

<b>Delprov B</b>	Uppgift 1–10. Endast svar krävs.
<b>Delprov C</b>	Uppgift 11–16. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
<b>Hjälpmedel</b>	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 20 C- och 13 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 38 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

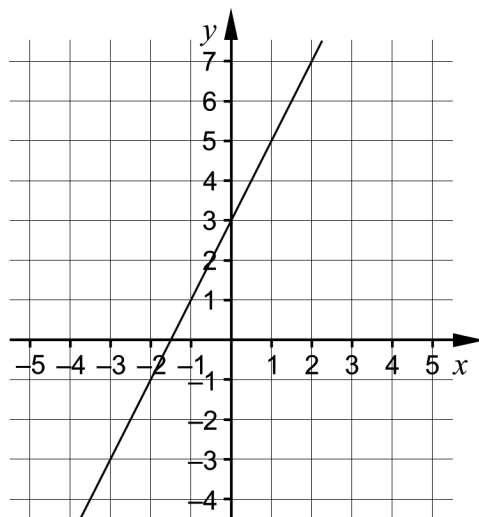
Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

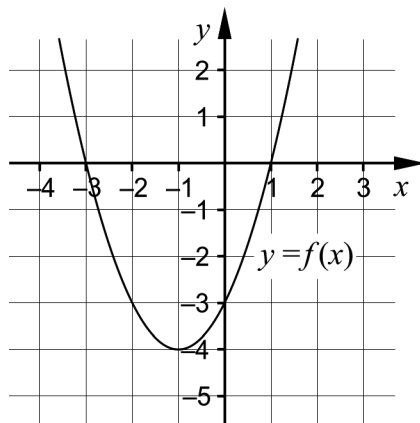
**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Figuren visar en rät linje.



Ange linjens ekvation på formen  $y = kx + m$ . \_\_\_\_\_ (1/0/0)

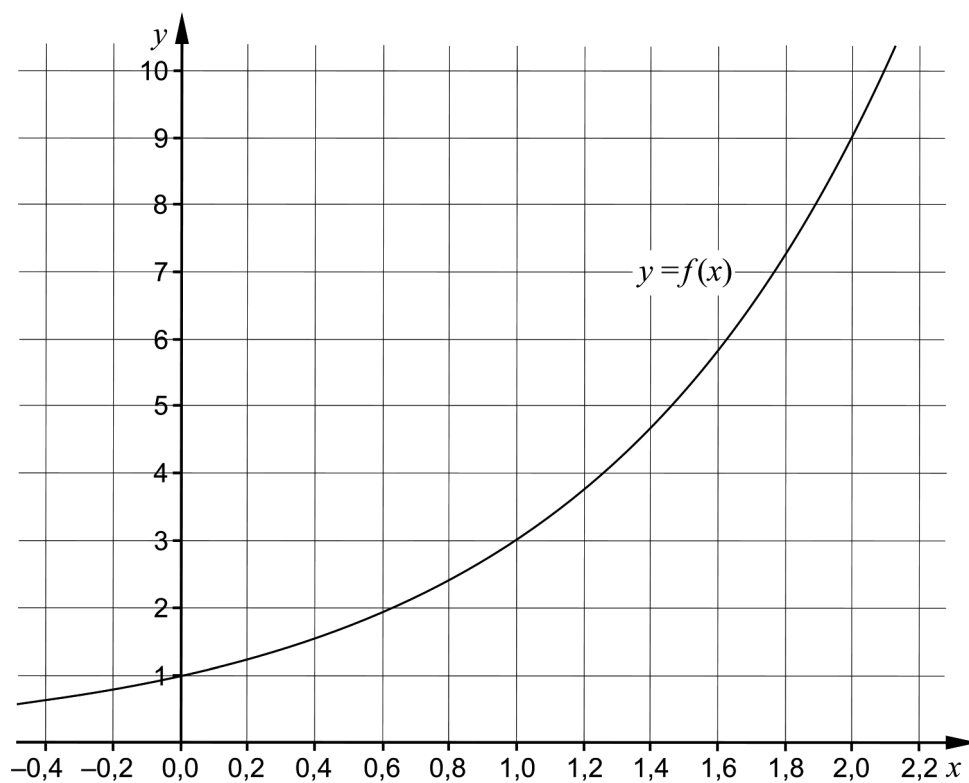
2. Figuren visar grafen till en andragsgradsfunktion  $f$ . Grafen går genom punkterna  $(-3, 0)$ ,  $(-1, -4)$  och  $(1, 0)$ .



Utgå från grafen och fyll i det matematiskt korrekta ord som fattas i var och en av meningarna.

- a)  $x_1 = -3$  och  $x_2 = 1$  är funktionens \_\_\_\_\_ (1/0/0)
- b) Linjen  $x = -1$  är grafens \_\_\_\_\_ (1/0/0)
- c) Punkten  $(-1, -4)$  är grafens \_\_\_\_\_ (1/0/0)

3. I koordinatsystemet är grafen till funktionen  $f$  ritad där  $f(x) = 3^x$ .



Lös ekvationerna med hjälp av grafen.

a)  $3^x = 1,5$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $3^x - 2 = 0$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

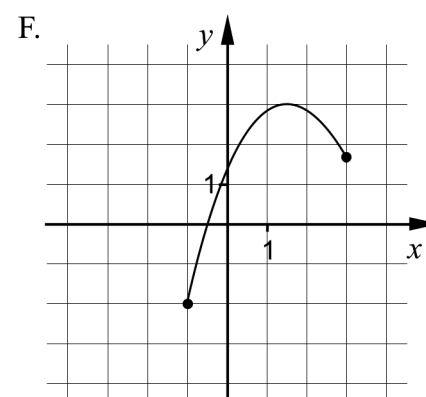
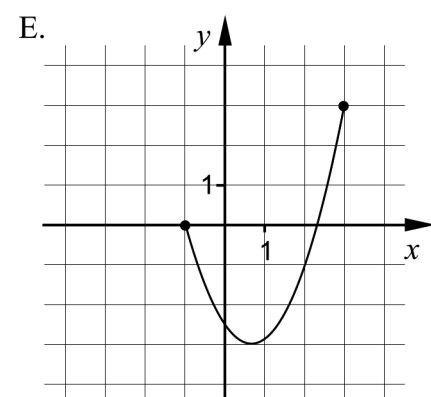
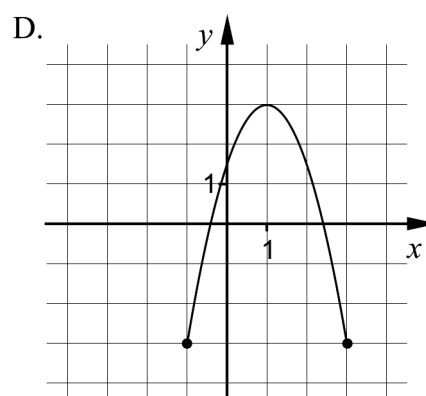
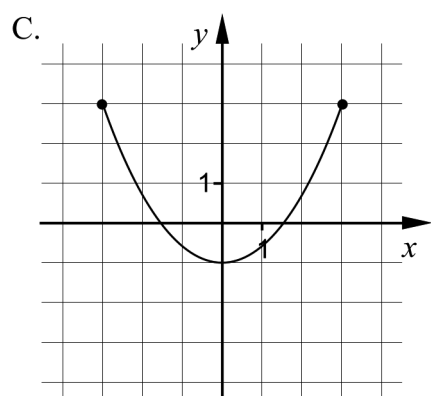
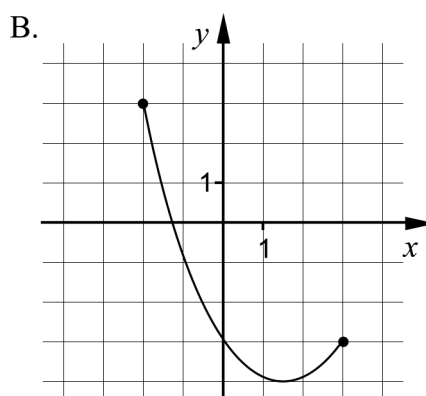
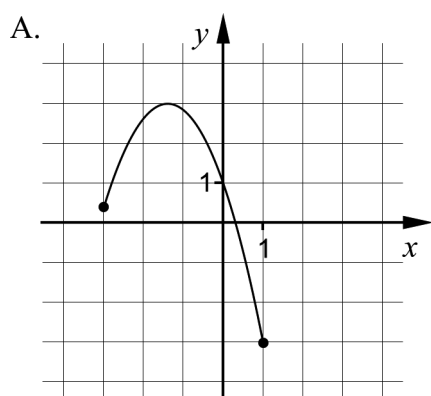
4. Lös ekvationerna och svara exakt.

a)  $x^5 = 17$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $(x+5)(x-5) = (x+5)^2$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

c)  $(x+3^x)^2 - 3^x(3^x + 2x) = 9$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

5. Figurerna A–F visar graferna till olika funktioner.



a) Två av figurerna A–F visar grafer till funktioner som var för sig uppfyller båda villkoren nedan. Vilka två?

- Funktionens definitionsmängd är alla värden som är större än eller lika med  $-1$  och mindre än eller lika med  $3$
- Funktionens värdemängd är alla värden som är större än eller lika med  $-3$  och mindre än eller lika med  $3$

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

b) Ange villkoren i a)-uppgiften med matematiska symboler.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Ett eller flera av alternativen A–E beskriver en funktion som har de två nollställena  $x_1 = -1$  och  $x_2 = 1$ . Vilket eller vilka?

A.  $f(x) = x(x-1)$

B.  $f(x) = x^2 - 2x + 1$

C.  $f(x) = (x-1)(x+1)$

D.  $f(x) = 2(x^2 - 1)$

E.  $f(x) = (x+1)^2$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Beräkna  $9 \cdot 8^{-\frac{1}{3}} - 4 \cdot 8^{-\frac{1}{3}} + 8^{-\frac{1}{3}}$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

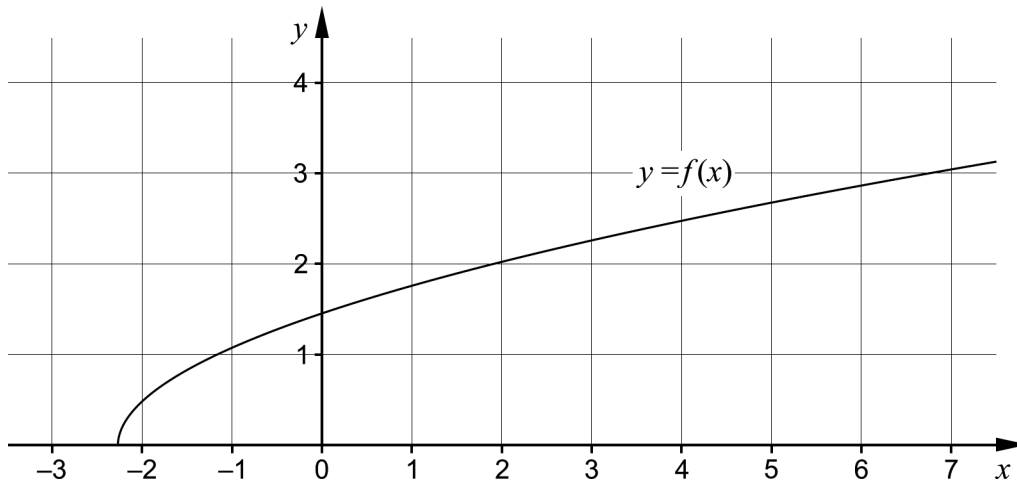
8. Emil "HeatoN" Christensen, en känd e-sportare, köpte i början av år 2017 en speldator för 32 997 kr. Han räknar med att den procentuella minskningen av datorns värde kommer vara ungefär 5 % per månad. Anta att värdeminskningen per månad fortsätter i samma takt.



Teckna den funktion  $V$  som beskriver datorns värde  $V(t)$  kr som funktion av tiden  $t$  i år, istället för i månader, efter inköpet.

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

9. Figuren visar grafen till en funktion  $f$ .



Lös ekvationen  $2 \cdot f(a+5) = 6$  med hjälp av grafen.

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

10. I ekvationssystemet nedan är  $A$  och  $B$  konstanter.

$$\begin{cases} 3y - 2Ax = 9 \\ 6 - 2y = 6Bx \end{cases}$$

Bestäm sambandet mellan konstanterna  $A$  och  $B$  så att ekvationssystemet har ett oändligt antal lösningar.

\_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Lös ekvationen  $x^2 + 10x + 16 = 0$  med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Kim och Sascha är på torget och köper 2,5 kg äpplen var. Kim köper gröna äpplen och Sascha köper röda äpplen. Tillsammans betalar de 85 kr. Kilopriset för de röda äpplena är 2 kr högre än kilopriset för de gröna äpplena.



Följande ekvationssystem beskriver situationen:

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 2,5x + 2,5y = 85 \end{cases}$$

a) Tolka vad  $y$  står för i detta sammanhang. (1/0/0)

b) Bestäm kilopriset i kronor för de röda respektive de gröna äpplena. (2/0/0)

13. För funktionen  $f$ , där  $y = f(x)$ , gäller att

- grafen till  $f$  är en rät linje med riktningskoefficienten 4
- $f(6) = 9$

Bestäm funktionen  $f$ . (0/2/0)

14. Vilket är det minsta värde som uttrycket  $2(x+1)^2 - x(x+4)$  kan anta? Motivera ditt svar. (0/2/0)

15. En rät linje  $L_1$  går genom punkterna  $(1, -6a)$  och  $(5, 2a)$  och är parallell med den räta linjen  $L_2$  som har ekvationen  $y = \frac{4}{3}x + 3$

Bestäm ekvationen för  $L_1$ .

(0/3/0)

16. Bestäm för vilka värden på  $c$  som andragradsekvationen  $x^2 + cx + 3 = c$  har en enda rot.

(0/0/3)

<b>Delprov D</b>	Uppgift 17–27. Fullständiga lösningar krävs.
<b>Provtid</b>	120 minuter.
<b>Hjälpmedel</b>	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 20 C- och 13 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 14 poäng

D: 23 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 30 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 38 poäng varav 4 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

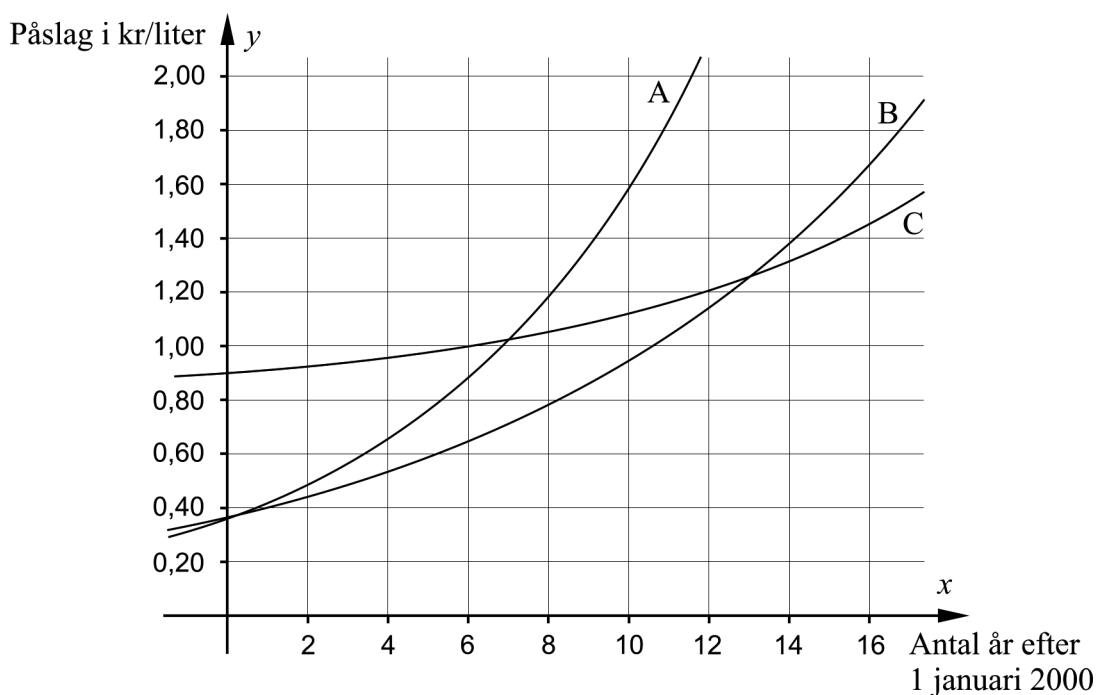
**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Det bensinpris som en kund betalar vid tankning består bland annat av bensinens inköpspris, skatt och bensinbolagens påslag för exempelvis personalkostnader.

I början av år 2013 var påslaget 1,26 kr/liter.

Figuren visar graferna A, B och C till tre olika exponentialfunktioner.

Påslaget beskrivs bäst av  $y = 0,36 \cdot 1,101^x$  där  $y$  är påslaget i kr/liter och  $x$  är antal år efter 1 januari 2000.



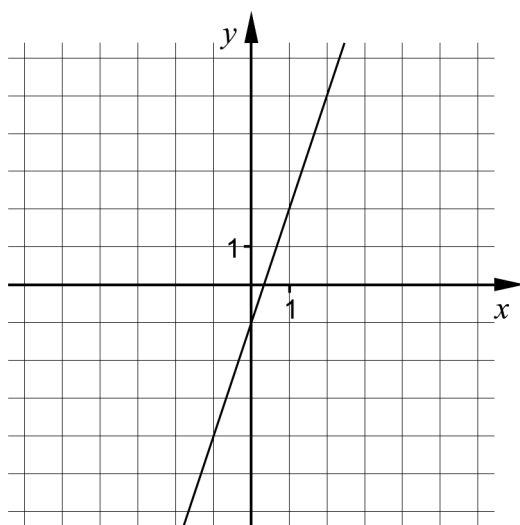
- a) Vilken av graferna A, B eller C beskriver påslaget bäst?  
Motivera ditt svar. (1/0/0)
- b) Vilket år nådde påslaget 1,40 kr/liter? *Endast svar krävs* (1/0/0)

18. Mahtab påstår att följande ekvivalens gäller:

Triangel  $T$  är rätvinklig.  $\Leftrightarrow$  Triangel  $T$  har två vinklar som är  $45^\circ$ .

Stämmer Mahtabs påstående? Motivera ditt svar. (1/0/0)

19. I koordinatsystemet är den räta linjen  $y = 3x - 1$  ritad.



Alla punkter på linjen flyttas två längdenheter i positiv  $x$ -led och tre längdenheter i negativ  $y$ -led. De flyttade punkterna bildar en rät linje.

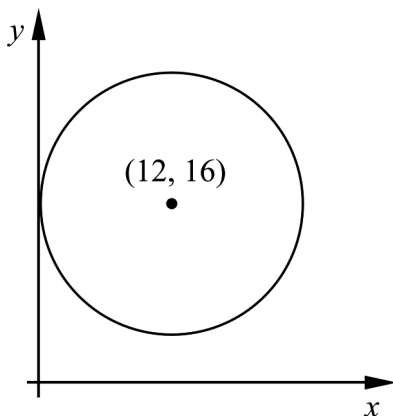
Bestäm den nya linjens ekvation på formen  $y = kx + m$ . (2/0/0)

20. En rektangels bredd är  $x$  cm och dess längd är 10 cm längre. Bestäm hur långa sidorna i rektangeln är om dess area är  $80 \text{ cm}^2$ . (2/0/0)

21. I ett koordinatsystem finns de två punkterna  $A(5, 6)$  och  $B(12, 16)$ .

a) Beräkna avståndet mellan de två punkterna  $A(5, 6)$  och  $B(12, 16)$ . (1/0/0)

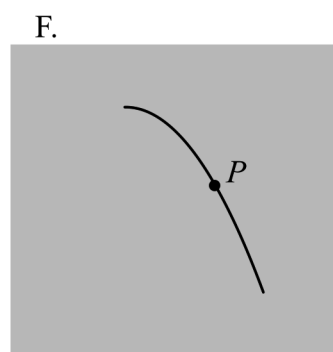
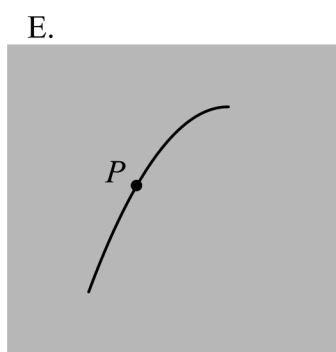
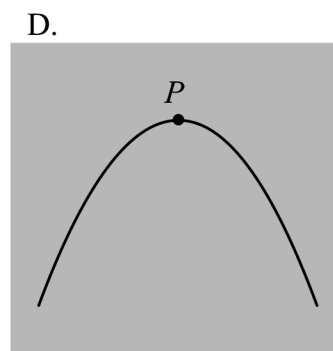
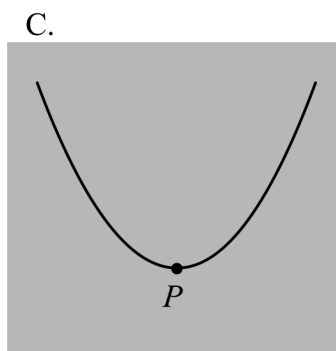
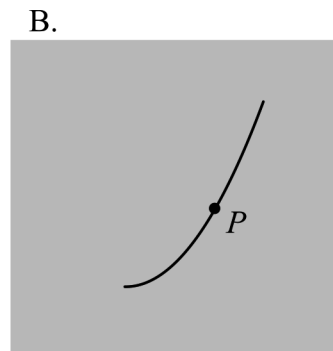
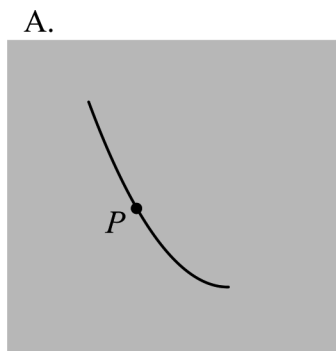
I koordinatsystemet ritas en cirkel med medelpunkten  $B(12, 16)$ . Cirkeln tangerar  $y$ -axeln. Se figur.



b) Avgör om punkten  $A(5, 6)$  ligger utanför cirkelns rand, innanför cirkelns rand eller på cirkelns rand. Motivera ditt svar. (1/0/0)

22. För en andragsgradsfunktion  $f$ , där  $y = f(x)$ , gäller att

- $x^2$ -termen är negativ
  - funktionens graf har symmetrilinjen  $x = 5$
- a) En av figurerna A–F visar grafens utseende omkring den punkt  $P$  på kurvan där  $x = 3$ . Vilken? Motivera ditt svar.



(1/0/0)

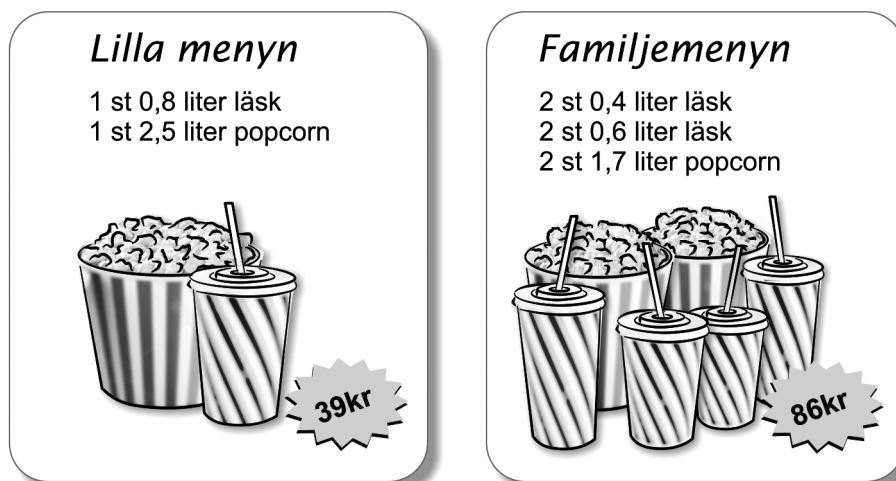
- b) Går det att avgöra hur många skärningspunkter grafen till funktionen  $f$  har med  $x$ -axeln? Motivera ditt svar.

(0/1/0)

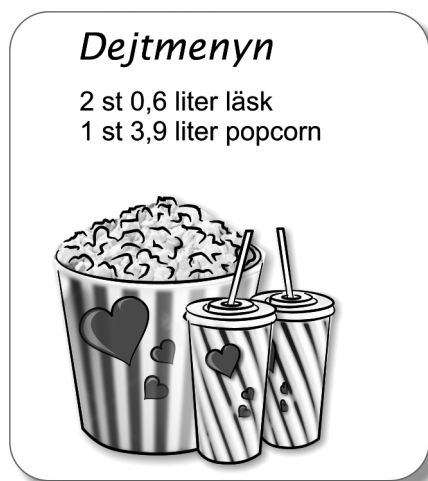
23. Bestäm  $x$ -koordinaterna för eventuella skärningspunkter mellan kurvorna  $y = -4x(x - 2)$  och  $y = x - 2$

(0/2/0)

24. En biograf säljer läsk och popcorn och det finns två menyer att välja på: Lilla menyn för 39 kr och Familjemenyn för 86 kr.



Biografen ska lansera en ny meny. Den nya menyn, Dejtmenyn, ska prissättas så att literpriset för både läsk och popcorn blir oförändrat i förhållande till de två tidigare menyerna.

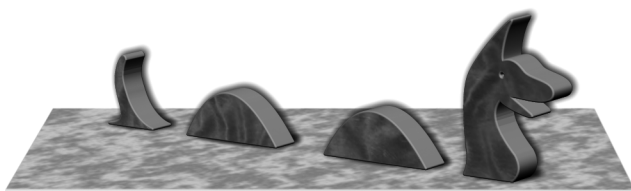


Beräkna priset för Dejtmenyn.

(0/4/0)

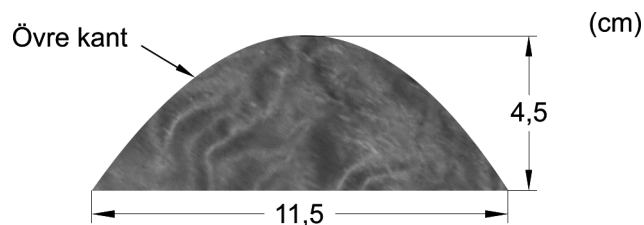
25. Lös ekvationen  $2,5^x = 1 - 3 \cdot 2,5^x$  och svara med två decimaler. (0/2/0)

26. Åsa är en träkonstnär från Östersund. Hon ska börja tillverka prydnadsföremål i trä formade som Storsjöodjuret och ritar en bild av hur hon vill att de ska se ut.



Enligt folktro finns  
Storsjöodjuret i  
Storsjön i Jämtland.

Åsa vill att de två bitarna i mitten ska vara identiska och att deras övre kant ska ha samma form som grafen till en andragradsfunktion så att de blir symmetriska. Bitarnas bredd ska vara 11,5 cm och deras höjd 4,5 cm.



Bestäm en andragradsfunktion som beskriver bitarnas övre kant. (0/0/3)

27. För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 10^x + 0,5C$ . Bestäm vad som måste gälla för konstanten  $C$  för att funktionen  $f$  inte ska ha några skärningspunkter med den räta linjen  $y = 2$ . Motivera ditt svar. (0/0/2)

# Innehållsförteckning

<b>Inledning</b> .....	<b>4</b>
Läsanvisning.....	4
<b>1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a</b> .....	<b>5</b>
Uppgifter av kortsvarstyp .....	5
Uppgifter av långsvarstyp .....	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....	6
Sammanställning av elevresultat .....	7
Sammanställning till ett provbetyg .....	7
<b>2. Bedömningsanvisningar</b> .....	<b>8</b>
Läsanvisning.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	9
Instruktioner för bedömning av delprov D .....	11
<b>3. Exempel på bedömda elevlösningar</b> .....	<b>15</b>
Uppgift 11 .....	15
Uppgift 12a .....	15
Uppgift 12b .....	15
Uppgift 13 .....	16
Uppgift 14 .....	17
Uppgift 15 .....	19
Uppgift 16 .....	21
Uppgift 17a .....	23
Uppgift 18 .....	23
Uppgift 19 .....	24
Uppgift 20 .....	25
Uppgift 21b .....	26
Uppgift 22b .....	26
Uppgift 23 .....	27
Uppgift 24 .....	28
Uppgift 25 .....	30
Uppgift 26 .....	30
Uppgift 27 .....	31
<b>4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg</b> .....	<b>33</b>
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2a .....	33
Resultaten på provet i relation till kursbetyget .....	33
<b>5. Instruktioner för inrapportering av provresultat</b> .....	<b>34</b>
<b>6. Kopieringsunderlag och webbmaterial</b> .....	<b>36</b>
Webbmaterial.....	36
Formulär för sammanställning av elevresultat .....	37
Provsammanställning – centralt innehåll .....	38
Centralt innehåll matematik 2a – förkortningar .....	39

## Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

## Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2a. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2a

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumentet som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

## Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

## Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

### Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 $E_p$
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 $E_p$

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

**Modell 2**

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E <sub>p</sub>
med korrekt bestämning av...	+1 E <sub>p</sub>
Godtagbar verifiering av...	+1 E <sub>p</sub>

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

**Modell 3**

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> och 1 C <sub>R</sub>	1 E <sub>R</sub> , 1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub>

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, ≠, <, >, ≤, ≥, ≈, ±, √, $\sqrt[n]{\quad}$ , $f(x)$ , $x$ , $y$ , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , ( ), %, {, ⇒, ⇐, ⇔, VL, HL
Termer	t.ex. $x$ -led, $y$ -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

## Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

## Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

## 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

### Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

### Instruktioner för bedömning av delprov B

- |           |   |                    |
|-----------|---|--------------------|
| <b>1.</b> |   | <b>Max 1/0/0</b>   |
|           | Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $y = 2x + 3$ )   | +1 E <sub>P</sub>  |
| <b>2.</b> |   | <b>Max 3/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar (nollställen)<br><i>Kommentar:</i> Endast svaret nollställen ges poäng.  | +1 E <sub>B</sub>  |
| b)        | Korrekt svar (symmetrilinje)<br><i>Kommentar:</i> Endast svaret symmetrilinje ges poäng.  | +1 E <sub>B</sub>  |
| c)        | Korrekt svar (t.ex. minimipunkt)<br><i>Kommentar:</i> Även svaren minpunkt, extrempunkt och vertex ges poäng.                           | +1 E <sub>B</sub>  |
| <b>3.</b> |   | <b>Max 2/0/0</b>   |
| a)        | Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0,38)   | +1 E <sub>P</sub>  |
| b)        | Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0,63)<br><i>Kommentar:</i> Svar som avviker $\pm 0,02$ från de ovan angivna svaren ges poäng. | +1 E <sub>PL</sub> |
| <b>4.</b> |   | <b>Max 1/1/1</b>   |
| a)        | Korrekt svar ( $x = 17^{\frac{1}{5}}$ )   | +1 E <sub>P</sub>  |
| b)        | Korrekt svar ( $x = -5$ )   | +1 C <sub>P</sub>  |
| c)        | Korrekt svar ( $x = \pm 3$ )  | +1 A <sub>P</sub>  |






- 5.** **Max 0/2/0**
- a) Korrekt svar (D, E) +1 C<sub>B</sub>
- b) Korrekt svar ( $-1 \leq x \leq 3$  och  $-3 \leq y \leq 3$ ) +1 C<sub>K</sub>
- 6.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (C:  $f(x) = (x-1)(x+1)$ , D:  $f(x) = 2(x^2 - 1)$ ) +1 C<sub>B</sub>
- 7.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar (3) +1 A<sub>P</sub>
- 8.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar ( $V = 32\,997 \cdot 0,95^{12t}$ ) +1 A<sub>M</sub>
- Kommentar:* Funktionsnamn ska anges i svaret men även andra namn än  $V$  godtas.
- 9.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $a = 1,8$ ) +1 A<sub>B</sub>
- Kommentar:* Svar som avviker  $\pm 0,1$  ges poäng.
- 10.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar ( $\frac{2A}{3} = -3B$ ) +1 A<sub>B</sub>
- Kommentar:* Varianter av det korrekta sambandet ges poäng.


## Instruktioner för bedömning av delprov C

- 11.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E<sub>P</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x_1 = -8$ ,  $x_2 = -2$ ) +1 E<sub>P</sub>




*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*







- 12.** **Max 3/0/0**
- a) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Kilopriset på de röda äpplena”) +1 E<sub>M</sub>  
*Kommentar:* Även svar där prefixet kilo utelämnas ges poäng.
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- b) Godtagbar ansats, bestämmer värdet på en av variablerna +1 E<sub>M</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”De röda kostar 18 kr och de gröna 16 kr.”) +1 E<sub>M</sub>
- Kommentar:* Svaret  $\begin{cases} x = 16 \\ y = 18 \end{cases}$  ges inte sista modelleringspoängen eftersom återkoppling till verkligheten saknas.
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen  $9 = 4 \cdot 6 + m$  +1 C<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = 4x - 15$ ) +1 C<sub>PL</sub>
- Kommentar:* Även svaret  $y = 4x - 15$  ges poäng.
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- 14.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. förenklar uttrycket till  $x^2 + 2$  +1 C<sub>P</sub>  
 med godtagbart välgrundat resonemang som motiverar varför uttryckets minsta värde är 2 +1 C<sub>R</sub>
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- 15.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer värdet på  $a$ ,  $a = \frac{2}{3}$  +1 C<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$ ) +1 C<sub>PL</sub>
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C<sub>K</sub>
- 

- 16.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, kommer fram till korrekt uttryck under rottecknet och visar insikt i att  $\left(\frac{c}{2}\right)^2 - (3 - c) = 0$  +1 A<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $c_1 = -6, c_2 = 2$ ) +1 A<sub>PL</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A<sub>K</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 

## Instruktioner för bedömning av delprov D

- 17.** **Max 2/0/0**
- a) Godtagbar motivering med korrekt svar (t.ex. ”B för att den startar på 0,36 och går genom 1,26 år 2013”) +1 E<sub>M</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (2014) +1 E<sub>M</sub>
- Kommentar:* Korrekt svar utifrån en felaktigt vald graf i a)-uppgiften ges poäng.
- 18.** **Max 1/0/0**
- Godtagbart enkelt resonemang som visar att ekvivalens mellan påståendena inte gäller +1 E<sub>R</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 19.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en punkt på den nya linjen +1 E<sub>PL</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = 3x - 10$ ) +1 E<sub>PL</sub>
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 

- 20.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen  $x(x+10) = 80$  +1 E<sub>PL</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,2 cm och 15,2 cm) +1 E<sub>PL</sub>
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 21.** **Max 2/0/0**
- a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (12,2 l.e.) +1 E<sub>P</sub>  
*Kommentar:* Även svar utan enhet eller med felaktig enhet ges poäng.
- b) Godtagbart enkelt resonemang med motivering till varför punkten  $A(5, 6)$  ligger utanför cirkelns rand +1 E<sub>R</sub>  
*Kommentar:* Korrekt slutsats med godtagbart resonemang utifrån en felaktig beräkning i a)-uppgiften ges poäng.
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 22.** **Max 1/1/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang med korrekt svar (t.ex. "E för att kurvan är ledsen och 3 är före 5") +1 E<sub>R</sub>
- b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. "Nej, eftersom vi inte vet y-koordinaten för extrempunkten så kan man inte veta om grafen skär x-axeln.") +1 C<sub>R</sub>
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 23.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 C<sub>P</sub>  
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ( $x_1 = -0,25$ ,  $x_2 = 2$ ) +1 C<sub>P</sub>
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 

24. **Max 0/4/0**
- Godtagbar ansats, ställer upp ett godtagbart ekvationssystem,  
 t.ex.  $\begin{cases} 0,8x + 2,5y = 39 \\ 2x + 3,4y = 86 \end{cases}$  +1 C<sub>M</sub>
- med godtagbar lösning av ekvationssystemet,  $x = 36$  och  $y = 4$  +1 C<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (59 kr) +1 C<sub>M</sub>
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga" +1 C<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



25. **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. förenklar ekvationen till  $4 \cdot 2,5^x = 1$  +1 C<sub>P</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ( $x = -1,51$ ) +1 C<sub>P</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



26. **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, bestämmer koordinaterna för minst tre punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem
- eller*
- bestämmer koordinaterna för två punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem samt visar insikt i att symmetri gäller +1 A<sub>M</sub>
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex.  $y = -0,14x^2 + 1,57x$ ) +1 A<sub>M</sub>
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga" +1 A<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



27.

Max 0/0/2

A	
Godtagbar ansats, påbörjar välgrundat och nyanserat resonemang som inkluderar diskussion om att $0,5C > 2$ <i>eller</i> diskussion om att $10^x$ alltid är positivt.	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som inkluderar diskussion om att $0,5C > 2$ <i>och</i> diskussion om att $10^x$ alltid är positivt samt slutsatsen att $C \geq 4$
<b>1 AR</b>	<b>2 AR</b>

*Kommentar:* Även ett resonemang med slutsatsen  $C > 4$  ges den andra resonemangspoängen.

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



### 3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

#### Uppgift 11

##### Elevlösningsexempel 11.1 (0 poäng)

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$x = 5 \pm \sqrt{5^2 - 16}$$

$$\begin{cases} x_1 = 5 + 3 = 8 \\ x_2 = 5 - 3 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 5 - 3 = 2 \end{cases}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

#### Uppgift 12a

##### Elevlösningsexempel 12a.1 (0 poäng)

Svar:  $y$  är de röda äpplena.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Lösningen visar inte en godtagbar tolkning eftersom det inte framgår att det är kilopriset för de röda äpplena som betecknas med  $y$ .

#### Uppgift 12b

##### Elevlösningsexempel 12b.1 (2 EM)

$$2,5 \cdot \underline{10} + 2,5 \cdot \underline{12} = 25 + 30 = 55$$

$$2,5 \cdot \underline{15} + 2,5 \cdot \underline{17} = 25 + 12,5 + 25 + 12,5 + 5 = 80$$

$$2,5 \cdot \underline{16} + 2,5 \cdot \underline{18} = 25 + 15 + 25 + 15 + 5 = 85$$

yes!

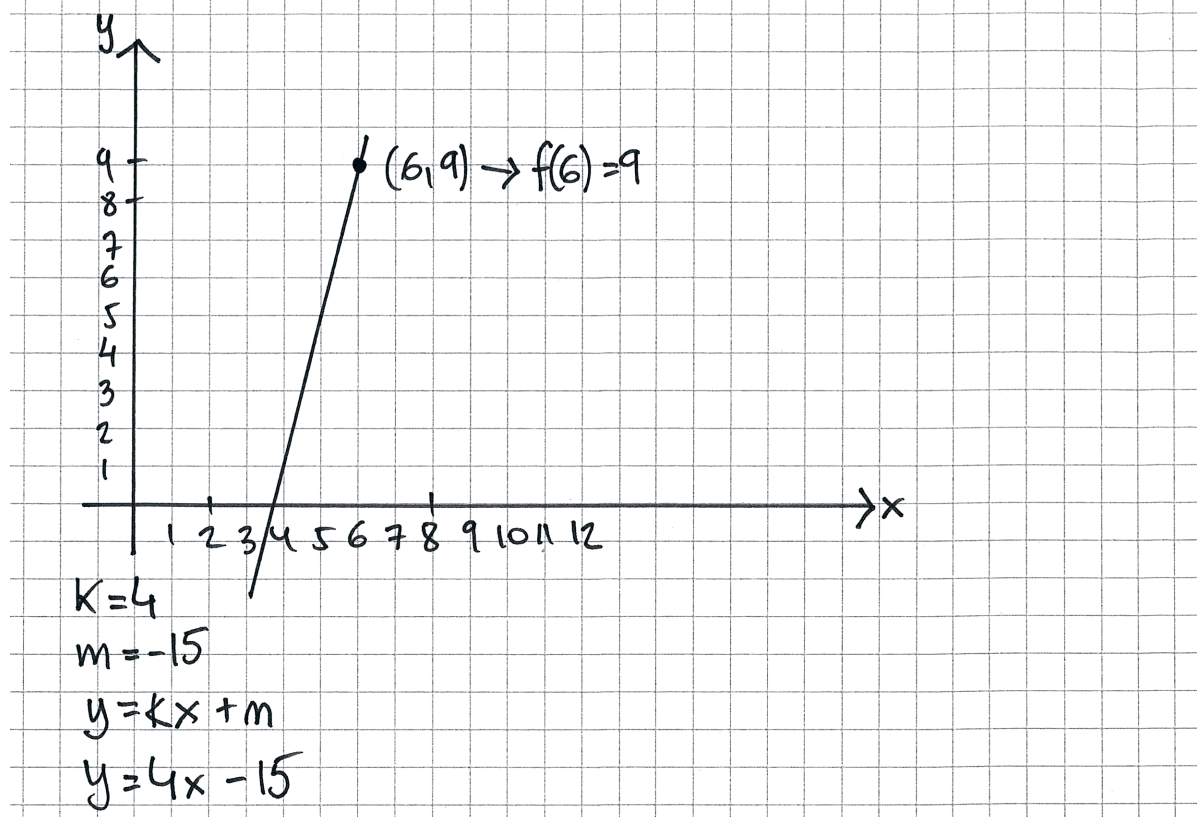
Röda äpplen 18 kr/kg

Gröna äpplen 16 kr/kg

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en systematisk prövning som leder fram till ett korrekt svar. Trots att det är något knapphändert redovisat att skillnaden i kilopriset är 2 kr anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två modelleringspoäng på E-nivå.

## Uppgift 13

## Elevlösningsexempel 13.1 (1 CPL)



*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats då båda villkoren tolkas korrekt grafiskt. Det framgår inte av lösningen hur konstanten  $m$  tagits fram och därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 13.2 (2 CPL)

$$9 = 4 \cdot 6 + m$$

$$m = -15$$

Svar:  $y = 4x - 15$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar tolkning av de båda villkoren då korrekta värden sätts in i räta linjens ekvation. Lösningen är knapphändig men anses trots detta nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på C-nivå.

## Uppgift 14

## Elevlösningsexempel 14.1 (1 Cp)

$$2(x+1)^2 - x(x+4)$$

$$2(x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 4x)$$

$$\cancel{2x^2} + \cancel{4x} + 2 - \cancel{x^2} - \cancel{4x}$$

$$x^2 + 2$$

minsta värdet får vi när vi

sätter in  $x=0$

$$0^2 + 2 = 2$$

Svar: 2

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen motiveras inte varför  $x=0$  ger det minsta värdet och därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

## Elevlösningsexempel 14.2 (1 Cp och 1 Cr)

$$2(x+1)^2 - x(x+4)$$

$$2x^2 + 4x + 2 - x^2 - 4x$$

$$x^2 + 2$$

$x^2$  är alltid positivt

$$0^2 + 2 = 2$$

Svar: 2

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen ges motiveringen ” $x^2$  är alltid positivt” till varför  $x^2 + 2$  aldrig blir mindre än 2. Att motiveringen inte innefattar fallet  $x=0$  vägs upp av att 0 sätts in i uttrycket i den fortsatta lösningen. Lösningen ges en procedurpoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 14.3 (1 Cp och 1 Cr)

$$2(x+1)^2 - x(x+4) = 2(x^2+2x+1) - (x^2+4x) =$$

$$= 2x^2+4x+2 - x^2-4x = x^2+2$$

$$x = -1$$

$$-1^2 + 2 = 3$$

$$x = 1$$

$$1^2 + 2 = 3$$

andragradare  
är symmetrisk



$$x = 0$$

$$0^2 + 2 = 2$$

"  
När  $x=0$  så är uttrycket  
som minst värt.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. Hänvisning till symmetri samt skiss anses vara tillräcklig som motivering till varför  $x=0$  ger minsta värde. Lösningen ges en procedurpoäng och en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 15

## Elevlösningsexempel 15.1 (1 CPL)

$$(1, -6a) \quad (5, 2a)$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2a - (-6a)}{5 - 1} = \frac{8a}{4}$$

$$\frac{8a}{4} = 2a$$

$$k = 2a$$

Sätter in värdena för en av punkterna

$$2a = 5 \cdot 2a + m$$

$$2a = 10a + m$$

$$m = 2a - 10a = -8a$$

$$\text{Svar: } y = 2ax - 8a$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen leder beräkningarna till en tecknad ekvation för  $L_1$ . Att  $L_1$  och  $L_2$  är parallella används aldrig i lösningen och därmed är lösningen ofullständig och svaret inte korrekt. Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och det matematiska språket är acceptabelt men eftersom uppgiften inte behandlas i sin helhet anses kraven för kommunikationspoäng inte vara uppfyllda. Lösningen ges en problemlösningspoäng på C-nivå.

## Elevlösningsexempel 15.2 (2 CPL och 1 CK)

$$k = \frac{4}{3}$$

$$L_1 = \frac{4}{3}x + m$$

$$-6a = \frac{4}{3} \cdot (1) + m$$

$$2a = \frac{4}{3} \cdot (5) + m$$

$$-3 \cdot 2a = -3 \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot 5 + m \right)$$

$$-6a = -\frac{12}{3} \cdot 5 - 3m$$

$$-6a = -4 \cdot 5 - 3m$$

$$\frac{4}{3} \cdot 1 + m = -4 \cdot 5 - 3m$$

$$\frac{4}{3} + m = -20 - 3m$$

$$\frac{4}{3} + 4m = -20$$

$$4m = -20 - \frac{4}{3}$$

$$m = -5 - \frac{1}{3} = -\frac{16}{3}$$

$$\underline{\text{Svar:}} \quad L_1 = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning av problemet. När det gäller kommunikation skrivs det inte explicit att linjerna  $L_1$  och  $L_2$  har samma riktningskoefficient då de är parallella. Förklaringen till hur likheten  $\frac{4}{3} \cdot 1 + m = -4 \cdot 5 - 3m$  tagits fram är knapphändig. Trots dessa brister är lösningen möjlig att följa och förstå och anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 A<sub>PL</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Bestäm  $c$  i  $x^2 + cx + 3 = c$  så att den har en enda rot

$$x^2 + cx + 3 = c$$

$$x^2 + cx + (3 - c) = 0$$

$$x = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4} - (3 - c)}$$

- För att endast få en rot så ska detta vara = 0

vilket ger

$$\frac{c^2}{4} - (3 - c) = 0$$

$$\frac{c^2}{4} - 3 + c = 0$$

$$\frac{c^2}{4} = 3 - c$$

$$4(3 - c) = c^2$$

$$12 - 4c = c^2$$

$$0 = c^2 - 12 + 4c$$

$$c = 2 \pm \sqrt{4 + 12}$$

$$c = 2 \pm \sqrt{16}$$

$$c = 2 \pm 4$$

$$c_1 = 2 + 4 = 6$$

$$c_2 = 2 - 4 = -2$$

Svar:  $c$  kan antingen vara 6 eller -2

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en lösning där det tydligt visas att uttrycket under rottecknet ska vara noll. I den fortsatta lösningen löses andragradsekvationen på ett felaktigt sätt vilket gör att svaret blir fel. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå samt innehåller nödvändiga förklaringar och motiveringar. Sammantaget ges lösningen den första problemlösningspoängen samt kommunikationspoängen på A-nivå.

## Elevlösningsexempel 16.2 (2 APL och 1 AK)

$$x^2 + cx + 3 = c$$

$$x^2 + cx + 3 - c = 0$$

$$x = \frac{-c \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - (3-c)}}{2}$$

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 = 3 - c$$

$$\frac{c^2}{4} = 3 - c$$

$$c^2 = 4(3 - c)$$

$$c^2 = 12 - 4c$$

$$c^2 + 4c - 12 = 0$$

$$c = -2 \pm \sqrt{4 + 12}$$

$$c = -2 \pm 4$$

$$c_1 = -2 + 4 = 2$$

$$c_2 = -2 - 4 = -6$$

$$\text{Svar: } c_1 = 2 \quad c_2 = -6$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men det framgår inte

varför  $\left(\frac{c}{2}\right)^2 = 3 - c$  ska lösas. Sammantaget ges lösningen två problemlösningspoäng på

A-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 17a

## Elevlösningsexempel 17a.1 (1 EM)

DET ÄR B.  
 FÖR ATT NÄR JAG KOLLAR PÅ <sup>ÄR</sup> 2000 SÅ VAR  
 PÅSLAGET  $(y) = 0,36 \cdot 1,101^x$ . OCH NÄR JAG RÄKNAR  
 UT DET SÅ FÅR JAG REDA PÅ UNGEFÄR 0,40  
 ALLTID BÖRJAN ÄR LÅGT PÅ EN GRAF, DET KAN  
 VARA MER OCKSÅ MEN FORMLEN VI HAR  $(0,36 \cdot 1,101^x)$   
 GER UNGEFÄR SVARET 0,40 ÄVEN OM VI INTE  
 VET VAD  $x$  VÄRDET ÄR. OCH PÅ 2013 BLIR  
 PÅSLAGET 1,26.  
 SVARERNA JAG HAR HITTAT PASSAR IN I B.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt svar då grafen B väljs. Motiveringen anses godtagbar trots att det inte är helt tydligt att "när jag räknar ut det" syftar på att  $y$ -värdet har räknats ut då  $x = 1$ .

## Uppgift 18

## Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)

Nej, en rätt vinklig triangel  
 den kan bara ha en  
 vinkel som är  $45^\circ$  för  
 annars blir det en likbent.  
 max vinkel  
 en  $90^\circ$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en korrekt slutsats men en felaktig motivering. Lösningen ges noll poäng.

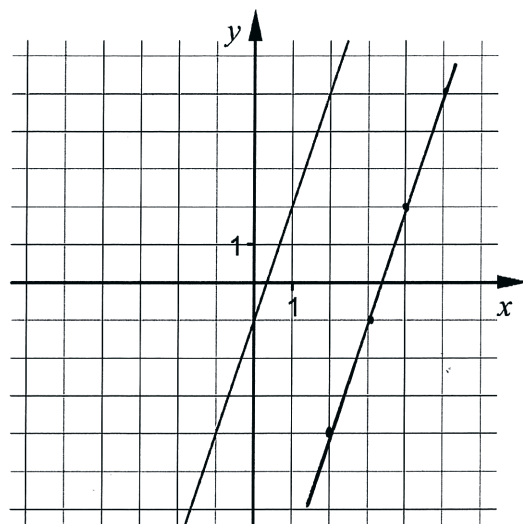
## Elevlösningsexempel 18.2 (1 ER)

Nej. En triangel med två vinklar som är  $45^\circ$  är rätvinklig ( $180 - 45^\circ - 45^\circ = 90$ ), men en rätvinklig triangel måste inte ha två vinklar som är  $45^\circ$ .

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en korrekt slutsats med en godtagbar motivering. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

## Uppgift 19

## Elevlösningsexempel 19.1 (1 EPL)



$$y = 3x - 1$$

↓ förflyttning, ny linje skapas

$$y = 3x - 10$$

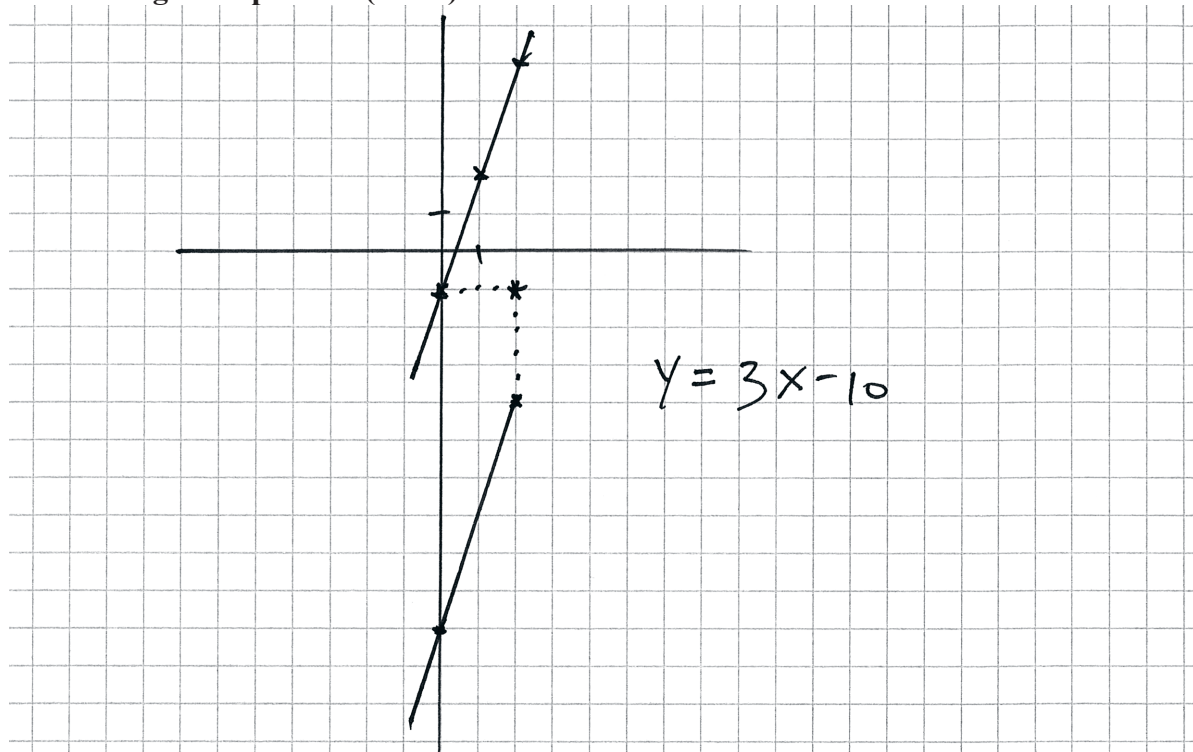
m förändras

↙ förändras inte

$$\text{Nya linjens ekvation: } y = 3x - 10$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom den nya linjen är korrekt ritad. I den fortsatta lösningen saknas motivering till hur konstanten  $m$  tagits fram och lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå.

## Evelösningsexempel 19.2 (2 EPL)



*Bedömningskommentar till exemplet:* Evelösningen visar en godtagbar ansats i och med att en punkt förflyttats korrekt. Det framgår inte av redovisningen att den nya linjen får samma riktningskoefficient men eftersom den är korrekt ritad och dess ekvation korrekt anses kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

## Uppgift 20

## Evelösningsexempel 20.1 (2 EPL)

$$\text{Area} = x \cdot (x + 10) = 80 \text{ cm}^2$$

$$x^2 + 10x - 80 = 0$$

$$-\frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 80} = 5,246950766$$

$$x + 10 = 15,2 \text{ cm}$$

$80 \text{ cm}^2$	$x = 5,2 \text{ cm}$
-------------------	----------------------

*Bedömningskommentar till exemplet:* Evelösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. Trots att den negativa roten varken beräknas eller kommenteras anses lösningen nått och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på E-nivå.

## Uppgift 21b

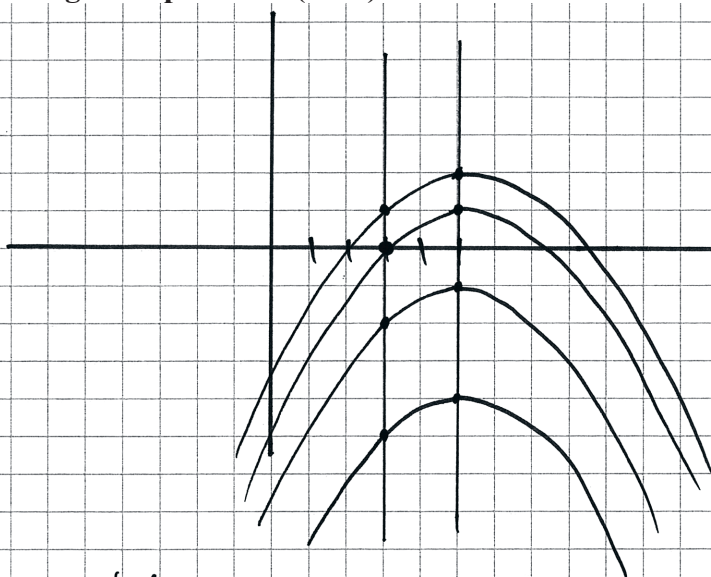
## Elevlösningsexempel 21b.1 (0 poäng)

$d = 12,2$  därför utanför cirkeln.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt svar men eftersom motiveringen inte innehåller en jämförelse med cirkelns radie anses inte kraven för resonemangspoäng på E-nivå vara uppfyllda.

## Uppgift 22b

## Elevlösningsexempel 22b.1 (1 CR)



Nej, dom 2 punkterna endast  
kan ej visa kurvans 0 värden.  
(det behövs mer information)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett resonemang där en förflyttning av grafen i y-led visas grafiskt. Trots det felaktiga "kurvas 0 värden" anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för ett godtagbart välgrundat resonemang på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 22b.2 (1 CR)**

Nej, då vi inte får veta vart i koordinatsystemet grafen ligger i y-led, om grafen har några lösningar.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett godtagbart välgrundat resonemang då den innehåller en diskussion om grafens placering i y-led i koordinatsystemet. Den felaktiga frasen "om grafen har några lösningar" anses inte påverka det övriga resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

**Uppgift 23****Elevlösningsexempel 23.1 (1 Cp)**

Ritar på räknaren och zoomar in.  
 avläser  $x_1 = -0,3$   
 $x_2 = 2$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats där graf-räknaren har använts för att rita upp de två kurvorna. Eftersom zoomning inte är en metod som ger tillräcklig noggrannhet i detta fall anses inte kraven för den andra procedurpoängen på C-nivå vara uppfyllda.

**Elevlösningsexempel 23.2 (2 Cp)**

Grat på räknaren - intersect.  
 Första skärningspunkten  $(-\frac{1}{4})$   
 andra (2) Svar: Vid  $x(-\frac{1}{4})$  och (2)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar där det framgår hur grafräknaren har använts. Trots att lösningen är knapphändig och att det inte är tydligt att det är x-koordinater som beräknats anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för båda procedurpoängen på C-nivå.



## Elevlösningsexempel 24.2 (3 Cm och 1 Ck)

$x = \text{läsk i kv/liter}$   
 $y = \text{popcorn i kv/liter}$

$$\begin{cases} 0,8x + 2,5y = 39 & \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,8x + 1,2x + 1,7y + 1,7y = 86 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$0,8x + 2,5y = 39 \textcircled{1}$$

$$2x + 3,4y = 86 \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \cdot 2$$

$$\textcircled{2} \cdot (-0,8)$$

$$1,6x + 5y = 78$$

$$-1,6x - 2,72y = -68,8$$

$$2,28y = 9,2$$

$$\frac{2,28}{2,28} \quad \frac{9,2}{2,28}$$

$$y = 4$$

$$\begin{array}{r} 0,8x + 10 = 39 \\ -10 \quad -10 \end{array}$$

$$\frac{0,8x}{0,8} = \frac{29}{0,8}$$

$$\begin{cases} x = 36,25 \\ y = 4 \end{cases}$$

Meny

$$1,2 \cdot 36,25 + 3,9 \cdot 4 =$$

$$43,5 + 15,6 = 59,1 \text{ kv}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med ett svar som trots att det inte är avrundat anses vara korrekt. När det gäller kommunikation är variablerna  $x$  och  $y$  väldefinierade och lösningen är möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 25

## Elevlösningsexempel 25.1 (1 Cp)

$$2,5^x = 1 - 3 \cdot 2,5^x$$

$$2,5^x = 1 - (3 \cdot 2,5^x)$$

$$2,5^x + 3 \cdot 2,5^x = 1$$

$$4 \cdot 2,5^x = 1$$

$$2,5^x = 0,25$$

$$2,5^{-1,51} = 0,25$$

$$x = -1,51$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats där ekvationen förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen saknas det redovisning av hur  $-1,51$  tagits fram vilket inte anses motsvara en godtagbar lösning. Lösningen ges den första procedurpoängen på C-nivå.

## Uppgift 26

## Elevlösningsexempel 26.1 (2 Am)

$$x^1 = 0 \quad x^2 = 11,5 \quad \text{symmetrilinje} = 5,75$$

extrempunkt = 4,5 jag tar ut tre punkter

$$(5,75, 4,5) \quad (0,0) \quad \text{och} \quad (11,5, 0)$$

jag använder sedan räknarens quadreg

$$\text{funktion } y = -0,136x^2 + 1,56x + 0$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning där räknarens regressionsfunktion används utifrån tre punkter i ett definierat koordinatsystem. Därmed anses kraven för båda modelleringspoängen på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation används matematiska symboler på ett felaktigt sätt på de första två raderna i och med att  $x$ -koordinaterna för funktionens nollställen anges med  $x^1$  och  $x^2$  samt att likhetstecken används då symmetrilinjen och extrempunkten anges. Kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed inte vara uppfyllda.

## Elevlösningsexempel 26.2 (2 AM och 1 AK)

Punkter:  $(0,0)$ ,  $(\frac{11,5}{2}, 4,5)$ ,  $(11,5,0)$  -  $\Lambda$ -formig

$$\rightarrow y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{11,5}{2}\right)^2 a + \left(\frac{11,5}{2}\right) b &= 4,5 \\ 11,5^2 a + 11,5 b &= 0 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 33,06a + 5,75b = 4,5 \\ 132,25a + 11,5b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \cdot 4 \begin{cases} 132,25a + 23b &= 18 \\ 132,25a + 11,5b &= 0 \end{cases} \\ \rightarrow \begin{cases} 132,25a + 23b &= 18 \\ - \quad 132,25a + 11,5b &= 0 \end{cases} \\ \hline 11,5b &= 18 \rightarrow b = 1,565 \end{aligned}$$

$$132,25a + \frac{11,5 \cdot 1,565}{18} = 0 \rightarrow a = -0,136$$

$$\rightarrow y = -0,136x^2 + 1,565x \quad (\text{inte helt exakt})$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar algebraisk lösning och ett godtagbart svar. När det gäller kommunikation saknas förklaring till varför  $c$  stryks i den allmänna formeln för andragsgradsfunktionen på andra raden. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå. Lösningen ges två modelleringspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 27

## Elevlösningsexempel 27.1 (0 poäng)

$c > 4$  för att  $0,5 \cdot 4 = 2$   
och funktionen  $f$  fick INTE  
KURSA DEN RÄTA LINJEN  
 $y = 2$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt svar men ett otillräckligt resonemang. Lösningen ges noll poäng.

## Elevlösningsexempel 27.2 (2 AR)

$$f(x) = 10^x + 0,5C$$

→ Positivt

$y=2$

VILKET LEDER TILL ATT

$0,5C$  BÖR VARA STÖRRE ÄN 2

$0,5C > 2 \quad | \quad /0,5$

$C > 4$

IFALL INTE SKA HA NÅGRA  
SKÄRNINGSPUNKTER

Svar:  $C > 4$  IFALL FUNKTIONEN INTE SKA  
HA NÅGRA SKÄRNINGSPUNKTER MED  
DEN RÄTA LINJEN  $y=2$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett knapphändigt resonemang om  $10^x$  genom att endast konstatera att termen är positiv. I den fortsatta lösningen förs ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till slutsatsen  $C > 4$ . Sammantaget anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.