

|                   |                                                      |
|-------------------|------------------------------------------------------|
| <b>Delprov B</b>  | Uppgift 1–10. Endast svar krävs.                     |
| <b>Delprov C</b>  | Uppgift 11–17. Fullständiga lösningar krävs.         |
| <b>Provtid</b>    | 120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans. |
| <b>Hjälpmedel</b> | Formelblad och linjal.                               |

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

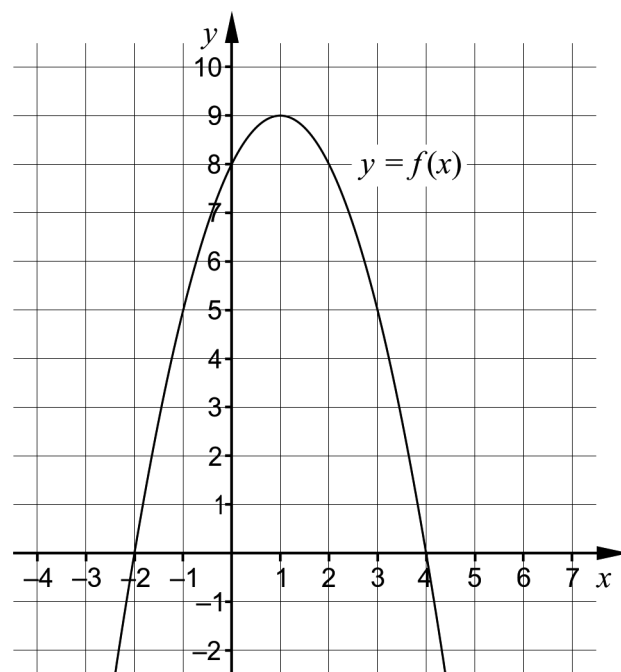
Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

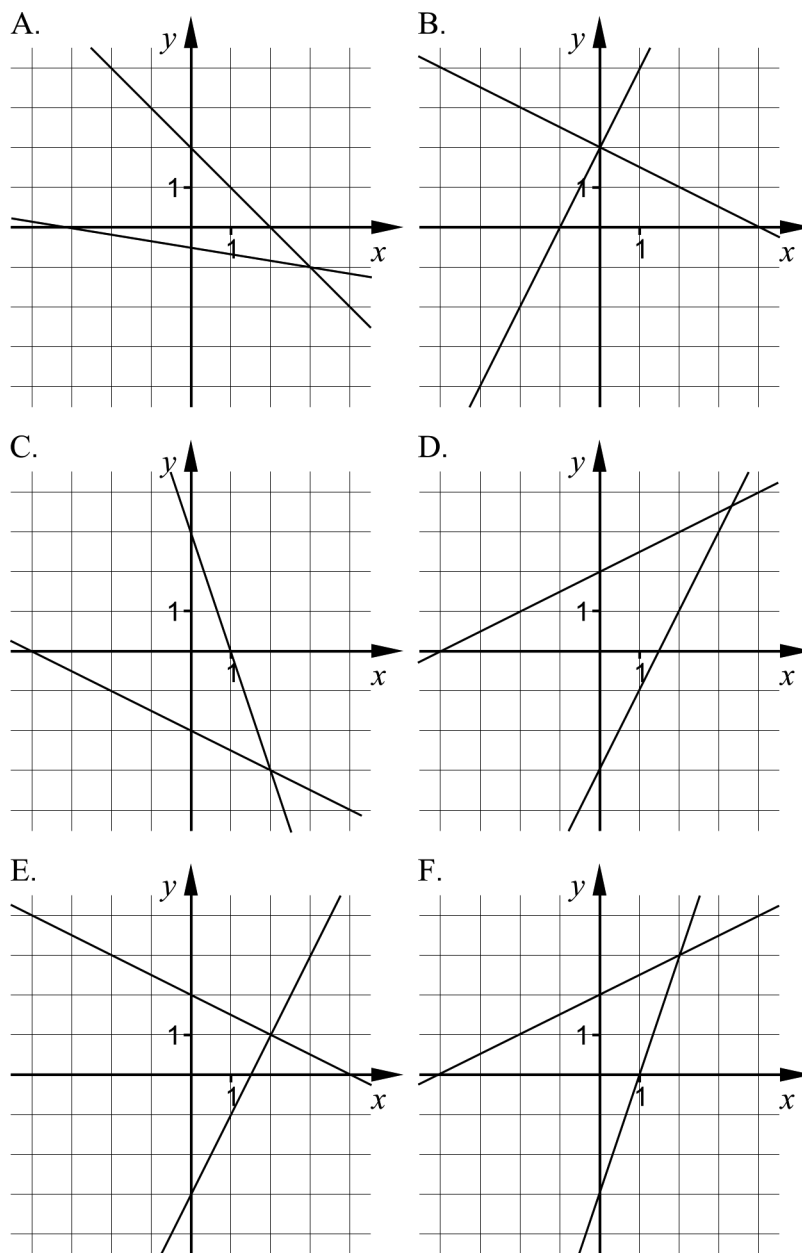
**Delprov B:** Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Figuren visar grafen till andragradsfunktionen  $f$ .



- a) Bestäm funktionens nollställen. \_\_\_\_\_ (1/0/0)
- b) Bestäm funktionens största värde. \_\_\_\_\_ (1/0/0)

2. Koordinatsystemen A–F visar grafiska representationer av linjära ekvationssystem.



- a) Ett av koordinatsystemen A–F visar ekvationssystemet 
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

Vilket? \_\_\_\_\_ (1/0/0)

- b) Markera lösningen till ekvationssystemet 
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

i det valda koordinatsystemet. (1/0/0)

3. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a)  $(y+3)^2 + y^2 - 9$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $(3b-2)^2 - (b+4)$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

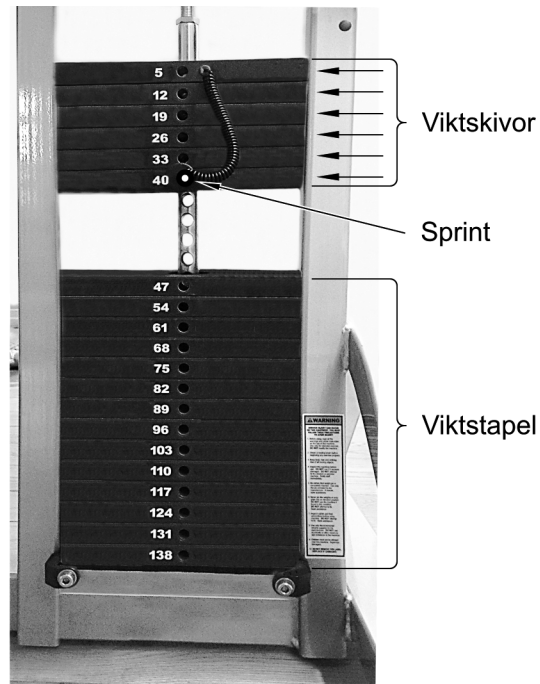
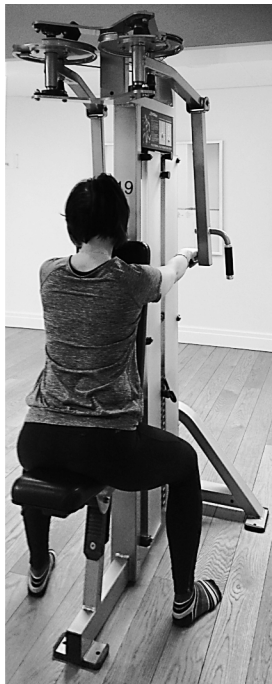
4. Lös ekvationerna och svara exakt.

a)  $5^x = 20$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

b)  $x^{\frac{1}{5}} = 10$  \_\_\_\_\_ (1/0/0)

c)  $3^{2x} = 2 \cdot 3^x$  \_\_\_\_\_ (0/1/0)

5. Lena tränar på gym och använder en maskin för att träna ryggen. Genom att stoppa in en sprint i en viktskiva på maskinens viktstapel kan hon välja den totala vikt hon vill använda. Se bilderna.



Den minsta vikt som maskinen kan ställas in på är 5 kg och viktskivan är då märkt med 5. Därefter är viktskivorna märkta med 12, 19, 26, ..., 138 enligt tabellen.

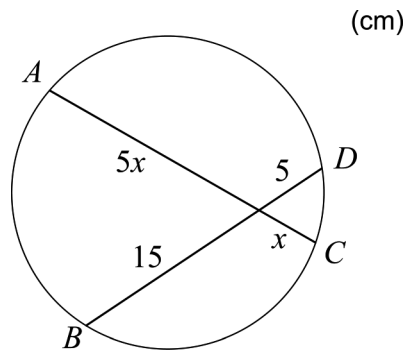
| Antal viktskivor | Total vikt i kg |
|------------------|-----------------|
| 1                | 5               |
| 2                | 12              |
| 3                | 19              |
| 4                | 26              |
| ...              | ...             |
| 20               | 138             |

Låt  $y$  vara den totala vikten i kg som Lena använder och  $x$  antalet viktskivor som hon väljer i viktstapeln.

Ställ upp en funktion för hur den totala vikten,  $y$  kg, beror av antalet valda viktskivor  $x$ .

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

6. Figuren visar en cirkel med två kordor  $AC$  och  $BD$  som går genom en gemensam punkt och där delsträckornas längder är angivna.



Beräkna längden av kordan  $AC$ . Svara exakt. \_\_\_\_\_ (0/1/0)

7. Två av alternativen A–F visar en lösning till ekvationen  $x^2 + 3 = 0$   
Vilka två?

A.  $x = -\sqrt{3}$

B.  $x = i\sqrt{3}$

C.  $x = 3\sqrt{i}$

D.  $x = -i\sqrt{3}$

E.  $x = -3\sqrt{i}$

F.  $x = \sqrt{3}$

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

8. Beräkna värdet av uttrycket  $4444^2 - 4443^2$

Ledtråd: Kan lösas med konjugatregeln.

\_\_\_\_\_ (0/1/0)

9. För att kontrollera att alla kanelnäckor som bakas på ett bageri väger ungefär lika mycket vägs kanelnäckorna. Det visar sig att vikten är normalfördelad med medelvikten 80 g.



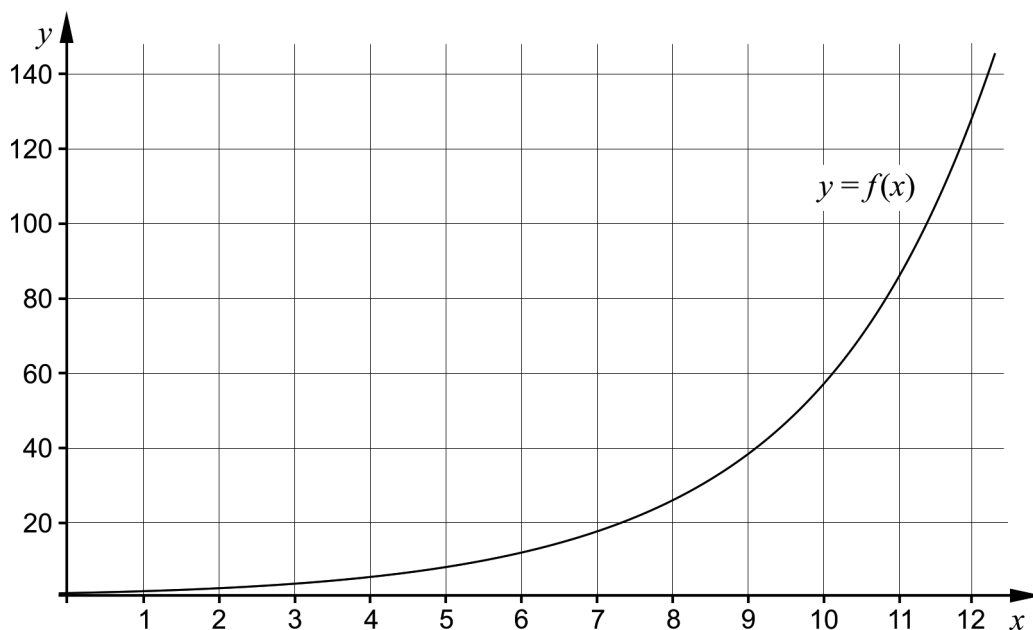
Av kanelnäckorna är det 81,8 % som förväntas väga mellan 77 och 86 g.

- a) Ange standardavvikelsen. \_\_\_\_\_ (0/1/0)

Bageriet har som regel att inte sälja de kanelnäckor som avviker två standardavvikelser eller mer från medelvikten 80 g.

- b) Ange vikten,  $v$  gram, för de kanelnäckor som bageriet inte säljer.  
\_\_\_\_\_ (0/0/2)

10. Figuren visar grafen till en exponentialfunktion  $f$ .

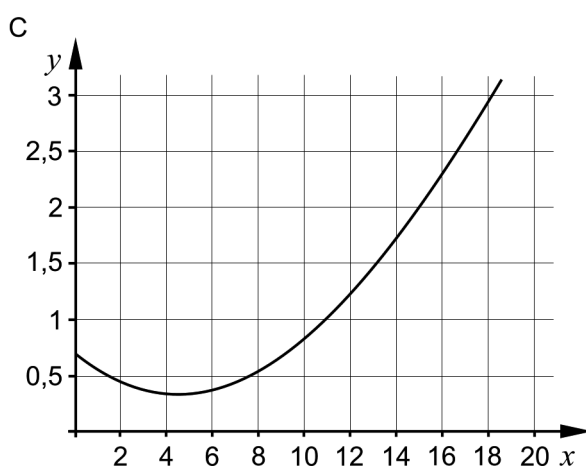
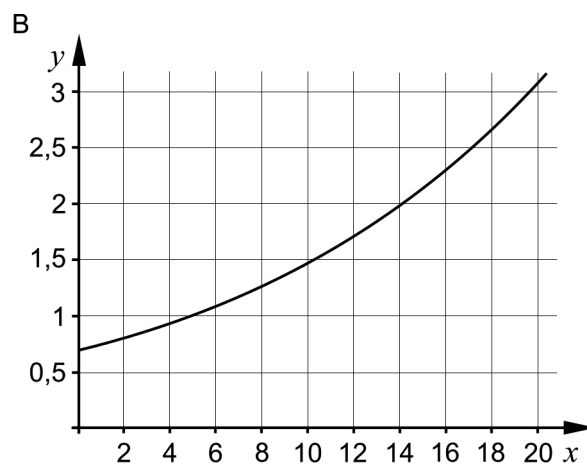
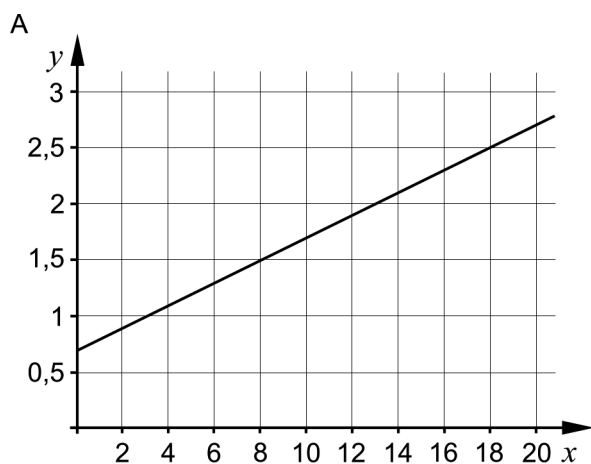


Använd grafen och bestäm  $x$  då  $\lg f(x) = 2$  \_\_\_\_\_ (0/0/1)

**Delprov C:** Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. En bostadsrätt köptes i januari år 2000 för 700 000 kr och såldes i januari år 2016 för 2,3 miljoner kr.

Graferna A, B och C visar tre olika tänkbara modeller för bostadsrättens värdeutveckling där  $y$  är bostadsrättens värde i miljoner kr och  $x$  är tiden i år efter januari år 2000.



- a) En av graferna visar att den årliga procentuella förändringen av bostadsrättens värde har varit lika stor mellan åren 2000 och 2016. Ange vilken graf och motivera ditt svar.
- b) Anta att värdeutvecklingen fortsätter med samma årliga procentuella förändring även efter år 2016. Använd grafen och bestäm hur mycket bostadsrätten då skulle vara värd i januari år 2018.

(1/0/0)

Endast svar krävs

(1/0/0)

12. Figuren visar tre påbörjade algebraiska lösningar av ekvationen  $x^2 + 4x - 5 = 0$

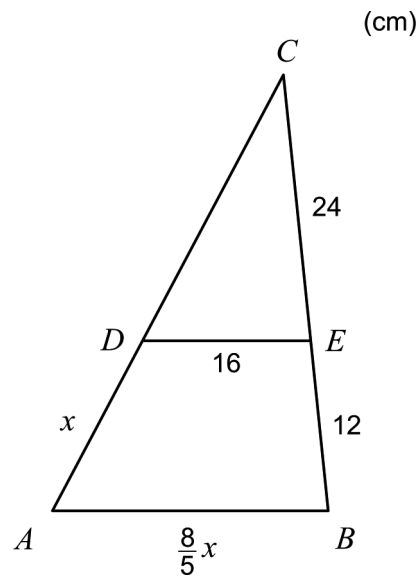
|          |                                                                                                       |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Metod A: | $x^2 + 4x - 5 = 0$ $x = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-5)}$                    |
| Metod B: | $x^2 + 4x - 5 = 0$ $x = -\frac{4}{2 \cdot 1} \pm \frac{\sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1}$ |
| Metod C: | $x^2 + 4x - 5 = 0$ $(x+2)^2 - 4 - 5 = 0$                                                              |

- a) Välj en av metoderna A, B eller C och förklara kortfattat vad som är gjort i den påbörjade lösningen. (1/0/0)
- b) Fortsätt att lösa ekvationen  $x^2 + 4x - 5 = 0$  enligt den valda algebraiska metoden. (1/0/0)

13. Grafen till en andragsgradsfunktion  $f$  har sitt ena nollställe i  $x = 3$  och sitt maximum i punkten  $(0, 18)$ .

För andragsgradsfunktionen  $f$  gäller att  $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ . Bestäm funktionen  $f$ . (1/2/0)

14. I triangeln  $ABC$  är sträckan  $DE$  parallell med sidan  $AB$ . Se figur.



Beräkna längden av sträckan  $AD$ .

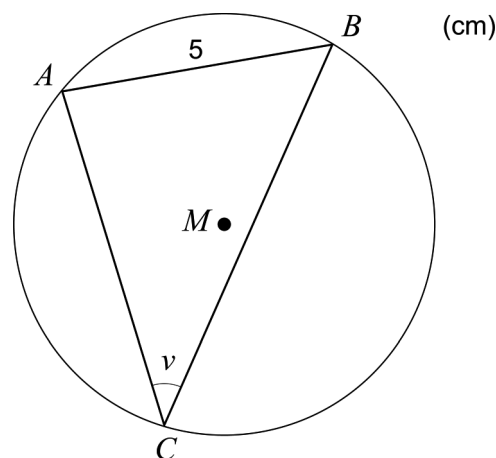
(0/3/0)

15. Anta att  $a$ ,  $b$  och  $c$  är tre på varandra följande heltal där  $a < b < c$ .

Undersök om uttrycket  $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$  alltid är ett heltal för alla sådana på varandra följande heltal  $a$ ,  $b$  och  $c$ .

(0/0/3)

16. I en cirkel med diametern 10 cm och medelpunkten  $M$  är en triangel  $ABC$  inskriven så att triangelns alla hörn ligger på cirkelns rand.



Beräkna vinkeln  $v$ .

(0/0/2)

17. Lös ekvationen  $\frac{2^{n-4} \cdot \sqrt{2^{n+1}}}{\sqrt{2^{-2n-2}}} = 2^{15}$

(0/0/2)

|                   |                                              |
|-------------------|----------------------------------------------|
| <b>Delprov D</b>  | Uppgift 18–25. Fullständiga lösningar krävs. |
| <b>Provtid</b>    | 120 minuter.                                 |
| <b>Hjälpmedel</b> | Digitala verktyg, formelblad och linjal.     |

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).  
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 21 E-, 20 C- och 16 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 8 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

**Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.**

Namn: \_\_\_\_\_

Födelsedatum: \_\_\_\_\_

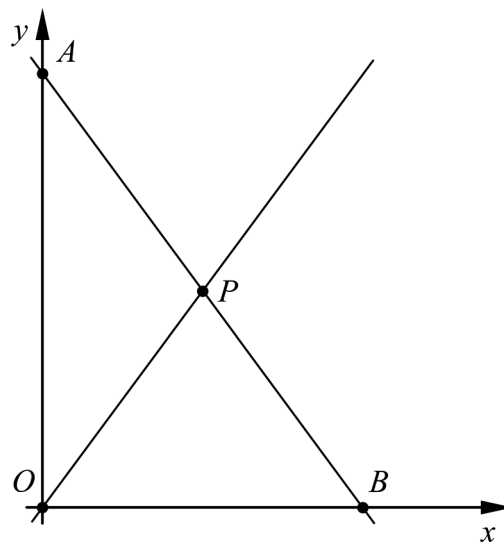
Gymnasieprogram/Komvux: \_\_\_\_\_

**Delprov D:** Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

18. En rät linje  $L$  går genom de två punkterna  $(63, 125)$  och  $(114, 227)$ .

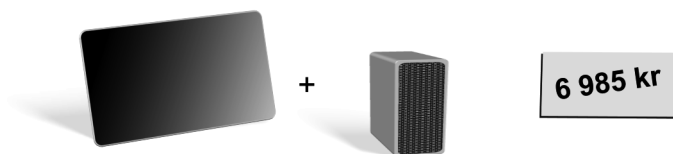
- a) Bestäm ekvationen för linjen  $L$ . (2/0/0)
- b) Avgör om linjen  $L$  även går genom punkten  $(500, 1000)$ . (1/0/0)

19. Figuren visar de två rätta linjerna  $y = 2x$  och  $y = -2x + 12$ . Tillsammans med koordinataxlarna bildar linjerna två trianglar  $OPA$  och  $OBP$ .

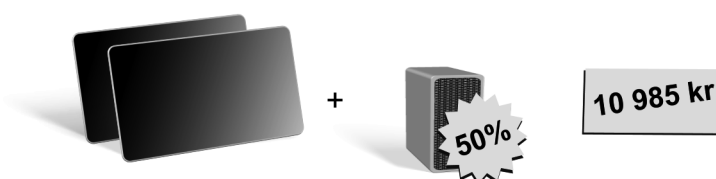


- a) Bestäm koordinaterna för punkten  $P$ . (1/0/0)
- b) Avgör om trianglarna  $OPA$  och  $OBP$  har lika stor area. (2/0/0)

20. En familj planerar att köpa en surfplatta och en högtalare. En surfplatta och en högtalare kostar tillsammans 6985 kr i en butik.



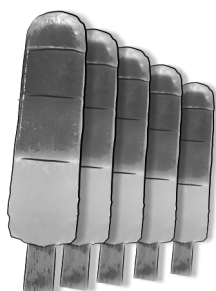
Försäljaren erbjuder 50 % i rabatt på högtalaren om familjen köper två surfplattor och en högtalare. Priset med rabatten blir då 10 985 kr.



Bestäm det ordinarie priset för en surfplatta respektive en högtalare.

(2/1/0)

21. Philip säljer isglass på stranden. Han får 320 isglassar levererade varje dag.



En dag säljer Philip samtliga 320 isglassar för priset 10 kr/styck. Han funderar på hur mycket han kan höja priset för att tjäna mer. Det visar sig att för varje höjning av priset med 1 kr minskar dagsförsäljningen med 20 isglassar.

Han ställer upp en funktion  $I(x)$  som modell för intäkten i kr under en dag:  
 $I(x) = (10 + x)(320 - 20x)$

- a) Förklara vad  $x$  står för i funktionen.

(1/0/0)

Philip köper in de 320 isglassarna för 9 kr/styck. Han säljer isglassarna till samma pris under hela dagen och har inga utgifter utöver inköpet av isglassarna. De isglassar han inte säljer under dagen kan inte sparas till nästa dag.

- b) Bestäm det pris på isglassarna i kr/styck som ger Philip störst vinst per dag, det vill säga störst skillnad mellan hans intäkter och utgifter.

(0/3/0)

22. Grafen till en exponentialfunktion  $f$ , där  $y = f(x)$ , går genom punkterna  $(1, 3000)$  och  $(3, 6750)$ .

Bestäm funktionen  $f$ .

(0/2/0)

23. För en funktion  $f$  gäller att  $f(x) = kx + m$ .

Några av alternativen A–F innehåller vart och ett för sig tillräckligt med information för att kunna bestämma värdet på både  $k$  och  $m$ . Ange vilka och motivera ditt svar.

A.  $f(9) = 1$  och  $f(12) = 2 \cdot f(9)$

B.  $f(3) = -1$

C. då funktionens graf skär  $y$ -axeln är  $f(x) = -2$

D.  $f(5) - f(2) = 1$  och  $f(9) - f(6) = 1$

E.  $f(x) = 0$  för  $x = 6$

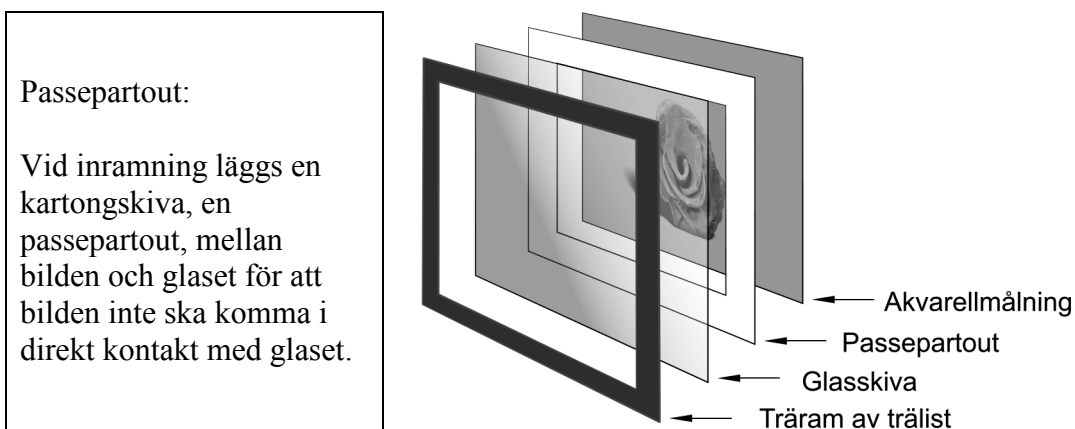
F.  $(7, \frac{1}{3})$  och  $(8, \frac{2}{3})$  är punkter på funktionens graf

(0/2/0)

24. Beräkna det exakta värdet av  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  då  $x + \frac{1}{x} = \frac{13}{3}$ .

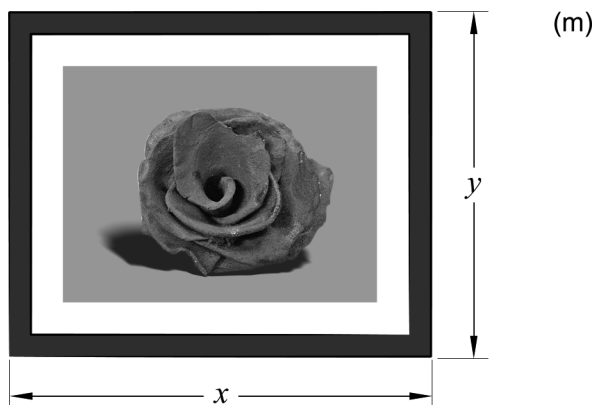
(0/0/2)

25. Lloyd vill ha en tavla och lämnar in en akvarellmålning för inramning. Han vill ha träram av trälist, glasskiva och passepartout till tavlan. Det finns trälist, glas och passepartouter i olika prisklasser att välja mellan.



Lloyd får två olika prisförslag för inramningen, alternativ A och alternativ B. Båda alternativen ger samma yttermått på tavlan. Tabellen visar materialkostnader, arbetskostnad och det slutliga totalpriset.

| Alternativ | Materialkostnader |                                |                    | Arbetskostnad<br>kr | Totalpris<br>kr |
|------------|-------------------|--------------------------------|--------------------|---------------------|-----------------|
|            | Trälist<br>kr/m   | Glasskiva<br>kr/m <sup>2</sup> | Passepartout<br>kr |                     |                 |
| A          | 20                | 200                            | 22,40              | 335                 | 446,20          |
| B          | 35                | 220                            | 25,20              | 402                 | 559,64          |



Lloyd vill veta hur stor tavlan blir då den är klar. Han utgår från att  $x > y$  och påbörjar en beräkning genom att sätta trälistens totala längd till  $2x + 2y$  meter.

Beroende på trälistens utseende blir måtten på glasskivan olika för de två alternativen. För alternativ A är glasskivans area 80 % av tavlans area  $xy$  m<sup>2</sup>. För alternativ B är glasskivans area 90 % av tavlans area  $xy$  m<sup>2</sup>.

Beräkna tavlans yttermått.

(0/0/4)

# Innehållsförteckning

|                                                                                                         |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>Inledning.....</b>                                                                                   | <b>4</b>      |
| Läsanvisning.....                                                                                       | 4             |
| <br><b>1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av<br/>provet i matematik 2b .....</b> | <br><b>5</b>  |
| Uppgifter av kortsvarstyp .....                                                                         | 5             |
| Uppgifter av långsvarstyp .....                                                                         | 5             |
| Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga .....                                                       | 6             |
| Sammanställning av elevresultat .....                                                                   | 7             |
| Sammanställning till ett provbetyg .....                                                                | 7             |
| <br><b>2. Bedömningsanvisningar .....</b>                                                               | <br><b>8</b>  |
| Läsanvisning.....                                                                                       | 8             |
| Instruktioner för bedömning av delprov B.....                                                           | 8             |
| Instruktioner för bedömning av delprov C.....                                                           | 10            |
| Instruktioner för bedömning av delprov D .....                                                          | 11            |
| <br><b>3. Exempel på bedömda elevlösningar.....</b>                                                     | <br><b>14</b> |
| Uppgift 11a .....                                                                                       | 14            |
| Uppgift 12a .....                                                                                       | 15            |
| Uppgift 13 .....                                                                                        | 16            |
| Uppgift 14 .....                                                                                        | 17            |
| Uppgift 15 .....                                                                                        | 17            |
| Uppgift 19b .....                                                                                       | 19            |
| Uppgift 20 .....                                                                                        | 20            |
| Uppgift 21b .....                                                                                       | 23            |
| Uppgift 22 .....                                                                                        | 24            |
| Uppgift 23 .....                                                                                        | 25            |
| Uppgift 24 .....                                                                                        | 26            |
| Uppgift 25 .....                                                                                        | 27            |
| <br><b>4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg.....</b>                                 | <br><b>29</b> |
| Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i<br>matematik 2b .....                       | 29            |
| Resultaten på provet i relation till kursbetyget .....                                                  | 29            |
| <br><b>5. Instruktioner för inrapportering av provresultat.....</b>                                     | <br><b>30</b> |
| Skolans rapportering av provresultat.....                                                               | 30            |
| <br><b>6. Kopieringsunderlag och webbmateriäl.....</b>                                                  | <br><b>32</b> |
| Webbmateriäl.....                                                                                       | 32            |
| Formulär för sammanställning av elevresultat .....                                                      | 33            |
| Provsammanställning – centralt innehåll .....                                                           | 34            |
| Centralt innehåll matematik 2b – förkortningar .....                                                    | 35            |

# Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

## Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2b. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4) samt ett kapitel med instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

# 1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att  $E_{PL}$  och  $A_R$  ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

## Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

## Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

## Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

### Modell 1

|                                                       |          |
|-------------------------------------------------------|----------|
| Godtagbar ansats, t.ex. ...                           | +1 $E_p$ |
| med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...) | +1 $E_p$ |

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.*

**Modell 2**

Godtagbar ansats, t.ex. ... +1 E<sub>p</sub>

med korrekt bestämning av... +1 E<sub>p</sub>

Godtagbar verifiering av... +1 E<sub>p</sub>

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.*

**Modell 3**

| E                                                           | C                                                                                    | A                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...<br>1 E <sub>R</sub> | Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...<br>1 E <sub>R</sub> och 1 C <sub>R</sub> | Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...<br>1 E <sub>R</sub> , 1 C <sub>R</sub> och 1 A <sub>R</sub> |

*Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).*

**Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga**

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A<sub>K</sub>) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

|              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Symboler     | t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\phantom{x}}, \sqrt[n]{\phantom{x}}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, ( ), \%, \{, \text{VL}, \text{HL}$ , symbol för vinkel, gradtecken                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Termer       | t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet |
| Hänvisningar | t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Övrigt       | t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

## Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i "Formulär för sammanställning av elevresultat" som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

## Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

## 2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

### Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

### Instruktioner för bedömning av delprov B

1. Max 2/0/0

a) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ( $x_1 = -2$  och  $x_2 = 4$ ) +1 E<sub>B</sub>

*Kommentar:* Svar som anges i koordinatform ges noll poäng.

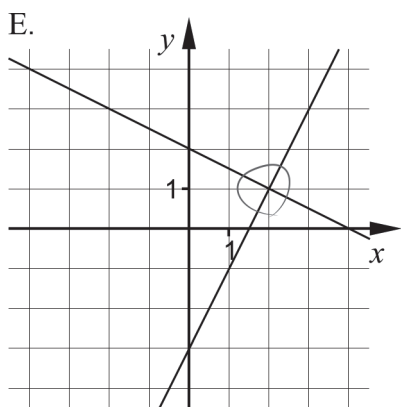
b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) +1 E<sub>B</sub>

*Kommentar:* Svar som anges i koordinatform ges noll poäng.

2. Max 2/0/0

a) Korrekt svar (E) +1 E<sub>P</sub>

b) Godtagbar markering av ekvationssystemets lösning, t.ex.



+1 E<sub>B</sub>

*Kommentar:* Även en godtagbar markering av ekvationssystemets lösning på ett i a)-uppgiften felaktigt valt alternativ ges poäng.

3. Max 1/1/0

a) Korrekt svar ( $2y^2 + 6y$ ) +1 E<sub>P</sub>

b) Korrekt svar ( $9b^2 - 13b$ ) +1 C<sub>P</sub>

- 4.** **Max 2/1/0**
- a) Korrekt svar ( $x = \frac{\lg 20}{\lg 5}$ ) +1 E<sub>P</sub>
- b) Korrekt svar ( $x = 10^5$ ) +1 E<sub>P</sub>
- c) Korrekt svar ( $x = \frac{\lg 2}{\lg 3}$ ) +1 C<sub>P</sub>
- 5.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar ( $y = 7x - 2$ ) +1 C<sub>M</sub>
- 6.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar ( $6 \cdot \sqrt{15}$  cm) +1 C<sub>B</sub>
- Kommentar:* Även svar utan enhet godtas.
- 7.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (B:  $x = i\sqrt{3}$  och D:  $x = -i\sqrt{3}$ ) +1 C<sub>B</sub>
- 8.** **Max 0/1/0**
- Korrekt svar (8887) +1 C<sub>PL</sub>
- 9.** **Max 0/1/2**
- a) Korrekt svar (3 g) +1 C<sub>B</sub>
- Kommentar:* Även svar utan enhet godtas.
- b) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”vikten är 74 gram eller mindre eller 86 gram eller mer”  
eller  
” $v < 74$  eller  $v > 86$ ” +1 A<sub>B</sub>  
med korrekt angivna olikhetstecken ( $v \leq 74$  eller  $v \geq 86$ ) +1 A<sub>K</sub>
- 10.** **Max 0/0/1**
- Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (11,4) +1 A<sub>B</sub>

## Instruktioner för bedömning av delprov C

11. Max 2/0/0

- a) Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. "B för att A är en rät linje och C minskar ett tag och ökar igen sen.") +1 E<sub>M</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



- b) Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning i graf B (2,7 miljoner kr) +1 E<sub>M</sub>

12. Max 2/0/0

- a) Godtagbart enkelt resonemang där det förklaras vad som är gjort i den valda lösningen A, B eller C +1 E<sub>R</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



- b) Godtagbar lösning av ekvationen, enligt vald metod, med korrekt svar ( $x_1 = -5, x_2 = 1$ ) +1 E<sub>P</sub>

13. Max 1/2/0

Godtagbar ansats, bestämmer konstanten  $C$   
eller

visar insikt i att funktionen är symmetrisk kring  $y$ -axeln +1 E<sub>B</sub>

med godtagbar fortsättning, t.ex. ställer upp en ekvation för bestämning av konstanterna  $A$  och  $B$ , t.ex.  $0 = A \cdot 3^2 + B \cdot 3 + 18$  +1 C<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = -2x^2 + 18$ ) +1 C<sub>PL</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



14. Max 0/3/0

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation utifrån topptriangelsatsen +1 C<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (15 cm) +1 C<sub>PL</sub>

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga" +1 C<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



15.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för  $a$ ,  $b$  och  $c$  och skriver om

uttrycket i en variabel, t.ex.  $\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3}$

+1 A<sub>R</sub>

med i övrigt välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt slutsats

+1 A<sub>R</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 A<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



16.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. ritar in triangeln  $ABM$  och visar i figuren, eller med ord, att den är liksidig

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $30^\circ$ )

+1 A<sub>PL</sub>

17.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, använder två olika potenslagar korrekt för att skriva om

ekvationen, t.ex.  $2^{n-4} \cdot 2^{\frac{n+1}{2}} \cdot 2^{\frac{2n+2}{2}} = 2^{15}$

+1 A<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $n = 7$ )

+1 A<sub>P</sub>

## Instruktioner för bedömning av delprov D

18.

Max 3/0/0

- a) Godtagbar ansats, t.ex. beräknar linjens riktningskoefficient, 2

+1 E<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $y = 2x - 1$ )

+1 E<sub>P</sub>

- b) Godtagbart enkelt resonemang med korrekt slutsats

+1 E<sub>R</sub>

*Kommentar:* En korrekt slutsats utifrån ett i a)-uppgiften felaktigt svar ges också poäng.

19.

Max 3/0/0

- a) Godtagbar bestämning av koordinaterna för punkten  $P$  ((3, 6))

+1 E<sub>PL</sub>

- b) Godtagbar bestämning av  $x$ -koordinaten för punkten  $B$ , 6

+1 E<sub>PL</sub>

Godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. "De är lika stora.")

+1 E<sub>PL</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



20.

Max 2/1/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex.

$$\begin{cases} x + y = 6985 \\ 2x + 0,5y = 10985 \end{cases}$$

+1 E<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ("En surfplatta kostar 4995 kr och en högtalare 1990 kr.")

+1 E<sub>PL</sub>

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 C<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



21.

Max 1/3/0

a) Godtagbart svar (t.ex. "x står för prishöjningen i kr")

+1 E<sub>M</sub>

b) Godtagbar ansats, ställer upp vinstfunktionen

$$V(x) = (10 + x)(320 - 20x) - 320 \cdot 9$$

eller

motiverar att vinstfunktionen och intäktsfunktionen har sitt maximum för samma  $x$ -värde

+1 C<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (13 kr)

+1 C<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 C<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



22.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem

+1 C<sub>P</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $f(x) = 2000 \cdot 1,5^x$ )

+1 C<sub>P</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



23.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang där insikt visas att två punkter måste vara angivna för bestämning av  $k$  och  $m$

+1 C<sub>R</sub>

med fortsatt välgrundat resonemang som visar att endast alternativ A och F innehåller tillräcklig information

+1 C<sub>R</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



24.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. kvadrerar uttrycket  $x + \frac{1}{x}$  korrekt

+1 A<sub>PL</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ( $\frac{151}{9}$ )

+1 A<sub>PL</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



25.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem i variablerna  $x$  och  $y$

+1 A<sub>M</sub>

med godtagbar fortsättning där ekvationssystemet förenklas, t.ex. kommer fram till att  $xy = 0,28$

+1 A<sub>M</sub>

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. "Tavlan ska vara 70 cm bred och 40 cm hög.")

+1 A<sub>M</sub>

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 A<sub>K</sub>

*Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"*



### 3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

#### Uppgift 11a

##### Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)

Graf B, för jag anser att den ökar lika mycket varje år om jag kollar hur grafen går uppåt/ökar.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen väljs korrekt graf B men motiveringen är bristfällig då den även gäller för graf A. Därmed ges lösningen noll poäng.

##### Elevlösningsexempel 11a.2 (0 poäng)

B: den årliga % ökningen är lika stor

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen ges noll poäng eftersom motiveringen endast är en avskrivning av frågeställningen i uppgiften.

##### Elevlösningsexempel 11a.3 (1 E<sub>M</sub>)

B, då den håller hela tiden en positiv trend & är inte linjär.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Motiveringen till att det är graf B som är den korrekta anses vara godtagbar även om frasen "positiv trend" inte är matematiskt entydig. Lösningen ges nätt och jämnt modelleringspoängen på E-nivå.

##### Elevlösningsexempel 11a.4 (1 E<sub>M</sub>)

B p.g.a. att det är en exponentialfunktion

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en förståelse för att en årlig procentuell förändring beskrivs med en exponentialfunktion. Motiveringen anses uppfylla kraven för modelleringspoängen.

## Uppgift 12a

## Elevlösningsexempel 12a.1 (0 poäng)

Metod A: Här har de satt  $x$  ensamt, sen delat 4 med 2 och sen tagit roten ur av resterande kvot.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen beskriver i ord delar av det som i uppgiften är skrivet med matematiska tecken. Detta anses inte vara tillräckligt som förklaring och ges därmed noll poäng.

Elevlösningsexempel 12a.2 (1 E<sub>R</sub>)

Metod A:

Man har satt ut alla siffror på rätt plats alltså man har satt 4 på  $p$  och  $-5$  på  $q$ . Beräkningen är fullt utskriven, nu är det bara att lösa den.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar förståelse för lösningsformeln för andragradsekvationer eftersom " $p$ " och " $q$ " anses vara vedertagna i detta sammanhang. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 12a.3 (1 E<sub>R</sub>)

METOD C

Man har kvadratkompleterat

Elevlösningsexempel 12a.4 (1 E<sub>R</sub>)

$$\begin{aligned} \text{metod C: } (x+2)^2 &= x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 - 5 = (x+2)^2 - 4 - 5 = 0 \end{aligned}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösning 3 och 4 visar två olika motiveringar som anses vara tillräckliga för resonemangspoäng på E-nivå.

## Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (1 E<sub>B</sub>)

$$x=0 \quad C=18$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen är kortfattad då varken beräkningar eller grafisk representation används. Trots detta visas förståelse för konstanten  $C$  och lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för begreppspoäng på E-nivå.

Elevlösningsexempel 13.2 (1 E<sub>B</sub> och 2 C<sub>PL</sub>)

$$f(x) = Ax^2 + Bx + C \quad f(3) = 0, \quad f(0) = 18 \quad (\text{maximum})$$

Då nollställena ligger speglade kring symmetrilinjen (i detta fall  $x=0$ ) kan vi konstatera att  $f(-3) = 0$

$$\therefore \text{gäller } 0 = a(x-3)(x+3)$$

$$\text{För att } f(0) = 18 \text{ ska gälla måste } 18 = a(0-3)(0+3)$$

$$\text{gälla } \therefore \frac{-18}{9} = a \Rightarrow a = -2$$

$$\therefore f(x) = 2(x+3)(x-3)$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning fram till svaret där ett minustecken saknas. Eftersom  $a$  är korrekt uträknat på raden ovanför svaret anses det felaktiga svaret vara av lapsuskaraktär. Elevlösningen ges en begrepps-poäng på E-nivå och båda problemlösningspoängen på C-nivå.

## Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (2 C<sub>PL</sub>)

$$\frac{24}{12+24} = \frac{16}{\frac{8}{5}x}$$

$$16(12+24) = \frac{8}{5}x(24)$$

$$192 + 384 = 38,4x$$

$$\frac{576}{38,4} = \frac{38,4x}{38,4}$$

$$x = \frac{576 \cdot 10}{38,4 \cdot 10} = \frac{5760}{384}$$

$$x \approx 15 \text{ cm} \quad AD \approx 15 \text{ cm}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett korrekt svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå men det saknas hänvisning till likformighet. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 15

## Elevlösningsexempel 15.1 (0 poäng)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

Test.

$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 - 2}{3} = \frac{1 + 4 + 9 - 2}{3} = 4$$

$$\frac{7^2 + 8^2 + 9^2 - 2}{3} = \frac{49 + 64 + 81 - 2}{3} = 64$$

$$\text{Svar. } \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3} = b^2$$

(om a, b och c är tre följande heltal!)

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar inte att uttrycket alltid blir ett heltal då resonemanget enbart baseras på specialfall. Därmed anses inte kraven för resonemangs-poäng på A-nivå vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 15.2 (2 A<sub>R</sub>)

$$\frac{(a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 - 2}{3} \quad \nearrow \text{förförkorta och förenkla}$$

$$\frac{a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 - 2}{3}$$

$$\frac{3a^2}{3} = a^2$$

Svaret för uttrycket är alltid  $= a^2$

Eftersom  $a = \text{heltal}$

så är  $a^2 = \text{heltal}$

Svar: ~~Ja~~, alltid ett heltal.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang med korrekt slutsats. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men variablerna är inte definierade. Dessutom ansätts  $a$  implicit till  $b$  vilket leder till att  $a$  används felaktigt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 15.3 (2 A<sub>R</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$$

$$\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3} = \frac{a^2 + a^2 + 2a + 1 + a^2 + 4a + 4 - 2}{3} =$$

$$= \frac{3a^2 + 6a + 3}{3} = \frac{3(a^2 + 2a + 1)}{3} = (a+1)^2 \Rightarrow \underline{\text{alltid heltal!!!}}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang. Slutsatsen " $(a+1)^2 \Rightarrow$  alltid heltal" är nätt och jämnt godtagbar då kommentar saknas till att kvadraten på ett heltal alltid är ett heltal. Därmed anses kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade explicit men i och med att lösningen är lätt att följa och förstå anses detta vara underförstått. Sammantaget ges uppgiften två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

## Uppgift 19b

Elevlösningsexempel 19b.1 (1 E<sub>PL</sub>)

$$\text{Area triangel} = \frac{bh}{2}$$

$$6 \cdot 6 = 36 \quad \frac{36}{2} = 18$$

$$12 \cdot 3 = 36 \quad \frac{36}{2} = 18$$

Svar: Ja, de har lika stor area.

*Bedömningskommentar till exemplet:* I elevlösningen saknas redovisning av hur koordinaterna för punkten  $B$  har tagits fram. Därmed anses inte kraven för den första problemlösningspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Elevlösningen visar en korrekt beräkning av de två triangelarnas areor men det saknas motivering till hur övriga sträckor har tagits fram. Trots detta anses kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

## Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (1 E<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$s$  = priset av 1 surfplatta

$h$  = priset av 1 högtalare

$$\begin{cases} s + h = 6985 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2s + \frac{1}{2}h = 10985 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad s + h = 6985$$

$$h = 6985 - s \quad \text{ins i (2)}$$

$$2s + \frac{1}{2}(6985 - s) = 10985$$

$$2s + 3492,5 - \frac{1}{2}s = 10985$$

$$1\frac{1}{2}s = 7492,5$$

$$s = 4995$$

Svar: Priset för en surfplatta är 4995 kr.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ett korrekt uppställt ekvations-system. Svaret är inte fullständigt eftersom priset på en högtalare saknas. Därmed anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikationen är variablerna definierade och lösningen är möjlig att följa och förstå. Trots att svaret inte är fullständigt anses uppgiften vara löst i sin helhet i och med raden  $h = 6985 - s$ . Sammantaget ges lösningen första problemlösningspoängen på E-nivå och kommunikationspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 20.2 (2 E<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$$\begin{cases} x + y = 6985 \\ 2x + 0,5y = 10985 \end{cases}$$

x surfplatta  
y högtalare

$$\begin{array}{r} -0,5x - 0,5y = -3492,5 \\ + \quad 2x + 0,5y = 10985 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1,5x}{1,5} = \frac{7492,5}{1,5}$$

$$x = 4995$$

$$4995 + y = 6985$$

$$y = 1990$$

Svar : surfplatta 4995  
högtalare 1990

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och variablerna är definierade, dock inte korrekt. Dessutom saknar svaret enhet. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoängen på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 20.3 (2 E<sub>PL</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$x$  - surfplatta

$y$  - högtalare

$$x + y = 6985$$

$$2x + 0,5y = 10985$$

Test 1 :  $x = 3985$   $y = 3000$   $x + y = 6985$

$$2 \cdot 3985 + 0,5 \cdot 3000 = 9470 \text{ för lite}$$

2 :  $x = 4000$   $y = 2985$   $x + y = 6985$

$$2 \cdot 4000 + 0,5 \cdot 2985 = 9492,5 \text{ för lite}$$

3 :  $x = 5000$   $y = 1985$   $x + y = 6985$

$$2 \cdot 5000 + 0,5 \cdot 1985 = 10992,5 \text{ för mycket}$$

4 :  $x = 4995$   $y = 1990$

(7,50)

$$5 + 0,5 \cdot 5$$

$$2 \cdot 4995 + 0,5 \cdot 1990 = \underline{10985} \text{ stämmer!!}$$

$$x = 4995 \text{ kv surfplatta}$$

$$y = 1990 \text{ kv högtalare}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar korrekt uppställda ekvationer och en godtagbar lösning där en systematisk prövning görs. Lösningen anses uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på E-nivå. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå trots att variablerna inte är helt korrekt definierade. Därmed anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

## Uppgift 21b

## Elevlösningsexempel 21b.1 (0 poäng)

1.  $f(x) = (10+x)(320-20x)$  letar efter nollställena

$$(10+x)(320-20x) = 0$$

$$10+x = 0 \quad 320-20x = 0$$

$$x = -10 \quad -20x = -320$$

$$x = 16$$

2. Letar efter symmetrilinje:

$$\frac{-10+16}{2} = 3, \text{ dvs störst vinsten är då}$$

Priset höjs med 3 kr:  $10+3 = 13 \text{ kr}$

Svar: 13 kr

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar ingen uppställd vinstfunktion eller motivering till varför intäktsfunktionen har samma symmetrilinje som vinstfunktionen. Därmed tas ingen hänsyn till utgifterna. I och med detta uppfylls inte kraven för den första modelleringspoängen på C-nivå. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 21b.2 (1 C<sub>M</sub>)

$$320 \cdot 9 = 2880 \text{ kr}$$

$$10 \text{ kr} \quad 10 \cdot 320 - 2880 = 320$$

$$11 \text{ kr} \quad 11(320 - 20 \cdot 1) - 2880 = 420$$

$$12 \text{ kr} \quad 12(320 - 20 \cdot 2) - 2880 = 480$$

$$13 \text{ kr} \quad 13(320 - 20 \cdot 3) - 2880 = \textcircled{500} \text{ vid } 13 \text{ kr}$$

$$14 \text{ kr} \quad 14(320 - 20 \cdot 4) - 2880 = 480$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar förståelse för vinstfunktionen vilket anses motsvara kraven för den första modelleringspoängen på C-nivå. I den fortsatta lösningen görs en systematisk prövning men eftersom kommentar om symmetriegenskaper och maximum saknas anses inte lösningen vara godtagbar. Kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå anses därmed inte vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 21b.3 (2 C<sub>M</sub> och 1 C<sub>K</sub>)

$x$  står för hur många kronor man höjer  
priset på glassen

$$f(x) = (10 + x)(320 - 20x) - (320 \cdot 9)$$

$$y_1 = (10 + x)(320 - 20x) - (320 \cdot 9)$$

CALC  
MAXIMUM

$$x \approx 3$$

$$y \approx 500$$

$$10 + 3 = 13$$

Svar: Man ska höja priset med 3 kr  
så att priset för en glass blir 13 kr.

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning med korrekt svar. När det gäller kommunikation saknas en parentes efter " $(10 + x$ " på den fjärde raden och förklaringar till hur grafräknaren har använts är kortfattade. I övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå. Sammantaget ges uppgiften två modelleringspoäng på C-nivå och en kommunikationspoäng på C-nivå.

## Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (2 C<sub>P</sub>)

$$y = f(x)$$

$$f(1) = 3000 \quad f(3) = 6750$$

$$y = f(x) = a \cdot b^x$$

$$y = f(x) = 2000 \cdot 1,5^x$$

$$\text{expreg} \quad a = 2000 \quad b = 1,5$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning där det genom "expreg" framgår att miniräknaren har använts. Lösningen är kortfattad men anses uppfylla kraven för båda procedurpoängen på C-nivå.

## Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (2 C<sub>R</sub>)

- A (9, 1) och (12, 2) funkar eftersom det finns 2 punkter  
 B (3, -1) det finns bara en punkt det räcker inte  
 C det finns bara en punkt  $m = -2$   
 D Egentligen också bara en punkt  
 E Bara en punkt  
 F Två punkter räcker

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en insikt i att det behövs två punkter för att bestämma  $k$  och  $m$ . I alternativ D visas insikt i att informationen inte innehåller två punkter men motiveringen till varför det inte finns tillräckligt med information är felaktig. I och med att alla alternativ behandlas godtagbart och korrekta alternativ ringas in anses resonemanget vara välgrundat. Elevlösningen ges båda resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 C<sub>R</sub>)

- A: därför man har två punkter  
 F: därför man får två punkter  $\rightarrow k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$  kan bestämmas  
 och med  $k$  bestämt  
 kan man med hjälp utav  
 $x$  och  $y$  värdena bestämma  $m$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en insikt i att det behövs två punkter för att bestämma  $k$  och  $m$ . Det fortsatta resonemanget är välgrundat då det utreds generellt hur  $k$  och  $m$  kan bestämmas med hjälp av två punkter. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng på C-nivå.

## Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 A<sub>PL</sub>)

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{3}$$

$$x^2 + 1 = \frac{13x}{3}$$

$$x^2 - \frac{13x}{3} + 1 = 0$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{13}{6}\right)^2 - 1}$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{169}{36} - \frac{36}{36}}$$

$$x = \frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}$$

$$\text{Svar: } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(\frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}\right)^2 + \frac{1}{\left(\frac{13}{6} \pm \sqrt{\frac{133}{36}}\right)^2}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar ansats och därmed anses kraven för den första problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. I och med att svaret inte är förenklat anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen vara uppfyllda.

## Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 A<sub>M</sub>)

$$A = xy$$

$$x = \text{längden}$$

$$y = \text{bredden}$$

$$A \quad 20(2x+2y) + 0,8 \cdot 200xy + 22,40 + 335 = 446,2$$

$$35(2x+2y) + 0,9 \cdot 220xy + 25,20 + 402 = 559,64$$

$$40x + 40y + 160xy + 357,4 = 446,20$$

$$70x + 70y + 198xy + 427,2 = 559,64$$

$$\cdot \frac{-7}{4} \quad 40x + 40y + 160xy = 88,8$$

$$70x + 70y + 198xy = 132,44$$

$$-70x - 70y - 280xy = -155,4$$

$$-82xy = -22,96$$

$$xy = 0,28$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där två korrekta ekvationer ställs upp i variablerna  $x$  och  $y$ . Även den fortsatta lösningen är godtagbar och leder till korrekt beräkning av  $xy$ . Därmed anses kraven för två modelleringspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (3 A<sub>M</sub> och 1 A<sub>K</sub>)

Alternativ A:  $\frac{\text{trållist}}{20(2x+2y)} \quad \frac{\text{glasskiva}}{200(0,8xy)} \quad \begin{matrix} \text{Area} = b \cdot h \\ b \cdot h = xy \\ xy \text{ m}^2 \end{matrix}$

$$20(2x+2y) + 200(0,8xy) + 22,40 + 335 = 446,20$$

$$40x + 40y + 160xy + 357,4 = 446,2$$

Alternativ B:  $\frac{\text{trållist}}{35(2x+2y)} \quad \frac{\text{glasskiva}}{220(0,9xy)}$

$$35(2x+2y) + 220(0,9xy) + 25,20 + 402 = 559,64$$

$$70x + 70y + 198xy + 427,2 = 559,64$$

Fortsättning på nästa sida.

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} 70x + 70y + 198xy = 132,44 \\ 40x + 40y + 160xy = 88,8 \end{cases} \Rightarrow \frac{40x}{40} = \frac{88,8 - 40y - 160xy}{40} \\
 &70(2,22 - y - 4xy) + 70y + 198xy = 132,44 \quad x = 2,22 - y - 4xy \\
 &155,4 - 70y - 280xy + 70y + 198xy = 132,44 \\
 &\quad \quad \quad x = 2,22 - y - 4xy \quad 155,4 - 82xy = 132,44 \\
 &\quad \quad \quad x = 2,22 - y - 1,2 \quad + 82xy \quad + 82xy \\
 &\quad \quad \quad x = 1,1 - y \quad - 132,44 \quad - 132,44 \\
 &\quad \quad \quad (1,1 - y)y = 0,28 \quad \frac{22,96}{82} = \frac{82xy}{82} \\
 &\quad \quad \quad 1,1y - y^2 = 0,28 \quad 0,28 = xy \\
 &\quad \quad \quad y^2 - 1,1y + 0,28 = 0 \quad y = 0,55 \pm \sqrt{0,55^2 - 0,28} \\
 &\quad \quad \quad y^2 - 1,1y + 0,28 = 0 \quad y = 0,55 \pm 0,15 \\
 &\quad \quad \quad y = 0,55 \pm \sqrt{0,55^2 - 0,28} \quad y = 0,7 \\
 &\quad \quad \quad y = 0,55 \pm 0,15 \quad x = 1,1 - 0,7 = 0,4 \\
 &\quad \quad \quad y = 0,4 \quad x = 1,1 - 0,4 = 0,7 \\
 &\quad \quad \quad x = 1,1 - y \quad x = 0,7 \quad y = 0,4 \\
 &\quad \quad \quad x > y \quad x = 70 \text{ cm} \quad y = 40 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

*Bedömningskommentar till exemplet:* Elevlösningen visar en godtagbar lösning och ett korrekt svar. Därmed anses kraven för tre modelleringspoäng på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå fram till att andrags-ekvationen  $1,1y - y^2 = 0,28$  ska lösas. I lösningen av andrags-ekvationen görs ett teckenfel vilket rättas till senare. Strukturen är även något svår att följa i lösningens sista del. Uteslutningen av den negativa roten förklaras inte och även detta rättas till på de sista raderna. Trots dessa brister anses kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara nått och jämnt vara uppfyllda.