Part B	Problems 1–9 which only require answers.
Part C	Problems 10–15 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for Part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D).
Together they give a total of 53 points consisting of 22 E-, 18 C- and 13 A-points.

Level requirements for test grades
E: 14 points
D: 22 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 10 points on at least C-level
B: 36 points of which 4 points on A-level
A: 42 points of which 7 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. A straight line has the equation $y = 3x + 2$

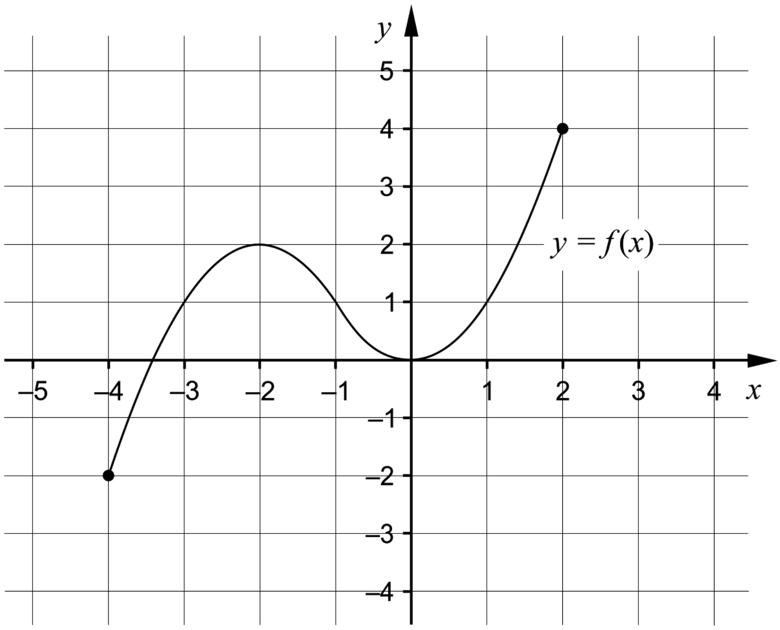
a) Write down the coordinates for a point on the line.

_______________________ (1/0/0)

b) Write down the equation for another straight line that is parallel to the line $y = 3x + 2$

_______________________ (1/0/0)

2. The figure shows the graph of a function *f*, where $y = f(x)$.



One of the alternatives A–F shows the domain of the function. Which one?

A. $-2 \leq x \leq 0$

B. $-2 \leq x \leq 4$

C. $-4 \leq x \leq 2$

D. $0 \leq y \leq 2$

E. $-2 \leq y \leq 4$

F. $-4 \leq y \leq 2$ _______________________ (1/0/0)

3. The quadratic equation $x^2 - a = 0$ has the solutions $x_1 = 5$ and $x_2 = -5$

Determine the value of a. _____________________ (1/0/0)

4. Tuva is a member of Strömbäcks Kajakklubb. The membership costs SEK 350 per season and she can then rent a kayak for SEK 125 per day.

a) Write down a relation in the form $y = kx + m$ for the total cost SEK y of renting a kayak x days during a season.

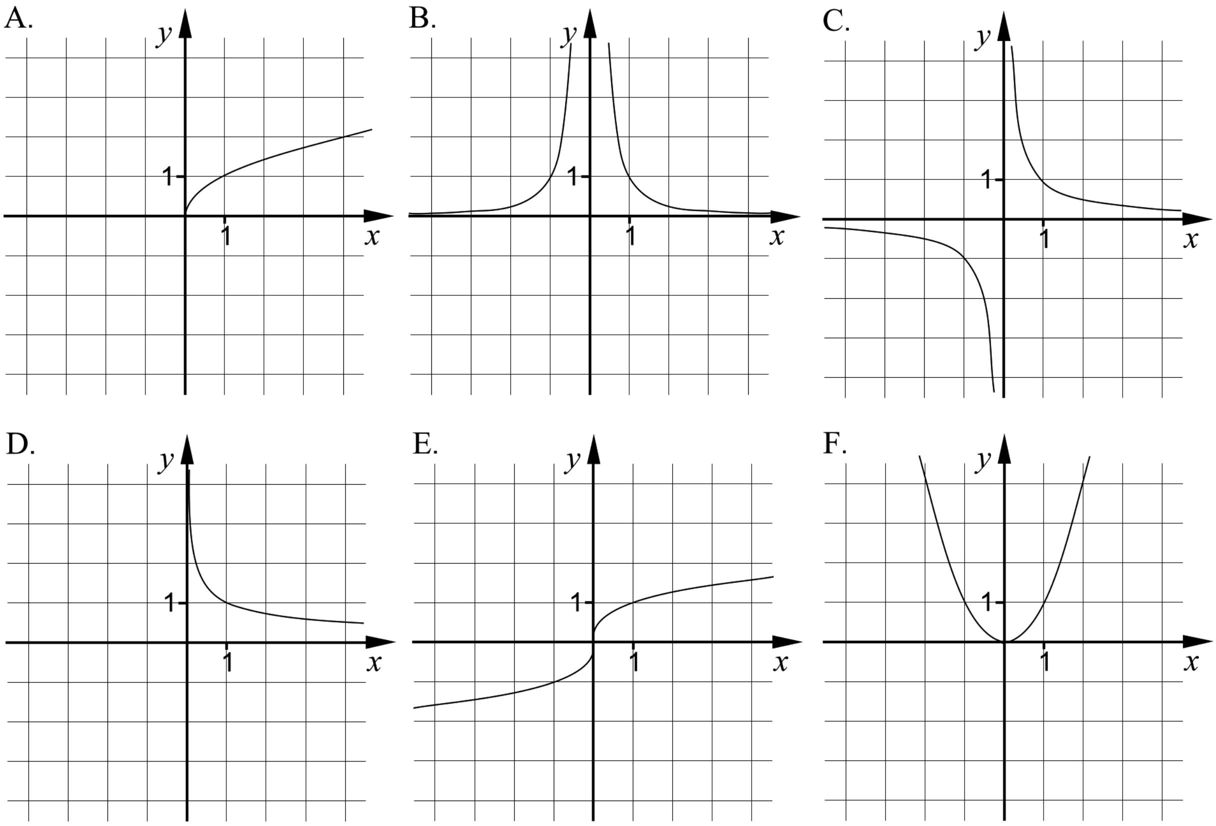
_____________________ (1/0/0)

During one season, Tuva paid, in total, SEK 850

b) How many days did Tuva rent a kayak during that season?

_____________________ (1/0/0)

5. The figures A–F show the graphs of six different potential functions.



a) Which of the figures shows the graph of $y = \dfrac{1}{x^{0.5}}$?

______________________ (0/1/0)

b) Re-write the function $y = \dfrac{1}{x^{0.5}}$ in the form $y = C \cdot x^a$

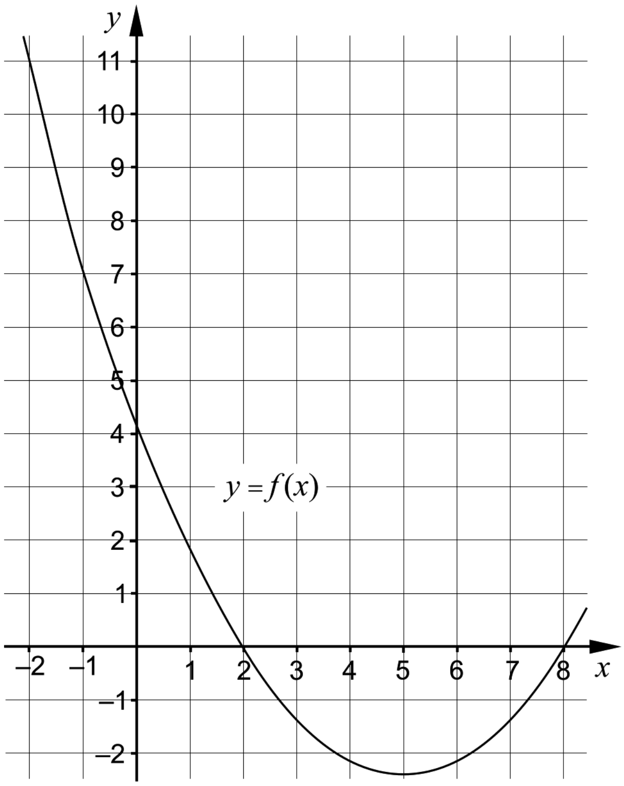
______________________ (0/1/0)

6. Solve the equations. Give exact answers.

a) $x^5 = 3$ ______________________ (1/0/0)

b) $\left(1 + \dfrac{x}{100}\right)^{\frac{1}{3}} = 2$ ______________________ (0/1/0)

7. The figure shows a part of the graph of a quadratic function f, where $y = f(x)$.



a) Write down the zeroes of the function. ______________________ (1/0/0)

b) Determine $f(11)$. ______________________ (0/1/0)

c) Solve the equation $f(x+1) = -1$ ______________________ (0/0/1)

8. Simplify the following expression as far as possible.

$\left(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1}\right)\left(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}\right)$ ______________________ (0/0/1)

9. There are an infinite number of lines $y = f(x)$ which intersect the x-axis at $x = 4$
It is possible to form quadratic functions g such that $g(x) = x \cdot f(x)$.
The graphs of all such quadratic functions g pass through two mutual points.

Write down the coordinates for the two mutual points.

______________________ (0/0/2)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

10. Karin has been given the task of solving the linear system $\begin{cases} 3x+2y=14 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

She starts by solving both equations for y and rewrites the linear system to:

$$\begin{cases} y = -1.5x + 7 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$$

a) Has Karin solved both equations for y correctly?
Justify your answer. (1/0/0)

b) Solve the linear system $\begin{cases} 3x+2y=14 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ algebraically. (2/0/0)

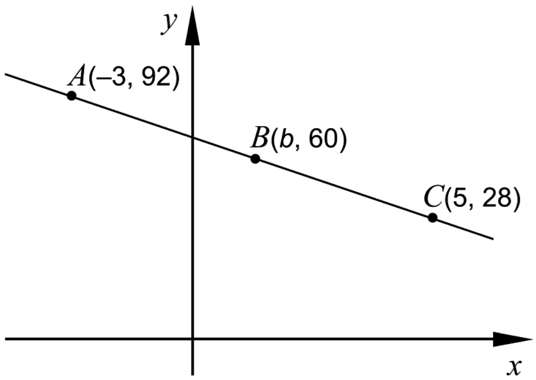
11. Solve the equations algebraically. Give exact answers.

a) $x^2 - 8x + 7 = 0$ (2/0/0)

b) $(x-4)^2 = 2(x-4)$ (0/2/0)

c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$ (0/0/2)

12. The figure shows a straight line that passes through the points $A\,(-3, 92)$, $B\,(b, 60)$ and $C\,(5, 28)$.



Determine the x-coordinate b of point B. (2/1/0)

13. It holds for a function A that $A(x) = -\frac{3x^2}{2} + 30x$

a) Does the function A have a maximum? Justify your answer. (0/1/0)

b) Determine the coordinates of the maximum/minimum point of the function. (0/2/0)

14. A function f can be written in the form $f(x) = kx + m$ where k and m are constants. Investigate what values k and m can have in order for the equality $f(a+b) = f(a) + f(b)$ to be true for all values of a and b. (0/1/1)

15. a) Solve the equation and give an exact answer.

$(x^3 - 5)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{10}}$ (0/0/1)

b) Which of the following intervals A–F contains the solution to the equation

$(x^3 - 5)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{1}{10}}$? Justify your answer. (0/0/2)

A. $0.5 \le x < 1$

B. $1 \le x < 1.5$

C. $1.5 \le x < 2$

D. $2 \le x < 2.5$

E. $2.5 \le x < 3$

F. $3 \le x < 3.5$

Part D	Problems 16–22 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D).
Together they give a total of 53 points consisting of 22 E-, 18 C- and 13 A-points.

Level requirements for test grades
E: 14 points
D: 22 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 10 points on at least C-level
B: 36 points of which 4 points on A-level
A: 42 points of which 7 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

16. Determine the equation of two different straight lines that intersect at the point (1, 4). (2/0/0)

17. Sandor is going to start a business where he will make and sell macarons.

He assumes that he will be able to sell all the macarons he makes for SEK 5 each. When selling x macarons, Sandor makes SEK P.

a) Write down the relation for P as a function of x.
Only answer is required (1/0/0)

When Sandor starts his business he has to buy baking equipment at a cost of SEK 510. The ingredients for each macaron cost SEK 1.50. The function $K(x) = 1.5x + 510$ describes the total manufacturing cost when manufacturing x macarons.

b) Determine the minimum numbers of macarons Sandor has to sell in order to make a profit. (2/0/0)

18. Siiri, Ellen and Mirja are friends. Case A and case B concerns the three friends. The left statement is true for case A and case B.

Case A	Mirja is the oldest.	$\Longrightarrow$	Siiri is younger than Mirja.
Case B	Siiri has no driving license.	$\Longrightarrow$	Mirja and Ellen each has a driving license.

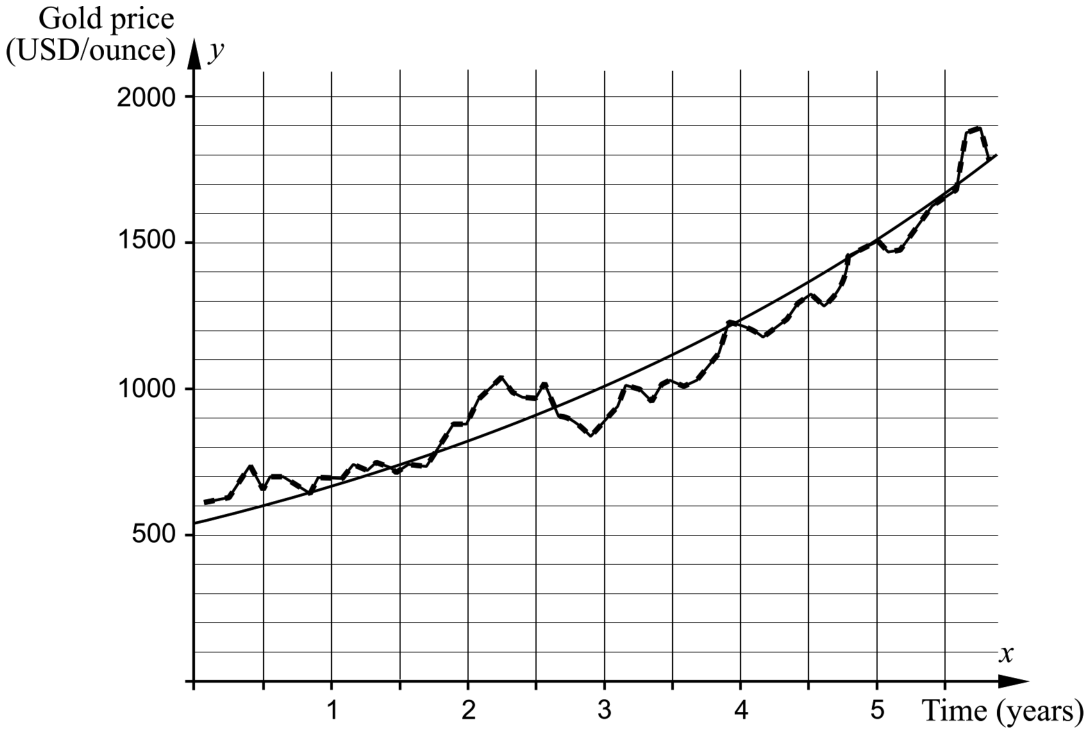
Write down for both case A and for case B whether the implication $\Rightarrow$ between the cases is true.

Justify your answer for both case A and case B. (2/0/0)

19. Albin starts the new year by swimming once a week. Each week he increases the distance by 50 m. In week 19 he swam three times as far as he did in week 1.

Determine how far Albin swam in week 19. (0/2/0)

20. The diagram shows the price trends of gold and the graph of an exponential function that has been adjusted to the values. The x-axis shows the time in years after January 1, 2006 and the y-axis shows the gold price in USD/ounce.



Determine the adjusted exponential function. (0/2/0)

21. Sanna makes bracelets from reindeer leather, tin thread and silver beads. She makes two different kinds of bracelets, see table.

Type of bracelet	Material consumption	Total material cost
 Bracelet with four strand braid	550 cm tin thread 25 cm reindeer leather	SEK 110.50
 Double bracelet with single braid and silver beads	350 cm tin thread 50 cm reindeer leather 20 silver beads	SEK 146

The silver beads cost SEK 3/piece. Calculate the cost in SEK/m for the tin thread and the cost in SEK/m for the reindeer leather. (0/3/0)

22. When replacing windows in an old brick building, wooden heads are needed above the rectangular windows. The upper edge of the heads have the same shape as the graph of a quadratic function, see figure 1.

The width of a head is 120 cm and the largest height is 30 cm, see figure 2.

Figure 1

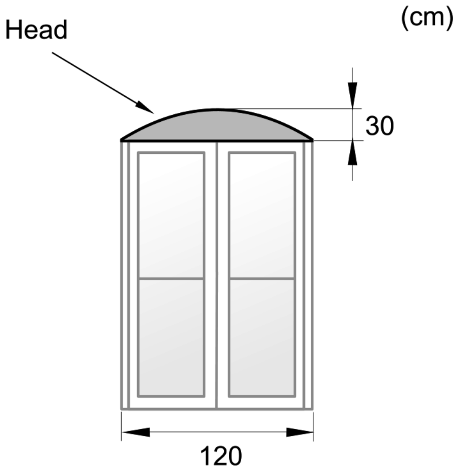


Figure 2

The woodworks which will make the wooden heads want to determine a quadratic function in order to make a model of the head.

Determine a quadratic function that describes the upper edge of the head. (0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 5).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumenten som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $\sqrt[n]{\ }$, $f(x)$, x, y, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$, VL, HL
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (t.ex. (0, 2))	+1 E_P
b)	Korrekt svar (t.ex. $y = 3x + 3$)	+1 E_B
2.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (C: $-4 \leq x \leq 2$)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (25)	+1 E_{PL}
4.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($y = 350 + 125x$)	+1 E_M
b)	Korrekt svar (4)	+1 E_M
5.		**Max 0/2/0**
a)	Korrekt svar (D)	+1 C_B
b)	Korrekt svar ($y = x^{-0,5}$)	+1 C_P
6.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ($x = 3^{\frac{1}{5}}$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = 700$)	+1 C_P

7. **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($x_1 = 2$ och $x_2 = 8$) +1 E_B

Kommentar: Svar som innehåller både *x*- och *y*-koordinater t.ex. (2, 0) och (8, 0) ges noll poäng.

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (7) +1 C_B

c) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($x_1 = 1,7$ och $x_2 = 6,3$) +1 A_B

8. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (2) +1 A_P

9. **Max 0/0/2**

Anger koordinaterna för minst en korrekt punkt +1 A_{PL}

med korrekt svar ((0, 0) och (4, 0)) +1 A_{PL}

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 3/0/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Nej, det borde stå – 7 i den andra ekvationen.”) +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

b) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 4,\ y = 1$) +1 E_P

11. **Max 2/2/2**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1,\ x_2 = 7$) +1 E_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 10x + 24 = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 4,\ x_2 = 6$) +1 C_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

c) Godtagbar ansats, visar insikt om att $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ *eller* förenklar ekvationen

till $8 = \frac{1}{x^3}$ +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{1}{2}$) +1 A_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

12. **Max 2/1/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer linjens lutning, -8 +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1) +1 E_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

13. **Max 0/3/0**

a) Korrekt svar med en godtagbar motivering (t.ex. ”Ja, eftersom x^2-termen är negativ.”) +1 C_B

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer maximipunktens x-koordinat, 10 +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (10, 150) +1 C_P

14. **Max 0/1/1**

E	C	A
	Godtagbart välgrundat resonemang, kommer utifrån ett eller flera specialfall eller utifrån ett generellt resonemang fram till att $m = 0$ *eller* att k kan ha vilket värde som helst. 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, kommer utifrån ett generellt resonemang fram till att $m = 0$ *och* att k kan ha vilket värde som helst. 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

15. **Max 0/0/3**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 7\frac{1}{3}$) +1 A_P

b) Korrekt svar (C: $1{,}5 \leq x < 2$) +1 A_B

med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som styrker att alternativ C är korrekt +1 A_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

Instruktioner för bedömning av delprov D

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en linje som går genom punkten (1, 4) +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = x + 3$ och $y = 2x + 2$) +1 E_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

17. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar ($P(x) = 5x$) +1 E_M

Kommentar: Även svaret $P = 5x$ anses vara korrekt.

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $5x = 1{,}5x + 510$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (146 makroner) +1 E_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

18. **Max 2/0/0**

Godtagbart enkelt resonemang där minst ett av fallen är godtagbart motiverat +1 E_R

med fortsatt godtagbart enkelt resonemang där båda fallen är godtagbart motiverade +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

19. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation, $x + 18 \cdot 50 = 3x$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (1350 m) +1 C_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

20. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, väljer exponentialfunktion av typen $y = C \cdot a^x$ och bestämmer C
eller
ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av a, t.ex.
$1500 = 600 \cdot \dfrac{a^5}{a^{0,5}}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 542 \cdot 1,23^x$) +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”Renskinn kostar 46 kr/m och tenntråd 18 kr/m.”) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

22. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer maximipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex. $y = -\frac{1}{120}x^2 + x$) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 10.a

Elevlösningsexempel 10.a.1 (0 poäng)

a) Nej, Karin har skrivit om den andra ekvationen fel.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett svar där det inte framgår var i den andra ekvationen som Karin gjort fel och därmed anses inte kraven för en resonemangspoäng på E-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 10.a.2 (0 poäng)

Karin har inte löst ut y korrekt
ur ekvationerna. Det hon glömmer
på ekvation 2 är att flytta över
sjuan så att den blir negativ och
y blir själv på den sidan.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang där det varken framgår på vilken sida *y* finns eller vilket tecken *y* har efter att ”sjuan” har flyttats över. Därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på E-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 10.a.3 (1 E_R)

Svar: Nej, hon glömde att när man
byter sida om = tecknet byter det också
tecken, alltså den positiva sjuan i andra
ekvationen blir negativ.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller ett godtagbart enkelt resonemang om vilket fel Karin gjorde i sin lösning av ekvationssystemet. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 11.a

Elevlösningsexempel 11.a.1 (0 poäng)

a) $x^2 - 8x + 7 = 0$

$$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{16 - 7}$$

$$x = -4 \pm 3$$

Svar: $x_1 = -7$ och $x_2 = -1$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 11.b

Elevlösningsexempel 11.b.1 (0 poäng)

$$(x-4)^{\cancel{2}} = 2\cancel{(x-4)}$$

$$x - 4 = 2$$

$$x = 6$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förkortning med $(x-4)$ vilket leder till att en lösning försvinner. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats och ges noll poäng.

Uppgift 11.c

Elevlösningsexempel 11.c.1 (0 poäng)

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$$

$$\left(\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{4}{8} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

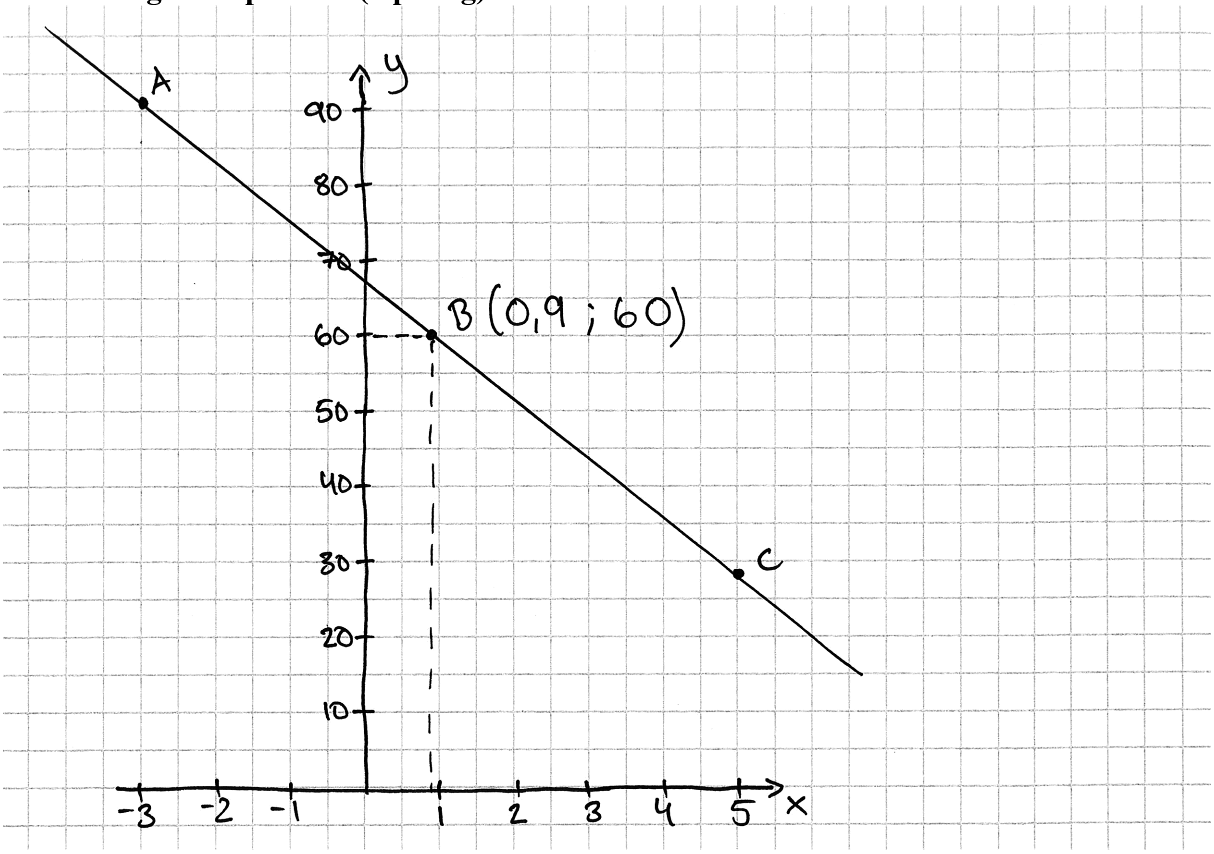
$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

Svar $= x = 0{,}5$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en felaktig metod där båda leden kvadreras. Beräkningarna som följer är felaktiga och trots ett korrekt svar ges lösningen noll poäng.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en grafisk bestämning av *x*-koordinaten för punkten *B*. Eftersom koordinatsystemets noggrannhet inte är tillräcklig för att ett korrekt svar ska kunna avläsas uppfylls inte kraven för ansatspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (2 E_{PL} och 1 C_K)

$$\frac{92-28}{-3-5} = \frac{64}{-8} = -8$$

$$y = kx + m$$

$$92 = -8 \cdot (-3) + m$$

$$m = 68$$

$$60 = -8 \cdot x + 68$$

$$-8 = -8x$$

$$x = 1$$

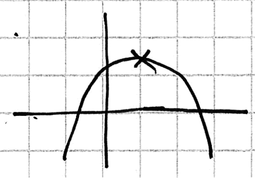
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av *x*-koordinaten för punkten *B*. När det gäller kommunikation innehåller lösningen vissa brister. T.ex. saknas förklaringar till vad som beräknas på rad 1 och beräkningarna är något knapphändigt redovisade. Trots dessa brister anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 13.a

Elevlösningsexempel 13.a.1 (0 poäng)

$A(x) = -\frac{3x^2}{2} + 20x$

Svar: Ja, eftersom att det är en andragradsfunktion "(x^2)". Dessa funktioner är böjda i en båge. I detta fall är funktionen negativ och detta gör så att bågen blir böjd neråt, vilket ger ett maximum värde.



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller inte en godtagbar motivering eftersom det inte framgår att det är koefficienten för x^2-termen som är negativ. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för begreppspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13.a.2 (1 C_B)

Ja, en maximum eftersom den har en negativ andragradsterm vilket gör att den stiger nedåt i koordinatsystemet.

Elevlösningsexempel 13.a.3 (1 C_B)

Ja, negativt x^2 värde ger ekvationen en maximipunkt

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösning 2 och 3 innehåller en godtagbar motivering till att funktionen A har ett maximum. Trots att felaktig terminologi förekommer i svaren är motiveringarna kopplade till x^2-termens tecken vilket anses tillräckligt för att kraven för begreppspoängen på C-nivå ska vara uppfyllda.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$k(a+b)+m=(ka+m)+(kb+m)$

m ska för enkelheten vara 0 för annars måste man ta med det i beräkningarna också.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett korrekt svar för konstanten *m* men saknar välgrundat resonemang till varför $m = 0$ och därmed anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 C_R)

$f(a+b)=f(a)+f(b)$

$k(a+b)+m=k\cdot a+m+k\cdot b+m$

$k(a+b)+m=ka+kb+2m$

$a=1 \quad b=2$

$k\cdot(1+2)+m=k\cdot 1+m+k\cdot 2+m$

$k\cdot 3+m=k\cdot 1+m+k\cdot 2+m$

$3k+m=3k+2m$

$3k=3k+m$

$m=0$

Svar: $k=$ alla tal och $m=0$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja. Resonemanget bygger dock på ett enda specialfall och anses därmed nätt och jämnt vara välgrundat. Motiveringen till $m = 0$ anses vara godtagbar men motivering till varför *k* kan vara ”alla tal” saknas. Elevlösningen anses därmed uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå men inte för resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 14.3 (1 C_R)

$f(x) = kx + m$

$f(a+b) = k(a+b) + m = ka + kb + m$

$f(a) = ka + m$

$f(b) = kb + m$

$f(a) + f(b) = ka + m + kb + m = ka + kb + 2m$

Om $f(a+b) = f(a) + f(b)$ är $m = 0$ då $m = 2m$

k samma i båda, spelar ingen roll

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja med en välgrundad motivering för $m = 0$. Trots att insikt visas i att konstanten k är ”samma i båda, spelar ingen roll” anses inte detta motsvara ett välgrundat och nyanserat resonemang eftersom det inte tydligt framgår att k kan anta vilket värde som helst. I och med detta anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 14.4 (1 C_R och 1 A_R)

$f(x) = kx + m$

$f(a+b) = f(a) + f(b)$

$ka + kb + m = ka + m + kb + m$

$k(a+b) + m = ka + m + kb + m$

$\cancel{ka} + \cancel{kb} + m = \cancel{ka} + \cancel{kb} + m + m$

$m = m + m$

$m - m = m + m - m$

$0 = m$

Svar: m ska vara 0 och k kan vara vad som helst eftersom den försvinner.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett generellt matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja som leder till en korrekt slutsats. Redovisningen är inte helt tydlig men resonemanget anses ändå vara välgrundat och nyanserat i och med den motivering som finns i svaret. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 15.b

Elevlösningsexempel 15.b.1 (1 A_B)

$\sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8}$ alltså < 2

Svar: C: $1{,}5 \le x < 2$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt svar. Förklaringen som leder fram till svaret anses dock inte välgrundad och nyanserad i och med att intervallets nedre gräns inte undersöks. Därmed uppfylls inte kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 15.b.2 (1 A_B och 1 A_R)

$\sqrt[3]{7}$ måste vara mindre än $\sqrt[3]{8}$

alltså mindre än 2

Nedre gräns $1{,}5^3 = 3{,}375$

$7 > 3{,}375$

då måste $\sqrt[3]{7} > 1{,}5$

Svar: C är rätt $1{,}5 \le x < 2$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen innehåller förutom ett korrekt angivet intervall en förklaring till varför detta intervall är det korrekta. Det framgår av lösningen vad $\sqrt[3]{7}$ borde vara i och med jämförelsen med såväl $\sqrt[3]{8}$ som 1,5. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för resonemangspoäng på A-nivå.

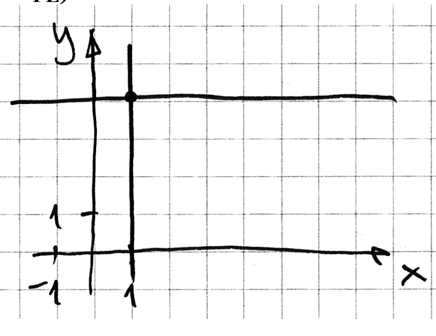
Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (2 E_{PL})

$(1,4)$

$y = 4$

$x = 1$



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en grafisk lösning med två korrekt angivna ekvationer. Lösningen ges båda problemlösningspoängen på E-nivå.

Uppgift 17.b

Elevlösningsexempel 17.b.1 (1 E_M)

Sandor har kostnader för utrustning och ingredienser.

Utrustning: 510 kr Ingredienser/makron: 1,50 kr

Funktionen: $K(x) = 1{,}5x + 510$

För att Sandor ska gå med vinst måste han sälja så många makroner att han får in mer pengar än han gett ut.

Svar: För att Sandor ska gå med vinst måste han minst sälja 146 st.

$K(146) = 1{,}5 \cdot 146 + 510 = 729$ kr

$146 \cdot 5 = 730$ kr

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en prövning där det framgår att Sandor får in 730 kr för 146 sålda makroner och att detta är mer än tillverkningskostnaden. Detta anses motsvara en godtagbar ansats men verifiering saknas för att det är det minsta antalet makroner som han ska sälja för att gå med vinst. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 17.b.2 (2 E_M)

$3{,}5x = 510$

$x \approx 146$

Svar: För att gå med vinst måste Sandor sälja 146 makroner.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en knapphändig men korrekt lösning som ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)

Fall A stämmer eftersom om Siiri är yngre än Mirja så måste Mirja vara äldst.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ger det korrekta svaret att Fall A stämmer men resonemanget är felaktigt då det utgår ifrån den högra utsagan istället för den vänstra. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (2 E_R)

Fall A: Sant! Om Mirja är äldst måste Siiri vara yngre än Mirja.

Fall B: Falskt! Vi vet inte om Mirja och Ellen har körkort.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett korrekt enkelt resonemang för Fall A. Resonemanget i Fall B anses godtagbart då eleven motiverat att det inte går att avgöra om Mirja och Ellen har körkort även om svaret falskt är felaktigt. Elevlösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 18.3 (2 E_R)

Implikationen stämmer i Fall A. Om Siiri ska vara yngre än Mirja måste vänstra utsagan säga det och det gör den eftersom den säger att Mirja är äldst.

I Fall B vet vi inte om implikationen stämmer eller inte. Den kan göra det eller den kan inte göra det men vänstra utsagan ger ingen information om det.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar två korrekta enkla resonemang som leder till rätt slutsats i de båda fallen och därmed anses kraven för de två resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 19

Elevlösningsexempel 19.1 (0 poäng)

v. 1 450 m

450 m · 3 = 1350 m

v. 1 = 450	v. 11 = 950
v. 2 = 500	v. 12 = 1000
v. 3 = 550	v. 13 = 1050
v. 4 = 600	v. 14 = 1100
v. 5 = 650	v. 15 = 1150
v. 6 = 700	v. 16 = 1200
v. 7 = 750	v. 17 = 1250
v. 8 = 800	v. 18 = 1300
v. 9 = 850	v. 19 = 1350
v. 10 = 900	

Svar: Vecka 19 simmar Albin 1350 m.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en beräkning som bygger på att Albin simmade 450 m den första veckan. Eftersom detta antagande inte är underbyggd med några beräkningar anses ansatsen inte vara godtagbar och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 19.2 (1 C_{PL})

$18 \cdot 50 = 900$

$x + 900 = 3x$ x = första veckans avstånd

$900 = 2x$

$x = 450$

Han simmade 450 m första veckan.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där en godtagbar ekvation ställs upp för beräkning av den längd Albin simmade första veckan. Lösningen ges första problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (2 C_M)

Exp. funktion $y = C \cdot a^x$

y - guldpris x - tid a f-faktor

C - startvärde ca 540

Två punkter (0, 540) och (0,5, 600)

Sätter in punkterna under LIST på

räknaren och kör ExpReg (regression)

Får $y = 540 \cdot 1,23^x$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där regression utförs med hjälp av ett digitalt hjälpmedel. Lösningen anses uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (2 C_M)

$$\begin{cases} 5{,}5x + 0{,}25y = 110{,}50 & (x-2) \\ 3{,}5x + 0{,}50y + 60 = 146 \end{cases}$$

$$-11x - 0{,}50y = -221$$

$$+ \quad 3{,}5x + 0{,}50y + 60 = 146$$

$$-7{,}5x + 60 = -75$$

$$x = 18$$

$$5{,}5 \cdot 18 + 0{,}25y = 110{,}50$$

$$0{,}25y = 11{,}5$$

$$y = 46$$

Svar: Tenntråd kostar 18 kr/m

renskinnsband 46 kr/m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas bland annat definierade variabler och en förklaring till vad ”60” på andra raden står för. Även i övrigt saknas vissa mellanled vid beräkningar. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (1 C_M och 1 C_K)

Armband med 4 flätor = A_1
Armband med enkelfläta = A_2
Kostnad kr/m tenntråd Tenntråd = T
Kostnad kr/m renskinnsband Rensk.band = R
Silverkulor 3 kr/styck
20 silverkulor = $3 \cdot 20 = 60$ kr
146 kr − 60 kr = 86 kr
Total kostnad båda banden
(utan silverkulor):

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110{,}5 \\ 350t + 50r = 86 \quad /2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110{,}5 \\ 175t + 25r = 43 \end{cases} \quad -$$

$375t = 67{,}5$

$t = 0{,}18$ kr/cm $= 0{,}0018$ kr/m

$350 \cdot 0{,}18 + 50r = 86$

$63 + 50r = 86$

$50r = 23$

$r = 0{,}146$ kr/cm $=$
$= 0{,}0046$ kr/m

Svar: tenntråden kostar 0,0018 kr/m
och renskinnsband kostar 0,0046 kr/m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt så när som på svaret där enhetsomvandlingen är felaktig. Svaret blir i och med detta orimligt och kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå, variablerna är godtagbart definierade och matematiska symboler används godtagbart. Sammantaget ges lösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.3 (2 C_M och 1 C_K)

x = tenntråd

y = renskinnsband

börja med att dra bort silverkulorna (60 kr)

$$\begin{cases} 350x + 50y = 86 \\ 550x + 25y = 110{,}5 \end{cases}$$

$$\frac{50y = 86 - 350x}{2}$$

$$25y = 43 - 175x$$

$$550x + (43 - 175x) = 110{,}5$$

$$375x = 67{,}5$$

$$x = 0{,}18$$

$$350(0{,}18) + 50y = 86$$

$$\frac{50y = 23}{50}$$

$$y = 0{,}46$$

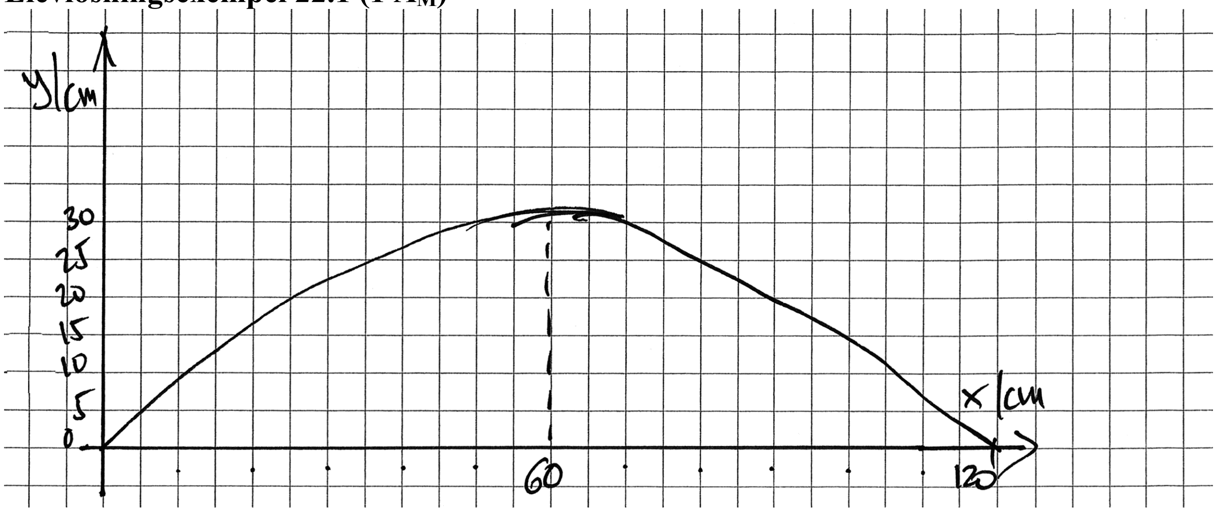
Svar: tenntråd = 18 kr/m

Renskinnsband = 46 kr/m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Variablerna är inte godtagbart definierade i början av lösningen men detta kompenseras delvis av att svaret innehåller korrekt enhet. På rad 5 och 11 utförs division av hela ekvationer vilket inte är matematiskt korrekt. Beräkningarna ger $x = 0{,}18$ och $y = 0{,}46$ men svaret är angivet med korrekt enhet utan att omvandlingen redovisas. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng nätt och jämnt vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

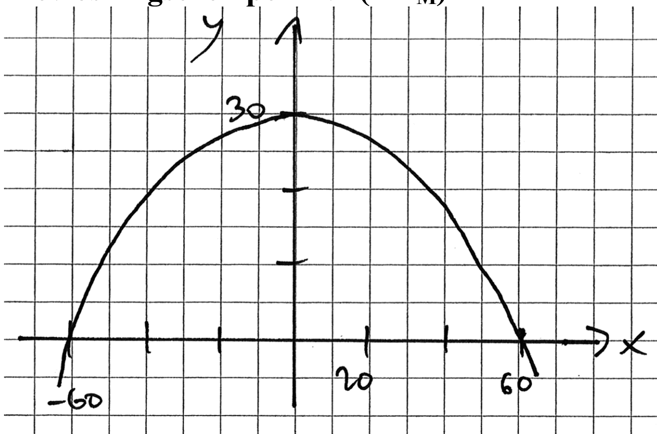
Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 A_M)



Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar grafen till en andragradsfunktion i ett definierat koordinatsystem. Funktionens maximum och nollställen framgår av figuren även om de tre punkternas koordinater inte är angivna. Trots dessa brister anses lösningen motsvara en anpassning av passbitens form till en matematisk modell. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 A_M)



$y = ax^2 + c$

$y = ax^2 + 30$

$0 = a \cdot 60^2 + 30$

$a = -\frac{1}{120}$

Svar: $y = -\frac{x^2}{120} + 30$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och mellanled i beräkningarna. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 22.3 (2 A_M och 1 A_K)

Det finns 3 kända punkter: (0, 0), (60, 30) och (120, 0)

Andragradsfunktion: $y = ax^2 + bx + c$

punkten (0, 0) ger $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

Punkterna (60, 30) och (120, 0) ger

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & (1) \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & (2) \end{cases}$$

(1) multipliceras med −2

$$\begin{cases} -60 = -7200a - 120b \\ 0 = 14400a + 120b \end{cases}$$

$-60 = 7200a$

$a = -0{,}0083$

$120b = -14400a$

$b = \frac{-14400a}{120}$

$b = \frac{-14400(-0{,}0083)}{120}$

$b = 1$

Svar: Funktionen kan vara

$y = -0{,}0083x^2 + x$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Bland annat definieras de tre givna punkterna som punkter i ett koordinatsystem och formeln för en allmän andragradsfunktion anges. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.