

Delprov B	Uppgift 1–9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10–16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 20 E-, 18 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 36 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 42 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

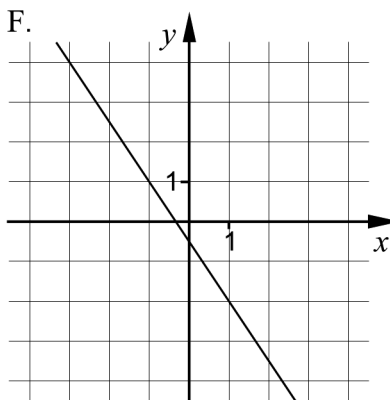
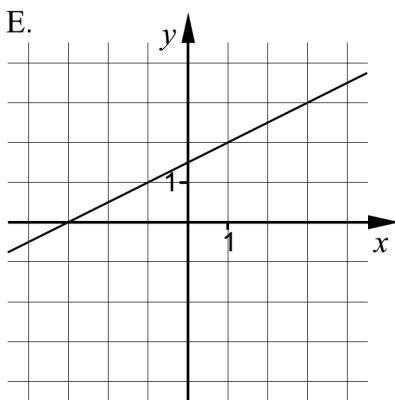
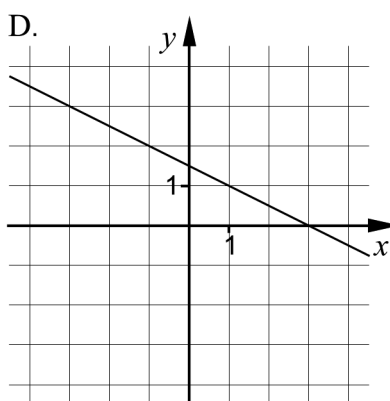
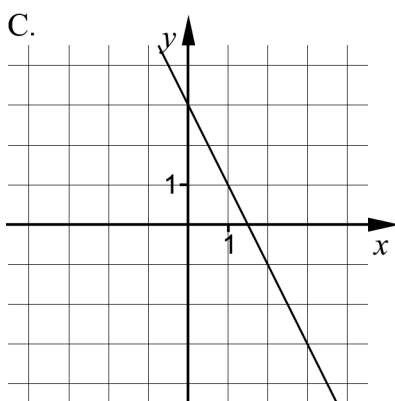
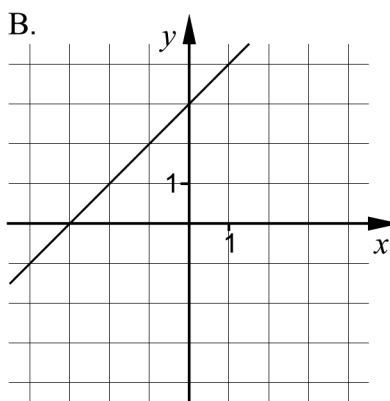
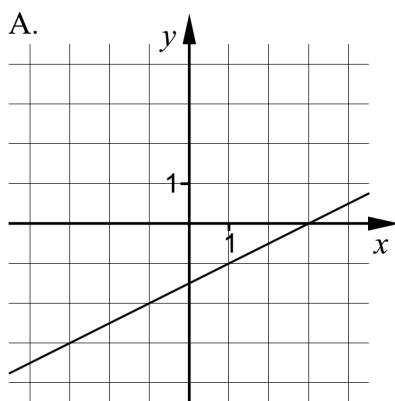
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Figurerna A–F visar räta linjer. De räta linjernas ekvationer kan skrivas på formen $y = kx + m$



- a) Två av figurerna A–F visar räta linjer med m -värdet 3. Vilka två?

_____ (1/0/0)

- b) En av figurerna A–F visar en rät linje med k -värdet $-\frac{1}{2}$. Vilken?

_____ (1/0/0)

2. Ge förslag på tal större än 1 som kan stå i de tomma rutorna för att likheten ska gälla.

$$(\square - x)(\square + x) = \square - x^2 \quad (1/0/0)$$

3. För funktionen f gäller att $f(x) = a + x^2$.

Bestäm värdet på a så att $f(4) = 26$ _____ (1/0/0)

4. Ge ett förslag på en ekvation som har lösningarna $4i$ och $-4i$

_____ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $10^x = 2$ _____ (1/0/0)

b) $1 + \lg x = 6$ _____ (0/1/0)

c) $(2x - 10)(10 + 2x) = 0$ _____ (0/1/0)

d) $(x + 1)^{\frac{1}{4}} = 3$ _____ (0/1/0)

6. Ge ett exempel på ett ekvationssystem som endast har lösningen $\begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \end{cases}$

Ekvationssystemet ska bestå av två olika ekvationer. Båda ekvationerna ska innehålla variablerna x och y .

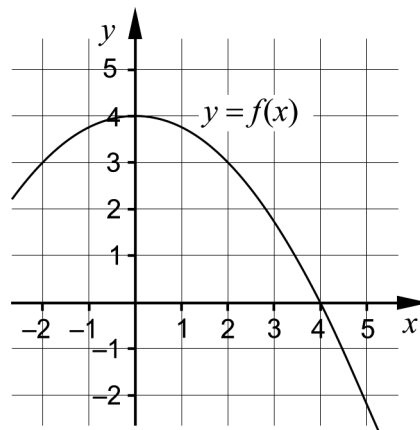
_____ (0/1/0)

7. Elvis köper aktier för 3000 kr. Han undrar hur stor den årliga procentuella värdeökningen måste vara för att aktiernas värde ska fördubblas på fem år. Han förutsätter att den årliga procentuella värdeökningen är lika stor varje år under femårsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med a . Teckna en ekvation med vars hjälp a kan beräknas.

_____ (0/1/0)

8. Figuren visar grafen till en andragsgradsfunktion f .



- a) Bestäm en funktion g , där $y = g(x)$, som uppfyller villkoren

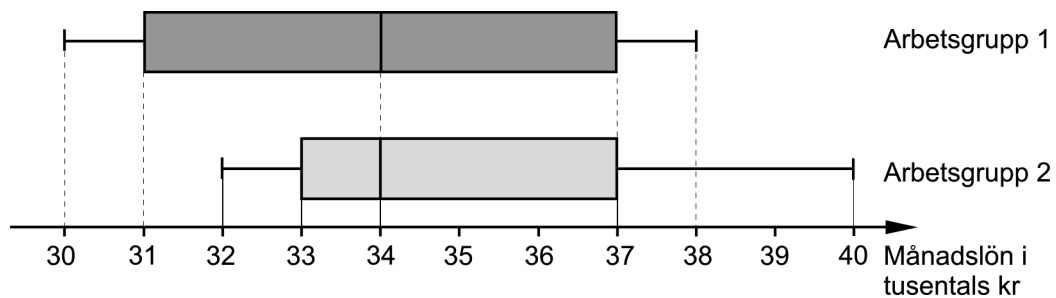
- grafen till g är en rät linje
- $g(x) \leq f(x)$ för $0 \leq x \leq 2$

_____ (0/1/0)

- b) Bestäm ekvationen för en rät linje som varken skär grafen till funktionen f eller grafen till funktionen g för något värde på x .

_____ (0/0/1)

9. Figuren visar två lådagram framtagna med hjälp av lönelistan för två olika arbetsgrupper, arbetsgrupp 1 och arbetsgrupp 2. Det framgår inte hur många personer som ingår i någon av arbetsgrupperna.



- a) Två av alternativen A–E måste enligt lådagrammen alltid stämma in på de två arbetsgruppernas månadslöner. Vilka två?
- A. De 25 % med de lägsta månadslönerna i arbetsgrupp 2 har högre månadslöner än de 25 % med de lägsta månadslönerna i arbetsgrupp 1.
 - B. Det finns minst en person i arbetsgrupp 1 och minst en person i arbetsgrupp 2 som tjänar exakt 37 000 kr i månaden.
 - C. Antalet personer som har 34 000 kr i månadslön är lika stor i arbetsgrupp 1 som i arbetsgrupp 2.
 - D. Båda arbetsgrupperna har samma medelvärde och samma variationsbredd för månadslönerna.
 - E. Båda arbetsgrupperna har samma median och samma variationsbredd för månadslönerna.

_____ (0/1/0)

- b) Från lådagrammet för arbetsgrupp 1 kan man utläsa att vissa exakta månadslöner måste finnas på lönelistan för arbetsgruppen. Vilka?

_____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 13 \\ 2y - 3x = -7 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

a) $x^2 + 12x + 20 = 0$ (2/0/0)

b) $\frac{x^2 - 6x}{2} = 0$ (0/2/0)

12. En rät linje L_1 går genom punkten $(3, 4)$ och är parallell med linjen L_2 med ekvationen $y = 5x - 300$. Linjen L_1 går även genom en punkt P med x -koordinaten 2.

Bestäm y -koordinaten för punkten P . (2/0/0)

13. En andragradsfunktion f ges av $f(x) = x^2 - 2x + 3$

För två olika punkter A och B gäller att

- A och B ligger på grafen till f
- punkten $(1, 11)$ ligger lika långt från A som från B

Bestäm koordinaterna för två sådana punkter A och B . (0/2/0)

14. Några logaritmvärden är:

$$\lg 2 \approx 0,3010$$

$$\lg 3 \approx 0,4771$$

$$\lg 5 \approx 0,6990$$

$$\lg 7 \approx 0,8451$$

$$\lg 10 = 1$$

I vilket intervall A–F ligger värdet av $\lg 2^5$? Motivera ditt svar.

A. $0,0 < \lg 2^5 \leq 0,5$

B. $0,5 < \lg 2^5 \leq 1,0$

C. $1,0 < \lg 2^5 \leq 1,5$

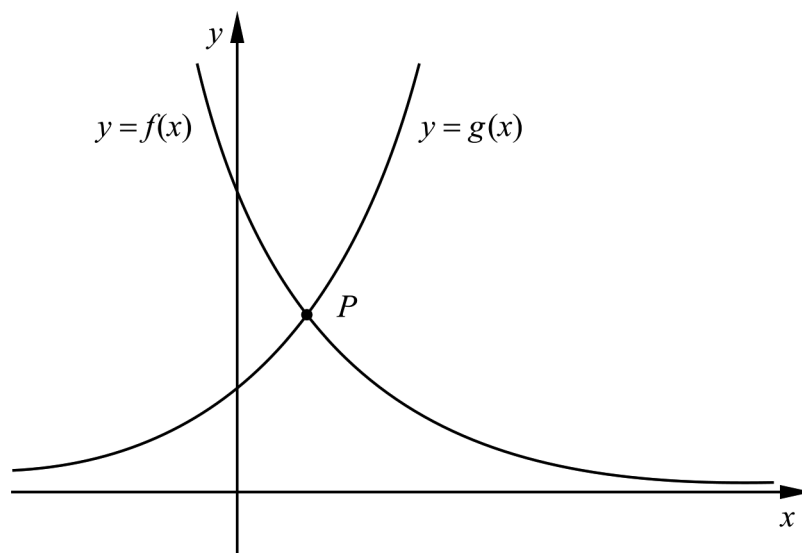
D. $1,5 < \lg 2^5 \leq 2,0$

E. $2,0 < \lg 2^5 \leq 2,5$

F. $2,5 < \lg 2^5 \leq 3,0$

(0/2/0)

15. Figuren visar graferna till funktionerna f och g där $f(x) = 3 \cdot 10^{-x}$ och $g(x) = 10^x$. Graferna skär varandra i punkten P .



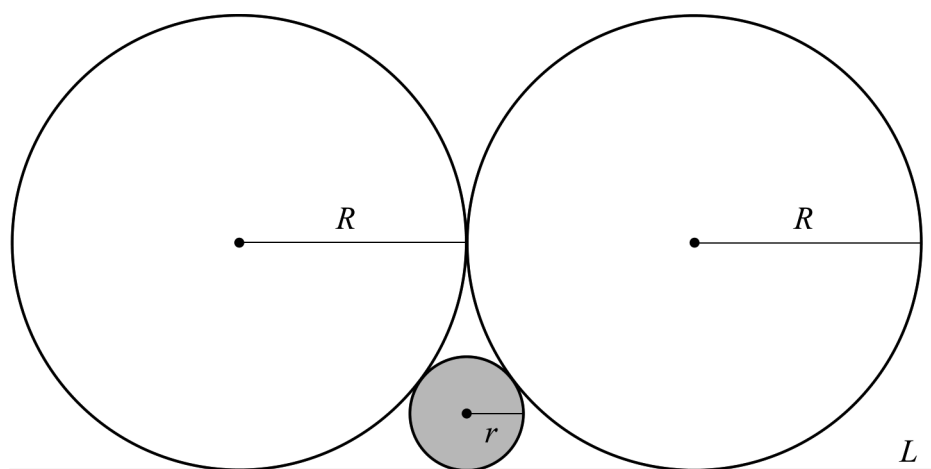
a) Bestäm det exakta värdet på x -koordinaten för punkten P .

(0/0/2)

b) Bestäm det exakta värdet på y -koordinaten för punkten P .
Svara i enklaste form.

(0/0/1)

16. Figuren visar tre cirklar som är ritade så att var och en av cirkarna tangerar en rät linje L .



De två stora cirkarna har radien R och tangerar varandra. Den lilla cirkeln har radien r och tangerar de två stora cirkarna.

Bestäm $\frac{R}{r}$.

(0/0/3)

Delprov D	Uppgift 17–24. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 20 E-, 18 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 21 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 28 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 36 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 42 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

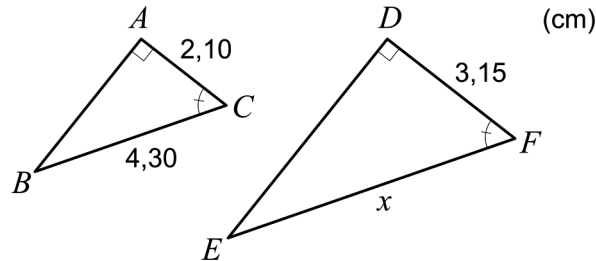
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Figuren visar två likformiga trianglar ABC och DEF .



Beräkna x .

(2/0/0)

18. En rät linje med riktningskoefficienten 3 går genom punkten $(2, 4)$.
Undersök om linjen även går genom punkten $(200, 600)$.

(2/0/0)

19. Clive tränar med en skivstång och väljer viktplattor beroende på vilken övning han ska göra.



Viktplattorna är märkta i kg men Clive, som kommer från England, vill veta vad skivstång och viktplattor väger i den engelska viktenheten pund (lb).

Den totala vikten y pund (lb) för skivstång och de viktplattor som sitter på skivstången ges av sambandet $y = 2,2x + 7,6$ där x är den sammanlagda vikten i kg för de viktplattor som sitter på skivstången.

- a) Använd sambandet och bestäm vad skivstången utan viktplattor väger i pund (lb).

Endast svar krävs

(1/0/0)

Clive kan välja bland följande viktplattor: 1 kg, 2,5 kg och 5 kg.

- b) Ge ett exempel på hur Clive kan välja bland viktplattorna så att den totala vikten y blir 34 pund (lb). Motivera ditt svar.

(2/0/0)

- c) Förklara vad 2,2 i sambandet $y = 2,2x + 7,6$ betyder i det här sammanhanget.

(0/1/0)

20. Längden på makrillar i en fångst är normalfördelad med medelvärdet 36 cm och standardavvikelsen 6,0 cm.

När en yrkesfiskare får en stor fångst, sorteras makrillarna efter längd. De som är kortare än 24 cm sorteras för sig. I en fångst var det 62 makrillar som var kortare än 24 cm. Bestäm det totala antalet makrillar som det är troligt att yrkesfiskaren fick i den fångsten.

(1/1/0)

21. Henry Graves Supercomplication anses vara världens dyraste klocka. Klockan är tillverkad helt för hand av Patek Philippe och blev färdig år 1933.

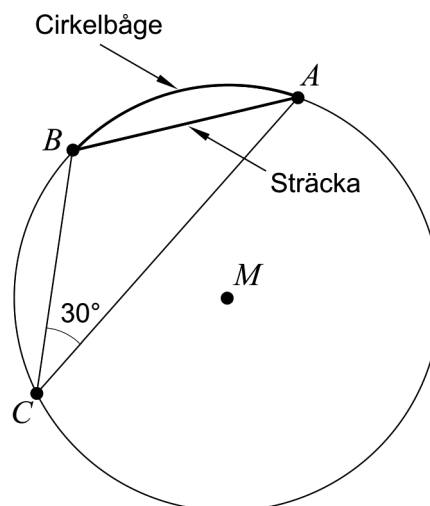


År 1999 såldes klockan för 11 miljoner dollar och år 2014 såldes klockan för 24 miljoner dollar. Anta att den årliga procentuella ökningen av klockans pris har varit lika stor under denna tidsperiod.

Bestäm vilket år klockan skulle kosta 50 miljoner dollar om priset fortsätter att öka exponentiellt i samma takt.

(0/3/0)

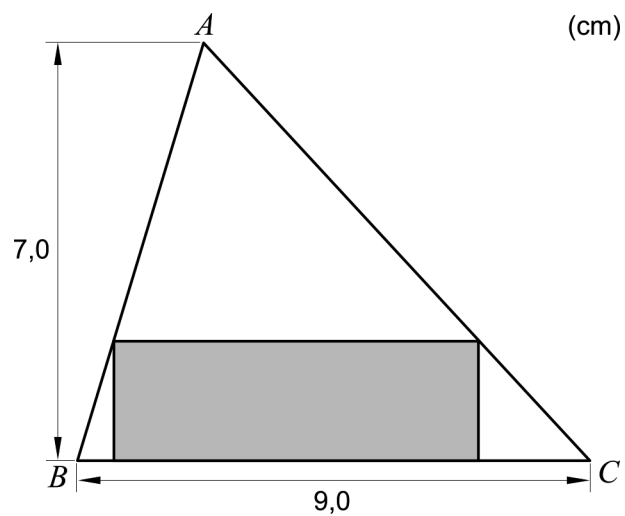
22. Triangeln ABC är inskriven i en cirkel med medelpunkten M . Vinkeln $BCA = 30^\circ$, se figur.



Visa att cirkelbågen AB är ungefär 4,7 % längre än sträckan AB .

(0/0/2)

23. Figuren visar en triangel ABC med höjden 7,0 cm och basen 9,0 cm. En rektangel ritas så att två av rektangelns hörn ligger på triangelns bas och de andra hörnen ligger på triangelns två andra sidor, se figur.



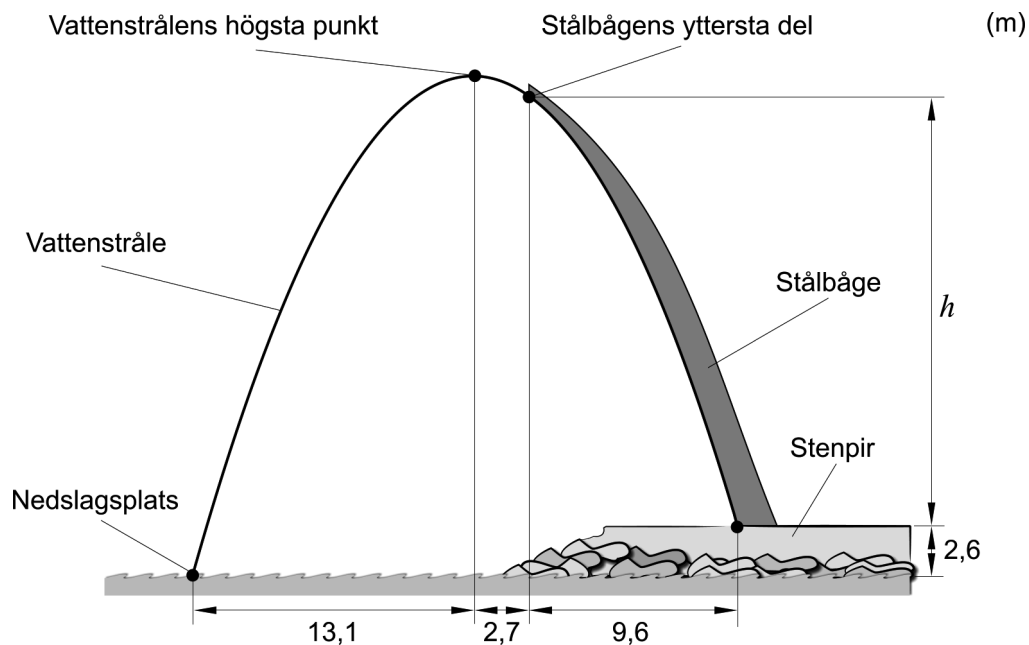
Bestäm den största area som en sådan rektangel kan ha.

(0/0/3)

24. Skulpturen *Gud fader på himmelsbågen* var tänkt som ett fredsmonument och en hyllning till bildandet av Förenta Nationerna. På skulpturens stålbåge står Gud fader och placerar ut stjärnor på himlavalvet. Skulpturen står idag på Nacka strand i Stockholm.



I stålbågens yttersta del sitter ett munstycke som skickar ut en vattenstråle. Vattenstrålen och stålbågen har tillsammans formen av en andragradskurva. Vattenstrålens högsta punkt ligger 13,1 m i sidled från vattenstrålens nedslagsplats i havet och 2,7 m i sidled från stålbågens yttersta del. Stenpiren som skulpturen står på är 2,6 m ovanför vattenytan. Se figur.



Bestäm höjden över stenpiren för stålbågens yttersta del, det vill säga sträckan h i figuren.

(0/0/4)

Innehållsförteckning

Inledning.....	3
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b.....	4
Allmänna riktlinjer för bedömning.....	4
Bedömningsmodeller.....	4
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga.....	5
2. Bedömningsanvisningar.....	7
Läsanvisning.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	7
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov D.....	10
3. Exempel på bedömda elevlösningar	12
Uppgift 11a.....	12
Uppgift 11b	12
Uppgift 13	13
Uppgift 14	14
Uppgift 16	16
Uppgift 18	18
Uppgift 19b	19
Uppgift 19c.....	19
Uppgift 20	20
Uppgift 21	21
Uppgift 22	23
Uppgift 23	25
Uppgift 24	28
4. Instruktioner för sammanvägning till ett provbetyg.....	31
Sammanvägning till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2b	31
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	31
5. Kopieringsunderlag och webbmateriäl	32
Övrigt webbmateriäl.....	32
Sammanställning av elevresultat	33
Provsammanställning – Centralt innehåll	34
Centralt innehåll Matematik 2b	35

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2b. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmateriel (kapitel 5).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en "problemlösningspoäng på E-nivå" respektive en "resonemangspoäng på A-nivå".

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknfel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarusuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E_p

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...) +1 E_p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet "med" inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _p
med korrekt bestämning av...	+1 E _p
Godtagbar verifiering av...	+1 E _p

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (), \%, \{, \text{VL}, \text{HL},$ symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragsgradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 2/0/0**
 a) Korrekt svar (B och C) +1 E_B
 b) Korrekt svar (D) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (t.ex. $(\boxed{2} - x)(\boxed{2} + x) = \boxed{2^2} - x^2$) +1 E_{PL}

3. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (10) +1 E_{PL}

4. **Max 1/0/0**
 Korrekt svar (t.ex. $x^2 + 16 = 0$) +1 E_{PL}

5. **Max 1/3/0**
 a) Korrekt svar ($x = \lg 2$) +1 E_P
Kommentar: Även svaret $x = \frac{\lg 2}{\lg 10}$ anses vara korrekt.
 b) Korrekt svar ($x = 10^5$) +1 C_P
 c) Korrekt svar ($x = \pm 5$) +1 C_P
 d) Korrekt svar ($x = 80$) +1 C_P

6. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (t.ex. $\begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 6 \end{cases}$) +1 C_B
7. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar (t.ex. $3000a^5 = 6000$) +1 C_M
8. **Max 0/1/1**
 a) Korrekt svar (t.ex. $g(x) = -x + 4$) +1 C_B
 b) Korrekt svar där riktningskoefficienten är densamma som för den korrekt angivna linjen i a)-uppgiften (t.ex. $y = -x + 10$) +1 A_B
9. **Max 0/1/1**
 a) Korrekt svar (A och E) +1 C_B
 b) Korrekt svar (30 000 kr och 38 000 kr) +1 A_B

Kommentar: Även svaret ”30 och 38” samt svar utan enhet godtas.

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 2/0/0**
 Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 5$, $y = 4$) +1 E_P
11. **Max 2/2/0**
 a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -10$, $x_2 = -2$) +1 E_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x(x - 6) = 0$ +1 C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 0$, $x_2 = 6$) +1 C_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 12.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. inser att riktningskoefficienten för linjen L_1 är 5 +1 E_B
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (-1) +1 E_{PL}

- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. visar i en figur att funktionen är symmetrisk kring $x = 1$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $A(0, 3)$ och $B(2, 3)$) +1 C_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 14.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, påbörjar en välgrundad motivering genom att skriva om $\lg 2^5$, t.ex. till $5 \lg 2$ +1 C_R
 med fortsatt välgrundad motivering som leder till korrekt svar (D: $1,5 < \lg 2^5 \leq 2,0$) +1 C_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



- 15.** **Max 0/0/3**
- a) Godtagbar ansats, ställer upp korrekt ekvation och förenklar till $3 = 10^{2x}$ +1 A_P
 eller förenklar till $\lg 3 + \lg 10^{-x} = \lg 10^x$ +1 A_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{\lg 3}{2}$) +1 A_P
- b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($y = \sqrt{3}$) +1 A_P

- 16.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, tecknar ett relevant samband mellan den stora och den lilla cirkelns radie, t.ex. $(R + r)^2 = R^2 + (R - r)^2$ +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{R}{r} = 4$) +1 A_{PL}
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar



Instruktioner för bedömning av delprov D**17. Max 2/0/0**

- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt likformighetssamband +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,45) +1 E_P

18. Max 2/0/0

- Godtagbar ansats, påbörjar ett enkelt resonemang genom att t.ex. bestämma linjens ekvation +1 E_R
 med i övrigt godtagbart enkelt resonemang som leder till korrekt slutsats att linjen inte går genom (200, 600) +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar**19. Max 3/1/0**

- a) Korrekt svar (7,6) +1 E_M
 b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $34 = 2,2x + 7,6$ +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”Två 5 kg-viktplattor och två 1 kg-viktplattor.”) +1 E_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

- c) Godtagbart svar där insikt visas i att 1 kg motsvarar 2,2 lb +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar**20. Max 1/1/0**

- Godtagbar ansats, inser att 12 cm motsvarar två standardavvikelser +1 E_B
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2700) +1 C_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

- 21.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation, $24 = 11a^{15}$ +1 C_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (År 2028) +1 C_M
 Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 22.** **Max 0/0/2**
- Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att medelpunktsvinkeln för cirkelbågen AB är 60° , t.ex. genom hänvisning till randvinkelsatsen +1 A_R
 Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att cirkelbågen AB är 4,7 % längre än sträckan AB +1 A_R
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 23.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, t.ex. tecknar samband mellan basen och höjden i rektangeln med hjälp av likformighet +1 A_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (16 cm^2) +1 A_{PL}
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 
- 24.** **Max 0/0/4**
- Godtagbar ansats, anger, i ett definierat koordinatsystem, koordinaterna för minst tre punkter som krävs för bestämning av andragsgradsfunktionen +1 A_M
 med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer en godtagbart anpassad andragsgradsfunktion, t.ex. $y = -0,1280x^2 + 19,358$ +1 A_M
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (18,4 meter) +1 A_M
 Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K
- Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar* 

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 11a

Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)

$$\begin{aligned}
 x^2 + 12x + 20 &= 0 \\
 x &= 6 \pm \sqrt{6^2 - 20} \\
 x &= 6 \pm \sqrt{16} \\
 x &= 6 \pm 4 \\
 \text{Svar: } \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 11b

Elevlösningsexempel 11b.1 (0 poäng)

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2 - 6x}{2} &= 0 \\
 x^2 - 6x &= 0 \cdot 2 \\
 \frac{x^2 - 6x}{x} &= \frac{0}{x} \\
 x - 6 &= 0 \\
 \underline{\underline{x = 6}}
 \end{aligned}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förkortning med x vilket leder till att en lösning försvinner. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats och ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 11b.2 (1 Cp)

$$\frac{x^2 - 6x}{2} = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x = \frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{-9}$$

$$x = 3 \pm -3$$

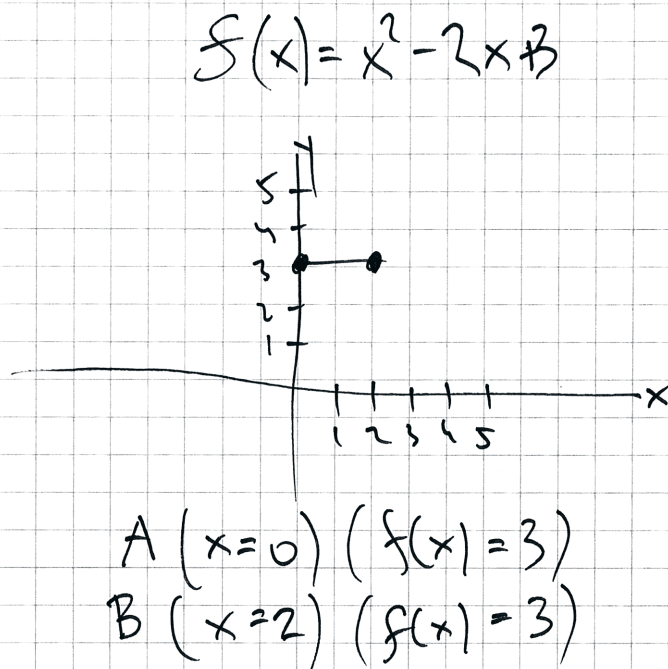
$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 6$$

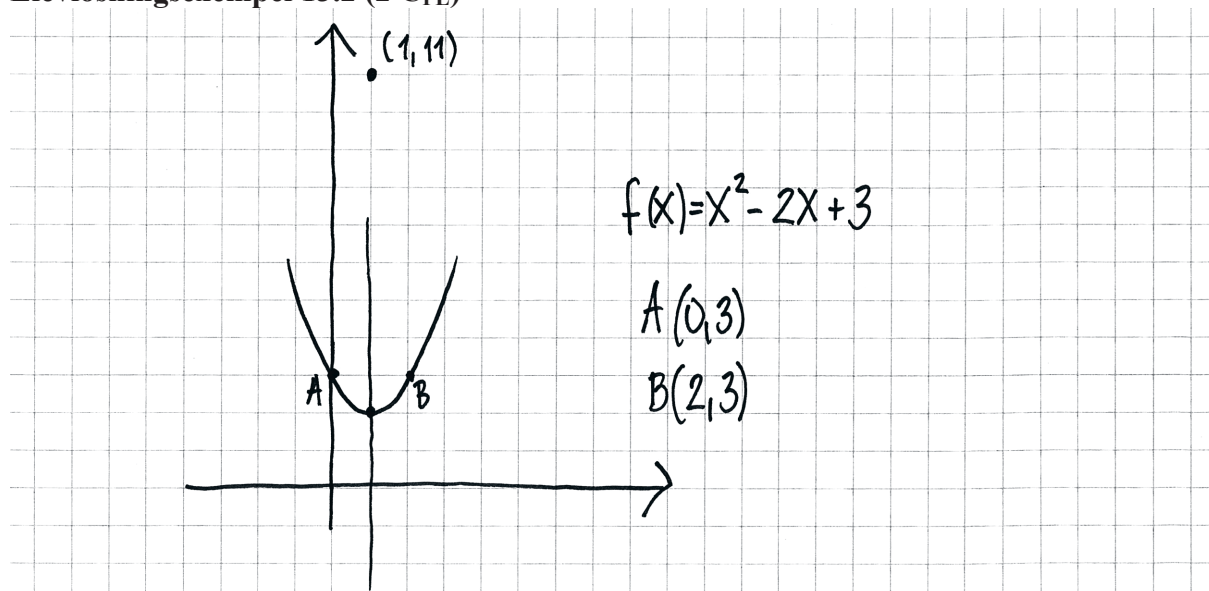
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom insättningen i formeln för lösning av andragradsekvationer är korrekt. Även om svaret är korrekt är lösningen felaktig på raderna 4 och 5. Därmed uppfylls inte kraven för en godtagbar lösning. Lösningen ges den första procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (0 poäng)



Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår inte vilken symmetrilinje grafen har trots att de valda punkterna är på samma avstånd från punkt (1, 1). Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för ansatspoängen och ges 0 poäng.

Elevlösningsexempel 13.2 (2 C_{PL})

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas att symmetrilinjen är $x = 1$ genom att en lodrät linje är dragen genom minimipunkten på funktionens graf. Därmed anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. I den fortsatta lösningen förklaras inte explicit varför de valda punkterna ligger på samma avstånd från punkten $(1, 11)$ men det troliggörs av figuren. Därmed anses kraven för den andra problemlösningspoängen nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 C_R)

$$D. \quad 1,5 < \lg 2^5 \leq 2,0$$

Därför $\lg 2^5 = \lg 32 > \lg 10 = 1,0$
och måste då vara över 1,0.

$\lg 32 < \lg 100 = 2,0$ och måste
då vara mindre än 2.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt omskrivning av $\lg 2^5$ och ges första resonemangspoängen. Motiveringen är inte välgrundad, eftersom intervall C inte utesluts och därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 CR)

$$\lg 2^5 = D$$

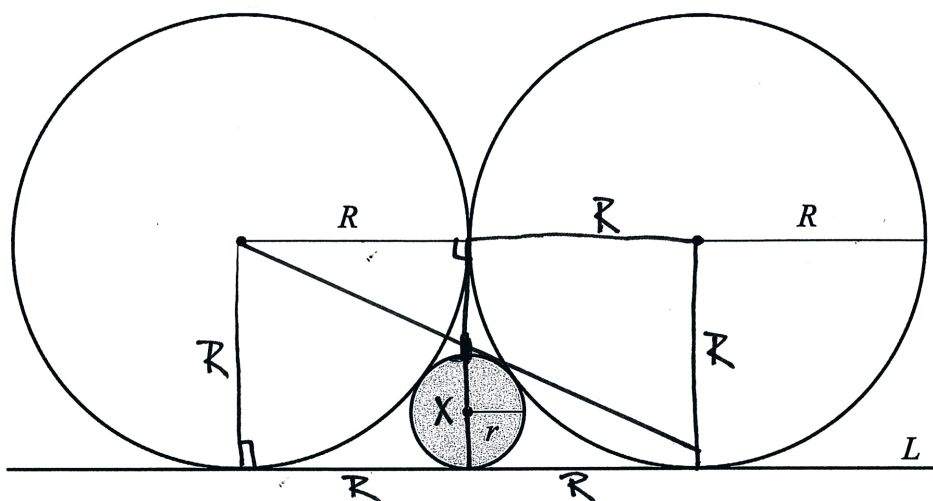
Enligt logaritmlagen $\lg x^p = p \cdot \lg x$
flyttar jag ner 5. $\lg 2^5 = 5 \cdot \lg 2 =$

$$1,5 < 5 \lg 2 \leq 2,0$$

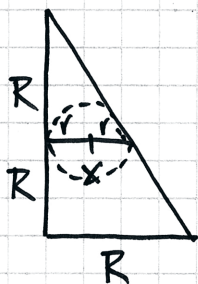
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en korrekt omskrivning av $\lg 2^5$ och ges första resonemangspoängen. Motiveringen är inte välgrundad, eftersom resonemanget inte slutförs och därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (0 poäng)



Enligt figur i häftet bildar sidorna $2R$ samt R en rätvinklig triangel enligt nedan



Topptriangelnsatsen säger att:

$$\frac{R}{2R} = \frac{x}{R}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{R}$$

$$\frac{R}{2} = x$$

Det innebär att $2r = \frac{R}{2}$

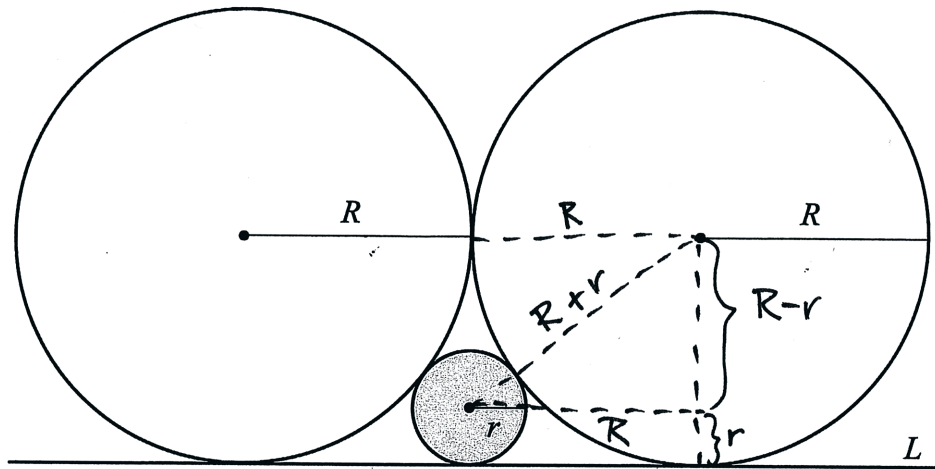
Således innebär det att: $2r = \frac{R}{2}$

$$2(2r) = R$$

$$4r = R$$

$$\boxed{\frac{R}{r} = 4}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen bygger på antagandet att diagonalen i rektangeln med sidorna R och $2R$ går genom cirkelns högsta punkt. Eftersom detta inte visas anses det inte motsvara en godtagbar ansats. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 A_{PL} och 1 A_K)

$$(R+r)^2 = (R-r)^2 + R^2 \quad (\text{se bild i provhäftet})$$

$$R^2 = (R+r)^2 - (R-r)^2$$

$$R^2 = R^2 + 2Rr + r^2 - (R^2 - 2Rr + r^2)$$

$$R^2 = R^2 + 2Rr + r^2 - R^2 + 2Rr - r^2$$

$$R^2 = 4Rr$$

$$\frac{R}{r} = 4 \quad \text{Svar: } \frac{R}{r} = 4$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt, men innehåller vissa brister. Till exempel markeras inte rätt vinkel i den inritade triangeln i provhäftet vilket är nödvändigt för att Pythagoras sats ska kunna användas. Även hänvisning till Pythagoras sats saknas. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen båda problemlösningspoängen på A-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (0 poäng)

$$k=3 \quad y=kx+m$$

$$m=-2$$

Svar: Nej linjen går inte genom punkten (200, 600) pga $600 - 2 = 598$.

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningen framgår inte hur $m = -2$ bestäms. Det är även oklart vad beräkningen på sista raden visar. Slutsatsen att linjen inte går genom punkten (200, 600) anses därmed inte vara motiverad. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 18.2 (1 E_R)

$$\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ (2, & 4) \end{array} \quad \begin{array}{cc} x_2 & y_2 \\ (200, & 600) \end{array}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} : \frac{596}{198} = 3,01$$

Svar: ja

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där riktningskoefficienten för en linje genom de två givna punkterna beräknas. Kraven för den andra resonemangspoängen uppnås inte eftersom slutsatsen som dras inte motiveras och dessutom är felaktig.

Elevlösningsexempel 18.3 (2 E_R)

$$k=3$$

$$y=kx+m$$

$$600 = 3 \cdot 200 + m$$

$$600 = 600 + m$$

$$\begin{array}{cc} -600 & -600 \end{array}$$

$$m=0$$

$$4 = 3 \cdot 2 + m$$

$$4 = 6 + m$$

$$\begin{array}{cc} -6 & -6 \end{array}$$

$$-2 = m$$

Svar: Linjen går inte igenom punkten.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar bestämning av de två olika värdena på m utifrån den givna riktningskoefficienten och de två givna punkterna. Därmed anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. Slutsatsen motiveras inte explicit men det framgår att m -värdena är olika. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå.

Uppgift 19b

Elevlösningsexempel 19b.1 (2 E_M)

2st 5 kg och 2st 1 kg vikter

$$2,2 \cdot 12 + 7,6 = 34$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett exempel på hur viktplattorna kan väljas. Detta verifieras genom insättning i ekvationen. Lösningen är knapphändig redovisad men anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 19c

Elevlösningsexempel 19c.1 (0 poäng)

2,2 är de som är skillnaden
mellan kg & pund

Används för att omvända kg till
pund.

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningen framgår det inte att 1 kg motsvarar 2,2 lb. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 19c.2 (1 C_M)

Multiplitera 2,2 med vikten
för att uppnå (lb).

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningen framgår det inte att vikten mäts i kg. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för ett godtagbart svar.

Elevlösningsexempel 19c.3 (1 C_M)

$$1 \text{ kg} = 2,2 \text{ lb}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett kortfattat men godtagbart svar där det framgår att 1 kg motsvarar 2,2 lb.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (1 E_B)

$$2,3\% = 62 \text{ st}$$

$$2,3\% \cdot 43 = 101,2\%$$

$$62 \cdot 43 = 2666 \text{ svar: ca } 2666 \text{ makrillar}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningens första rad framgår det underförstått att 12 cm motsvarar två standardavvikelser. Detta anses nätt och jämnt motsvara kraven för begreppspoängen på E-nivå. De fortsatta beräkningarna är inte korrekta och lösningen anses inte motsvara kraven för en godtagbar lösning.

Elevlösningsexempel 20.2 (1 E_B och 1 C_{PL})

$$\frac{62}{2,3} \approx 27$$

$$26,956 \cdot 100 = 2695 \text{ fiskar totalt}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningens första rad framgår det underförstått att 12 cm motsvarar två standardavvikelser, trots att det inte nämns. Elevlösningen beräknar hur många fiskar som finns totalt utifrån att 62 st motsvarar 2,3 %. Svaret är godtagbart. Elevlösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för begreppspoängen på E-nivå samt nätt och jämnt kraven för problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (1 C_M)

1999 11 miljoner

2014 24 miljoner

$$x^{15}, \frac{11\,000\,000}{1\,000\,000} = \frac{24\,000\,000}{1\,000\,000}$$

$$\sqrt[15]{x^{15}} = \sqrt[15]{2,18} \quad \text{År 2029 värd}$$

$$x = 1,05$$

50 miljoner

$$1,05^x \cdot \frac{24}{24} = \frac{50}{24}$$

$$1,05^x = 2,08$$

$$x \cdot \frac{\lg 1,05}{\lg 1,05} = \frac{\lg 2,08}{\lg 1,05}$$

$$x = 15$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom korrekt ekvation ställs upp. Förändringsfaktorn avrundas mitt i lösningen vilket medför att 14 år blir 15 år. Dessutom besvaras inte frågan om vilket år klockan skulle kosta 50 miljoner. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (2 C_M och 1 C_K)

$$11000000 \cdot x^{15} = 24000000$$

Lägg in VL och TL i grafräknare
och kolla med hjälp av intersect
x-värdet där linjerna skär varandra.

$$x \approx 1,053$$

$$11000000 \cdot (x)^{15} = 24000000$$

Gör samma sak igen med dom 2 andra
ekvationerna.

$$x \approx 29$$

$$1999 + 29 = 2027$$

Svar: ca år 2027

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och en godtagbar lösning. När det gäller kommunikationspoängen saknas variabeldefinitioner och i resultatet $x \approx 29$ är variabeln felaktig. I övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget anses lösningen nått och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.3 (2 C_M och 1 C_K)

$$11x^{15} = 24 \quad x = \left(\frac{24}{11}\right)^{\frac{1}{15}} \approx 1,053$$

$$11 \cdot 1,053^t = 50$$

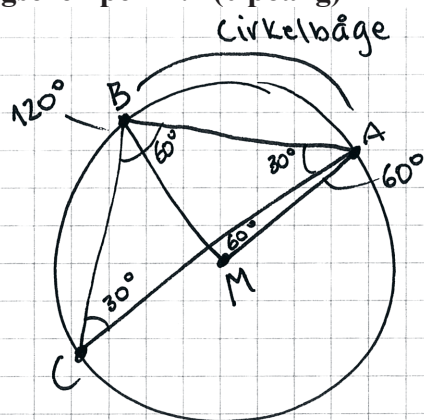
$$t = \frac{\lg 50/11}{\lg 1,053} \approx 29 \quad \text{Svar: 29 år efter}$$

1999 dvs år 2028

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och godtagbar lösning. Elevlösningen är möjlig att följa och förstå och trots att inga variabler är definierade anses lösningen nått och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

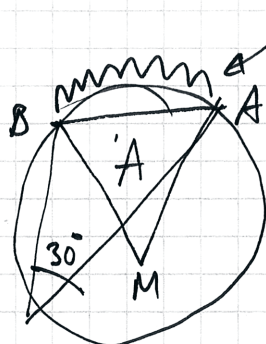
Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (0 poäng)



ABM = liksidig vilket
ger att alla sidor
är lika långa

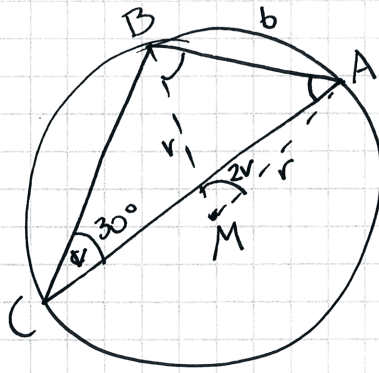
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en ej godtagbar bestämning av medelpunktsvinkeln då hänvisning till randvinkelsatsen saknas. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 22.2 (1 A_R)

$$\frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

samma segment
ger att medelpunkts
vinkeln är 60°
för $M = 2v$
Triangel A är
liksidig då båda
linjer går till
medelpunkten och är
cirkelbåge utgör $\frac{1}{6}$ av hela cirkelbågen

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av medelpunktsvinkeln med hänvisning till randvinkelsatsen i och med att formeln $M = 2v$ anges. Därmed anses kraven för första resonemangspoängen på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 22.3 (2 A_R)

$b = \text{cirkelbågen } AB$

$$\frac{b}{AB} = 1,047$$

$$\text{Vinkel } M = 60^\circ$$

$$b = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$b = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$b = 1,047r$$

Triangeln BMA är likbent eftersom två sträckor är lika (radien).

$$\angle MBA = \angle MAB$$

$$M + B + A = 180^\circ$$

$$60^\circ + B + A = 180^\circ$$

$$B + A = 120^\circ$$

$$B = 60^\circ \quad C = 60^\circ$$

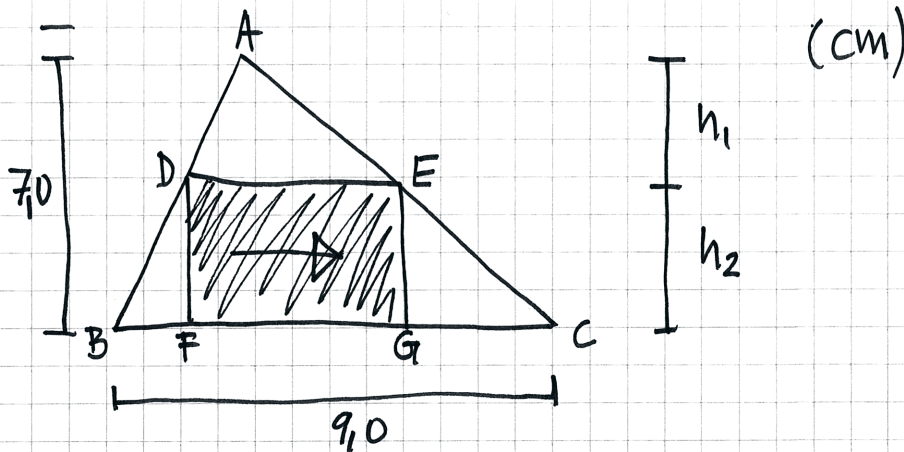
Alla vinklar i $\triangle BMA$ är lika $= \triangle BMA$ är liksidig. Sträckan $AB = r$.

$$\frac{b}{AB} = 1,047 \rightarrow \frac{1,047r}{r} = 1,047, 4,7\% \text{ V.S.B.}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att bågen AB är 4,7 % längre än kordan AB . Däremot hänvisas det inte explicit till randvinkelsatsen, men eftersom det står v och $2v$ i figuren bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den första resonemangspoängen.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (0 poäng)



Maximal area uppnås då $ADE = DBF + EGC$

$ADE \sim DBF + EGC$, se bild

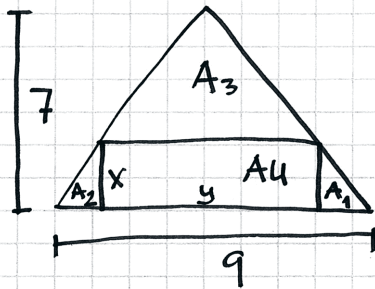
$\Rightarrow$ då $h_1 = h_2$ är $ADE = DBF + EGC$

$\Rightarrow h_1 \& h_2$ ska vara $\frac{7,0}{2} = 3,5 \text{ cm}$

Samma gäller för basen

$\Rightarrow$ största arean $= 3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ cm}^2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen beräknas en area där rektangelns bas sätts till halva triangelns bas och rektangelns höjd sätts till halva triangelns höjd. Att det skulle vara största arean visas inte. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 23.2 (1 A_{PL})

$$A_1 + A_2 = \frac{(9-y) \cdot x}{2} = \frac{9x - xy}{2}$$

$$A_3 = \frac{y(7-x)}{2} = \frac{7y - xy}{2}$$

$$A_{\text{TOT}} = \frac{9 \cdot 7}{2} = 31,5$$

$$A_4 = xy$$

$$A_4 = A_{\text{TOT}} - (A_1 + A_2 + A_3) = 31,5 - \left(\frac{9x - xy}{2} + \frac{7y - xy}{2} \right) = 31,5 - \left(\frac{9x - xy + 7y - xy}{2} \right)$$

$$2xy = 63 - 9x + xy - 7y + xy$$

$$63 - 9x - 7y = 0$$

$$9x + 7y = 63$$

För att få största möjliga area ska förhållandet mellan triangelns bas och höjd vara detsamma som rektangelns bas och höjd. $\left(\frac{7}{9} = \frac{x}{y}\right) \Rightarrow 7y = 9x$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} 9x + 7y = 63 \\ 7y = 9x \end{cases} \\ \textcircled{2} \quad & \begin{cases} 7y = 9x \\ 9x = 63 - 9x \end{cases} \\ & 18x = 63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{63}{18} \\ x &= 3,5 \end{aligned}$$

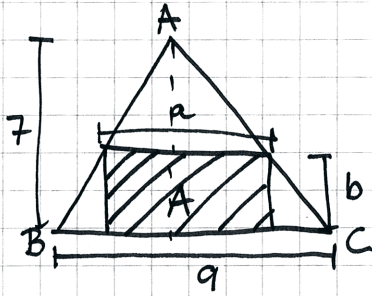
$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \begin{cases} 7y = 9 \cdot 3,5 \\ y = \frac{9 \cdot 3,5}{7} \end{cases} \\ & y = 4,5 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = 4,5 \end{cases}$$

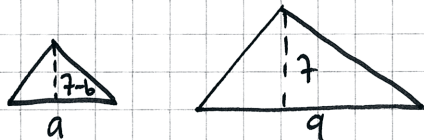
$$A_4 = x \cdot y = 3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{Svar: } 15,75 \text{ cm}^2$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. Antagandet att förhållandet mellan triangelns bas och höjd ska vara detsamma som mellan rektangelns bas och höjd är inte allmängiltigt. Därmed anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 23.3 (2 A_{PL} och 1 A_K)

$$A = a \cdot b$$



dikformig

$$\frac{a}{9} = \frac{7-b}{7} \Rightarrow a = \left(\frac{7-b}{7}\right) \cdot 9$$

$$a = \left(1 - \frac{b}{7}\right) \cdot 9 \Rightarrow a = 9 - \frac{9b}{7}$$

$$A = a \cdot b$$

$$A = \left(9 - \frac{9b}{7}\right) \cdot b \Rightarrow A = 9b - \frac{9b^2}{7}$$

Denna formel är en andragsgradsfunktion för arean. Jag skriver in $9b - \frac{9b^2}{7}$ i min graf räknare och läser av vertex (maxpunkten). Detta är då arean är som störst. Jag läser av y-koordinaten (som motsvarar A:an) till 15,75.

Svar: Den maximala arean är 15,75 cm²

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. Den andra problemlösningspoängen erhålls trots att definitionsmängden inte diskuteras. Hänvisning till topptriangelnsatsen saknas och hänvisningen till räknaren är knapp i och med att skiss av kurvan saknas. Lösningen anses trots bristerna vara lätt att följa och förstå. Lösningen bedöms nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 A_M)

Om vi antar att vattenytan utgör x-axeln och ⁹symmetrilinjen av den bildade andragradskurvan utgör y-axeln så får vi att punkterna (13,1; 0) och (12,3; 2,6) ligger på grafen.

$$y = x^2 + px + q$$

$$\begin{cases} 0 = 13,1^2 + p13,1 + q \\ 2,6 = 12,3^2 + p12,3 + q \end{cases} \quad q = -13,1^2 - p13,1$$

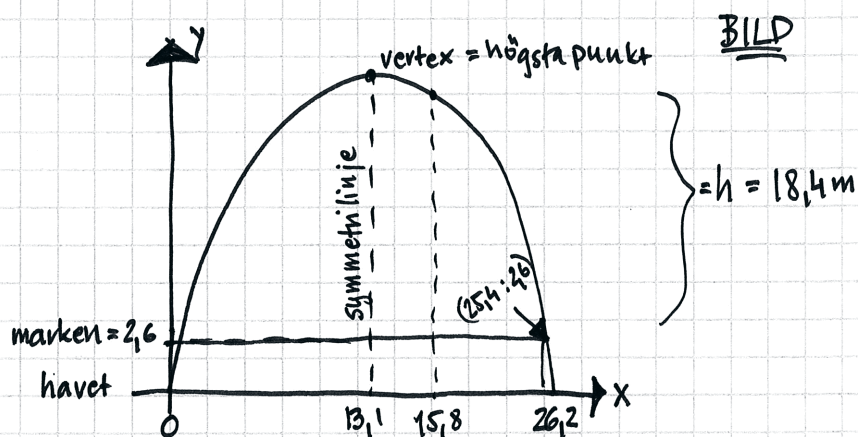
$$2,6 = 12,3^2 + p12,3 + (-13,1^2 - p13,1)$$

$$2,6 = -20,32 - 0,8p$$

$$p = -28,65$$

$$0 = 13,1^2 + (-28,65) \cdot 13,1 + q \quad \underline{q = 203,705}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges två punkter som krävs för bestämning av andragradsfunktionen i ett definierat koordinatsystem. Dessutom hänvisas det till andragradskurvans symmetri, vilket implicit leder till en tredje punkt som krävs för bestämning av andragradsfunktionen. Därmed anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. Den fortsatta lösningen är inte godtagbar eftersom andragradsfunktionen ansätts felaktigt då koefficienten för x^2 -termen sätts till 1.

Elevlösningsexempel 24.2 (1 A_M)

Nollpunkterna = $(0, 0)$ och $(26, 2, 0)$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges tre punkter med koordinater, vilket är tillräckligt för att ta fram ett funktionsuttryck för kurvan. Den fortsatta lösningen är inte godtagbar då det inte anges vilka punkter som använts i räknaren, inte hur räknaren använts, inte vilken funktion som erhållits eller hur svaret bestämts. Lösningen anses uppfylla kraven för den första modelleringspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 24.3 (3 A_M)

$$ax^2 + bx + c = y$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$-\frac{p}{2} = \text{symmetrilinje}$$

$$p = -26,2$$

$$c = 0 \text{ (grafnen går genom origo)} \rightarrow q = 0$$

$$p = \frac{b}{a} \rightarrow b = ap$$

$$ax^2 + pax = 0$$

$$y = ax^2 + pax \quad a \neq 0$$

$$ax^2 + pax = y$$

$$25,4^2 a - 26,2 \cdot 25,4 a = 2,6 \quad x = 25,4$$

$$645,16a - 665,48a = 2,6 \quad y = 2,6$$

$$-20,32a = 2,6$$

$$a = -0,1278$$

$$-0,1278 \cdot -26,2 = b$$

$$3,348 \approx b$$

$$-0,1278x^2 + 3,348x = y \quad x = 15,8$$

$$-0,1278 \cdot (15,8)^2 + 3,348 \cdot (15,8) = y$$

$$20,994 = y$$

$$\Delta y = h$$

$$20,994 - 2,6 = h$$

$$18,39 = h$$

$$\text{Svar: } h = 18,4 \text{ m}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. När det gäller kommunikation är lösningen rörig och inte helt lätt att följa och förstå. Kraven för kommunikationspoängen på A-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng på A-nivå.