| | |
|---|---|
| **Delprov B** | Uppgift 1–9. Endast svar krävs. |
| **Delprov C** | Uppgift 10–14. Fullständiga lösningar krävs. |
| **Provtid** | 120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans. |
| **Hjälpmedel** | Formelblad och linjal. |

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 21 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

**1.** En rät linje har ekvationen $y = 3x + 2$

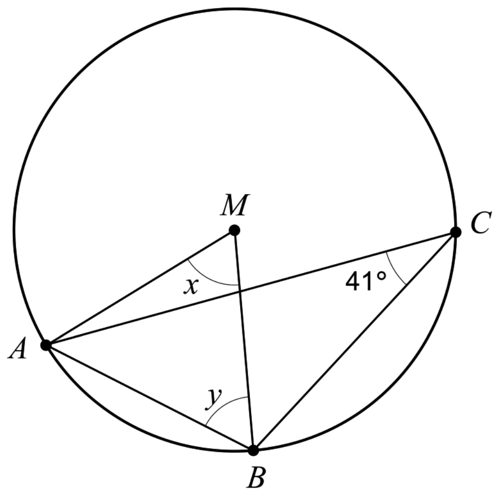
a) Ange koordinaterna för en punkt som ligger på linjen.

_______________________ (1/0/0)

b) Ange ekvationen för en annan rät linje som är parallell med linjen $y = 3x + 2$

_______________________ (1/0/0)

**2.** Figuren nedan visar triangeln *ABC* som är inskriven i en cirkel med medelpunkten *M*.



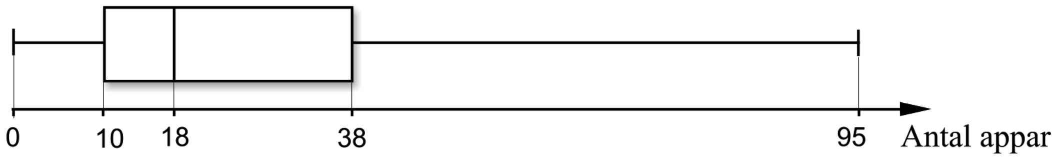

a) Bestäm vinkeln *x*. _______________________ (1/0/0)

b) Bestäm vinkeln *y*. _______________________ (1/0/0)

**3.** Ekvationen $x^2 + 25 = 0$ har två lösningar. Ange dessa.

_______________________ (1/0/0)

**4.** Berra, Emil och Elias gör en statistisk undersökning där de frågar sina 27 klasskamrater: ”Hur många appar har du installerat i din telefon?” Resultatet av de 27 svaren redovisar de i lådagrammet nedan.




a) Bestäm kvartilavståndet. _______________________ (1/0/0)

Endast en klasskamrat hade installerat exakt 38 appar.

b) Hur många klasskamrater hade installerat mer än 38 appar?

_______________________ (0/1/0)

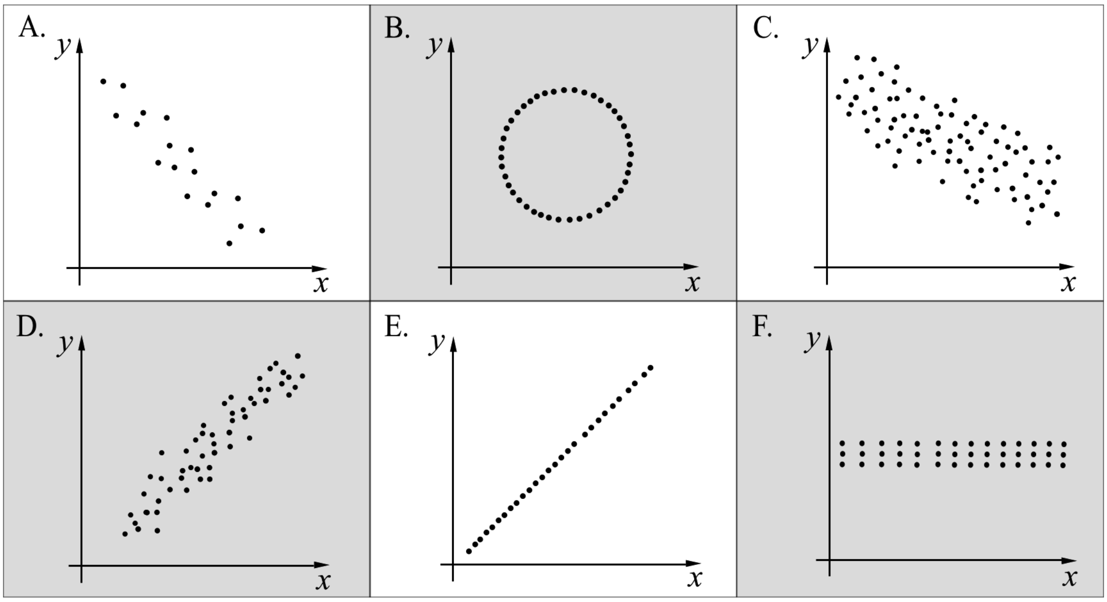
**5.** Nedan visas sex spridningsdiagram A–F.

a) Vilket spridningsdiagram A–F har den starkaste korrelationen mellan variablerna $x$ och $y$?

_______________________ (1/0/0)

b) Vilka två av spridningsdiagrammen A–F har korrelationskoefficienten $r = 0$?

_______________________ (0/1/0)

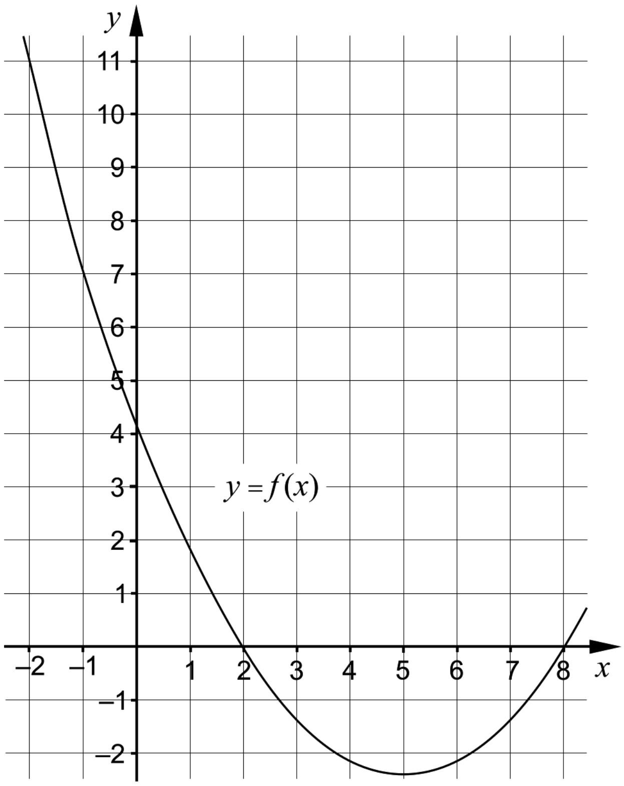


**6.** Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $5^x = 3$ ____________________ (1/0/0)

b) $\left(1+\dfrac{x}{100}\right)^{\frac{1}{3}} = 2$ ____________________ (0/1/0)

**7.** Figuren visar en del av grafen till en andragradsfunktion *f*, där $y = f(x)$.




a) Ange funktionens nollställen. ____________________ (1/0/0)

b) Bestäm $f(11)$. ____________________ (0/1/0)

c) Lös ekvationen $f(x+1) = -1$ ____________________ (0/0/1)

**8.** Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

$\left(\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x-1}\right)\left(\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}\right)$ ____________________ (0/0/1)

**9.** Det finns oändligt många linjer $y = f(x)$ som skär $x$-axeln då $x = 4$
Det går att bilda andragradsfunktioner $g$ sådana att $g(x) = x \cdot f(x)$.
Graferna till samtliga sådana andragradsfunktioner $g$ går genom två gemensamma punkter.

Ange koordinaterna för de två gemensamma punkterna.

______________________ (0/0/2)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

**10.** Karin har fått i uppgift att lösa ekvationssystemet $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

Hon börjar med att lösa ut $y$ ur båda ekvationerna och skriver om ekvationssystemet till:

$$\begin{cases} y = -1{,}5x + 7 \\ y = 2x + 7 \end{cases}$$

a) Har Karin löst ut $y$ på ett korrekt sätt ur de båda ekvationerna? Motivera ditt svar. (1/0/0)

b) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

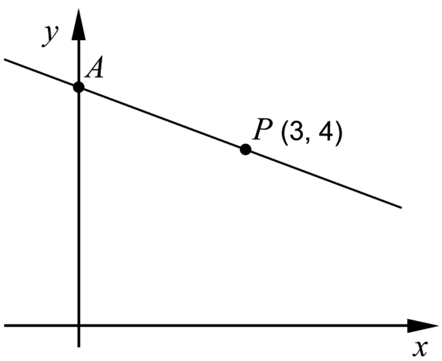
**11.** Lös ekvationerna med algebraisk metod. Svara exakt.

a) $x^2 - 8x + 7 = 0$ (2/0/0)

b) $(x-4)^2 = 2(x-4)$ (0/2/0)

c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$ (0/0/2)

**12.** Figuren visar en rät linje som går genom punkten $P\,(3, 4)$. Linjen skär den positiva $y$-axeln i en punkt $A$. Avståndet mellan origo och punkten $A$ är lika stort som avståndet mellan origo och punkten $P$.




Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna $A$ och $P$. (0/3/0)

**13.** En funktion $f$ kan skrivas på formen $f(x) = kx + m$ där $k$ och $m$ är konstanter. Undersök vilka värden $k$ och $m$ kan ha för att likheten $f(a+b) = f(a) + f(b)$ ska gälla för alla värden på $a$ och $b$. (0/1/1)

**14.** a) Lös ekvationen och svara exakt.

$100^x = 10^{1+\lg 50}$ (0/0/1)

b) I vilket av följande intervall A–F finns lösningen till ekvationen $100^x = 10^{1+\lg 50}$ ? Motivera ditt svar. (0/0/2)

A. $-1 \le x < -0,5$

B. $-0,5 \le x < 0$

C. $0 \le x < 0,5$

D. $0,5 \le x < 1$

E. $1 \le x < 1,5$

F. $1,5 \le x < 2$

| | |
|---|---|
| **Delprov D** | Uppgift 15–23. Fullständiga lösningar krävs. |
| **Provtid** | 120 minuter. |
| **Hjälpmedel** | Digitala verktyg, formelblad och linjal. |

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 21 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: ____________________________________________

Födelsedatum: ______________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ____________________________

**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

**15.** Bestäm ekvationerna för två olika räta linjer som skär varandra i punkten (1, 4). (2/0/0)

**16.** Sandor tänker starta ett företag där han ska baka och sälja makroner.

Han utgår från att kunna sälja alla makroner han bakar om han säljer dem för 5 kronor per styck. Vid försäljning av $x$ stycken makroner får Sandor in $P$ kronor.

a) Ställ upp ett samband för $P$ som funktion av $x$.
*Endast svar krävs* (1/0/0)

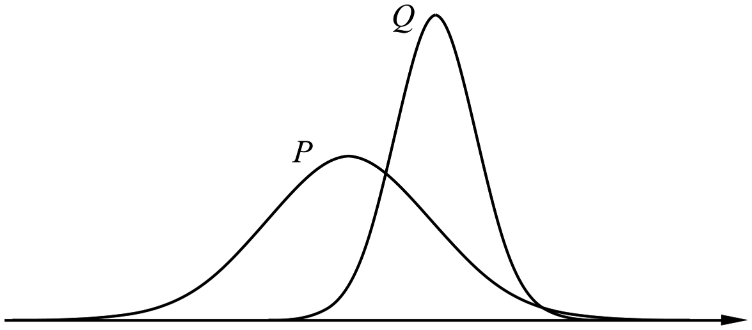
När Sandor startar sitt företag måste han köpa bakutrustning för 510 kronor. Ingredienserna till varje makron kostar 1,50 kr. Funktionen $K(x) = 1,5x + 510$ beskriver den totala tillverkningskostnaden $K$ kronor vid tillverkning av $x$ stycken makroner.

b) Bestäm hur många makroner Sandor minst måste sälja för att gå med vinst. (2/0/0)

**17.** Observationerna i ett normalfördelat material har medelvärdet 250 och standardavvikelsen 5.

a) Visa att 15,9 % av observationerna i materialet har ett större värde än 255. (1/0/0)

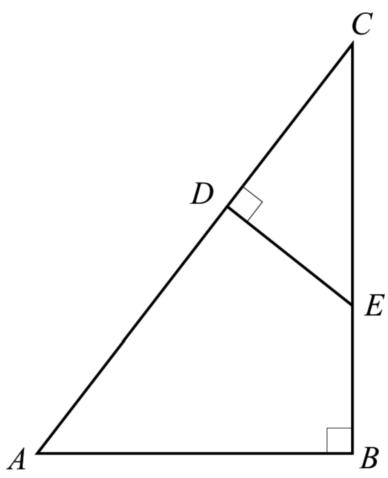
b) Figuren visar två normalfördelningskurvor.




Den ena kurvan visar materialet i a)-uppgiften och den andra ett normalfördelat material med standardavvikelsen 10.

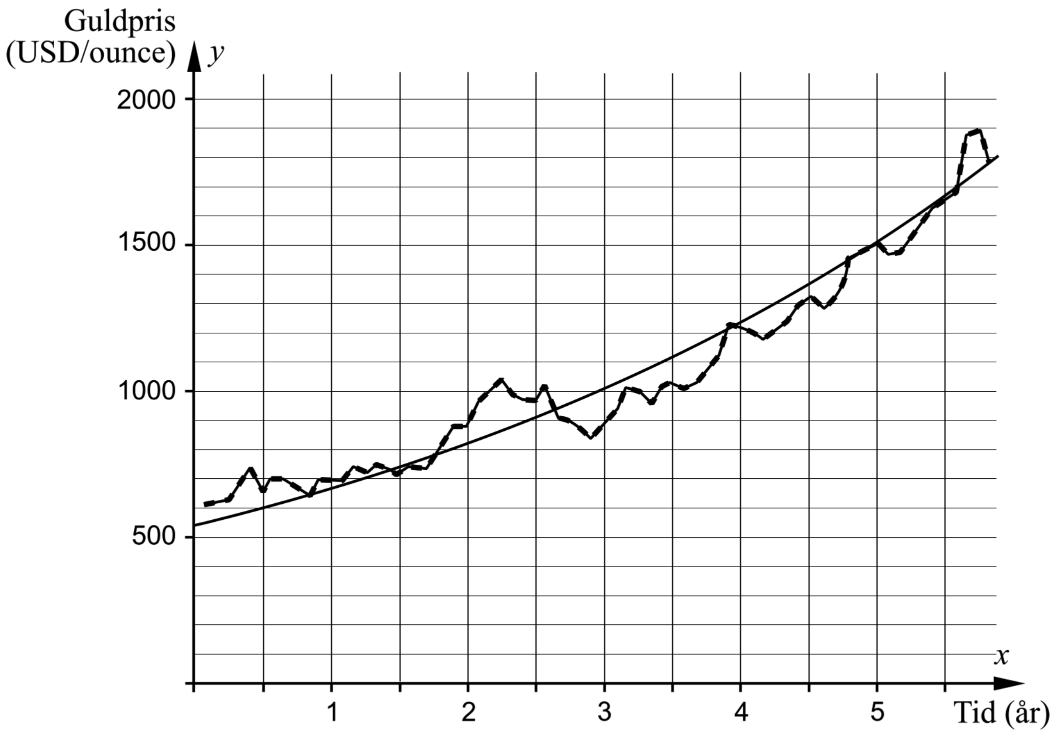
Avgör vilket av materialen som normalfördelningskurva *Q* visar. Motivera ditt svar. (0/1/0)

**18.** I figuren är triangeln *CDE* inritad i en annan triangel *ABC*. Sträckan *CD* har längden 4,0 cm, sträckan *BC* har längden 9,0 cm och sträckan *AB* har längden 6,0 cm.



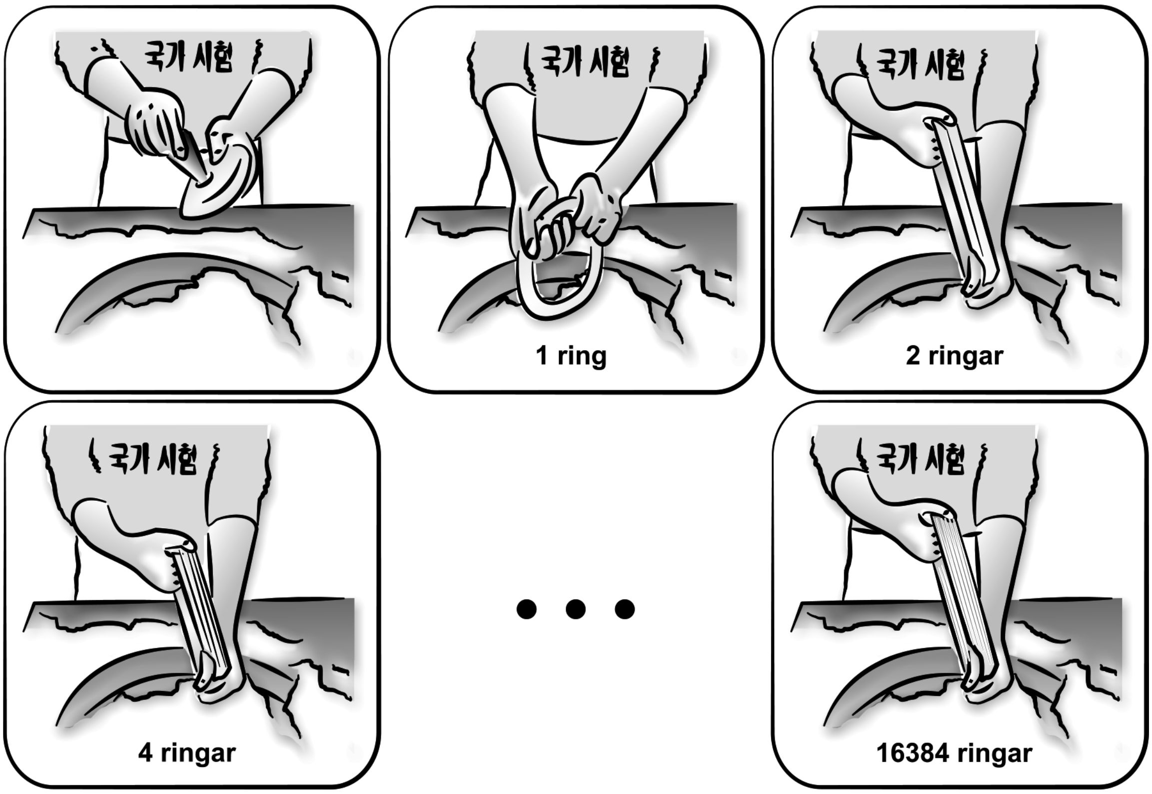

Beräkna längden av sträckan *CE*. (0/3/0)

**19.** Diagrammet visar prisutvecklingen på guld och grafen till en exponentialfunktion som har anpassats till värdena. På $x$-axeln visas tiden i år efter den 1 januari år 2006 och på $y$-axeln visas guldpriset i USD/ounce.




Bestäm den anpassade exponentialfunktionen. (0/2/0)

**20.** Den sydkoreanska sötsaken Kkultarae görs av en klump hård honung som doppas i majsmjöl. I mitten av klumpen görs ett hål och klumpen sträcks ut till en ring. Ringen doppas i majsmjöl och vrids och viks så att två ringar bildas. Ringarna vrids och viks ytterligare en gång så att fyra ringar bildas, se nedan.




Vridningarna och vikningarna upprepas tills en bunt av 16 384 tunna ringar bildats. Bestäm hur många gånger antalet ringar har fördubblats totalt. (0/2/0)

**21.** Sanna tillverkar armband av renskinn, tenntråd och silverkulor.
Hon gör två olika typer av armband, se tabell.

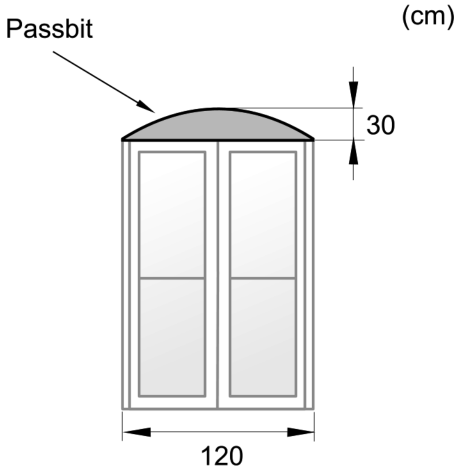
| Typ av armband | Materialåtgång | Total materialkostnad |
|---|---|---|
|  Armband med fyrfläta | 550 cm tenntråd<br>25 cm renskinnsband | 110,50 kr |
|  Dubbelarmband med enkelfläta och silverkulor | 350 cm tenntråd<br>50 cm renskinnsband<br>20 silverkulor | 146 kr |

Silverkulorna kostar 3 kr/styck. Beräkna kostnaden i kr/m för tenntråd och kostnaden i kr/m för renskinnsband. (0/3/0)

**22.** Vid fönsterbyte i ett gammalt tegelhus behövs det passbitar av trä ovanför de rektangulära fönstren. Passbitarnas övre kant har samma form som grafen till en andragradsfunktion, se figur 1.

En passbit har bredden 120 cm och största höjden 30 cm, se figur 2.

Figur 1




Figur 2

Snickerifirman som ska tillverka passbitarna av trä vill bestämma en andragradsfunktion för att kunna göra en modell för passbiten.

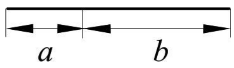
Bestäm en andragradsfunktion som beskriver passbitens övre kant. (0/0/3)

**23.** Det finns olika tumregler att följa som anses ge vackrare bilder när man arrangerar ett fotografi. Enligt tredjedelsregeln ska motivet placeras en tredjedel från bildens kant, se figur 1.

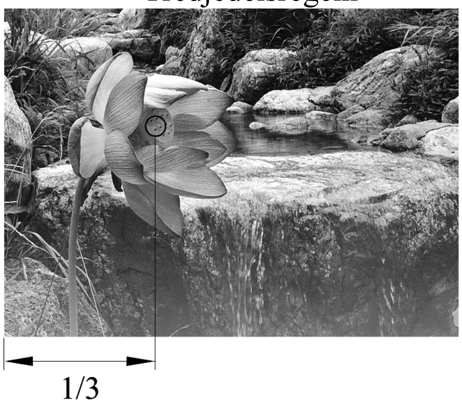
Gyllene snittet är en annan tumregel som kan användas för att dela in en bilds bredd i harmoniska proportioner, se faktarutan samt figur 2.

En sträcka är delad i gyllene snittet om den kortare delen förhåller sig till den längre på samma sätt som den längre förhåller sig till hela sträckan, det vill säga:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$$

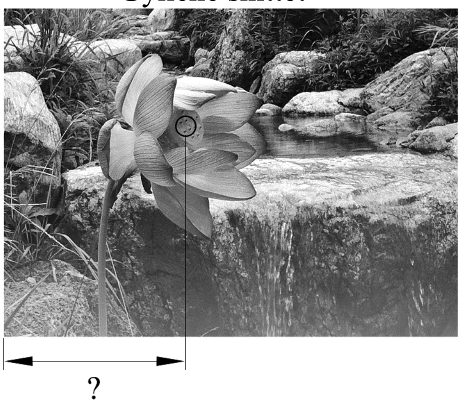



Tredjedelsregeln




Figur 1

Gyllene snittet




Figur 2

Bestäm var motivet ska placeras, oavsett bildens storlek, om gyllene snittet används istället för tredjedelsregeln. (0/0/3)

# Innehållsförteckning

# Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2b. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 5).

# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b

## Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att $E_{PL}$ och $A_R$ ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. … | +1 $E_P$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…) | +1 $E_P$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

Modell 2:

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. … | +1 $E_P$ |
| med korrekt bestämning av… | +1 $E_P$ |
| Godtagbar verifiering av… | +1 $E_P$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

Modell 3:

| E | C | A |
|---|---|---|
| Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$ | Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$ och 1 $C_R$ | Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … <br> 1 $E_R$, 1 $C_R$ och 1 $A_R$ |

*Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

## Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå ($C_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå ($A_K$) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

| | |
|---|---|
| Symboler | t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $\sqrt[n]{\ }$, $f(x)$, $x$, $y$, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken |
| Termer | t.ex. $x$-led, $y$-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet |
| Hänvisningar | t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats |
| Övrigt | t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter |

# 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

## Läsanvisning

*Exempel* på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

## Instruktioner för bedömning av delprov B

| | | |
|---|---|---|
| **1.** | | **Max 2/0/0** |
| a) | Korrekt svar (t.ex. (0, 2)) | +1 $E_P$ |
| b) | Korrekt svar (t.ex. $y=3x+3$) | +1 $E_B$ |

| | | |
|---|---|---|
| **2.** | | **Max 2/0/0** |
| a) | Korrekt svar (82°) | +1 $E_B$ |
| b) | Korrekt svar (49°) | +1 $E_{PL}$ |

*Kommentar:* En korrekt beräkning av vinkeln *y* baserat på en felaktigt bestämd vinkel *x* ger poäng på deluppgift b).

| | | |
|---|---|---|
| **3.** | | **Max 1/0/0** |
| | Korrekt svar ($x=\pm 5\mathrm{i}$) | +1 $E_P$ |

| | | |
|---|---|---|
| **4.** | | **Max 1/1/0** |
| a) | Korrekt svar (28) | +1 $E_B$ |
| b) | Korrekt svar (6) | +1 $C_B$ |

| | | |
|---|---|---|
| **5.** | | **Max 1/1/0** |
| a) | Korrekt svar (E) | +1 $E_B$ |
| b) | Korrekt svar (B och F) | +1 $C_B$ |

**6.** **Max 1/1/0**

a) Korrekt svar ( $x = \frac{\lg 3}{\lg 5}$ ) +1 $E_P$

b) Korrekt svar ( $x = 700$ ) +1 $C_P$

**7.** **Max 1/1/1**

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = 2$ och $x_2 = 8$ ) +1 $E_B$

*Kommentar:* Svar som innehåller både *x*- och *y*-koordinater t.ex. (2, 0) och (8, 0) ges noll poäng.

b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (7) +1 $C_B$

c) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = 1,7$ och $x_2 = 6,3$ ) +1 $A_B$

**8.** **Max 0/0/1**

Korrekt svar (2) +1 $A_P$

**9.** **Max 0/0/2**

Anger koordinaterna för minst en korrekt punkt +1 $A_{PL}$

med korrekt svar ((0, 0) och (4, 0)) +1 $A_{PL}$

## Instruktioner för bedömning av delprov C

**10.** **Max 3/0/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Nej, det borde stå – 7 i den andra ekvationen.”) +1 $E_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

b) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $x = 4$, $y = 1$ ) +1 $E_P$

**11.** **Max 2/2/2**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 $E_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1,\ x_2 = 7$) +1 $E_P$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 10x + 24 = 0$ +1 $C_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 4,\ x_2 = 6$) +1 $C_P$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

c) Godtagbar ansats, visar insikt om att $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ *eller* förenklar ekvationen till $8 = \frac{1}{x^3}$ +1 $A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{1}{2}$) +1 $A_{PL}$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**12.** **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan $P$ och origo, 5 +1 $C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = -\frac{1}{3}x + 5$) +1 $C_{PL}$

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $C_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**13.** **Max 0/1/1**

| E | C | A |
|---|---|---|
| | Godtagbart välgrundat resonemang, kommer utifrån ett eller flera specialfall eller utifrån ett generellt resonemang fram till<br>att $m = 0$<br>*eller*<br>att $k$ kan ha vilket värde som helst.<br><br>1 $C_R$ | Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, kommer utifrån ett generellt resonemang fram till<br>att $m = 0$<br>*och*<br>att $k$ kan ha vilket värde som helst.<br><br>1 $C_R$ och 1 $A_R$ |

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**14.** **Max 0/0/3**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $x = \dfrac{1+\lg 50}{2}$) +1 $A_P$

b) Korrekt svar (E: $1 \le x < 1{,}5$) +1 $A_B$

med godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som styrker att alternativ E är korrekt +1 $A_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

## Instruktioner för bedömning av delprov D

**15.** **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en linje som går genom punkten (1, 4) +1 $E_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = x + 3$ och $y = 2x + 2$) +1 $E_{PL}$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**16.** **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar ($P(x) = 5x$) +1 $E_M$

*Kommentar:* Även svaret $P = 5x$ anses vara korrekt.

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $5x = 1{,}5x + 510$ +1 $E_M$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (146 makroner) +1 $E_M$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**17.** **Max 1/1/0**

a) Godtagbart enkelt resonemang som baseras på att 15,9 % motsvarar den del av observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet +1 $E_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. ”*Q* visar materialet med standardavvikelsen 5 eftersom den kurvan är smalare.”) +1 $C_R$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**18.** **Max 0/3/0**

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. beräknar längden av någon relevant sträcka | +1 $C_P$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (4,8 cm) | +1 $C_P$ |
| Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 | +1 $C_K$ |

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**19.** **Max 0/2/0**

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, väljer exponentialfunktion av typen $y = C \cdot a^x$ och bestämmer $C$ *eller* ställer upp en godtagbar ekvation för bestämning av $a$, t.ex. $1500 = 600 \cdot \frac{a^5}{a^{0,5}}$ | +1 $C_M$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 542 \cdot 1{,}23^x$) | +1 $C_M$ |

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**20.** **Max 0/2/0**

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt i att det är ekvationen $2^x = 16384$ som ska lösas | +1 $C_{PL}$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (14 gånger) | +1 $C_{PL}$ |

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**21.** **Max 0/3/0**

| | |
|---|---|
| Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem | +1 $C_M$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (”Renskinn kostar 46 kr/m och tenntråd 18 kr/m.”) | +1 $C_M$ |
| Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 | +1 $C_K$ |

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**22.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, bestämmer maximipunktens och båda nollställenas koordinater i ett definierat koordinatsystem +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex. $y=-\frac{1}{120}x^2+x$) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $A_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

**23.** **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation för gyllene snittet i en variabel, t.ex. $\frac{1-b}{b}=\frac{b}{1}$ +1 $A_M$

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Motivet ska placeras 38 % in i bildens bredd.”) +1 $A_M$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 $A_K$

***Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar***

# 3. Exempel på bedömda elevlösningar

**Uppgift 10.a**

**Elevlösningsexempel 10.a.1 (0 poäng)**

a) Nej, Karin har skrivit om den andra ekvationen fel.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett svar där det inte framgår var i den andra ekvationen som Karin gjort fel och därmed anses inte kraven för en resonemangspoäng på E-nivå vara uppfyllda.

**Elevlösningsexempel 10.a.2 (0 poäng)**

Karin har inte löst ut y korrekt
ur ekvationerna. Det hon glömmer
på ekvation 2 är att flytta över
sjuan så att den blir negativ och
y blir själv på den sidan.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett resonemang där det varken framgår på vilken sida $y$ finns eller vilket tecken $y$ har efter att ”sjuan” har flyttats över. Därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på E-nivå vara uppfyllda.

**Elevlösningsexempel 10.a.3 (1 $E_R$)**

Svar: Nej, hon glömde att när man
byter sida om = tecknet byter det också
tecken, alltså den positiva sjuan i andra
ekvationen blir negativ.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller ett godtagbart enkelt resonemang om vilket fel Karin gjorde i sin lösning av ekvationssystemet. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

**Uppgift 11.a**

**Elevlösningsexempel 11.a.1 (0 poäng)**

a) $x^2 - 8x + 7 = 0$

$x = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 7}$

$x = -4 \pm \sqrt{16 - 7}$

$x = -4 \pm 3$ Svar: $x_1 = -7$ och $x_2 = -1$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

**Uppgift 11.b**

**Elevlösningsexempel 11.b.1 (0 poäng)**

$(x-4)^{\cancel{2}} = 2\cancel{(x-4)}$

$x - 4 = 2$

$x = 6$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en förkortning med $(x-4)$ vilket leder till att en lösning försvinner. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats och ges noll poäng.

**Uppgift 11.c**

**Elevlösningsexempel 11.c.1 (0 poäng)**

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{x}$$

$$\left(\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

$$\frac{4}{8}=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

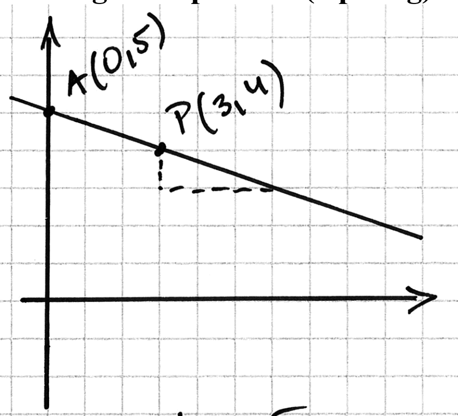
$$\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

Svar = $x = 0{,}5$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en felaktig metod där båda leden kvadreras. Beräkningarna som följer är felaktiga och trots ett korrekt svar ges lösningen noll poäng.

**Uppgift 12**

**Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)**




$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3}$

Den skär y-axeln på y = 5

$y = kx + 5$

$y = -\frac{1}{3}x + 5$

Svar: $y = -\frac{1}{3}x + 5$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller ett korrekt svar men eftersom redovisning saknas till hur punkten *A*:s *y*-koordinat har tagits fram anses detta inte som en godtagbar ansats som uppfyller kravet för problemlösningspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 12.2 (2 $C_{PL}$ och 1 $C_K$)**

Svar: $y = -\frac{1}{3}x + 5$

$y = kx + m$

s = sträckan mellan origo & punkt A

$\sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = s$

$\sqrt{9+16} = s$

$\sqrt{25} = s$

$s = 5$

$y = 5$

$A = (0,5)$

$m = 5$

$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$k = \frac{5-4}{0-3}$

$k = \frac{1}{-3}$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en korrekt bestämning av linjens ekvation. Lösningen är möjlig att följa och förstå men innehåller vissa brister. T.ex. saknas förklarande text och hänvisning till figur med införda beteckningar. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

**Uppgift 13**

**Elevlösningsexempel 13.1 (0 poäng)**

$k(a+b)+m = (ka+m)+(kb+m)$

m ska för enkelheten vara 0 för annars måste man ta med det i beräkningarna också.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt svar för konstanten *m* men saknar välgrundat resonemang till varför $m=0$ och därmed anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 13.2 (1 $C_R$)**

$f(a+b) = f(a)+f(b)$

$k(a+b)+m = k\cdot a+m+k\cdot b+m$

$k(a+b)+m = ka+kb+2m$

$a=1 \quad b=2$

$k\cdot(1+2)+m = k\cdot 1+m+k\cdot 2+m$

$k\cdot 3+m = k\cdot 1+m+k\cdot 2+m$

$3k+m = 3k+2m$

$3k = 3k+m$

$m=0$

Svar: $k$ = alla tal och $m=0$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja. Resonemanget bygger dock på ett enda specialfall och anses därmed nätt och jämnt vara välgrundat. Motiveringen till $m=0$ anses vara godtagbar men motivering till varför *k* kan vara ”alla tal” saknas. Elevlösningen anses därmed uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå men inte för resonemangspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 13.3 (1 $C_R$)**

$f(x) = kx + m$

$f(a+b) = k(a+b) + m = ka + kb + m$

$f(a) = ka + m$

$f(b) = kb + m$

$f(a) + f(b) = ka + m + kb + m = ka + kb + 2m$

Om $f(a+b) = f(a) + f(b)$ är $m = 0$ då $m = 2m$

k samma i båda, spelar ingen roll

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja med en välgrundad motivering för $m = 0$. Trots att insikt visas i att konstanten $k$ är ”samma i båda, spelar ingen roll” anses inte detta motsvara ett välgrundat och nyanserat resonemang eftersom det inte tydligt framgår att $k$ kan anta vilket värde som helst. I och med detta anses lösningen inte uppfylla kraven för en resonemangspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 13.4 (1 $C_R$ och 1 $A_R$)**

$f(x) = kx + m$

$f(a+b) = f(a) + f(b)$

$ka + kb + m = ka + m + kb + m$

$k(a+b) + m = ka + m + kb + m$

$\cancel{ka} + \cancel{kb} + m = \cancel{ka} + \cancel{kb} + m + m$

$m = m + m$

$m - m = m + m - m$

$0 = m$

Svar: m ska vara 0 och k kan vara vad som helst eftersom den försvinner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett generellt matematiskt resonemang genom korrekt tolkning av uppgiften och en logisk tankekedja som leder till en korrekt slutsats. Redovisningen är inte helt tydlig men resonemanget anses ändå vara välgrundat och nyanserat i och med den motivering som finns i svaret. Sammantaget ges lösningen en resonemangspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på A-nivå.

**Uppgift 14.b**

**Elevlösningsexempel 14.b.1 (1 $A_B$)**

lg 50 är mellan 1 och 2. Detta delat på två, plus en halv är mindre än 1,5 men större än ett.

Svar: E. $1 \leq x < 1,5$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt svar. Förklaringen som leder fram till svaret anses dock inte välgrundad och nyanserad i och med att påståendet att lg 50 ligger mellan 1 och 2 inte motiveras. Därmed uppfylls inte kraven för resonemangspoängen på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 14.b.2 (1 $A_B$ och 1 $A_R$)**

lg 100 = 2

lg 10 = 1    då är lg 50 mellan 1 och 2

max $x = \frac{1+2}{2} = 1,5$

min $x = \frac{1+1}{2} = 1$    x däremellan

Svar: x ligger i E

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen innehåller förutom ett korrekt angivet intervall en förklaring till varför detta intervall är det korrekta. Det framgår av lösningen att lg 50 ligger ”mellan 1 och 2” i och med jämförelsen med lg 10 och lg 100. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för en begreppspoäng och en resonemangspoäng på A-nivå.

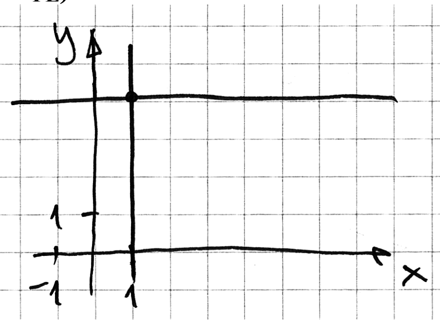
**Uppgift 15**

**Elevlösningsexempel 15.1 (2 $E_{PL}$)**

(1,4)

y = 4

x = 1




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en grafisk lösning med två korrekt angivna ekvationer. Lösningen ges båda problemlösningspoängen på E-nivå.

**Uppgift 16.b**

**Elevlösningsexempel 16.b.1 (1 $E_M$)**

Sandor har kostnader för utrustning och ingredienser.

Utrustning: 510 kr   Ingredienser/makron: 1,50 kr

Funktionen: $K(x) = 1{,}5x + 510$

För att Sandor ska gå med vinst måste han sälja så många makroner att han får in mer pengar än han gett ut.

Svar: För att Sandor ska gå med vinst måste han minst sälja 146 st.

$K(146) = 1{,}5 \cdot 146 + 510 = 729$ kr

$146 \cdot 5 = 730$ kr

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en prövning där det framgår att Sandor får in 730 kr för 146 sålda makroner och att detta är mer än tillverkningskostnaden. Detta anses motsvara en godtagbar ansats men verifiering saknas för att det är det minsta antalet makroner som han ska sälja för att gå med vinst. Lösningen ges första modelleringspoängen på E-nivå.

**Elevlösningsexempel 16.b.2 (2 $E_M$)**

$3{,}5x = 510$

$x \approx 146$

Svar: För att gå med vinst måste Sandor sälja 146 makroner.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en knapphändig men korrekt lösning som ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

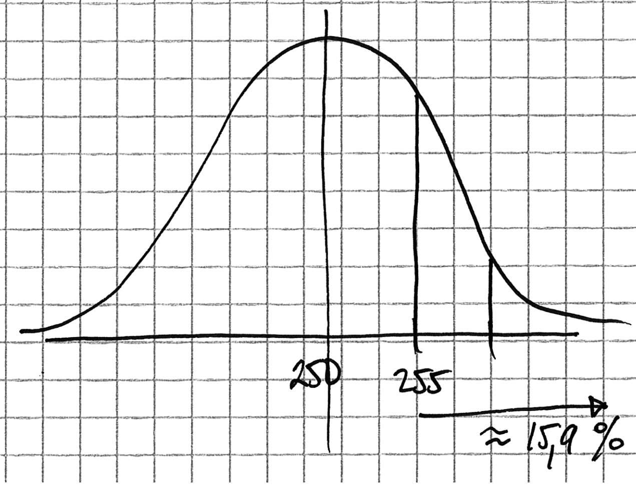
**Uppgift 17.a**

**Elevlösningsexempel 17.a.1 (0 poäng)**

$13{,}6 + 2{,}3 = 15{,}9\ \%$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt beräknade procentsatser utan koppling till att det motsvarar andelen observationer som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Resonemanget anses därmed inte uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

**Elevlösningsexempel 17.a.2 (1 $E_R$)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt den del av normalfördelningskurvan som motsvarar observationerna som ligger mer än en standardavvikelse över medelvärdet. Trots att det inte explicit visas att andelen observationer motsvarar 15,9 % anses lösningen vara tillräcklig för att nätt och jämnt motsvara kraven för ett enkelt resonemang på E-nivå.

**Uppgift 17.b**

**Elevlösningsexempel 17.b.1 (0 poäng)**

Q visar materialet från fråga A
eftersom att man tydligt kan se
att materialet i P har en större
avvikelse från medelvärdet.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen anges det korrekt att det är *Q* som har standardavvikelsen 5. Det utvecklas däremot inte hur ”man tydligt kan se att materialet i *P* har en större avvikelse från medelvärdet”. Resonemanget anses därmed inte vara välgrundat och kraven för resonemangspoäng på C-nivå uppfylls därmed inte.

**Elevlösningsexempel 17.b.2 (1 $C_R$)**

Kurva Q har standardavvikelsen 5.
Det ser man för att den är smalare.

**Elevlösningsexempel 17.b.3 (1 $C_R$)**

Den visar standardavvikelsen "5"
eftersom en lägre standardavvikelse ger
"snävare" kurva.

**Elevlösningsexempel 17.b.4 (1 $C_R$)**

Standardavvikelsen 5 visar
kurva Q för att den är högre

**Elevlösningsexempel 17.b.5 (1 $C_R$)**

Q-KURVAN VISAR MATERIALET I A-UPPG.
DENNA KURVAN ÄR BRANTARE OCH DET
BETYDER ATT DET ÄR KORTARE, MINDRE
AVSTÅND MELLAN TALEN.

*Bedömningskommentar till exemplen:* Elevlösningarna 2, 3, 4 och 5 visar exempel på godtagbara resonemang som anses uppfylla kraven för en resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 18

### Elevlösningsexempel 18.1 (2 $C_P$)

$6^2 + 9^2 = 117$

$\sqrt{117}$ CE $= x$

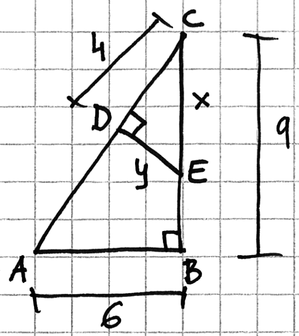
$\cdot\sqrt{117}$ $\quad$ $\cdot\sqrt{117}$

$$\frac{x}{\sqrt{117}} = \frac{4}{9}$$

$x \approx 4{,}81$ cm

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation finns inga motiveringar till beräkningarna eller hänvisningar till figuren. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

### Elevlösningsexempel 18.2 (2 $C_P$)




$$\frac{4}{9} = \frac{y}{6}$$

$$y = \frac{24}{9} \approx 2{,}67$$

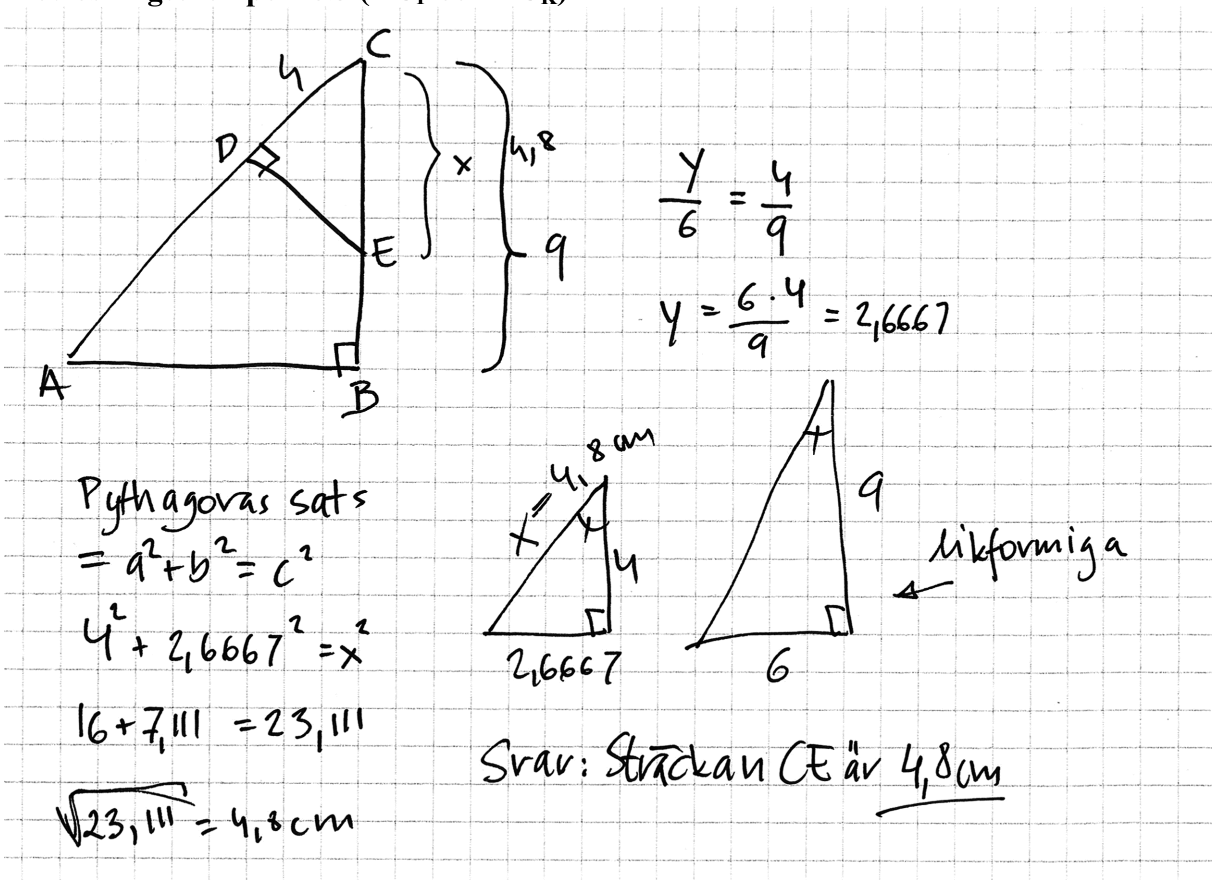
Pythagoras: $x^2 = y^2 + 4^2$

$$x = \pm\sqrt{16 + \left(\frac{24}{9}\right)^2}$$

$x \approx 4{,}8$ cm

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Såväl *x* som *y* är definierade genom figuren. Lösningen saknar hänvisning till att de två trianglarna *ABC* och *CDE* är likformiga. Utelämnandet av detta leder till att lösningen inte anses uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 18.3 (2 $C_P$ och 1 $C_K$)**




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning av uppgiften. Gällande kommunikation finns det vissa brister. T.ex. är inte *y* utsatt i någon av figurerna även om det framgår av den nedre figuren att det är sträckan *DE* som avses. Någon explicit förklaring till varför trianglarna är likformiga ges inte heller även om detta framgår genom markering av motsvarande lika vinklar. Trots bristerna är lösningen möjlig att följa och förstå och sammantaget bedöms lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

**Uppgift 19**

**Elevlösningsexempel 19.1 (2 $C_M$)**

Exp. funktion $y = C \cdot a^x$

y - guldpris x - tid a f-faktor

C - startvärde ca 540

Två punkter (0, 540) och (0,5, 600)

Sätter in punkterna under LIST på räknaren och kör ExpReg (regression)

Får $y = 540 \cdot 1{,}23^x$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning där regression utförs med hjälp av ett digitalt hjälpmedel. Lösningen anses uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå.

**Uppgift 20**

**Elevlösningsexempel 20.1 (1 $C_{PL}$)**

Fördubblas :

| | |
|---|---|
| 2×2 | 1 |
| 4×2 | 2 |
| 8×2 | 3 |
| 16×2 | 4 |
| 32×2 | 5 |
| 64×2 | 6 |
| 128×2 | 7 |
| 256×2 | 8 |
| 512×2 | 9 |
| 1024×2 | 10 |
| 2048×2 | 11 |
| 4096×2 | 12 |
| 8192×2 | 13 ggr |
| 16384 | |

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar insikt i hur problemet ska lösas men första vikningen som motsvaras av $1 \cdot 2$ tas inte med. Detta leder till ett felaktigt svar men anses vara tillräckligt för att kraven för ansatspoängen ska vara uppfyllda.

**Elevlösningsexempel 20.2 (2 $C_{PL}$)**

Antal ringar: 1 2 4 ... 16384

$2^0$ $2^1$ $2^2$ ... $2^?$

×2

8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4098 8192 16384

$2^3$ 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

$2^{14} = 16384$ Svar: 14 ggr

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en systematisk prövning där insikt visas för att det är ekvationen $2^x = 16384$ som ska lösas. Prövning i det här fallet anses vara en godtagbar metod och lösningen ges därmed båda problemlösningspoängen på C-nivå.

## Uppgift 21

### Elevlösningsexempel 21.1 (2 $C_M$)

$$\begin{cases} 5{,}5x + 0{,}25y = 110{,}50 & (x\,-2) \\ 3{,}5x + 0{,}50y + 60 = 146 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} & -11x - 0{,}50y = -221 \\ + & 3{,}5x + 0{,}50y + 60 = 146 \\ \hline & -7{,}5x + 60 = -75 \end{array}$$

$$x = 18$$

$$5{,}5 \cdot 18 + 0{,}25y = 110{,}50$$

$$0{,}25y = 11{,}5$$

$$y = 46$$

Svar: Tenntråd kostar 18 kr/m
renskinnsband 46 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas bland annat definierade variabler och en förklaring till vad ”60” på andra raden står för. Även i övrigt saknas vissa mellanled vid beräkningar. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på C-nivå inte anses uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 21.2 (1 $C_M$ och 1 $C_K$)**

Armband med 4 flätor = $A_1$
Armband med enkelfläta = $A_2$
Kostnad kr/m tennträd Tennträd = T
Kostnad kr/m renskinnsband Rensk.band = R
Silverkulor 3 kr/styck
20 silverkulor = $3 \cdot 20 = 60$ kr
146 kr − 60 kr = 86 kr
Total kostnad båda banden
(utan silverkulor):

$$\begin{cases} 550t + 25r = 110{,}5 \\ 350t + 50r = 86 \quad /2 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 550t + 25r = 110{,}5 \\ 175t + 25r = 43 \end{cases}$$

$375t = 67{,}5$

$t = 0{,}18$ kr/cm $= 0{,}0018$ kr/m

$350 \cdot 0{,}18 + 50r = 86$

$63 + 50r = 86$

$50r = 23$

$r = 0{,}146$ kr/cm $=$
$= 0{,}0046$ kr/m

Svar: tenntråden kostar 0,0018 kr/m
och renskinnsband kostar 0,0046 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet och är korrekt så när som på svaret där enhetsomvandlingen är felaktig. Svaret blir i och med detta orimligt och kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå, variablerna är godtagbart definierade och matematiska symboler används godtagbart. Sammantaget ges lösningen den första modelleringspoängen samt kommunikationspoängen på C-nivå.

**Elevlösningsexempel 21.3 (2 $C_M$ och 1 $C_K$)**

x = tenntråd

y = renskinnsband

börja med att dra bort silverkulorna (60 kr)

$$\begin{cases} 350x + 50y = 86 \\ 550x + 25y = 110{,}5 \end{cases}$$

$$\frac{50y = 86 - 350x}{2}$$

$$25y = 43 - 175x$$

$$550x + (43 - 175x) = 110{,}5$$

$$375x = 67{,}5$$

$$x = 0{,}18$$

$$350(0{,}18) + 50y = 86$$

$$\frac{50y = 23}{50}$$

$$y = 0{,}46$$

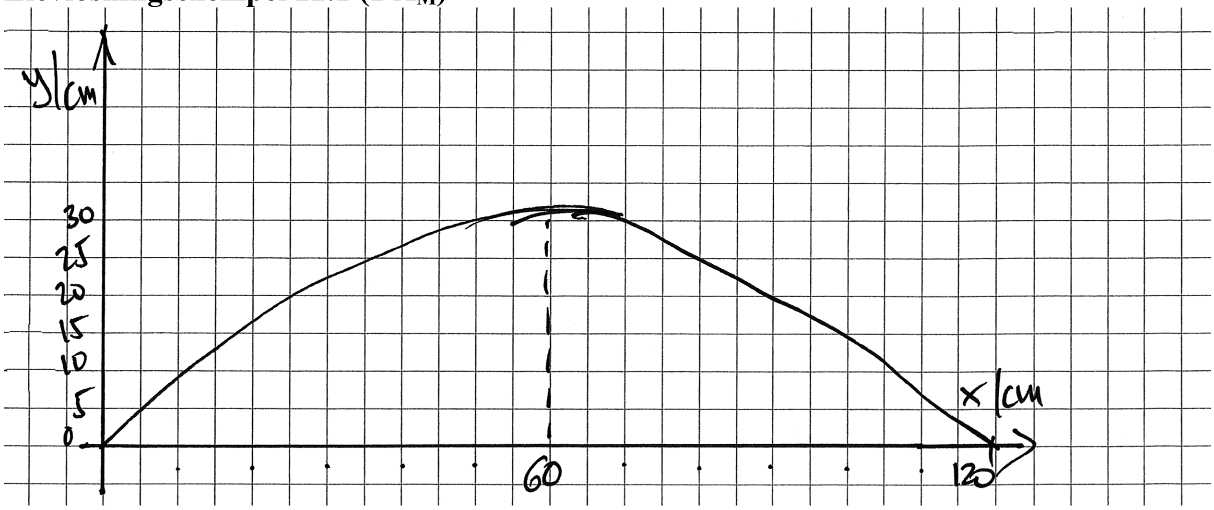
Svar: tenntråd = 18 kr/m

Renskinnsband = 46 kr/m

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå. Variablerna är inte godtagbart definierade i början av lösningen men detta kompenseras delvis av att svaret innehåller korrekt enhet. På rad 5 och 11 utförs division av hela ekvationer vilket inte är matematiskt korrekt. Beräkningarna ger $x = 0{,}18$ och $y = 0{,}46$ men svaret är angivet med korrekt enhet utan att omvandlingen redovisas. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng nätt och jämnt vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

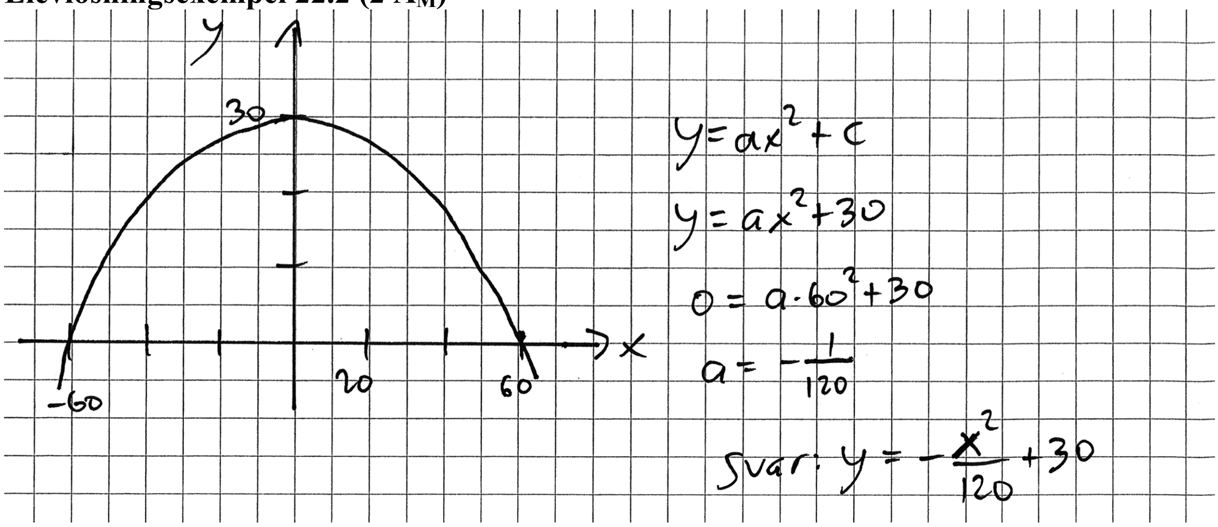
## Uppgift 22

### Elevlösningsexempel 22.1 (1 $A_M$)




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar grafen till en andragradsfunktion i ett definierat koordinatsystem. Funktionens maximum och nollställen framgår av figuren även om de tre punkternas koordinater inte är angivna. Trots dessa brister anses lösningen motsvara en anpassning av passbitens form till en matematisk modell. Lösningen anses därmed nätt och jämnt uppfylla kraven för en modelleringspoäng på A-nivå.

### Elevlösningsexempel 22.2 (2 $A_M$)




*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och mellanled i beräkningarna. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 22.3 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Det finns 3 kända punkter: (0,0), (60,30) och (120,0)

Andragradsfunktion: $y = ax^2 + bx + c$

punkten (0,0) ger $0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 0$

Punkterna (60,30) och (120,0) ger

$$\begin{cases} 30 = a \cdot 60^2 + b \cdot 60 & (1) \\ 0 = a \cdot 120^2 + b \cdot 120 & (2) \end{cases}$$

(1) multipliceras med $-2$

$$\begin{cases} -60 = -7200a - 120b \\ 0 = 14400a + 120b \end{cases}$$

$-60 = 7200a$

$a = -0,0083$

$120b = -14400a$

$b = -\dfrac{14400a}{120}$

$b = -\dfrac{14400(-0,0083)}{120}$

$b = 1$

Svar: Funktionen kan vara

$y = -0,0083x^2 + x$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Bland annat definieras de tre givna punkterna som punkter i ett koordinatsystem och formeln för en allmän andragradsfunktion anges. Sammantaget ges lösningen två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

**Uppgift 23**

**Elevlösningsexempel 23.1 (2 $A_M$)**

Jag sätter hela bredden till 15 cm.

$a+b=15$

$\frac{a}{b}=\frac{b}{a+b}$ $\qquad$ $\frac{a}{b}=\frac{b}{15}$

$a=15-b$

$15a=b^2$

$15(15-b)=b^2$

$b^2+15b-225=0$

$b=-7{,}5\pm\sqrt{7{,}5^2+225}$

$b=9{,}27$ cm

$a=15-9{,}27$ cm

$a=5{,}73$ cm

Svar: Motivet ska vara 5,73 cm in från kanten.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen utgår från ett specialfall och motivets placering från ena kanten anges i cm och inte som en andel av bildens bredd. Sammantaget ges lösningen nätt och jämnt två modelleringspoäng på A-nivå.

**Elevlösningsexempel 23.2 (2 $A_M$ och 1 $A_K$)**

Anta att bilden är 12 cm bred.

Då är $a+b=12$

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{a+b}$$

$$a(a+b)=b^2$$
$$12a=b^2$$
$$a=12-b$$
$$12(12-b)=b^2$$
$$144-12b=b^2$$
$$b^2+12b-144=0$$
$$b=-6\pm\sqrt{36+144}$$

negativ längd går inte

$b=7{,}42$ cm och $a=12-7{,}42=4{,}58$ cm

Tredjedelsregeln 1/3 från kanten 33% in.

Jämför med gyllene snittet: $\frac{a}{12}$

d.v.s. $\frac{4{,}58}{12}\approx 38\%$

Svar: Med gyllene snittet hamnar motivet 38% från kanten istället för 33%.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen behandlar problemet i sin helhet. Lösningen utgår från ett specialfall och motivets placering anges som en andel av bildens totala bredd. Lösningen är välstrukturerad och lätt att följa och förstå. Trots att lösningen är baserad på ett specialfall bedöms den uppfylla kraven för två modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.