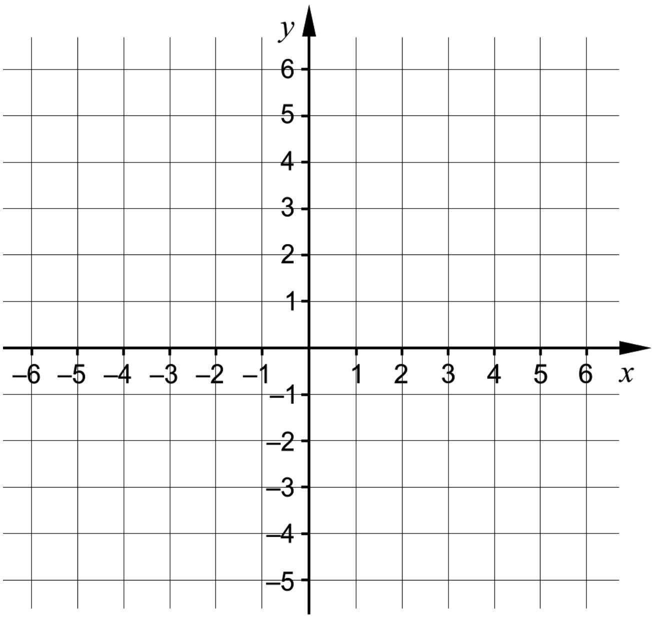
Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

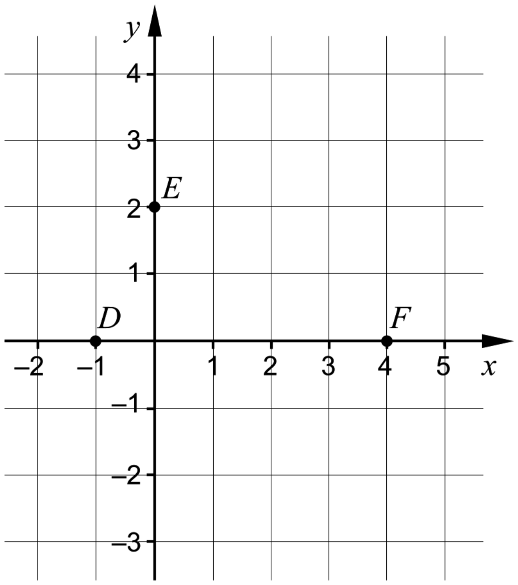
1. Equations of straight lines can be written in the form $y = kx + m.$ A straight line passes through the point (2, 5) and has $m = 1$

a) Draw the line in the coordinate system. (1/0/0)



b) Write down the equation of the line in the form $y = kx + m.$ ______________________ (1/0/0)

2. The graph of the quadratic function f, where $y = f(x)$, passes through the points $D(-1, 0)$, $E(0, 2)$ and $F(4, 0)$.



a) The function f can be written in the form $f(x) = ax^2 + bx + c$
Determine the constant c.

________________________ (1/0/0)

b) The function f has a maximum point.
Determine the x-coordinate of the maximum point.

________________________ (1/0/0)

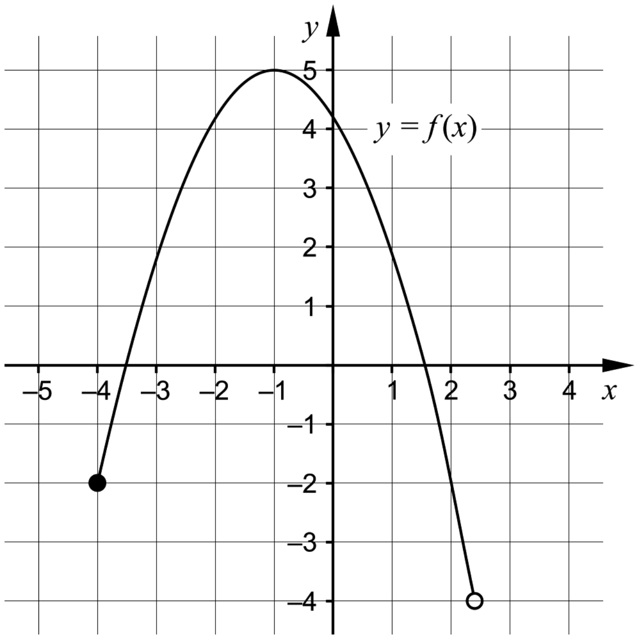
3. Solve the equations

a) $x^2 - 16 = 0$ ________________________ (1/0/0)

b) $\left(\frac{4x-5}{3}\right)\left(\frac{4x-5}{3}\right) = 0$ ________________________ (0/1/0)

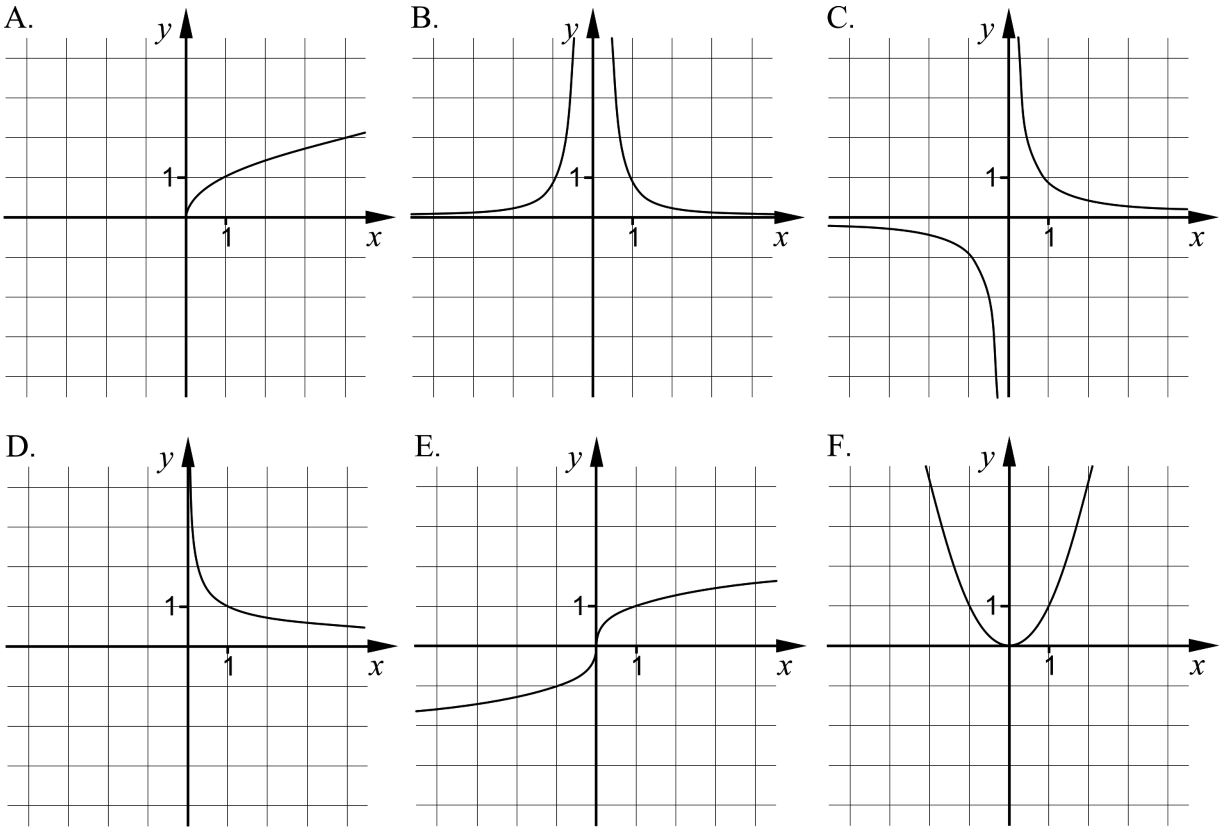
c) $(x+1)^{\frac{1}{4}} = 2$ ________________________ (0/1/0)

4. The figure shows the graph of a quadratic function f.
The points $(-4, -2)$, $(-1, 5)$ and $(2, -2)$ lie on the graph of the function.



Determine the range of the function. ______________________ (0/2/0)

5. The figures A–F show the graphs of six different power functions.



Which of the figures shows the graph of $y = \dfrac{1}{x^{0.5}}$? ________________________ (0/1/0)

6. The examples A–F show representations of algebraic expressions, equations and functions.

A. $(2x+3)(x-y)$

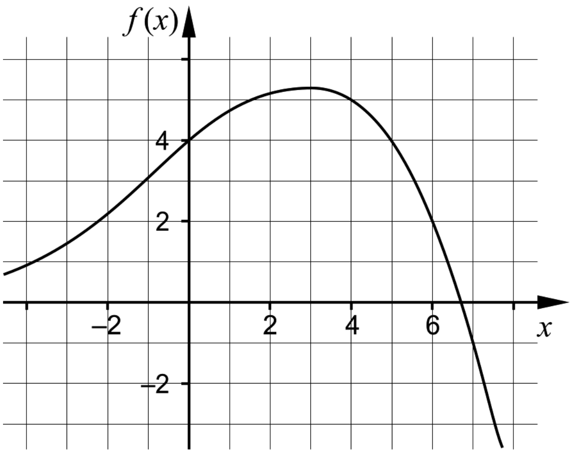
B.

x	$p(x)$
–1	4
0	7
10	37
100	307

C. $2x+3=12$

D. $3.19a$

E.



F. $10000 \cdot 1.03^x$

State, by marking with an X in the table, for each of the examples A–F which concept it is related to.

Example / Concept	A	B	C	D	E	F
Algebraic expression						
Equation						
Function						

(0/1/1)

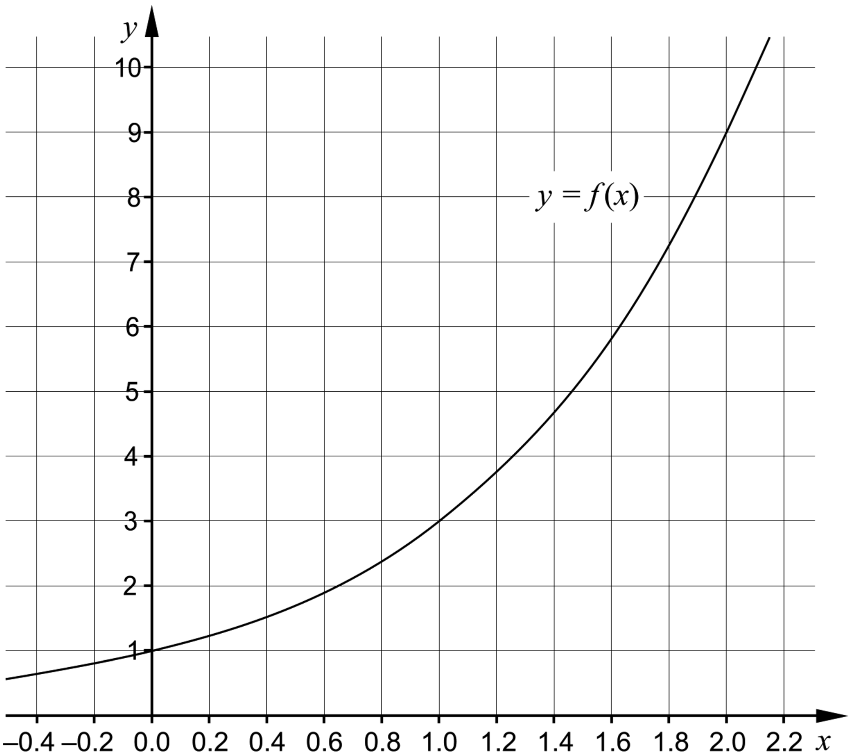
7. Simplify as far as possible.

a) $(x-3)(x+3)$ ______________________ (1/0/0)

b) $2(x-3)^2+(x-5)(x+5)-3x^2$ ______________________ (0/1/0)

c) $\left(8^{-\frac{1}{3}}+3\cdot 8^{-\frac{1}{3}}\right)^x$ ______________________ (0/0/1)

8. In the coordinate system, the graph of the function *f* given by $f(x)=3^x$ is drawn.



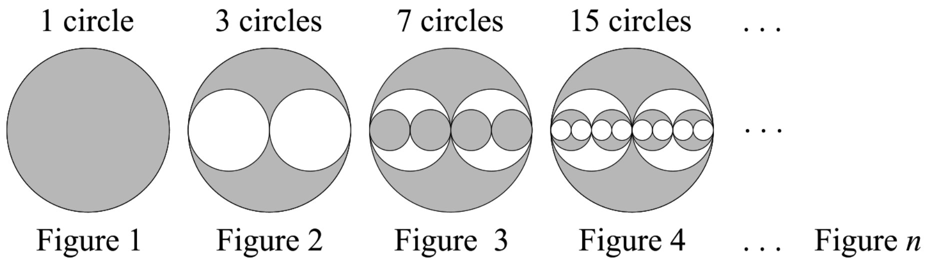
Solve the equations using the graph.

a) $3^x-2=0$ ______________________ (1/0/0)

b) $3^{x+1}=8$ ______________________ (0/1/0)

c) $3^x\cdot 3^{-2x}=0.1$ ______________________ (0/0/1)

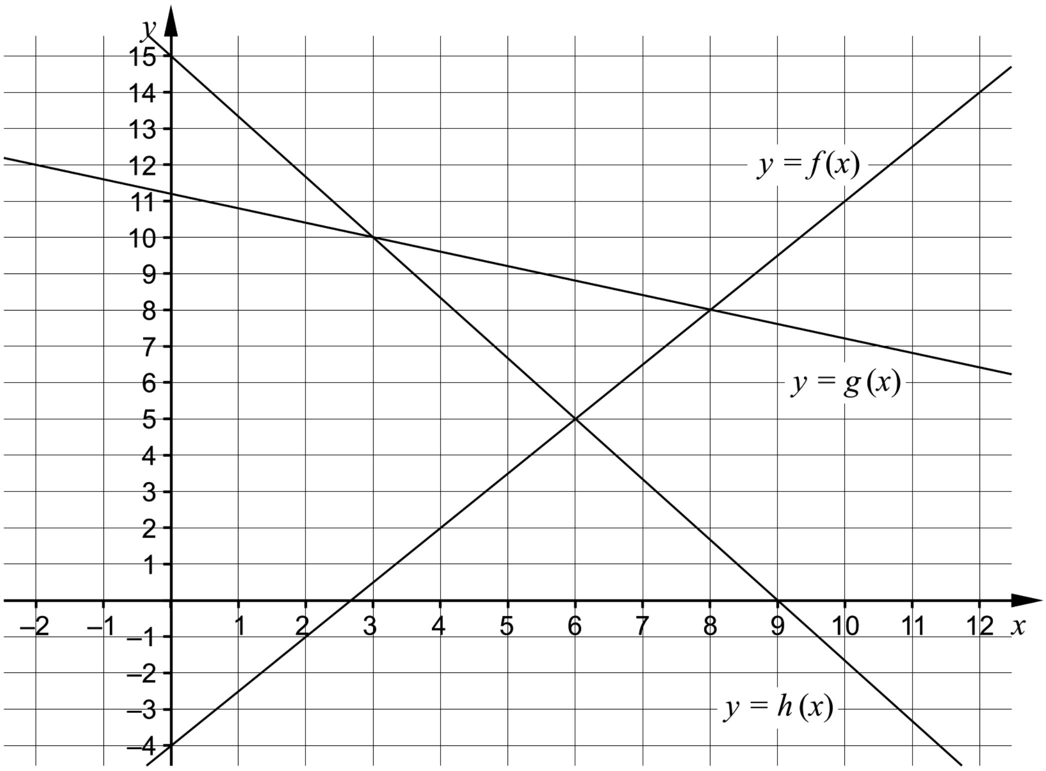
9. The picture shows four figures made up of circles. The figures are formed in accordance with a pattern. Further figures can be formed in accordance with the same pattern.



Determine an expression for the number of circles in Figure n.

_____________________ (0/0/1)

10. The figure shows the graphs of the functions f, g and h.



For what values of x does it hold that $h(x) \leq f(x) < g(x)$?

_____________________ (0/0/2)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

11. Solve the quadratic equation $x^2 - 4x - 5 = 0$ algebraically. (2/0/0)

12. The points (3, 15) and (6, 42) lie on a straight line. Determine if this line is parallel to the line $y = 8x - 13$. Justify your answer. (2/0/0)

13. Two statements are given below.

Statement 1: All sides in a quadrilateral *ABCD* have the same length.
Statement 2: The quadrilateral *ABCD* is a square.

Explain why it is not correct to use the equivalence symbol $\Leftrightarrow$ between statement 1 and statement 2. (1/0/0)

14. Solve the system of equations $\begin{cases} \dfrac{2x}{5} + y = 4 \\ \dfrac{3y}{2} = 10 + x \end{cases}$ algebraically. (0/2/0)

15. A quadratic curve has the equation $y = ax^2 + bx + c$ and a straight line has the equation $y = -bx + c$, where *a*, *b* and *c* are non-zero constants. The quadratic curve and the line intersect in two points.

a) Show that one of the points of intersection lies on the *y*-axis. (0/1/0)

b) Determine the *y*-coordinate for the other point of intersection, expressed in the constants *a*, *b* and *c*. (0/0/1)

16. The quadratic function *f* is given by $f(x) = ax^2 - a^2x + 2$, where a is a positive constant.

Determine for what values of *a* the quadratic function does have two zeros. (0/0/2)

Part D	Problems 17–25 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D).
Together they give a total of 54 points consisting of 22 E-, 19 C- and 13 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 21 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 10 points on at least C-level
B: 36 points of which 4 points on A-level
A: 42 points of which 6 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ____

Date of birth: ____

Educational programme: ____

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

17. Write down an equation for a straight line passing through the point (–1, 2).
Only answer is required (1/0/0)

18. Linus' grandparents deposit 4500 SEK in Linus' bank account on the 1st of January. The bank account carries a fixed yearly interest rate.

a) Linus wants to know the answer to the following question: "After how many years will there be 6000 SEK in the account?".

Six equations A–F are shown below, where x is the number of years since the deposit.
Only one of the equations has a solution that gives the correct answer to the question. Which one?

A. $4500 \cdot 0.01^{x} = 6000$

B. $4500 \cdot x^{0.02} = 6000$

C. $4500 \cdot 1.03^{x} = 6000$

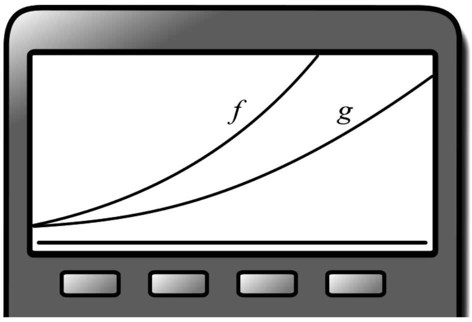
D. $4500 \cdot x^{1.04} = 6000$

E. $4500 + 1.05x = 6000$

F. $4500(1 + 0.06x) = 6000$ *Only answer is required* (1/0/0)

b) State what the fixed yearly interest rate is for Linus' bank account.
Only answer is required (1/0/0)

19. Maria plots the graph of a quadratic function and the graph of an exponential function on her graphing calculator. Both graphs pass through the point (0, 2). The point (0, 2) is a minimum point of the quadratic function. The picture shows the window of the graphing calculator.



Maria shows her graphing calculator to Josef and asks him:

"Can you see which graph shows a quadratic function and which shows an exponential function?"

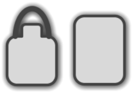
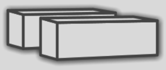
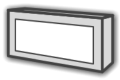
"No, you can't see that. But I know what to do to see it!" says Josef.

What should Josef do with the window on the graphing calculator to be able to determine which graph shows a quadratic function and an exponential function respectively? Justify your answer. (2/0/0)

20. Determine a value of *x* that gives $y = 6$ if $y = 7.5^x$. Give your answer to two decimal places. (2/0/0)

21. Cecilia runs a business. Instead of giving her customers Christmas presents, she is planning on buying donation gift cards from a charity.

On the charity's web page there is a list of available donation gift cards.

Donation Gift Card		Quantity
	Water and Hygiene Set 120 SEK	
	Oral Rehydration 140 SEK	
	Pack of Water Purification Tablets 150 SEK	
	Polio Vaccine Set 240 SEK	
	Bicycle 750 SEK	

Cecilia wants to buy 90 donation gift cards for 15 000 SEK. She has chosen two different kinds of donation gift cards, and sets up a system of equations to determine how many of each kind to order:

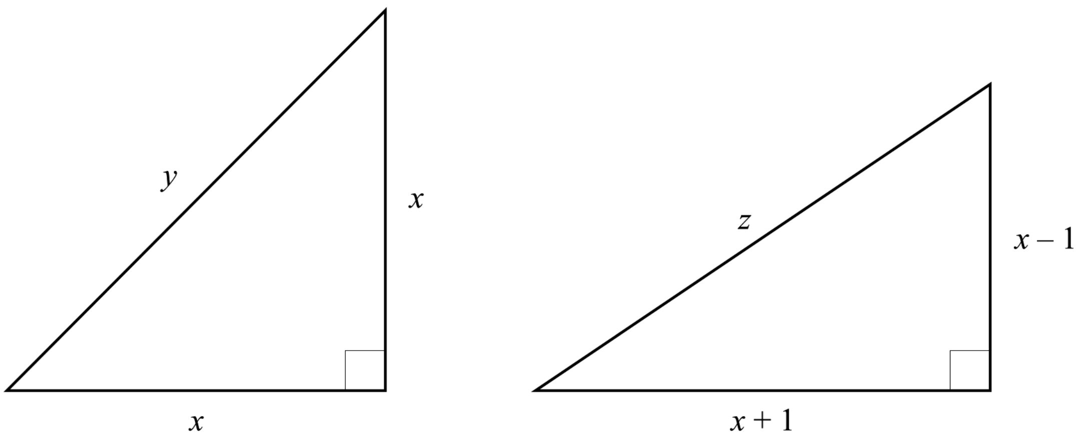
$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 240x + 140y = 15\,000 \end{cases}$$

a) State which two different kinds of donation gift cards Cecilia has chosen to order.

Only answer is required (1/0/0)

b) Determine how many donation gift cards of each kind Cecilia orders. (2/0/0)

22. The figure shows two right-angled triangles.



Show that $z > y$ for all $x > 1$ (0/2/0)

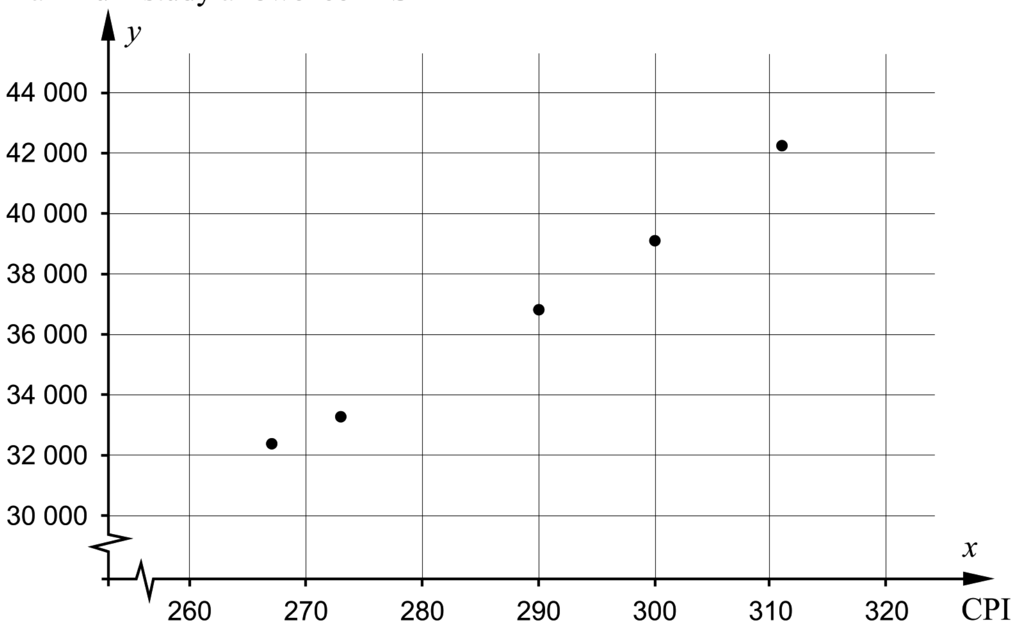
23. The sum of two numbers is 51. Determine the two numbers if their product is 152.96 (0/3/0)

24. The table and the diagram show the relationship between the maximum study allowance per term for full-time studies and the consumer price index (CPI) for some years between 2001 and 2011. The maximum study allowance is denoted SEK *y* and the CPI *x*.

Year	CPI *x*	Maximum study allowance SEK *y*
2001	267	32 379
2002	273	33 260
2007	290	36 820
2009	300	39 100
2011	311	42 230

CPI (Consumer Price Index) is based on the price trend for various kinds of goods and services. The CPI regulates the size of pensions, study allowance, alimonies etcetera.

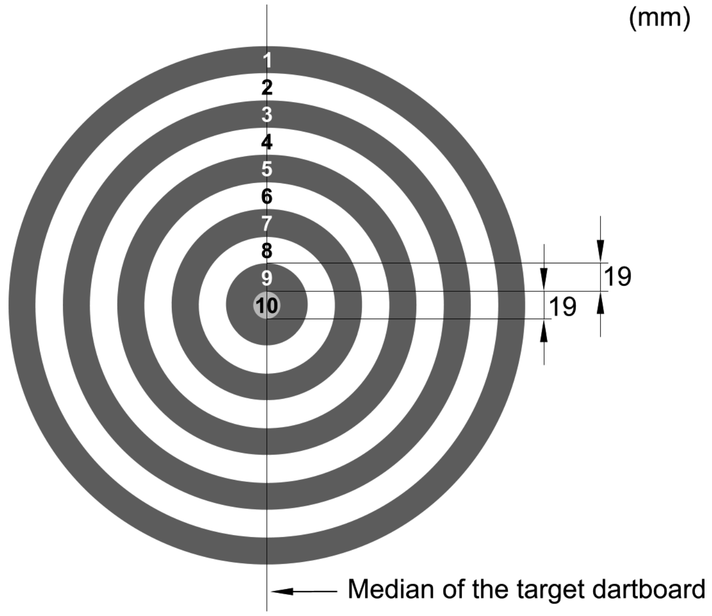
Maximum study allowence in SEK



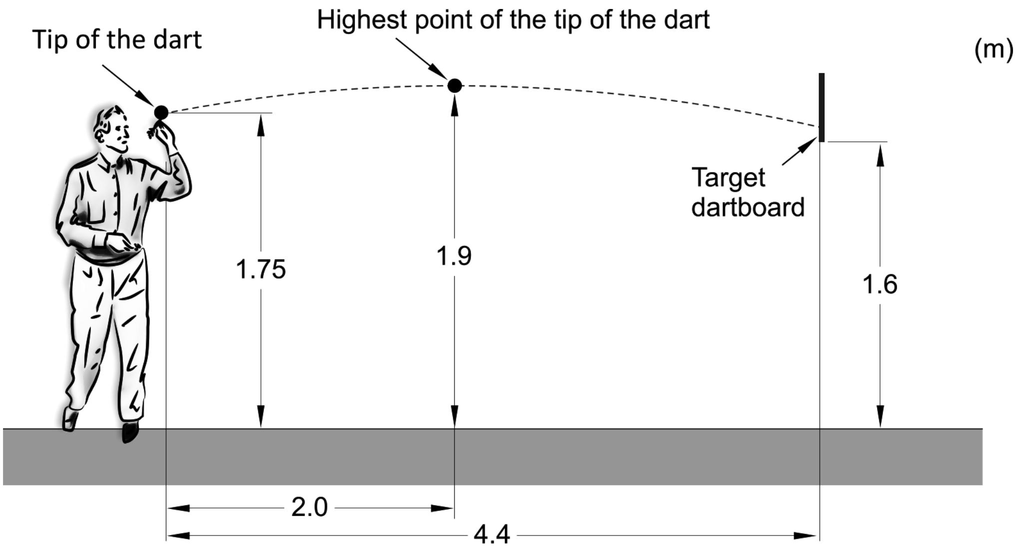
a) Draw a straight line that, as well as possible, shows the relationship between the maximum study allowance and the CPI. Also, determine the equation of the line. (0/2/0)

b) Use the relationship in the a)-problem to determine how much the study allowance should increase, in SEK, when the CPI increases by one. (0/1/0)

25. Arne throws darts at a target dartboard divided into ten circular sections. Each section is 19 mm wide and is marked with a number. The numbers are placed on the median of the target dartboard. See picture.



Arne throws the dart, and when it leaves his hand the horizontal distance between the target dartboard and the tip of the dart is 4.4 m. At this point, the tip of the dart is 1.75 m above the ground. After moving 2.0 m in the horizontal direction the tip of the dart reaches is maximum height 1.9 m. During its flight, the tip of the dart traces out a quadratic curve and hits the median of the target dartboard. The bottom of the target dartboard is 1.6 m above the ground. See figure.



Determine which section the tip of Arne’s dart hits. (0/0/4)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumenten som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $\sqrt[n]{\ }$, $f(x)$, x, y, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$, VL, HL
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions- /värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Godtagbart ritad rät linje	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($y = 2x + 1$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (2)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (1,5)	+1 E_B
3.		**Max 1/2/0**
a)	Korrekt svar ($x = \pm 4$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = 1,25$)	+1 C_P
c)	Korrekt svar ($x = 15$)	+1 C_P
4.		**Max 0/2/0**
	Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”*y* är större än – 4 och mindre än eller lika med 5”	+1 C_B
	med korrekt använda olikhetstecken ($-4 < y \le 5$)	+1 C_K
5.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (D)	+1 C_B

6. **Max 0/1/1**

Godtagbar ansats, korrekt angivna exempel för minst ett av begreppen t.ex.
Algebraiskt uttryck: A, D, F *eller* Ekvation: C *eller* Funktion: B, E +1 C_B

med varje alternativ korrekt angivet +1 A_B

Exempel / Begrepp	A	B	C	D	E	F
Algebraiskt uttryck	X			X		X
Ekvation			X			
Funktion		X			X	

7. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar ($x^2 - 9$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($-12x - 7$) +1 C_P

c) Korrekt svar (2^x) +1 A_P

8. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0,63) +1 E_{PL}

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0,9) +1 C_{PL}

c) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (2,1) +1 A_{PL}

Kommentar: Svar som avviker $\pm 0,02$ från de ovan angivna svaren anses vara korrekta.

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (t.ex. $2^n - 1$) +1 A_{PL}

10. **Max 0/0/2**

Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning, t.ex. ”då x är 6 eller mer och mindre än 8” *eller* t.ex. $6 < x < 8$ +1 A_B

med korrekt använda olikhetstecken ($6 \leq x < 8$) +1 A_K

Instruktioner för bedömning av delprov C

11. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5$, $x_2 = -1$) +1 E_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar k-värdet korrekt för linjen genom de givna punkterna, $k = 9$ +1 E_P

med godtagbart enkelt resonemang med korrekt slutsats +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

13. **Max 1/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang där det förklaras varför $\Leftrightarrow$ mellan utsaga 1 och utsaga 2 inte är korrekt +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2,5;\ y = 5$) +1 C_P

15. **Max 0/1/1**

a) Godtagbart välgrundat resonemang med godtagbar slutsats +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{2b^2}{a} + c$) +1 A_P

16. **Max 0/0/2**

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som innefattar att diskriminanten $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{2}{a}$ ska vara större än noll +1 A_R

med fortsatt resonemang som leder till att $a > 2$ för att funktionen ska ha två nollställen +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

17. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t.ex. $y = x + 3$) +1 E_{PL}

18. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (C) +1 E_M

b) Korrekt svar (3 %) +1 E_M

19. **Max 2/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang om hur Josef ska ändra inställningarna +1 E_R

Godtagbart enkelt resonemang där det framgår hur Josef kan se skillnad mellan funktionernas grafer +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

20. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $6 = 7{,}5^x$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,89) +1 E_{PL}

21. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (poliovaccinpaket och vätskeersättning) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna x eller y korrekt +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (24 gåvokort med poliovaccinpaket och 66 gåvokort med vätskeersättning) +1 E_M

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

22. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang genom att teckna en ekvation för z^2 och en ekvation för y^2
eller
genom att teckna en ekvation för z och en ekvation för y +1 C_R

med i övrigt fortsatt välgrundat resonemang där det visas att $z > y$ +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

23. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt ekvationssystem +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3,2 och 47,8) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

24. **Max 0/3/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $200 \le k \le 245$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 222x - 27311$) +1 C_M

b) Godtagbar lösning med korrekt svar (k-värdet i a)-uppgiften med enhet kr) +1 C_M

25. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, bestämmer koordinaterna för minst tre punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem
eller
bestämmer koordinaterna för två punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem samt visar insikt i att symmetri gäller +1 A_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer en godtagbart anpassad andragradsfunktion, t.ex. $y = -0,0375x^2 + 0,15x + 1,75$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Arnes pil hamnar i fält 5”) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 11

Elevlösningsexempel 11.1 (0 poäng)

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{2^2 + 5}$$

$$x = -2 \pm 3$$

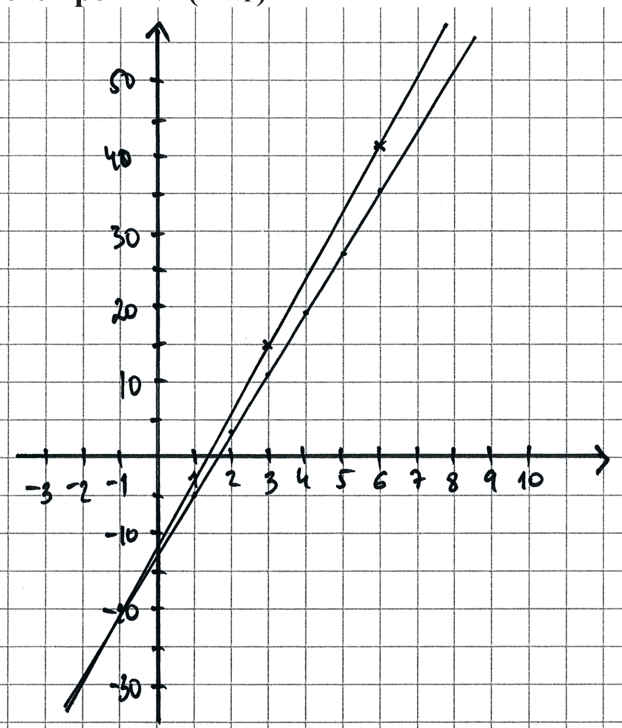
$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -5$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 E_P)



Svar: Linjen är inte parallell med linje $y = 8x - 13$.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en grafisk lösning som anses vara tillräckligt noggrann för att kunna dra slutsatsen att linjerna inte är parallella. Kraven för resonemangspoäng på E-nivå anses inte vara uppfyllda eftersom motivering till varför linjerna inte är parallella saknas.

Elevlösningsexempel 12.2 (1 EP)

Punkter = (3, 15), (6, 42)

$k = \frac{27}{3}$

$k = 9$

Svar: linjerna är ej parallella

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart beräknad riktningskoefficient för linjen genom de givna punkterna. Kraven för resonemangspoäng på E-nivå anses inte vara uppfyllda eftersom det inte framgår hur slutsatsen dras.

Elevlösningsexempel 12.3 (1 EP och 1 ER)

(3, 15) − (6, 42)

(6, 42) − (3, 15)

3, 27 $\quad \frac{27}{3} = 9$

$k = 9 \quad y = 8x - 13$

$k = 8$

$9 \neq 8$ Nej!

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart beräknad riktningskoefficient för linjen genom de givna punkterna. Även om motiveringen är knapphändig anses kraven för resonemangspoäng på E-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (0 poäng)

Anledningen till att det endast går att sätta ut en implikationssymbol men inte en för ekvivalens är för att utsagorna endast fungerar åt ett håll. För att en ekvivalenssymbol ska kunna sättas ut så måste påståendena fungera åt båda hållen.

ex.: $x+3=7 \Leftrightarrow x=4$ är en ekvivalens

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt förklaring av begreppet ekvivalens men eftersom förklaringen inte knyts till uppgiften ges lösningen noll poäng.

Elevlösningsexempel 13.2 (1 E_R)

Svar: Även om alla sidor är lika långa
så behöver det inte vara en kvadrat,
det finns andra geometriska former

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar förklaring till varför en ekvivalenspil inte är korrekt att använda. ”andra geometriska former” är något otydligt men trots detta anses lösningen uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 15a

Elevlösningsexempel 15a.1 (1 C_R)

På y-axeln är $x=0$

$y=ax^2+bx+c$ $\quad\quad$ $y=-bx+c$

$y(0)=c$ $\quad\quad$ $y(0)=c$

Dvs. båda kurvorna går genom $(0, c)$

V.S.V.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar med ett välgrundat resonemang att den ena skärningspunkten har koordinaterna (0, *c*) och att den därmed ligger på *y*-axeln. Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 15a.2 (1 C_R)

Båda funktionerna har konstanttermen
c, vilket visar att båda skär y-axeln
då $y=c$ V.S.V.

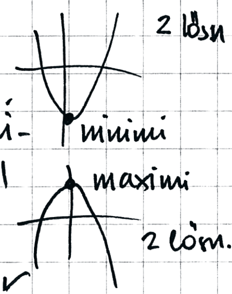
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat resonemang som baseras på att båda ekvationerna ”har konstanttermen *c*”. Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (0 poäng)

$$f(x) = ax^2 - a^2 \cdot x + 2$$

om vi vill att andragradsfunktionen ska ha två nollställen så behöver vi få parabeln att antingen ha en positiv maximipunkt eller en negativ minimipunkt. Dessutom vet vi att diskriminanten blir större än noll i ekvationen så har vi två reella rötter = 2 lösningar



Elevlösningsexempel 16.2 (0 poäng)

$$f(x) = ax^2 - a^2x + 2$$

$$0 = ax^2 - a^2x + 2 \quad (\text{pq-formeln})$$

$$x = \frac{a^2}{2} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{a^2}{2}\right)^2 - 2}}$$

ska vara > 0 då blir det två nollställen på x-axeln

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösningsexempel 1 och 2 visar förståelse för att diskriminanten ska vara > 0 men eftersom diskriminanten saknas (elevlösningsexempel 1) respektive är felaktig (elevlösningsexempel 2) anses inte kraven för den första resonemangspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningarna ges noll poäng.

Uppgift 19

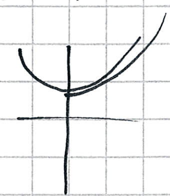
Elevlösningsexempel 19.1 (0 poäng)

Svar: Han kan via fönstret (WINDOW) göra en större xmin-värde, för då kommer man kunna se att ena linjen går i en kurva uppåt, medans andra kurvan börjar vid en punkt. Den som kurvar uppåt är en andragradsfunk-tion och den andra är en exponentialfunktion.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förklaring till hur fönstret ska ändras men det är inte helt klart vad som menas med ”en större *x*min-värde”. Kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. Vidare är det oklart vilken sida om y-axeln som andragradsfunktionen ”kurvar uppåt”. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 19.2 (2 E_R)

Om mer av x-axeln åt vänster syns ser man när andragradsfunktionen ökar i y-värde igen



dvs. andragradsfunktionen kommer att stiga i värde igen eftersom min-punkten syns

Svar: Flytta fönstret åt vänster.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förklaring där det framgår att fönsterinställningen ska ändras så att ”mer av *x*-axeln åt vänster syns”. Därmed anses kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Förklaringen till hur funktionerna ser ut till vänster om y-axeln är otydlig. Förklaringen tydliggörs av de skissade kurvorna trots att grafen till exponentialfunktionen startar på y-axeln. Sammantaget anses kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå vara nätt och jämnt uppfyllda.

Uppgift 21b

Elevlösningsexempel 21b.1 (0 poäng)

$$\begin{cases} x + y = 90 & (1) \\ 240x + 140y = 15000 & (2) \end{cases}$$

uträknat mha miniräknare

Hon har valt att köpa 24 poliovaccinpaket och 66 vätskeersättningspaket.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en miniräknarlösning där det inte framgår hur miniräknaren har använts. Detta anses inte vara tillräckligt för en godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 21b.2 (1 E_M)

$x + y = 90 \Rightarrow y = 90 - x$

$240x + 140y = 15000$

$240x - 140x + 12600 = 15000$

$100x = 2400$

$x = 24$

$90 - 24 = 66 = y$

$24 \cdot 240 + 66 \cdot 140$

$5760 + 9240 = 15000$

Svar: $x = 24$

$y = 66$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart löst ekvationssystem. Eftersom variablerna varken är definierade i början av lösningen eller i svaret anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. Elevlösningen ges den första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 21b.3 (2 EM)

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot\ 30 \\ \hline 7200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ \cdot\ 60 \\ \hline 8400 \end{array}$$

15600

Svar: 24 st poliovaccinpaket 240 kr

och 66 st vätskeersättning 140 kr

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot\ 20 \\ \hline 4800 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ \cdot\ 70 \\ \hline 9800 \end{array}$$

14600

$$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot\ 24 \\ \hline 5760 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \\ \cdot\ 66 \\ \hline 9240 \end{array}$$

$y = 66$

$x = 24$

$x + y = 90$

$240x + 140y = 15000$

$$\begin{array}{r} 9240 \\ +\ 5760 \\ \hline 15000 \end{array}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en lösning som bygger på prövning av tre specialfall vilket anses motsvara en systematisk prövning. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 CR)

$Y^2 = x^2 + x^2$

$Y^2 = 2x^2$

$Z^2 = (x+1)^2 + (x-1)^2$

$Z^2 = (x^2 + 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1)$

$Z^2 = 2x^2 + 2$

Svar: Så länge $x > 1$ så är $z > Y$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt tecknade ekvationer för z^2 och y^2. Trots att hänvisning till Pythagoras sats saknas anses kraven för den första resonemangspoängen vara uppfyllda. Slutsatsen i svaret dras inte utifrån uttryck för z och y och motivering saknas till varför $z^2 > y^2$ medför att $z > y$. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 C_R)

$$y = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2}$$

$$z = \sqrt{(x+1)^2 + (x-1)^2} = \sqrt{x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 + 2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x^2+2} > \sqrt{2x^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt tecknade ekvationer för z och y. Trots att hänvisning till Pythagoras sats saknas anses kraven för den första resonemangspoängen vara uppfyllda. På sista raden dras ingen tydlig slutsats men lösningen anses trots detta nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen på C-nivå. Sammantaget ges lösningen båda resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 C_{PL})

$$x + y = 51$$

$$x \cdot y = 152{,}96$$

$$x^2 + y^2 = 7749{,}96$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett korrekt tecknat ekvationssystem och uppfyller därmed kraven för första problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 C_{PL})

$$x(51 - x) = 152{,}96$$

$$0 = x^2 - 51x + 152{,}96$$

Geogebra: $\{x = 3{,}2, \quad x = 47{,}8\}$.

Svar: 3,2 och 47,8

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där digitala hjälpmedel har använts. När det gäller kommunikation är variabeln odefinierad och det är otydligt hur det digitala hjälpmedlet har använts. Dessa brister gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 AM och 1 AK)

Angivna punkter om vi sätter där pilen startar som (0, 0), där pilen når sin högsta punkt är (2,0 ; 0,15) och pilen landar är (4,4 ; y).

Eftersom att maximipunkten är där x = 2 och nollställena är lika långt ifrån varandra och ett nollställe är x = 0, måste det andra vara x = 4

2 − 2 = 0 2 + 2 = 4

$ax^2 + bx + c = 0$, tre angivna koordinater: (0, 0), (2; 0,15) och (4, 0).

Använder miniräknaren, QuadReg och får en andragradare med a = −0,0375, b = 0,15, c = 0.

Ritar min andragradare i räknaren x = 4,4 medför att y = −0,066 som innebär att pilen tappat 0,066 m i höjd under färden. Pilen befinner sig 1,75 − 0,066 = 1,684 m över marken. 1,684 − 1,6 = 0,084 m = = 84 mm upp på tavlan. $\frac{84}{19} = 4,42$

Alltså befinner sig pilen på fält 4.

Svar: Fältet där man får 4 poäng.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med ett felaktigt svar. I och med att svaret blir fel anses inte kraven för den tredje modelleringspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och behandlar uppgiften i sin helhet. Trots att den tredje modelleringspoängen inte ges anses elevlösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 25.2 (3 A_M och 1 A_K)

Punkt 1 (0;1,75)

sym. 2 (2;1,9)

3 (4;1,75)

kvadreg

$y = -0{,}0375x^2 + 0{,}15x + 1{,}75$

när $x = 4{,}4$ $y = 1{,}684$

vilket ger 84 mm upp på tavlan

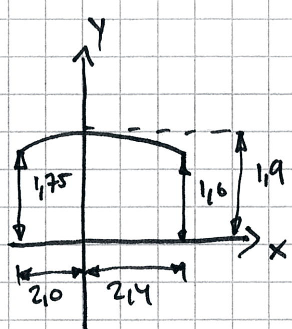
$\frac{84}{19} = 4{,}42$

det betyder att han träffade

cirkel nr 5

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en räknarlösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå samt innehåller alla väsentliga delar även om förklaringar och motiveringar är knapphändiga. Sammantaget ges lösningen de tre modelleringspoängen på A-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 25.3 (3 A_M och 1 A_K)



(m)

①

$y = ax^2 + bx + c$

$b = -(0 \cdot 2) = 0$

$c = 1{,}9$

$a = ?$

$\Rightarrow y = ax^2 + 1{,}9$

② (ej skalenlig)

sätter:

$x = -2{,}0$ och vet att då är $y = 1{,}75$

$y = ax^2 + c$

$1{,}75 = a \cdot -2{,}0^2 + 1{,}9$
$-1{,}9 \qquad -1{,}9$

$\frac{-0{,}15}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$

$a = -0{,}0375 \Rightarrow y = -0{,}0375x^2 + 1{,}9$

$x = 2{,}4$ m ger:

$y = -0{,}0375 \cdot 2{,}4^2 + 1{,}9 = 1{,}684$ m

Fortsättning på nästa sida.

tavlans nederkant sitter 1,6 m från marken.

1,684 − 1,6 m = 0,084 m = 84 mm

Pilen träffar 84 mm från tavlans nederkant.

$\frac{84}{19} \approx 4{,}4$

Pilen träffar 4,4 fält från tavlans nederkant, alltså i det 5:e

Svar: Pilen träffar i 5 poängs fältet.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts *y*-axeln som symmetrilinje vilket gör att de två punkterna $(-2; 1,75)$ och $(0; 1,9)$ är tillräckliga för bestämning av andragradsfunktionen och därmed anses det även att det visats insikt i att symmetri måste gälla. När det gäller kommunikation innehåller lösningen alla väsentliga delar. Trots att det inte är tydligt hur konstanten *b* beräknas anses lösningen i övrigt vara lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen de tre modelleringspoängen på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.