

Delprov B	Uppgift 1–9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10–15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 23 E-, 19 C- och 13 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

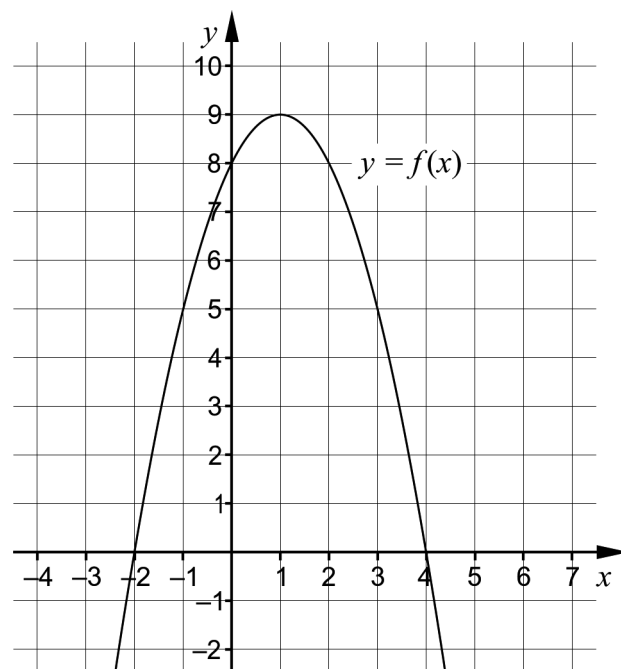
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Figuren visar grafen till andragradsfunktionen f .

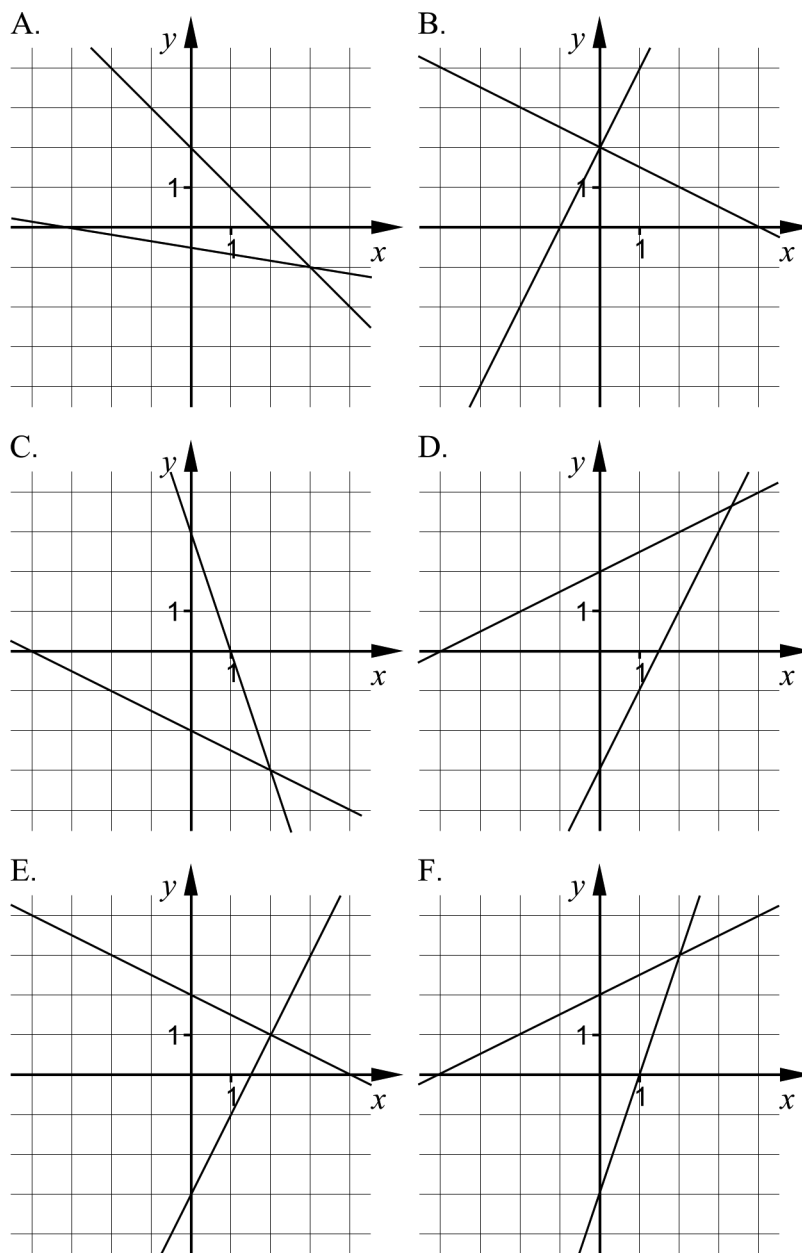


- a) Bestäm funktionens nollställen. _____ (1/0/0)
- b) Bestäm funktionens största värde. _____ (1/0/0)
2. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $x^7 = 21$ _____ (1/0/0)

b) $x^{\frac{1}{5}} = 10$ _____ (1/0/0)

3. Koordinatsystemen A–F visar grafiska representationer av linjära ekvationssystem.



- a) Ett av koordinatsystemen A–F visar ekvationssystemet
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

Vilket? _____ (1/0/0)

- b) Markera lösningen till ekvationssystemet
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

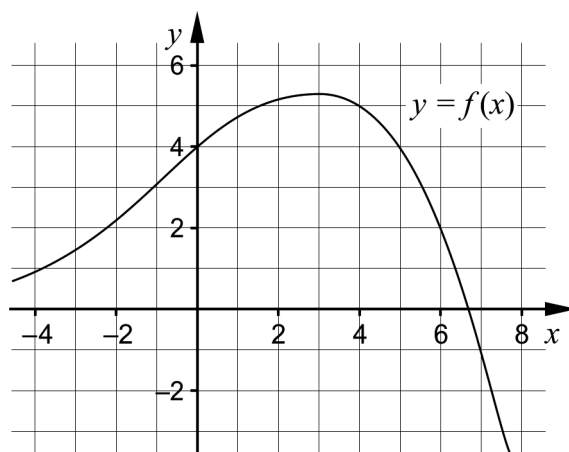
i det valda koordinatsystemet. (1/0/0)

4. Fyll i de tomma parenteserna så att respektive likhet gäller.

a) $(7x + 3y)(\quad) = 49x^2 + 42xy + 9y^2$ (0/1/0)

b) $(\quad)(\quad) = 25 - 4y^2$ (0/1/0)

5. Figuren visar grafen till funktionen f .

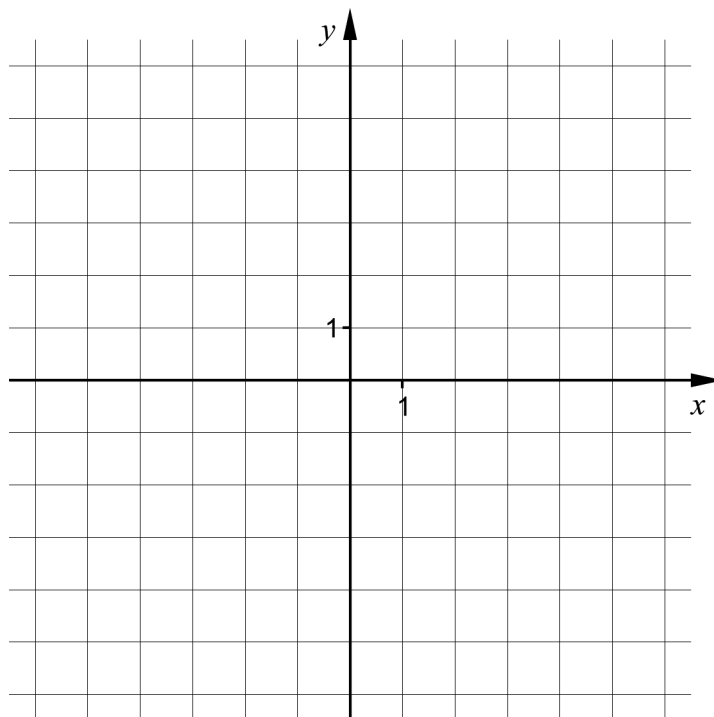


Använd grafen och bestäm a om $f(a) = -1$ _____ (0/1/0)

6. För en andragradsfunktion f , där $y = f(x)$, gäller att

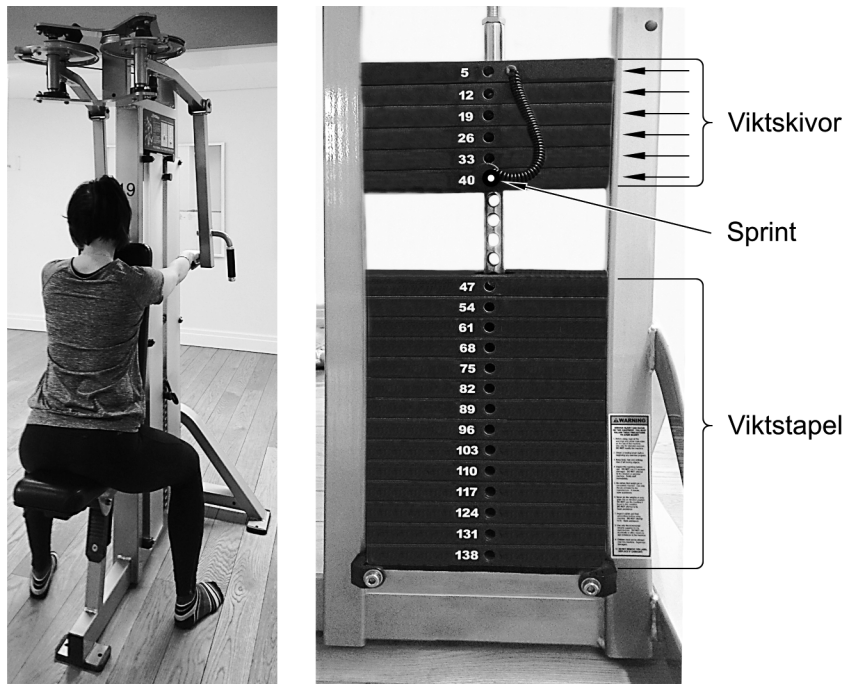
- $f(x) \leq 0$ för alla x
- $f(2) = 0$

Skissa i koordinatsystemet ett exempel på hur grafen till andragradsfunktionen f kan se ut.



(0/2/0)

7. Lena tränar på gym och använder en maskin för att träna ryggen. Genom att stoppa in en sprint i en viktskiva på maskinens viktstapel kan hon välja den totala vikt hon vill använda. Se bilderna.



Den minsta vikt som maskinen kan ställas in på är 5 kg och viktskivan är då märkt med 5. Därefter är viktskivorna märkta med 12, 19, 26, ..., 138 enligt tabellen.

Antal viktskivor	Total vikt i kg
1	5
2	12
3	19
4	26
...	...
20	138

Låt y vara den totala vikten i kg som Lena använder och x antalet viktskivor som hon väljer i viktstapeln.

Ställ upp en funktion för hur den totala vikten, y kg, beror av antalet valda viktskivor x .

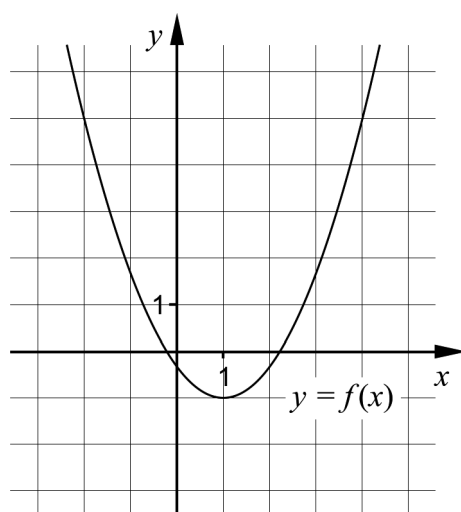
_____ (0/1/0)

8. Beräkna värdet av uttrycket $4444^2 - 4443^2$

Ledtråd: Kan lösas med konjugatregeln.

_____ (0/1/0)

9. Figuren visar grafen till andragradsfunktionen f .



- a) Bestäm en andragradsfunktion g vars graf inte skär grafen till funktionen f i någon punkt.

$g(x) =$ _____ (0/0/1)

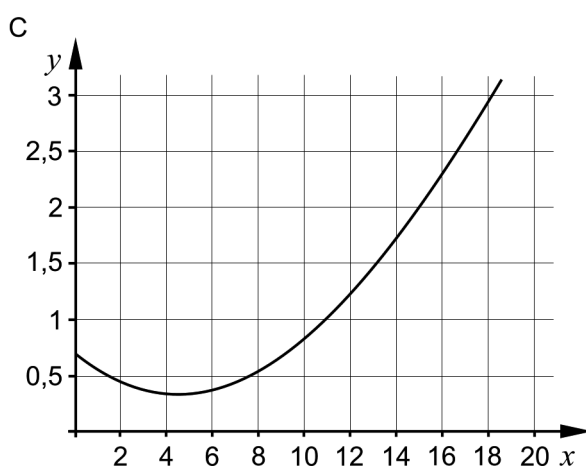
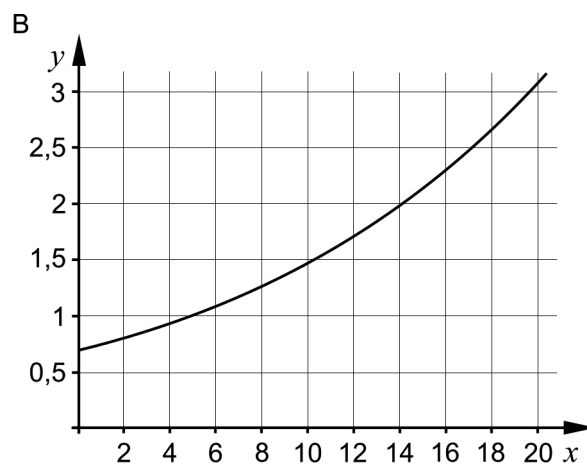
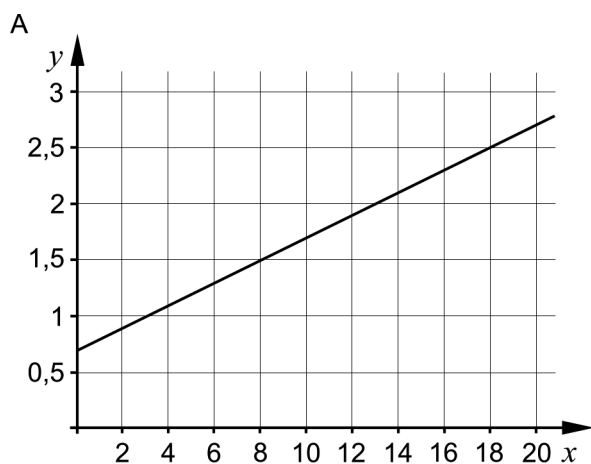
- b) Ange värdemängden för andragradsfunktionen g .

_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. En bostadsrätt köptes i januari år 2000 för 700 000 kr och såldes i januari år 2016 för 2,3 miljoner kr.

Graferna A, B och C visar tre olika tänkbara modeller för bostadsrättens värdeutveckling där y är bostadsrättens värde i miljoner kr och x är tiden i år efter januari år 2000.



- a) En av graferna visar att den årliga procentuella förändringen av bostadsrättens värde har varit lika stor mellan åren 2000 och 2016. Ange vilken graf och motivera ditt svar.
- b) Anta att värdeutvecklingen fortsätter med samma årliga procentuella förändring även efter år 2016. Använd grafen och bestäm hur mycket bostadsrätten då skulle vara värd i januari år 2018.

(1/0/0)

Endast svar krävs

(1/0/0)

11. Figuren visar tre påbörjade algebraiska lösningar av ekvationen $x^2 + 4x - 5 = 0$

The image shows three handwritten solutions for the quadratic equation $x^2 + 4x - 5 = 0$ on a grid background. Each solution is separated by a horizontal line.

Metod A:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-5)}$$

Metod B:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = -\frac{4}{2 \cdot 1} \pm \frac{\sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$$

Metod C:

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x+2)^2 - 4 - 5 = 0$$

- a) Välj en av metoderna A, B eller C och förklara kortfattat vad som är gjort i den påbörjade lösningen. (1/0/0)
- b) Fortsätt att lösa ekvationen $x^2 + 4x - 5 = 0$ enligt den valda algebraiska metoden. (1/0/0)

12. Nedan finns två utsagor.

Utsaga 1: Alla sidor i en fyrhörning $ABCD$ är lika långa.

Utsaga 2: Fyrhörningen $ABCD$ är en kvadrat.

Förklara varför det inte är korrekt att använda ekvivalenssymbolen $\Leftrightarrow$ mellan utsaga 1 och utsaga 2.

(1/0/0)

13. Grafen till en andragradsfunktion f har sitt ena nollställe i $x = 3$ och sitt maximum i punkten $(0, 18)$.

För andragradsfunktionen f gäller att $f(x) = Ax^2 + Bx + C$. Bestäm funktionen f .

(1/2/0)

14. Anta att a , b och c är tre på varandra följande heltal där $a < b < c$.

Undersök om uttrycket $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$ alltid är ett heltal för alla sådana på varandra följande heltal a , b och c . (0/0/3)

15. Lös ekvationen $\frac{2^{n-4} \cdot \sqrt{2^{n+1}}}{\sqrt{2^{-2n-2}}} = 2^{15}$ (0/0/2)

Delprov D	Uppgift 16–24. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 23 E-, 19 C- och 13 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 43 poäng varav 6 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

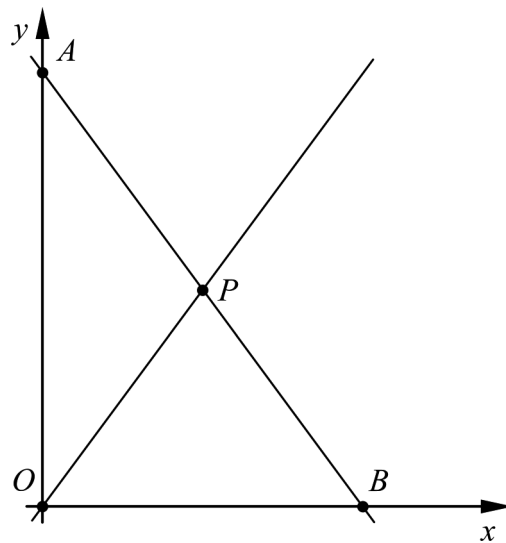
Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. En rät linje L går genom de två punkterna $(63, 125)$ och $(114, 227)$.

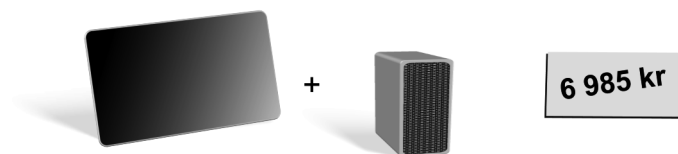
- a) Bestäm ekvationen för linjen L . (2/0/0)
- b) Avgör om linjen L även går genom punkten $(500, 1000)$. (1/0/0)

17. Figuren visar de två räta linjerna $y = 2x$ och $y = -2x + 12$. Tillsammans med koordinataxlarna bildar linjerna två trianglar OPA och OBP .

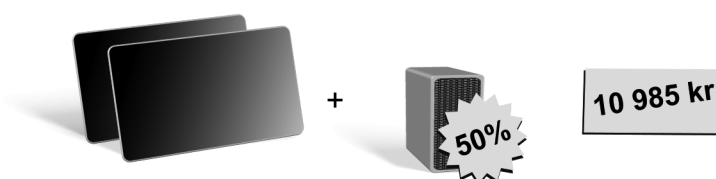


- a) Bestäm koordinaterna för punkten P . (1/0/0)
- b) Avgör om trianglarna OPA och OBP har lika stor area. (2/0/0)

18. En familj planerar att köpa en surfplatta och en högtalare. En surfplatta och en högtalare kostar tillsammans 6985 kr i en butik.



Försäljaren erbjuder 50 % i rabatt på högtalaren om familjen köper två surfplattor och en högtalare. Priset med rabatten blir då 10 985 kr.



Bestäm det ordinarie priset för en surfplatta respektive en högtalare.

(2/1/0)

19. Marilyn Monroe gjorde ett minnesvärt framträdande av låten "Happy Birthday" den 19 maj 1962 då USA:s president John F. Kennedys födelsedag firades. Klänningen hon hade på sig har 2500 kristaller fastsydda i tyget. Långt efter firandet har klänningen fått stort intresse.



Marilyn Monroe köpte klänningen för priset 12 000 USD år 1962. Klänningen såldes senare vid en auktion år 1999 och då hade klänningens pris ökat med ungefär 1 255 000 USD.

Anta att klänningens pris ökade med lika många procent varje år från år 1962 till år 1999. Då gäller ekvationen

$$12\,000 \cdot x^{37} = 1\,267\,000 \text{ där } x \text{ är förändringsfaktorn.}$$

- a) Utgå från ekvationen och bestäm med hur många procent klänningens pris ökade per år från år 1962 till år 1999.
- b) Utgå från ekvationen och bestäm vilket år klänningens pris hade ökat med ytterligare 1 255 000 USD, det vill säga till 2 522 000 USD.

(2/0/0)

(0/2/0)

20. Philip säljer isglass på stranden. Han får 320 isglassar levererade varje dag.



En dag säljer Philip samtliga 320 isglassar för priset 10 kr/styck. Han funderar på hur mycket han kan höja priset för att tjäna mer. Det visar sig att för varje höjning av priset med 1 kr minskar dagsförsäljningen med 20 isglassar.

Han ställer upp en funktion $I(x)$ som modell för intäkten i kr under en dag:

$$I(x) = (10 + x)(320 - 20x)$$

- a) Förklara vad x står för i funktionen. (1/0/0)

Philip köper in de 320 isglassarna för 9 kr/styck. Han säljer isglassarna till samma pris under hela dagen och har inga utgifter utöver inköpet av isglassarna. De isglassar han inte säljer under dagen kan inte sparas till nästa dag.

- b) Bestäm det pris på isglassarna i kr/styck som ger Philip störst vinst per dag, det vill säga störst skillnad mellan hans intäkter och utgifter. (0/3/0)

21. Lös ekvationen $2x(x - 4) = 714$ (0/2/0)

22. För en funktion f gäller att $f(x) = kx + m$.

Några av alternativen A–F innehåller vart och ett för sig tillräckligt med information för att kunna bestämma värdet på både k och m . Ange vilka och motivera ditt svar.

A. $f(9) = 1$ och $f(12) = 2 \cdot f(9)$

B. $f(3) = -1$

C. då funktionens graf skär y -axeln är $f(x) = -2$

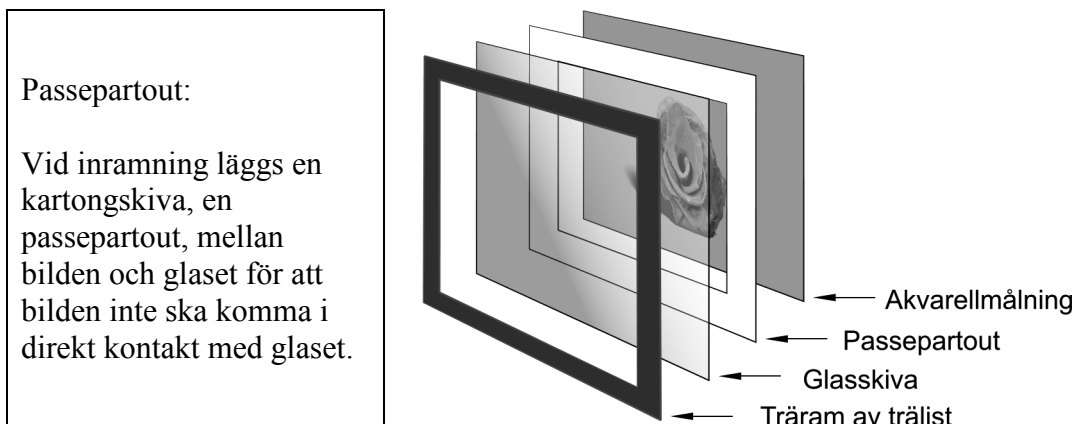
D. $f(5) - f(2) = 1$ och $f(9) - f(6) = 1$

E. $f(x) = 0$ för $x = 6$

F. $(7, \frac{1}{3})$ och $(8, \frac{2}{3})$ är punkter på funktionens graf (0/2/0)

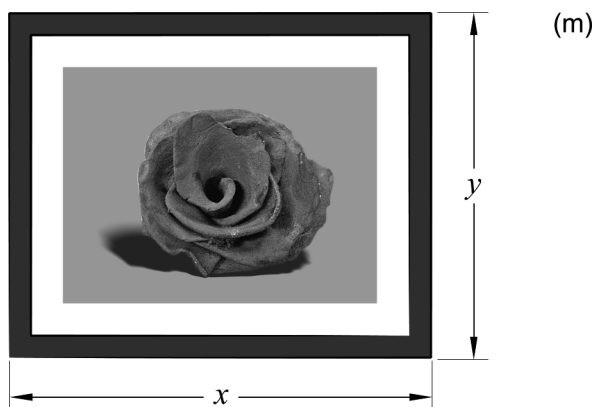
23. Beräkna det exakta värdet av $x^2 + \frac{1}{x^2}$ då $x + \frac{1}{x} = \frac{13}{3}$. (0/0/2)

24. Lloyd vill ha en tavla och lämnar in en akvarellmålning för inramning. Han vill ha träram av trälist, glasskiva och passepartout till tavlan. Det finns trälist, glas och passepartouter i olika prisklasser att välja mellan.



Lloyd får två olika pridförslag för inramningen, alternativ A och alternativ B. Båda alternativen ger samma yttermått på tavlan. Tabellen visar materialkostnader, arbetskostnad och det slutliga totalpriset.

Alternativ	Materialkostnader			Arbetskostnad kr	Totalpris kr
	Trälist kr/m	Glasskiva kr/m ²	Passepartout kr		
A	20	200	22,40	335	446,20
B	35	220	25,20	402	559,64



Lloyd vill veta hur stor tavlan blir då den är klar. Han utgår från att $x > y$ och påbörjar en beräkning genom att sätta trälistens totala längd till $2x + 2y$ meter.

Beroende på trälistens utseende blir måtten på glasskivan olika för de två alternativen. För alternativ A är glasskivans area 80 % av tavlans area xy m². För alternativ B är glasskivans area 90 % av tavlans area xy m².

Beräkna tavlans yttermått.

(0/0/4)

Innehållsförteckning

Inledning.....	4
Läsanvisning.....	4
 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a	 5
Uppgifter av kortsvarstyp	5
Uppgifter av långsvarstyp	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	6
Sammanställning av elevresultat	7
Sammanställning till ett provbetyg	7
 2. Bedömningsanvisningar	 8
Läsanvisning.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	10
Instruktioner för bedömning av delprov D	11
 3. Exempel på bedömda elevlösningar.....	 14
Uppgift 6	14
Uppgift 10a	15
Uppgift 11a	16
Uppgift 12	17
Uppgift 13	18
Uppgift 14	19
Uppgift 17b	21
Uppgift 18	22
Uppgift 19b	25
Uppgift 20b	26
Uppgift 22	28
Uppgift 23	29
Uppgift 24	30
 4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg.....	 32
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2a	32
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	32
 5. Instruktioner för inrapportering av provresultat	 33
Skolans rapportering av provresultat.....	33
 6. Kopieringsunderlag och webbmateriäl.....	 35
Webbmateriäl.....	35
Formulär för sammanställning av elevresultat	36
Provsammanställning – centralt innehåll	37
Centralt innehåll matematik 2a – förkortningar	38

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4) samt ett kapitel med instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

Uppgifter av kortvarstyp

För uppgifter av kortvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långvarstyp

För uppgifter av långvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknfel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E_p

med korrekt bestämning av... +1 E_p

Godtagbar verifiering av... +1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ... 1 E _R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ... 1 E _R och 1 C _R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ... 1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (), \%, \{, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow, \text{VL}, \text{HL}$
Termer	t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i "Formulär för sammanställning av elevresultat" som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. Max 2/0/0

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($x_1 = -2$ och $x_2 = 4$) +1 E_B

Kommentar: Svar som anges i koordinatform ges noll poäng.

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) +1 E_B

Kommentar: Svar som anges i koordinatform ges noll poäng.

2. Max 2/0/0

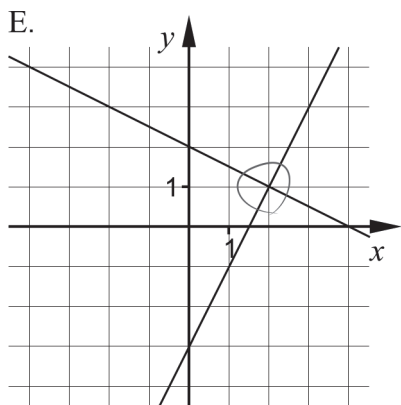
a) Korrekt svar ($x = 21^{\frac{1}{7}}$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 10^5$) +1 E_P

3. Max 2/0/0

a) Korrekt svar (E) +1 E_P

b) Godtagbar markering av ekvationssystemets lösning, t.ex.



+1 E_B

Kommentar: Även en godtagbar markering av ekvationssystemets lösning på ett i a)-uppgiften felaktigt valt alternativ ges poäng.

- 4.** **Max 0/2/0**
- a) Korrekt svar ($7x + 3y$) +1 C_P
- b) Korrekt svar (t.ex. $(5 + 2y)(5 - 2y)$) +1 C_P
- 5.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (7) +1 C_B
- 6.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. skissar en graf till en andragsgradsfunktion som uppfyller ett av villkoren +1 C_B
- med i övrigt godtagbar graf som uppfyller båda villkoren +1 C_B
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 7.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar ($y = 7x - 2$) +1 C_M
- 8.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (8887) +1 C_{PL}
- 9.** **Max 0/0/2**
- a) Godtagbart bestämd andragsgradsfunktion (t.ex. $g(x) = -x^2 - 3$) +1 A_B
- b) Korrekt svar (t.ex. $g(x) \leq -3$) +1 A_B
- Kommentar:* En korrekt värdemängd där y används istället för $g(x)$ ges poäng.

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. Max 2/0/0

- a) Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. "B för att A är en rät linje och C minskar ett tag och ökar igen sen.") +1 E_M

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning i graf B (2,7 miljoner kr) +1 E_M

11. Max 2/0/0

- a) Godtagbart enkelt resonemang där det förklaras vad som är gjort i den valda lösningen A, B eller C +1 E_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



- b) Godtagbar lösning av ekvationen, enligt vald metod, med korrekt svar ($x_1 = -5, x_2 = 1$) +1 E_P

12. Max 1/0/0

- Godtagbart enkelt resonemang där det förklaras varför $\Leftrightarrow$ mellan utsaga 1 och utsaga 2 inte är korrekt +1 E_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



13. Max 1/2/0

- Godtagbar ansats, bestämmer konstanten C
eller
visar insikt i att funktionen är symmetrisk kring y -axeln +1 E_B

- med godtagbar fortsättning, t.ex. ställer upp en ekvation för bestämning av konstanterna A och B , t.ex. $0 = A \cdot 3^2 + B \cdot 3 + 18$ +1 C_{PL}

- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = -2x^2 + 18$) +1 C_{PL}

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



14.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för a , b och c och skriver om

uttrycket i en variabel, t.ex. $\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3}$

+1 A_R

med i övrigt välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt slutsats

+1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 A_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



15.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, använder två olika potenslagar korrekt för att skriva om

ekvationen, t.ex. $2^{n-4} \cdot 2^{\frac{n+1}{2}} \cdot 2^{\frac{2n+2}{2}} = 2^{15}$

+1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($n = 7$)

+1 A_P

Instruktioner för bedömning av delprov D

16.

Max 3/0/0

a) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens riktningskoefficient, 2

+1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 2x - 1$)

+1 E_P

b) Godtagbart enkelt resonemang med korrekt slutsats

+1 E_R

Kommentar: En korrekt slutsats utifrån ett i a)-uppgiften felaktigt svar ges också poäng.

17.

Max 3/0/0

a) Godtagbar bestämning av koordinaterna för punkten $P((3, 6))$

+1 E_{PL}

b) Godtagbar bestämning av x -koordinaten för punkten $B, 6$

+1 E_{PL}

Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. "De är lika stora.")

+1 E_{PL}

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



18.

Max 2/1/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex.

$$\begin{cases} x + y = 6985 \\ 2x + 0,5y = 10985 \end{cases}$$

+1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ("En surfplatta kostar 4995 kr och en högtalare 1990 kr.")

+1 E_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



19.

Max 2/2/0

- a) Godtagbar ansats, beräknar $x \approx 1,134$

+1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (13 %)

+1 E_M

- b) Godtagbart ansats, ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av tiden

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (år 2004)

+1 C_P

Kommentar: Årtalet i svaret kan variera beroende på med vilken noggrannhet förändringsfaktorn angetts. Även svaren år 2005 och år 2006 anses vara godtagbara.

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



20.

Max 1/3/0

- a) Godtagbart svar (t.ex. "x står för prishöjningen i kr")

+1 E_M

- b) Godtagbar ansats, ställer upp vinstfunktionen

$$V(x) = (10 + x)(320 - 20x) - 320 \cdot 9$$

eller

motiverar att vinstfunktionen och intäktsfunktionen har sitt maximum för samma x -värde

+1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (13 kr)

+1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



21.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp $x = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-357)}$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -17$ och $x_2 = 21$) +1 C_P

22.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang där insikt visas att två punkter måste vara angivna för bestämning av k och m +1 C_R

med fortsatt välgrundat resonemang som visar att endast alternativ A och F innehåller tillräcklig information +1 C_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



23.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. kvadrerar uttrycket $x + \frac{1}{x}$ korrekt +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{151}{9}$) +1 A_{PL}

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



24.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem i variablerna x och y +1 A_M

med godtagbar fortsättning där ekvationssystemet förenklas, t.ex. kommer fram till att $xy = 0,28$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. "Tavlan ska vara 70 cm bred och 40 cm hög.") +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga" +1 A_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"

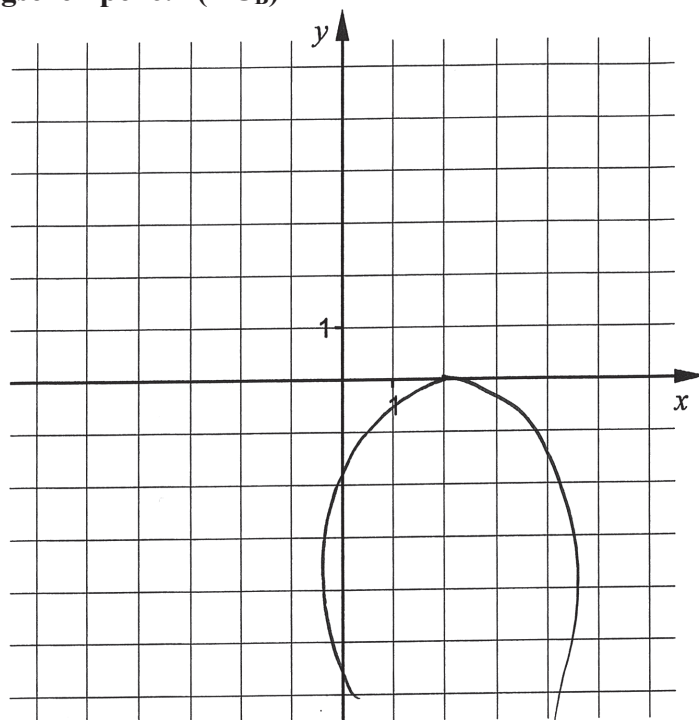


3. Exempel på bedömda elevlösningar

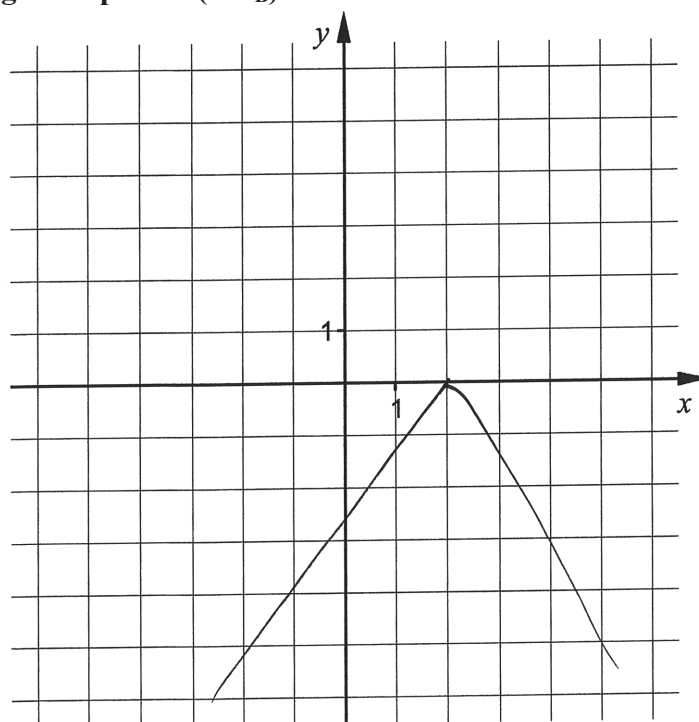
I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 6

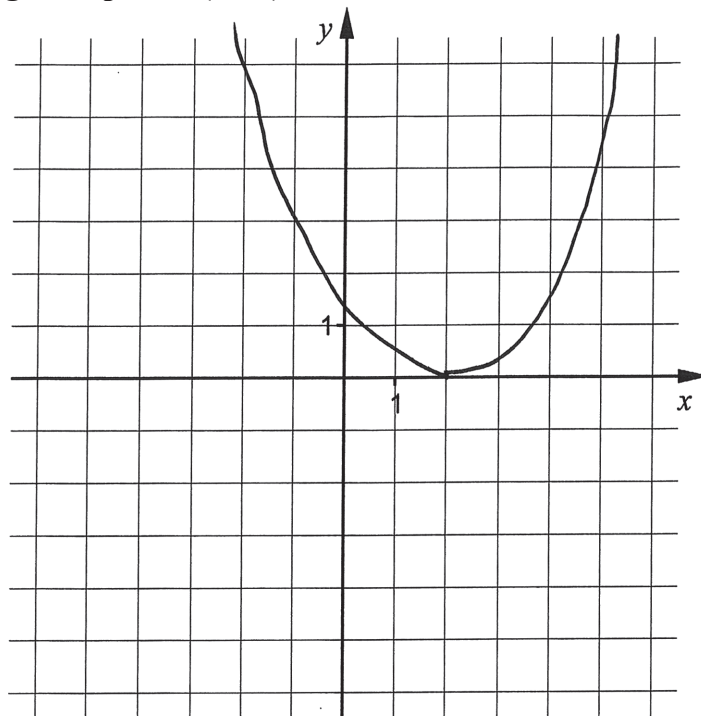
Elevlösningsexempel 6.1 (1 C_B)



Elevlösningsexempel 6.2 (1 C_B)



Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösning 1 och 2 visar grafer där båda villkoren är uppfyllda. Graferna anses däremot inte vara godtagbart skissade då de inte har formen av en parabel. Sammantaget anses detta motsvara kraven för en begreppspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 6.3 (1 C_B)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart skissad parabel som uppfyller det andra villkoret. Elevlösningen ges en begrepps poäng på C-nivå.

Uppgift 10a**Elevlösningsexempel 10a.1 (0 poäng)**

Graf B, för jag anser att den ökar
lika mycket varje år om jag
kollar hur grafen går uppåt/ökar.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen väljs korrekt graf B men motiveringen är bristfällig då den även gäller för graf A. Därmed ges lösningen noll poäng.

Elevlösningsexempel 10a.2 (0 poäng)

B: den årliga % ökningen är lika stor

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen ges noll poäng eftersom motiveringen endast är en avskrivning av frågeställningen i uppgiften.

Elevlösningsexempel 10a.3 (1 E_M)

B, då den håller hela tiden en positiv trend & är inte linjär.

Bedömningskommentar till exemplet: Motiveringen till att det är graf B som är den korrekta anses vara godtagbar även om frasen "positiv trend" inte är matematiskt entydig. Lösningen ges nätt och jämnt modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 10a.4 (1 E_M)

B p.g.a. att det är en exponentialfunktion

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förståelse för att en årlig procentuell förändring beskrivs med en exponentialfunktion. Motiveringen anses uppfylla kraven för modelleringspoängen.

Uppgift 11a**Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)**

Metod A: Här har de satt x ensamt, sen delat y med 2 och sen tagit roten ur av resterande kvot.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen beskriver i ord delar av det som i uppgiften är skrivet med matematiska tecken. Detta anses inte vara tillräckligt som förklaring och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 11a.2 (1 E_R)

Metod A:

Man har satt ut alla siffror på rätt plats
alltså man har satt 4 på p och -5 på q.
Beräkningen är fullt utskriven, nu är
det bara att lösa den.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar förståelse för lösningsformeln för andragradsekvationer eftersom "p" och "q" anses vara vedertagna i detta sammanhang. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 11a.3 (1 E_R)

METOD C

Man har kvadrat kompletterat

Elevlösningsexempel 11a.4 (1 E_R)

$$\begin{aligned} \text{metod C: } (x+2)^2 &= x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 - 5 = (x+2)^2 - 4 - 5 = 0 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösning 3 och 4 visar två olika motiveringar som anses vara tillräckliga för resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)

Anledningen till att det endast går att sätta ut en implikationssymbol men inte en för ekvivalens är för att utsagorna endast fungerar åt ett håll. För att en ekvivalenssymbol ska kunna sättas ut så måste påståendena fungera åt båda hållen.

$$\text{ex.: } x+3=7 \Leftrightarrow x=4 \text{ är en ekvivalens}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt förklaring av begreppet ekvivalens men eftersom förklaringen inte knyts till uppgiften ges lösningen noll poäng.

Elevlösningsexempel 12.2 (1 E_R)

Svar: Även om alla sidor är lika långa så behöver det inte vara en kvadrat, det finns andra geometriska former

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar förklaring till varför en ekvivalenspil inte är korrekt att använda. "andra geometriska former" är något otydligt men trots detta anses lösningen uppfylla kraven för en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (1 E_B)

$$x=0 \quad C=18$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är kortfattad då varken beräkningar eller grafisk representation används. Trots detta visas förståelse för konstanten C och lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för begrepps-poäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 13.2 (1 E_B och 2 C_{PL})

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C \quad f(3) = 0, \quad f(0) = 18 \quad (\text{maximum})$$

Då vilställena ligger speglade kring symmetrilinjen (i detta fall $x=0$) kan vi konstatera att $f(-3) = 0$

$$\therefore \text{gäller } 0 = a(x-3)(x+3)$$

$$\text{För att } f(0) = 18 \text{ ska gälla måste } 18 = a(0-3)(0+3)$$

$$\text{gälla } \therefore \frac{-18}{9} = a \Rightarrow a = -2$$

$$\therefore f(x) = 2(x+3)(x-3)$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till svaret där ett minustecken saknas. Eftersom a är korrekt uträknat på raden ovanför svaret anses det felaktiga svaret vara av lapsuskaraktär. Elevlösningen ges en begrepps-poäng på E-nivå och båda problemlösnings-poängen på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

Test.

$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 - 2}{3} = \frac{1 + 4 + 9 - 2}{3} = 4$$

$$\frac{7^2 + 8^2 + 9^2 - 2}{3} = \frac{49 + 64 + 81 - 2}{3} = 64$$

Svar. $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3} = b^2$

(om a, b och c är tre följande heltal[☺])

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar inte att uttrycket alltid blir ett heltal då resonemanget enbart baseras på specialfall. Därmed anses inte kraven för resonemangs-poäng på A-nivå vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 14.2 (2 A_R)

$$\frac{(a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 - 2}{3} \quad \nearrow \text{förkorta och förenkla}$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 - 2}{3}$$

$$\frac{3a^2}{3} = a^2$$

Svaret för uttrycket är alltid $= a^2$

Eftersom $a = \text{heltal}$

så är $a^2 = \text{heltal}$

Svar: ~~Ja~~, alltid ett heltal.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt slutsats. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men variablerna är inte definierade. Dessutom ansätts a implicit till b vilket leder till att a används felaktigt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 14.3 (2 A_R och 1 A_K)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

$$\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3} = \frac{a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 2}{3} =$$

$$= \frac{3a^2 + 6a + 3}{3} = \frac{3(a^2 + 2a + 1)}{3} = (a+1)^2 \Rightarrow \underline{\text{alltid heltal!!!}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang. Slutsatsen " $(a+1)^2 \Rightarrow$ alltid heltal" är nätt och jämnt godtagbar då kommentar saknas till att kvadraten på ett heltal alltid är ett heltal. Därmed anses kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade explicit men i och med att lösningen är lätt att följa och förstå anses detta vara underförstått. Sammantaget ges uppgiften två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 17b

Elevlösningsexempel 17b.1 (1 E_{PL})

$$\text{Area triangel} = \frac{bh}{2}$$

$$6 \cdot 6 = 36 \quad \frac{36}{2} = 18$$

$$12 \cdot 3 = 36 \quad \frac{36}{2} = 18$$

Svar: Ja, de har lika stor area.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen saknas redovisning av hur koordinaterna för punkten B har tagits fram. Därmed anses inte kraven för den första problemlösningspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Elevlösningen visar en korrekt beräkning av de två triangelarnas areor men det saknas motivering till hur övriga sträckor har tagits fram. Trots detta anses kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (1 E_{PL} och 1 C_K)

s = priset av 1 surfplatta

h = priset av 1 högtalare

$$\begin{cases} s + h = 6985 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2s + \frac{1}{2}h = 10985 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad s + h = 6985$$

$$h = 6985 - s \quad \text{ins i (2)}$$

$$2s + \frac{1}{2}(6985 - s) = 10985$$

$$2s + 3492,5 - \frac{1}{2}s = 10985$$

$$1\frac{1}{2}s = 7492,5$$

$$s = 4995$$

Svar: Priset för en surfplatta är 4995 kr.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett korrekt uppställt ekvations-system. Svaret är inte fullständigt eftersom priset på en högtalare saknas. Därmed anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikationen är variablerna definierade och lösningen är möjlig att följa och förstå. Trots att svaret inte är fullständigt anses uppgiften vara löst i sin helhet i och med raden $h = 6985 - s$. Sammantaget ges lösningen första problemlösningspoängen på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 18.2 (2 E_{PL} och 1 C_K)

$$\begin{cases} x + y = 6985 \\ 2x + 0,5y = 10985 \end{cases}$$

x surfplatta
y högtalare

$$\begin{array}{r} -0,5x - 0,5y = -3492,5 \\ + \quad 2x + 0,5y = 10985 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1,5x}{1,5} = \frac{7492,5}{1,5}$$

$$x = 4995$$

$$4995 + y = 6985$$

$$y = 1990$$

Svar : surfplatta 4995
högtalare 1990

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och variablerna är definierade, dock inte korrekt. Dessutom saknar svaret enhet. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoängen på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 18.3 (2 E_{PL} och 1 C_K)

x - surfplatta

y - högtalare

$$x + y = 6985$$

$$2x + 0,5y = 10985$$

Test 1 : $x = 3985$ $y = 3000$ $x + y = 6985$

$$2 \cdot 3985 + 0,5 \cdot 3000 = 9470 \text{ för lite}$$

2 : $x = 4000$ $y = 2985$ $x + y = 6985$

$$2 \cdot 4000 + 0,5 \cdot 2985 = 9492,5 \text{ för lite}$$

3 : $x = 5000$ $y = 1985$ $x + y = 6985$

$$2 \cdot 5000 + 0,5 \cdot 1985 = 10992,5 \text{ för mycket}$$

4 : $x = 4995$ $y = 1990$

$$2 \cdot 4995 + 0,5 \cdot 1990 = \underline{10985} \text{ stämmer!!}$$

$x = 4995$ kv surfplatta

$y = 1990$ kv högtalare

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt uppställda ekvationer och en godtagbar lösning där en systematisk prövning görs. Lösningen anses uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på E-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå trots att variablerna inte är helt korrekt definierade. Därmed anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 19b

Elevlösningsexempel 19b.1 (1 Cp)

Använder räknaren:

$$y = 12000 \cdot 1,134^x$$

$$y = 2522000$$

$$x \approx 42,5$$

$$1962 + 42,5 = 2004,5$$

Svar: Under 2004

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs ekvationen för bestämning av tiden upp implicit och därmed anses kraven för den första procedurpoängen på C-nivå vara uppfyllda. I och med att ingen redovisning av hur det digitala hjälpmedlet har använts anses inte kraven för den andra procedurpoängen vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 19b.2 (1 Cp)

$$12000 \times 1,13^x = 2522000$$

$$1,13^x = 210,2$$

$$x = 43,8$$

Svar: år 2005,8

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt uppställning av ekvationen som ska lösas och uppfyller därmed kraven för den första procedurpoängen på C-nivå. I lösningen som följer saknas redovisning av hur x beräknats och därmed anses inte kraven för den andra procedurpoängen vara uppfyllda.

Uppgift 20b

Elevlösningsexempel 20b.1 (0 poäng)

$$1. f(x) = (10+x)(320-20x) \text{ letar efter nollställena}$$

$$(10+x)(320-20x) = 0$$

$$10+x = 0 \quad 320-20x = 0$$

$$x = -10$$

$$-20x = -320$$

$$x = 16$$

$$2. \text{ Letar efter symmetrilinje:}$$

$$\frac{-10+16}{2} = 3, \text{ dvs störst vinsten är då}$$

$$\text{Priset höjs med 3 kr: } 10+3 = 13 \text{ kr}$$

$$\text{Svar: 13 kr}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ingen uppställd vinstfunktion eller motivering till varför intäktsfunktionen har samma symmetrilinje som vinstfunktionen. Därmed tas ingen hänsyn till utgifterna. I och med detta uppfylls inte kraven för den första modelleringspoängen på C-nivå. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 20b.2 (1 C_M)

$$320 \cdot 9 = 2880 \text{ kr}$$

$$10 \text{ kr} \quad 10 \cdot 320 - 2880 = 320$$

$$11 \text{ kr} \quad 11(320 - 20 \cdot 1) - 2880 = 420$$

$$12 \text{ kr} \quad 12(320 - 20 \cdot 2) - 2880 = 480$$

$$13 \text{ kr} \quad 13(320 - 20 \cdot 3) - 2880 = \underline{500} \text{ vid 13 kr}$$

$$14 \text{ kr} \quad 14(320 - 20 \cdot 4) - 2880 = 480$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar förståelse för vinstfunktionen vilket anses motsvara kraven för den första modelleringspoängen på C-nivå. I den fortsatta lösningen görs en systematisk prövning men eftersom kommentar om symmetriegenskaper och maximum saknas anses inte lösningen vara godtagbar. Kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 20b.3 (2 C_M och 1 C_K)

x står för hur många kronor man höjer
priset på glassen

$$f(x) = (10+x)(320-20x) - (320 \cdot 9)$$

$$y_1 = (10+x)(320-20x) - (320 \cdot 9)$$

CALL

MAXIMUM

$$x \approx 3$$

$$y \approx 500$$

$$10+3 = 13$$

Svar: Man ska höja priset med 3 kr
så att priset för en glass blir 13 kr.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. När det gäller kommunikation saknas en parentes efter " $(10+x$ " på den fjärde raden och förklaringar till hur grafräknaren har använts är kortfattade. I övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges uppgiften två modelleringspoäng på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (2 C_R)

- A (9, 1) och (12, 2) funkar eftersom det finns 2 punkter
 B (3, -1) det finns bara en punkt det räcker inte
 C det finns bara en punkt $m = -2$
 D Egentligen också bara en punkt
 E Bara en punkt
 F Två punkter räcker

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en insikt i att det behövs två punkter för att bestämma k och m . I alternativ D visas insikt i att informationen inte innehåller två punkter men motiveringen till varför det inte finns tillräckligt med information är felaktig. I och med att alla alternativ behandlas godtagbart och korrekta alternativ ringas in anses resonemanget vara välgrundat. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 C_R)

- A: därför man har två punkter
 F: därför man får två punkter $\rightarrow k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ kan bestämmas
 och med k bestämt
 kan man med hjälp utav
 x och y värdena bestämma m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en insikt i att det behövs två punkter för att bestämma k och m . Det fortsatta resonemanget är välgrundat då det utreds generellt hur k och m kan bestämmas med hjälp av två punkter. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 A_{PL})

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{3}$$

$$x^2 + 1 = \frac{13x}{3}$$

$$x^2 - \frac{13x}{3} + 1 = 0$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{6}\right)^2 - 1}$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{169}{36} - \frac{36}{36}}$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}$$

$$\text{Svar: } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(\frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}\right)^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och därmed anses kraven för den första problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. I och med att svaret inte är förenklat anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen vara uppfyllda.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 A_M)

$$A = xy$$

$$x = \text{längden}$$

$$y = \text{bredden}$$

$$A \quad 20(2x+2y) + 0,8 \cdot 200xy + 22,40 + 335 = 446,2$$

$$35(2x+2y) + 0,9 \cdot 220xy + 25,20 + 402 = 559,64$$

$$40x + 40y + 160xy + 357,4 = 446,20$$

$$70x + 70y + 198xy + 427,2 = 559,64$$

$$\cdot \frac{-7}{4} \quad 40x + 40y + 160xy = 88,8$$

$$70x + 70y + 198xy = 132,44$$

$$-70x - 70y - 280xy = -155,4$$

$$-82xy = -22,96$$

$$xy = 0,28$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där två korrekta ekvationer ställs upp i variablerna x och y . Även den fortsatta lösningen är godtagbar och leder till korrekt beräkning av xy . Därmed anses kraven för två modelleringspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 24.2 (3 A_M och 1 A_K)

Alternativ A: trålist glasskiva $\text{Area} = b \cdot h$
 $20(2x+2y)$ $200(0,8xy)$ $b \cdot h = xy$
 $xy \text{ m}^2$

$$20(2x+2y) + 200(0,8xy) + 22,40 + 335 = 446,20$$

$$40x + 40y + 160xy + 357,4 = 446,2$$

Alternativ B: trålist glasskiva
 $35(2x+2y)$ $220(0,9xy)$

$$35(2x+2y) + 220(0,9xy) + 25,20 + 402 = 559,64$$

$$70x + 70y + 198xy + 427,2 = 559,64$$

Fortsättning på nästa sida.

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} 70x + 70y + 198xy = 13244 \\ 40x + 40y + 160xy = 88,8 \end{cases} \Rightarrow \frac{40x}{40} = \frac{88,8 - 40y - 160xy}{40} \\
 &70(2,22 - y - 4xy) + 70y + 198xy = 13244 \quad x = 2,22 - y - 4xy \\
 &155,4 - 70y - 280xy + 70y + 198xy = 13244 \\
 &\quad x = 2,22 - y - 4xy \quad 155,4 - 82xy = 13244 \\
 &\quad x = 2,22 - y - 1,12 \quad + 82xy \quad + 82xy \\
 &\quad x = 1,1 - y \quad - 13244 \quad - 13244 \\
 &\quad (1,1 - y)y = 0,28 \quad \frac{22,96}{82} = \frac{82xy}{82} \\
 &\quad 1,1y - y^2 = 0,28 \quad 0,28 = xy \\
 &\quad y^2 - 1,1y + 0,28 = 0 \quad y = 0,55 \pm \sqrt{0,55^2 - 0,28} \\
 &\quad y^2 - 1,1y - 0,28 = 0 \quad y = 0,55 \pm 0,76 = 1,31 \\
 &\quad y = 0,55 \pm \sqrt{0,55^2 - 0,28} \quad 1,1 - 1,31 \text{ fel!} \\
 &\quad y = 0,55 \pm 0,15 \quad y = 0,7 \\
 &\quad y = 0,4 \quad x = 1,1 - 0,7 = 0,4 \\
 &\quad x = 1,1 - 0,4 = 0,7 \quad x = 70 \text{ cm} \quad y = 40 \text{ cm} \\
 &\quad x > y
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett korrekt svar. Därmed anses kraven för tre modelleringspoäng på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå fram till att andragradsekvationen $1,1y - y^2 = 0,28$ ska lösas. I lösningen av andragradsekvationen görs ett teckenfel vilket rättas till senare. Strukturen är även något svår att följa i lösningens sista del. Uteslutningen av den negativa roten förklaras inte och även detta rättas till på de sista raderna. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara nätt och jämnt vara uppfyllda.