

Delprov B	Uppgift 1–9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10–16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 22 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

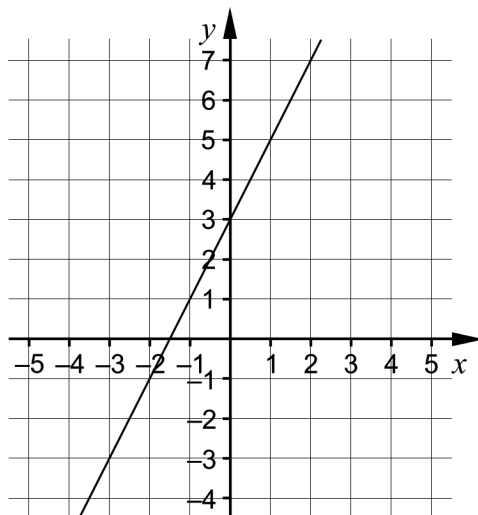
Namn: _____

Födelsedatum: _____

Gymnasieprogram/Komvux: _____

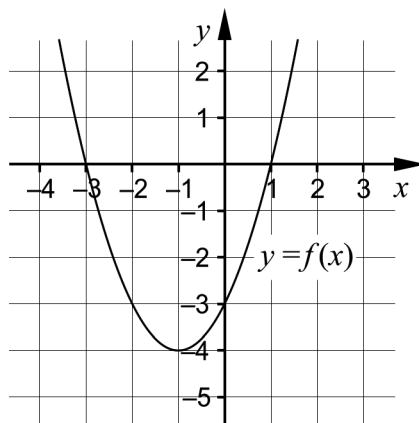
Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. Endast svar krävs. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Figuren visar en rät linje.



Ange linjens ekvation på formen $y = kx + m$. _____ (1/0/0)

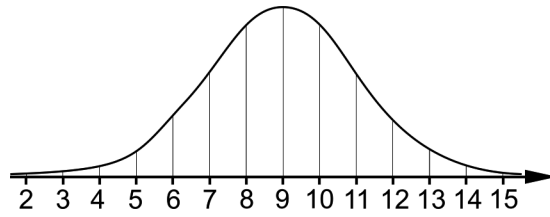
2. Figuren visar grafen till en andragsradsfunktion f . Grafen går genom punkterna $(-3, 0)$, $(-1, -4)$ och $(1, 0)$.



Utgå från grafen och fyll i det matematiskt korrekta ord som fattas i var och en av meningarna.

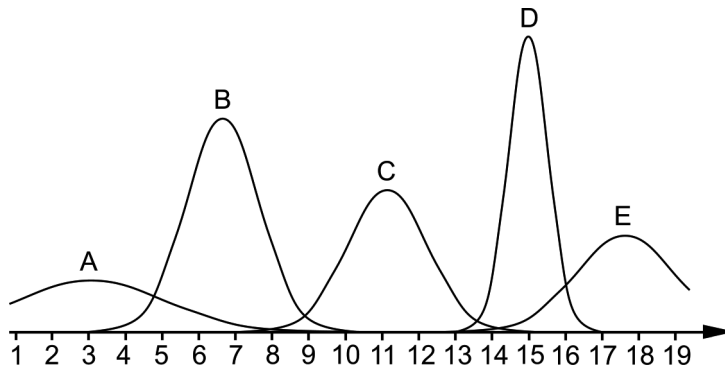
- a) $x_1 = -3$ och $x_2 = 1$ är funktionens _____ (1/0/0)
- b) Linjen $x = -1$ är grafens _____ (1/0/0)
- c) Punkten $(-1, -4)$ är grafens _____ (1/0/0)

3. a) Figuren visar en kurva som representerar en normalfördelning.



Vilket medelvärde har normalfördelningen? _____ (1/0/0)

- b) Figuren visar fem kurvor A–E som representerar normalfördelningar.



Vilken av kurvorna A–E representerar den normalfördelning som har den största standardavvikelsen?
_____ (0/1/0)

4. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $8^x = 15$ _____ (1/0/0)

b) $(x+5)(x-5) = (x+5)^2$ _____ (0/1/0)

c) $x^2 + i^2 = -5$ _____ (0/1/0)

d) $(x+3^x)^2 - 3^x(3^x+2x) = 9$ _____ (0/0/1)

5. Ge ett exempel på reella tal a och b sådana att $3^a \cdot 3^b = \sqrt{3^{10}}$

$a =$ _____

$b =$ _____ (0/1/0)

6. Ange alla värden x kan anta om $1 < \lg x < 3$ _____ (0/1/0)

7. Beräkna $9 \cdot 8^{-\frac{1}{3}} - 4 \cdot 8^{-\frac{1}{3}} + 8^{-\frac{1}{3}}$ _____ (0/0/1)

8. Emil "HeatoN" Christensen, en känd e-sportare, köpte i början av år 2017 en speldator för 32 997 kr. Han räknar med att den procentuella minskningen av datorns värde kommer vara ungefär 5 % per månad. Anta att värdeminskningen per månad fortsätter i samma takt.



Teckna den funktion V som beskriver datorns värde $V(t)$ kr som funktion av tiden t i år, istället för i månader, efter inköpet. _____ (0/0/1)

9. I ekvationssystemet nedan är A och B konstanter.

$$\begin{cases} 3y - 2Ax = 9 \\ 6 - 2y = 6Bx \end{cases}$$

Bestäm sambandet mellan konstanterna A och B så att ekvationssystemet har ett oändligt antal lösningar. _____ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös ekvationen $x^2 + 10x + 16 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Kim och Sascha är på torget och köper 2,5 kg äpplen var. Kim köper gröna äpplen och Sascha köper röda äpplen. Tillsammans betalar de 85 kr. Kilopriset för de röda äpplena är 2 kr högre än kilopriset för de gröna äpplena.



Följande ekvationssystem beskriver situationen:

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 2,5x + 2,5y = 85 \end{cases}$$

a) Tolka vad y står för i detta sammanhang. (1/0/0)

b) Bestäm kilopriset i kronor för de röda respektive de gröna äpplena. (2/0/0)

12. För funktionen f , där $y = f(x)$, gäller att

- grafen till f är en rät linje med riktningskoefficienten 4
- $f(6) = 9$

Bestäm funktionen f . (0/2/0)

13. Vilket är det minsta värde som uttrycket $2(x+1)^2 - x(x+4)$ kan anta om x är ett reellt tal? Motivera ditt svar. (0/2/0)

14. En rät linje L_1 går genom punkterna $(1, -6a)$ och $(5, 2a)$ och är parallell med den räta linjen L_2 som har ekvationen $y = \frac{4}{3}x + 3$

Bestäm ekvationen för L_1 . (0/3/0)

15. Bestäm för vilka värden på c som andragradsekvationen $x^2 + cx + 3 = c$ saknar reella rötter. (0/0/3)

16. Funktionerna f och g ges av $f(x) = \sqrt{x}$ och $g(x) = 0,1x + 1$

Utred, till exempel genom att undersöka funktionsvärden för f och g , hur många gånger funktionernas grafer skär varandra då $x \leq 100$ (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 17–26. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 57 poäng varav 20 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget

E: 13 poäng

D: 22 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå

C: 29 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå

B: 37 poäng varav 5 poäng på A-nivå

A: 44 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: _____

Födelsedatum: _____

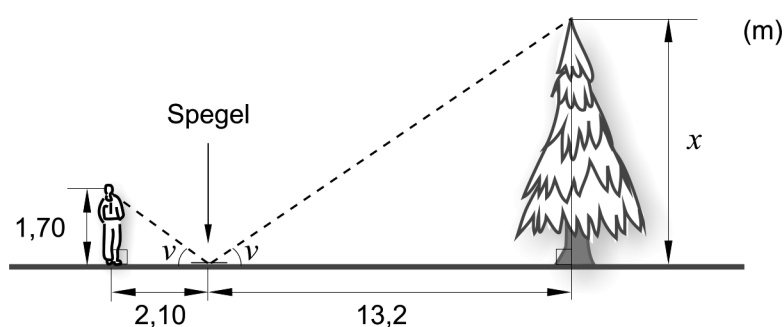
Gymnasieprogram/Komvux: _____

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Genom att placera en spegel horisontellt på marken mellan ett träd och en person går det att beräkna höjden av trädet.

För att göra en sådan beräkning ställer sig en person så att den kan se trädets topp i spegeln. Därefter mäts de sträckor som behövs för att kunna beräkna trädets höjd.

Figuren visar de uppmätta sträckorna samt övriga linjer och vinklar som behövs för att två likformiga trianglar ska bildas.



Beräkna trädets höjd x .

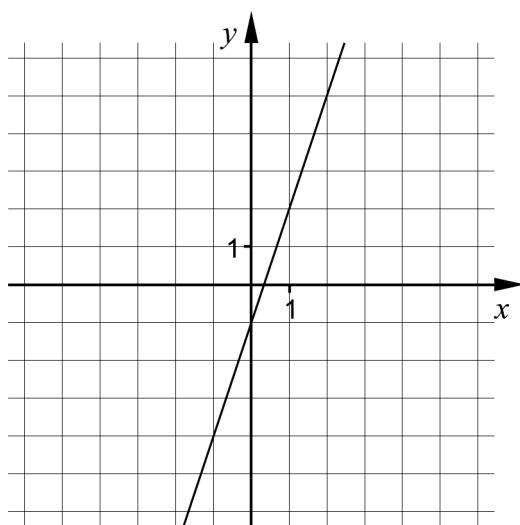
(2/0/0)

18. Vid ett provtillfälle skrev 76 483 personer Högscoleprovet. Deras resultat antas vara normalfördelat med medelvärdet 0,90 och standardavvikelsen 0,40

Bestäm hur många av dessa personer som enligt normalfördelningen hade resultatet 1,70 eller högre.

(2/0/0)

19. I koordinatsystemet är den räta linjen $y = 3x - 1$ ritad.



Alla punkter på linjen flyttas två längdenheter i positiv x -led och tre längdenheter i negativ y -led. De flyttade punkterna bildar en rät linje.

Bestäm den nya linjens ekvation på formen $y = kx + m$.

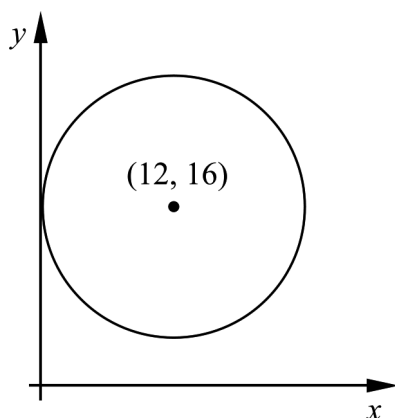
(2/0/0)

20. I ett koordinatsystem finns de två punkterna $A(5, 6)$ och $B(12, 16)$.

a) Beräkna avståndet mellan de två punkterna $A(5, 6)$ och $B(12, 16)$.

(1/0/0)

I koordinatsystemet ritas en cirkel med medelpunkten $B(12, 16)$. Cirkeln tangerar y -axeln. Se figur.



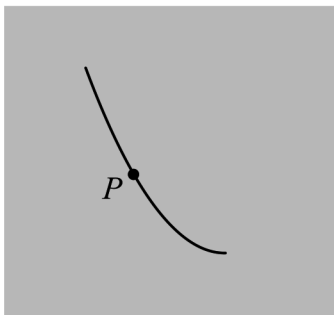
b) Avgör om punkten $A(5, 6)$ ligger utanför cirkelns rand, innanför cirkelns rand eller på cirkelns rand. Motivera ditt svar.

(1/0/0)

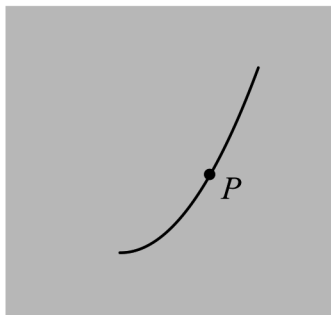
21. För en andragsgradsfunktion f , där $y = f(x)$, gäller att

- x^2 -termen är negativ
 - funktionens graf har symmetrilinjen $x = 5$
- a) En av figurerna A–F visar grafens utseende omkring den punkt P på kurvan där $x = 3$. Vilken? Motivera ditt svar.

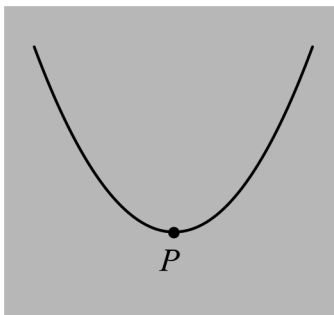
A.



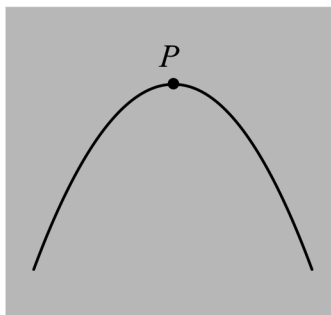
B.



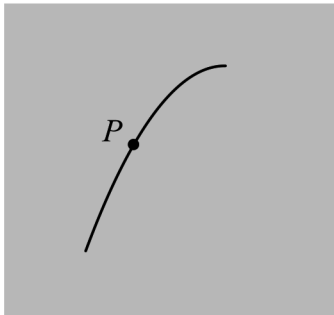
C.



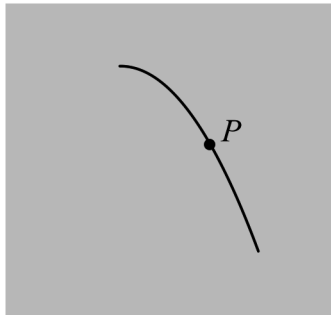
D.



E.



F.



(1/0/0)

- b) Går det att avgöra hur många skärningspunkter grafen till funktionen f har med x -axeln? Motivera ditt svar.

(0/1/0)

22. Bestäm x -koordinaterna för eventuella skärningspunkter mellan kurvorna
 $y = -4x(x - 2)$ och $y = x - 2$ (0/2/0)

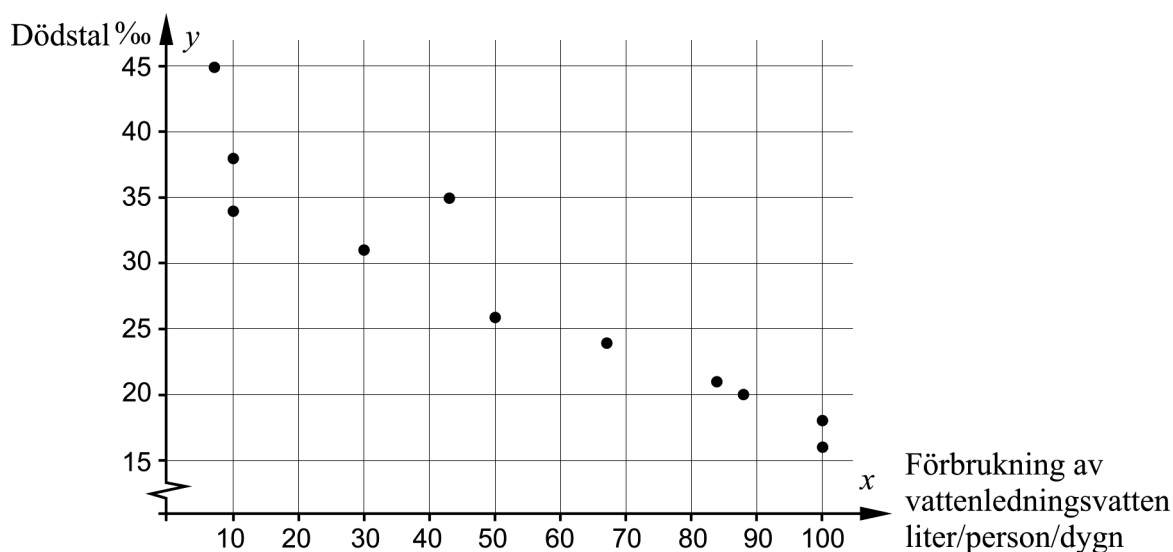
23. Ett av Sveriges miljömål är att minska koldioxidutsläppet med 40 % från år 1990 till år 2020. År 1990 var koldioxidutsläppet $7,29 \cdot 10^7$ ton. År 2014 hade utsläppet minskat till $5,44 \cdot 10^7$ ton.

Anta att den årliga procentuella minskningen är 2,0 % från och med år 2014. Bestäm hur många år det kommer att ta, räknat från år 2014, innan koldioxidutsläppet är 40 % lägre än år 1990. (0/3/0)

24. I mitten på 1800-talet var Stockholm en av Europas smutsigaste städer. Bristen på rent vatten var en av anledningarna till att många i Stockholm dog av kolera och andra sjukdomar. Då tillgången till rent vattenledningsvatten förbättrades kunde fler människor dricka rent vatten och även använda rent vatten till matlagning och hygien.

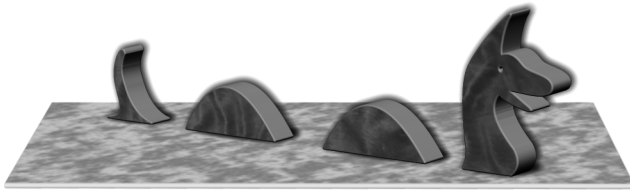
Tabellen och diagrammet visar förbrukningen av antal liter vattenledningsvatten per person och dygn (liter/person/dygn) respektive dödstalen i promille (‰) under åren 1853 till 1903 i Stockholm.

År	Förbrukning av vattenledningsvatten (liter/person/dygn)	Dödstal (‰)
1853	8,0	45
1858	10	38
1863	10	34
1868	30	31
1873	43	35
1878	50	26
1883	67	24
1888	84	21
1893	88	20
1898	100	18
1903	100	16



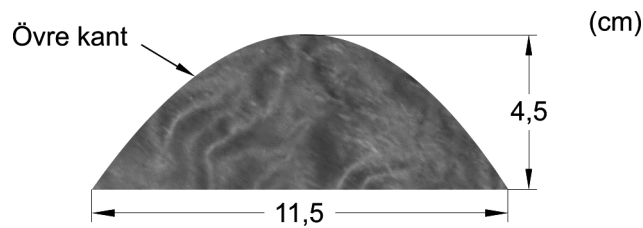
- a) Bestäm ett linjärt samband mellan dödstalen i promille (‰), y , och förbrukningen av antal liter vattenledningsvatten per person och dygn, x . (0/2/0)
- b) Det linjära sambandet ger en modell över hur dödstalen beror av förbrukningen av vattenledningsvatten. Har modellen någon begränsning? Bortse från andra orsaker som kan påverka dödstalen. Motivera ditt svar. (0/0/1)

25. Åsa är en träkonstnär från Östersund. Hon ska börja tillverka prydnadsföremål i trä formade som Storsjöodjuret och ritar en bild av hur hon vill att de ska se ut.



Enligt folktro finns Storsjöodjuret i Storsjön i Jämtland.

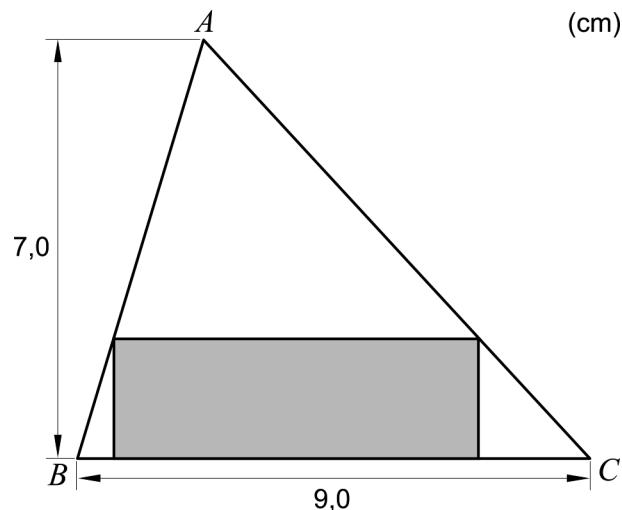
- Åsa vill att de två bitarna i mitten ska vara identiska och att deras övre kant ska ha samma form som grafen till en andragradsfunktion så att de blir symmetriska. Bitarnas bredd ska vara 11,5 cm och deras höjd 4,5 cm.



- Bestäm en andragradsfunktion som beskriver bitarnas övre kant.

(0/0/3)

26. Figuren visar en triangel ABC med höjden 7,0 cm och basen 9,0 cm. En rektangel ritas så att två av rektangelns hörn ligger på triangelns bas och de andra hörnen ligger på triangelns två andra sidor, se figur.



- Bestäm den största area som en sådan rektangel kan ha.

(0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning	4
Läsanvisning.....	4
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b	5
Uppgifter av kortsvarstyp	5
Uppgifter av långsvarstyp	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	6
Sammanställning av elevresultat	7
Sammanställning till ett provbetyg	7
2. Bedömningsanvisningar	8
Läsanvisning.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	9
Instruktioner för bedömning av delprov D	11
3. Exempel på bedömda elevlösningar	15
Uppgift 10	15
Uppgift 11a	15
Uppgift 11b	15
Uppgift 12	16
Uppgift 13	17
Uppgift 14	19
Uppgift 15	21
Uppgift 16	22
Uppgift 17	23
Uppgift 19	24
Uppgift 20b	25
Uppgift 21b	26
Uppgift 22	27
Uppgift 23	28
Uppgift 24a	29
Uppgift 24b	30
Uppgift 25	30
Uppgift 26	32
4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg	35
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2b	35
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	35
5. Instruktioner för inrapportering av provresultat	36
6. Kopieringsunderlag och webbmaterial	38
Webbmaterial.....	38
Formulär för sammanställning av elevresultat	39
Provsammanställning – centralt innehåll	40
Centralt innehåll matematik 2b – förkortningar	41

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2b. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _p
med korrekt bestämning av...	+1 E _p
Godtagbar verifiering av...	+1 E _p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, ≠, <, >, ≤, ≥, ≈, ±, $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[n]{\quad}$, $f(x)$, x , y , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, (), %, {, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression, korrelation, kausalitet
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

- | | | |
|-----------|---|-------------------|
| 1. | | Max 1/0/0 |
| | Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning ($y = 2x + 3$) | +1 E _P |
| 2. | | Max 3/0/0 |
| a) | Korrekt svar (nollställen)
<i>Kommentar:</i> Endast svaret nollställen ges poäng. | +1 E _B |
| b) | Korrekt svar (symmetrilinje)
<i>Kommentar:</i> Endast svaret symmetrilinje ges poäng. | +1 E _B |
| c) | Korrekt svar (t.ex. minimipunkt)
<i>Kommentar:</i> Även svaren minpunkt, extrempunkt och vertex ges poäng. | +1 E _B |
| 3. | | Max 1/1/0 |
| a) | Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9) | +1 E _B |
| b) | Korrekt svar (A) | +1 C _B |
| 4. | | Max 1/2/1 |
| a) | Korrekt svar ($x = \frac{\lg 15}{\lg 8}$) | +1 E _P |
| b) | Korrekt svar ($x = -5$) | +1 C _P |
| c) | Korrekt svar ($x = \pm 2i$) | +1 C _B |
| d) | Korrekt svar ($x = \pm 3$) | +1 A _P |






5. **Max 0/1/0**
 Korrekt svar där summan av a och b är 5 (t.ex. $a = 1$ och $b = 4$) +1 C_P
6. **Max 0/1/0**
 Korrekt angivet intervall (t.ex. ” x ligger mellan 10 och 1000”) +1 C_B
7. **Max 0/0/1**
 Korrekt svar (3) +1 A_P
8. **Max 0/0/1**
 Korrekt svar ($V = 32\,997 \cdot 0,95^{12t}$) +1 A_M
Kommentar: Funktionsnamn ska anges i svaret men även andra namn än V godtas.
9. **Max 0/0/1**
 Korrekt svar ($\frac{2A}{3} = -3B$) +1 A_B
Kommentar: Varianter av det korrekta sambandet ges poäng.

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 2/0/0**
 Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -8$, $x_2 = -2$) +1 E_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



- 11.** **Max 3/0/0**
- a) Godtagbar tolkning (t.ex. ”Kilopriset på de röda äpplena”) +1 E_M
Kommentar: Även svar där prefixet kilo utelämnas ges poäng.
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- b) Godtagbar ansats, bestämmer värdet på en av variablerna +1 E_M
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”De röda kostar 18 kr och de gröna 16 kr.”) +1 E_M
- Kommentar:* Svaret $\begin{cases} x = 16 \\ y = 18 \end{cases}$ ges inte sista modelleringspoängen eftersom återkoppling till verkligheten saknas.
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- 12.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $9 = 4 \cdot 6 + m$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 4x - 15$) +1 C_{PL}
- Kommentar:* Även svaret $y = 4x - 15$ ges poäng.
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- 13.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. förenklar uttrycket till $x^2 + 2$ +1 C_P
 med godtagbart välgrundat resonemang som motiverar varför uttryckets minsta värde är 2 +1 C_R
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*
- 14.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer värdet på a , $a = \frac{2}{3}$ +1 C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$) +1 C_{PL}
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K
- 
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”*

- 15.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, kommer fram till korrekt uttryck under rottecknet och visar insikt i att $\left(\frac{c}{2}\right)^2 - (3-c)$ ska vara mindre än noll +1 A_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($-6 < c < 2$) +1 A_{PL}
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



- 16.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, utesluter värdena $x < 0$ genom att visa insikt om att \sqrt{x} inte är definierad för dessa värden
- eller
- påbörjar en algebraisk lösning genom att teckna ekvationen $x = (0,1x + 1)^2$ +1 A_B
- Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att funktionernas grafer skär varandra en gång +1 A_R
- med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att funktionernas grafer skär varandra ytterligare en gång +1 A_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”







Instruktioner för bedömning av delprov D





- 17.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt samband med hjälp av likformighet +1 E_P
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10,7 m) +1 E_P
- Kommentar:* Även svar utan enhet ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



- 18.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. inser att $1,70 = \mu + 2\sigma$ +1 E_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1759) +1 E_{PL}

- 19.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en punkt på den nya linjen
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = 3x - 10$) +1 E_{PL}
+1 E_{PL}
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 20.** **Max 2/0/0**
- a) Godtagbar lösning med godtagbart svar (12,2 l.e.) +1 E_P
Kommentar: Även svar utan enhet eller med felaktig enhet ges poäng.
- b) Godtagbart enkelt resonemang med motivering till varför punkten $A(5, 6)$
ligger utanför cirkelns rand +1 E_R
Kommentar: Korrekt slutsats med godtagbart resonemang utifrån en felaktig
beräkning i a)-uppgiften ges poäng.
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 21.** **Max 1/1/0**
- a) Godtagbart enkelt resonemang med korrekt svar (t.ex. "E för att kurvan är
ledsen och 3 är före 5") +1 E_R
- b) Godtagbart välgrundat resonemang med korrekt svar (t.ex. "Nej, eftersom vi
inte vet y -koordinaten för extrempunkten så kan man inte veta om grafen
skär x -axeln.") +1 C_R
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- 22.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. sätter in värden korrekt i formeln för lösning av
andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 C_P
med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x_1 = -0,25$, $x_2 = 2$) +1 C_P
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 

- 23.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen
 $0,60 \cdot 7,29 \cdot 10^7 = 5,44 \cdot 10^7 \cdot 0,98^x$ +1 C_M
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (10,8) +1 C_M
- Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 24.** **Max 0/2/1**
- a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $-0,30 \leq k \leq -0,20$ +1 C_M
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = -0,24x + 41$) +1 C_M
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- b) Godtagbar lösning som innefattar ett nyanserat omdöme om modellens begränsningar (t.ex. ”Linjen kan inte gå under x-axeln för att dödstalet kan inte bli mindre än 0.”) +1 A_M
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 
- 25.** **Max 0/0/3**
- Godtagbar ansats, bestämmer koordinaterna för minst tre punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem
- eller*
- bestämmer koordinaterna för två punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem samt visar insikt i att symmetri gäller +1 A_M
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån det definierade koordinatsystemet (t.ex. $y = -0,14x^2 + 1,57x$) +1 A_M
- Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K
- Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”* 

26.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar samband mellan basen och höjden i rektangeln med hjälp av likformighet

+1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (16 cm²)

+1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”

+1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 10

Elevlösningsexempel 10.1 (0 poäng)

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$x = 5 \pm \sqrt{5^2 - 16}$$

$$\begin{cases} x_1 = 5 + 3 = 8 \\ x_2 = 5 - 3 = 2 \end{cases}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 11a

Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)

Svar: y är de "röda" äpplena.

Bedömningskommentar till exemplet: Lösningen visar inte en godtagbar tolkning eftersom det inte framgår att det är kilopriset för de röda äpplena som betecknas med y .

Uppgift 11b

Elevlösningsexempel 11b.1 (2 E_M)

$$2,5 \cdot \underline{10} + 2,5 \cdot \underline{12} = 25 + 30 = 55$$

$$2,5 \cdot \underline{15} + 2,5 \cdot \underline{17} = 25 + 12,5 + 25 + 12,5 + 5 = 80$$

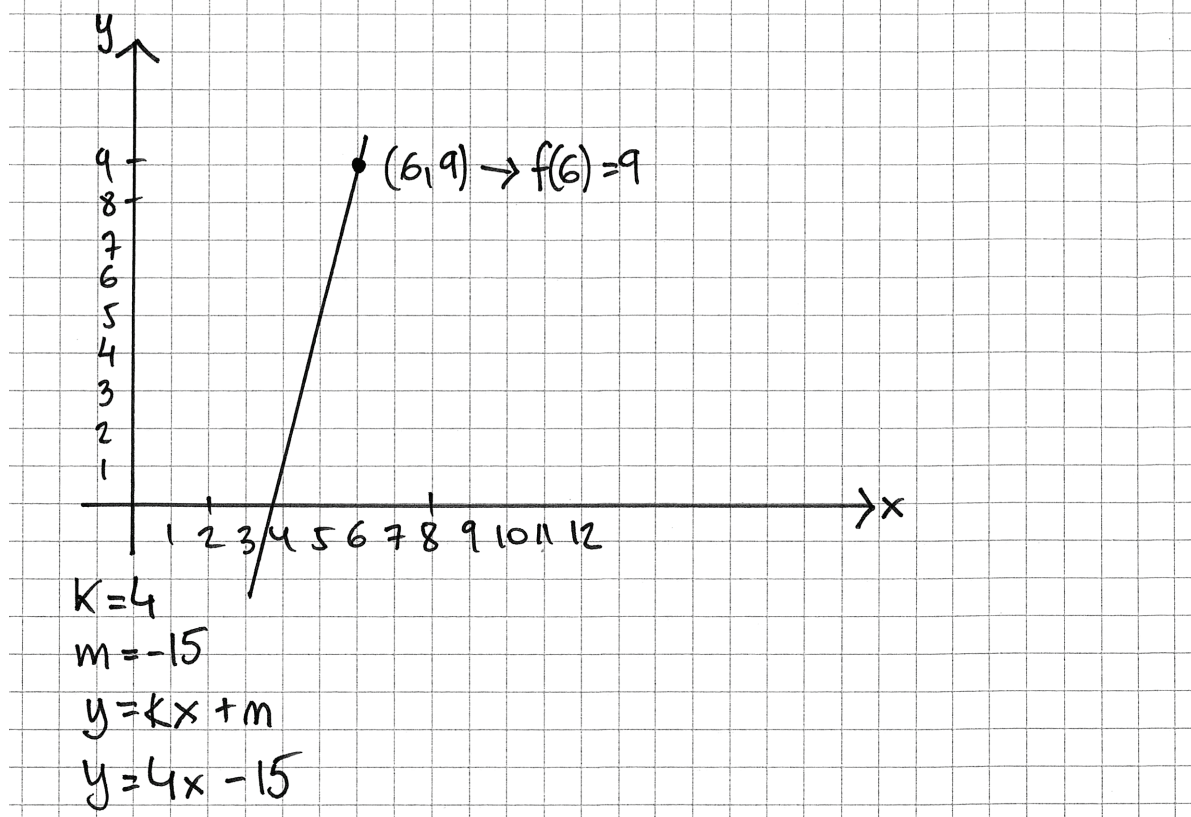
$$2,5 \cdot \underline{16} + 2,5 \cdot \underline{18} = 25 + 15 + 25 + 15 + 5 = 85$$

yes!

Röda äpplen 18 kr/kg
Gröna äpplen 16 kr/kg

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en systematisk prövning som leder fram till ett korrekt svar. Trots att det är något knapphändigt redovisat att skillnaden i kilopriset är 2 kr anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (1 C_{PL})

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då båda villkoren tolkas korrekt grafiskt. Det framgår inte av lösningen hur konstanten m tagits fram och därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 12.2 (2 C_{PL})

$$9 = 4 \cdot 6 + m$$

$$m = -15$$

Svar: $y = 4x - 15$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar tolkning av de båda villkoren då korrekta värden sätts in i rätta linjens ekvation. Lösningen är knapphändig men anses trots detta nätt och jämnt uppfylla kraven för båda problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (1 C_P)

$$2(x+1)^2 - x(x+4)$$

$$2(x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 4x)$$

$$\cancel{2x^2} + \cancel{4x} + 2 - \cancel{x^2} - \cancel{4x}$$

$$x^2 + 2$$

minsta värdet får vi när vi

sätter in $x=0$

$$0^2 + 2 = 2$$

Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen motiveras inte varför $x=0$ ger det minsta värdet och därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på C-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 13.2 (1 C_P och 1 C_R)

$$2(x+1)^2 - x(x+4)$$

$$2x^2 + 4x + 2 - x^2 - 4x$$

$$x^2 + 2$$

x^2 är alltid positivt

$$0^2 + 2 = 2$$

Svar: 2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. I den fortsatta lösningen ges motiveringen ” x^2 är alltid positivt” till varför $x^2 + 2$ aldrig blir mindre än 2. Att motiveringen inte innefattar fallet $x=0$ vägs upp av att 0 sätts in i uttrycket i den fortsatta lösningen. Lösningen ges en procedurpoäng på C-nivå samt nätt och jämnt en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13.3 (1 C_P och 1 C_R)

$$2(x+1)^2 - x(x+4) = 2(x^2+2x+1) - (x^2+4x) =$$

$$= 2x^2+4x+2 - x^2-4x = x^2+2$$

$$x = -1$$

$$-1^2 + 2 = 3$$

$$x = 1$$

$$1^2 + 2 = 3$$

andragradare
är symmetrisk



$$x = 0$$

$$0^2 + 2 = 2$$

"
När $x=0$ så är uttrycket
som minst värt.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då uttrycket förenklas korrekt. Hänvisning till symmetri samt skiss anses vara tillräcklig som motivering till varför $x=0$ ger minsta värde. Lösningen ges en procedurpoäng och en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 C_{PL})

$$(1, -6a) \quad (5, 2a)$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2a - (-6a)}{5 - 1} = \frac{8a}{4}$$

$$\frac{8a}{4} = 2a$$

$$k = 2a$$

Sätter in värdena för en av punkterna

$$2a = 5 \cdot 2a + m$$

$$2a = 10a + m$$

$$m = 2a - 10a = -8a$$

$$\text{Svar: } y = 2ax - 8a$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen leder beräkningarna till en tecknad ekvation för L_1 . Att L_1 och L_2 är parallella används aldrig i lösningen och därmed är lösningen ofullständig och svaret inte korrekt. Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå och det matematiska språket är acceptabelt men eftersom uppgiften inte behandlas i sin helhet anses kraven för kommunikationspoäng inte vara uppfyllda. Lösningen ges en problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

$$k = \frac{4}{3}$$

$$L_1 = \frac{4}{3}x + m$$

$$-6a = \frac{4}{3} \cdot (1) + m$$

$$2a = \frac{4}{3} \cdot (5) + m$$

$$-3 \cdot 2a = -3 \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot 5 + m \right)$$

$$-6a = -\frac{12}{3} \cdot 5 - 3m$$

$$-6a = -4 \cdot 5 - 3m$$

$$\frac{4}{3} \cdot 1 + m = -4 \cdot 5 - 3m$$

$$\frac{4}{3} + m = -20 - 3m$$

$$\frac{4}{3} + 4m = -20$$

$$4m = -20 - \frac{4}{3}$$

$$m = -5 - \frac{1}{3} = -\frac{16}{3}$$

$$\underline{\text{Svar:}} \quad L_1 = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning av problemet. När det gäller kommunikation skrivs det inte explicit att linjerna L_1 och L_2 har samma

riktningskoefficient då de är parallella. Förklaringen till hur likheten $\frac{4}{3} \cdot 1 + m = -4 \cdot 5 - 3m$

tagits fram är knapphändig. Trots dessa brister är lösningen möjlig att följa och förstå och anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (0 poäng)

$$x^2 + cx + 3 = c$$

$$x^2 + cx + (3 - c) = 0$$

$$x = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - (3 - c)}$$

$$x = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4} - 3 + c}$$

$$\frac{c^2}{4} - 3 + c = 0$$

$$c^2 - 12 + 4c = 0$$

$$c^2 + 4c - 12 = 0$$

$$c = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12}$$

$$c = -2 \pm \sqrt{16}$$

$$c = -2 \pm 4$$

$$c_1 = -2 + 4 = 2$$

$$c_2 = -2 - 4 = -6$$

$$\text{Svar: } -6 < c < 2$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts uttrycket under rottecknet lika med noll utan någon kommentar och i den fortsatta lösningen ges inte stöd för hur det korrekta intervallet tagits fram. Därmed anses inte kraven för ansatspoängen vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 15.2 (2 A_{PL})

$$x^2 + cx + 3 = c$$

$$x^2 + cx + 3 - c = 0$$

$$x = -\frac{c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 - 3 + c}$$

$$\frac{c^2}{4} - 3 + c = 0$$

$$c^2 + 4c - 12 = 0$$

$$c = -2 \pm \sqrt{4 + 12}$$

$$c = -2 \pm 4$$

$$c_1 = -6$$

$$c_2 = 2$$

$$c = 0 \quad \frac{0^2}{4} - 3 + 0 = -3$$

$$\text{Svar: } -6 < c < 2$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts uttrycket under rottecknet lika med noll utan kommentar men detta kompenseras av att fallet $c = 0$ undersöks på näst sista raden. Utifrån detta anges ett korrekt intervall i svaret och därmed anses kraven för båda problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation saknas förklaringar och motiveringar och därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng vara uppfyllda.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (1 A_B)

x	f	g
-10	ej det	0
0	0	1
49	7	5,9
100	10	11

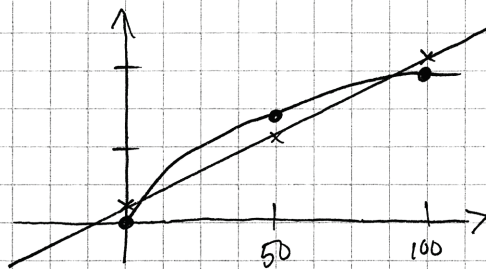
Slutsats:

Två skärningspunkter

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar uteslutning av negativa värden och ges därmed en begrepps-poäng på A-nivå. I den fortsatta lösningen saknas motiveringar till varför det finns två skärningspunkter och därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 16.2 (1 A_B och 2 A_R)

x	f(x)	g(x)
0	0	1
49	7	5,9
100	10	11



Svar: Två gånger skär $f(x)$ och $g(x)$ varann.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar grafisk lösning med korrekt antal skärningspunkter angivna. Ur grafen framgår att negativa tal har uteslutits för funktionen f men inte för funktionen g . Detta anses vara tillräckligt för att nått och jämnt uppfylla kraven för en begreppsöäng på A-nivå. Graferna är endast baserade på tre punkter men trots detta anses lösningen nått och jämnt uppfylla kraven för två resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (2 E_P)

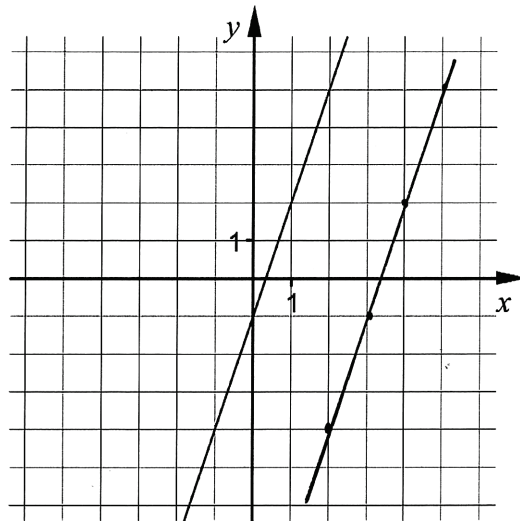
$$\frac{13,2}{2,10} \approx 6,29$$

$$1,70 \cdot 6,29 = 10,693 \text{ m} \approx 10,69$$

Svar: Trädet är (ca) 10,69 m långt.
(10,7 m)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där ett likformighets samband ställs upp indirekt. Lösningen ges två procedurpoäng på E-nivå.

Uppgift 19

Elevlösningsexempel 19.1 (1 E_{PL})

$$y = 3x - 1$$

↓ förflyttning, ny linje skapas

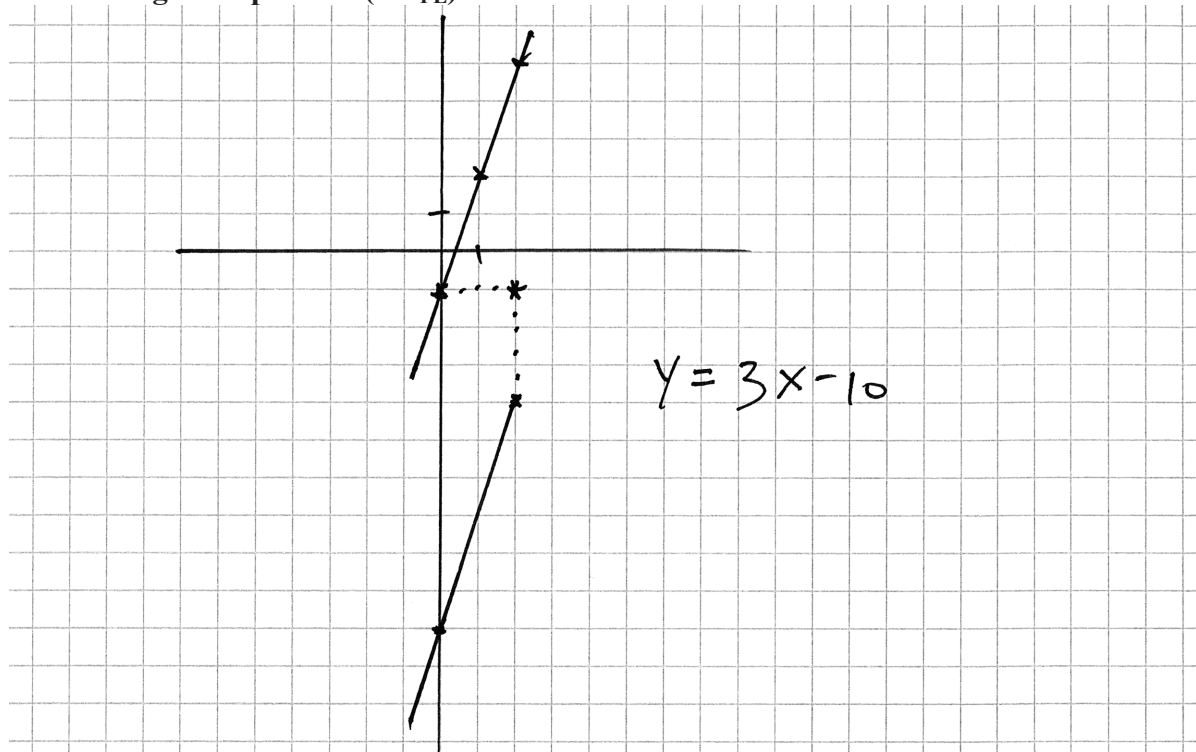
$$y = 3x - 10$$

m förändras

k förändras inte

$$\text{Nya linjens ekvation: } y = 3x - 10$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom den nya linjen är korrekt ritad. I den fortsatta lösningen saknas motivering till hur konstanten m tagits fram och lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för den andra problemlösningspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 19.2 (2 E_{PL})

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats i och med att en punkt förflyttats korrekt. Det framgår inte av redovisningen att den nya linjen får samma riktningskoefficient men eftersom den är korrekt ritad och dess ekvation korrekt anses kraven för den andra problemlösningsspoängen på E-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

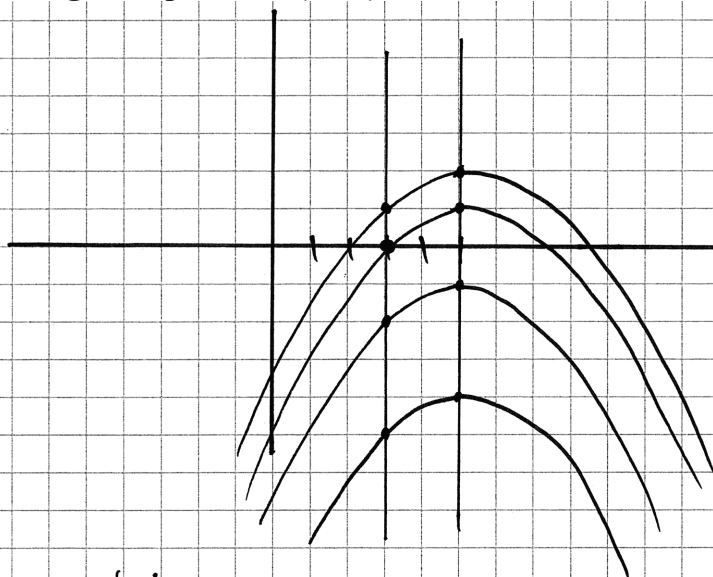
Uppgift 20b**Elevlösningsexempel 20b.1 (0 poäng)**

$$d = 12,2 \text{ därför utanför cirkeln.}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett korrekt svar men eftersom motiveringen inte innehåller en jämförelse med cirkelns radie anses inte kraven för resonemangspoäng på E-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 21b

Elevlösningsexempel 21b.1 (1 CR)



Nej, dom 2 punkterna endast
kan ej visa kurvans 0 värden.
(det behövs mer information)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang där en förflyttning av grafen i y -led visas grafiskt. Trots det felaktiga "kurvas 0 värden" anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för ett godtagbart välgrundat resonemang på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21b.2 (1 CR)

Nej, då vi inte får veta vart
i koordinatsystemet grafen ligger
i y -led, om grafen har några
lösningar.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart välgrundat resonemang då den innehåller en diskussion om grafens placering i y -led i koordinatsystemet. Den felaktiga frasen "om grafen har några lösningar" anses inte påverka det övriga resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 Cp)

Ritar på räknaren och zoomar in.
 avläser $x_1 = -0,3$
 $x_2 = 2$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats där graf-räknaren har använts för att rita upp de två kurvorna. Eftersom zoomning inte är en metod som ger tillräcklig noggrannhet i detta fall anses inte kraven för den andra procedurpoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 Cp)

Graf på räknaren - intersect.
 Första skärningspunkten $(-\frac{1}{4})$
 andra (2) Svar: Vid $x(-\frac{1}{4})$ och (2)

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar där det framgår hur graf-räknaren har använts. Trots att lösningen är knapphändig och att det inte är tydligt att det är x -koordinater som beräknats anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för båda procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (2 C_M och 1 C_K)

för att koldioxidutsläppet ska ha minskat
med 40% känns det att det minskar till

$$729\,000\,000 \cdot 0,6 = 437\,400\,000$$

$$437\,400\,000 = 544\,000\,000 \cdot 0,98^x$$

utsläpp 2014

$$\frac{437\,400\,000}{544\,000\,000} = \frac{544\,000\,000 \cdot 0,98^x}{544\,000\,000}$$

$$0,8 = 0,98^x$$

$$\lg 0,8 = \lg 0,98 \cdot x$$

$$\frac{\lg 0,8}{\lg 0,98} = \frac{\lg 0,98 \cdot x}{\lg 0,98}$$

$$10,8 = x$$

Svar: Efter 10,8 år kommer det
alltså att vara 40% mindre än 1990.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen möjlig att följa och förstå även om den innehåller vissa brister. Exempelvis är inte variabeln x definierad. På raden $0,8 = 0,98^x$ är värdet 0,8 avrundat och därmed borde det matematiska tecknet \approx användas i den fortsatta lösningen. Av svaret $10,8 = x$ framgår dock att det oavrundade värdet har används i den fortsatta lösningen eftersom svaret är godtagbart. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå samt nått och jämnt en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 24a

Elevlösningsexempel 24a.1 (0 poäng)

$$\begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ (8, & 45) \end{array} \quad \begin{array}{cc} x_2 & y_2 \\ (100, & 18) \end{array}$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{18 - 45}{100 - 8} = \frac{-27}{92} = -0,29$$

$$y = kx + m$$

$$45 = -0,29 \cdot 8 + m$$

$$m = 45 + 2,32 = 47,32$$

$$y = -0,29x + 47,32$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en ansats där linjens lutning beräknas utifrån två punkter i tabellen. Ansatsen anses inte vara godtagbar och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 24a.2 (1 C_M)

Knappar in värdena i räknaren \ominus låter den
göra en linje.

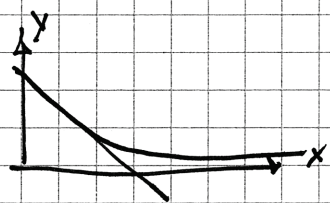
$$\text{svar: } y = -0,24x + 41$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats då korrekt anpassad linje har tagits fram. Eftersom det inte framgår vilken funktion på räknaren som använts för att ta fram linjen anses inte kraven för den andra modelleringspoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 24b

Elevlösningsexempel 24b.1 (1 A_M)

Även om alla är friska & använder hur mycket vatten som helst så kommer folk ändå dö av ålder → Linjen planar ut i verkligheten.



den kurva räknaren gjort fortsätter ner, i verkligheten planar den ut.

Denna modell fungerar ^(funktion) alltså bara inom vissa områden.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett resonemang där modellen jämförs med det verkliga förloppet och där det indirekt förklaras att dödstalen inte kan bli noll. Lösningen anses uppfylla kraven för modelleringspoängen på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 A_M)

$x^1 = 0$ $x^2 = 11,5$ symmetrilinje = 5,75
 extrempunkt = 4,5 jag tar ut tre punkter
 (5,75, 4,5) (0,0) och (11,5, 0)
 jag använder sedan räknarens quadreg
 funktion $y = -0,136x^2 + 1,56x + 0$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning där räknarens regressionsfunktion används utifrån tre punkter i ett definierat koordinatsystem. Därmed anses kraven för båda modelleringspoängen på A-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation används matematiska symboler på ett felaktigt sätt på de första två raderna i och med att x-koordinaterna för funktionens nollställen anges med x^1 och x^2 samt att likhetstecken används då symmetrilinjen och extrempunkten anges. Kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed inte vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 A_M och 1 A_K)

Punkter: $(0,0)$, $(\frac{11,5}{2}, 4,5)$, $(11,5,0)$ - \wedge -formig

$$\rightarrow y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{11,5}{2}\right)^2 a + \left(\frac{11,5}{2}\right) b &= 4,5 & \rightarrow \begin{cases} 33,06a + 5,75b = 4,5 \\ 132,25a + 11,5b = 0 \end{cases} \\ 11,5^2 a + 11,5b &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot 4 \begin{cases} 132,25a + 23b = 18 \\ 132,25a + 11,5b = 0 \end{cases} \\ \rightarrow \begin{array}{r} 132,25a + 23b = 18 \\ - \quad 132,25a + 11,5b = 0 \\ \hline 11,5b = 18 \end{array} \end{aligned}$$

$$\rightarrow b = 1,565$$

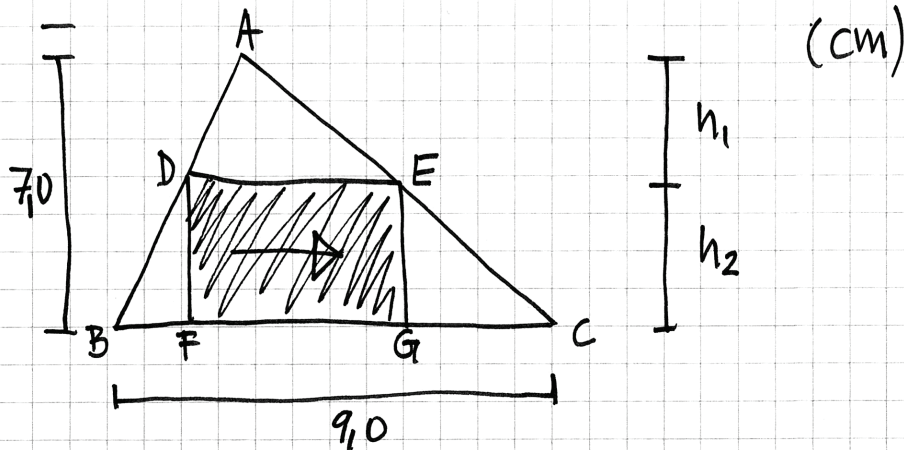
$$132,25a + \underbrace{11,5 \cdot 1,565}_{18} = 0 \quad \rightarrow a = -0,136$$

$$\rightarrow y = -0,136x^2 + 1,565x \quad (\text{inte helt exakt})$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar algebraisk lösning och ett godtagbart svar. När det gäller kommunikation saknas förklaring till varför c stryks i den allmänna formeln för andragsradsfunktionen på andra raden. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå. Lösningen ges två modelleringspoäng samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (0 poäng)



Maximal area uppnås då $ADE = DBF + EGC$

$ADE \sim DBF + EGC$, se bild

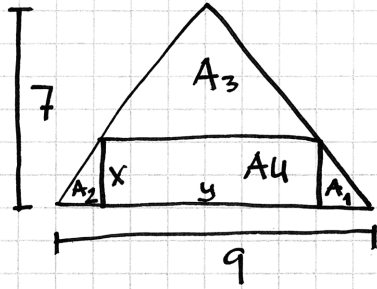
\Rightarrow då $h_1 = h_2$ är $ADE = DBF + EGC$

\Rightarrow h_1 & h_2 ska vara $\frac{7,0}{2} = 3,5 \text{ cm}$

Samma gäller för basen

\Rightarrow största arean $= 3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ cm}^2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen beräknas en area där rektangelns bas sätts till halva triangelns bas och rektangelns höjd sätts till halva triangelns höjd. Att det skulle vara största arean visas inte. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 26.2 (1 A_{PL})

$$A_1 + A_2 = \frac{(9-y) \cdot x}{2} = \frac{9x - xy}{2}$$

$$A_3 = \frac{y(7-x)}{2} = \frac{7y - xy}{2}$$

$$A_{\text{TOT}} = \frac{9 \cdot 7}{2} = 31,5$$

$$A_4 = xy$$

$$A_4 = A_{\text{TOT}} - (A_1 + A_2 + A_3) = 31,5 - \left(\frac{9x - xy}{2} + \frac{7y - xy}{2} \right) = 31,5 - \frac{9x - xy + 7y - xy}{2}$$

$$2xy = 63 - 9x + xy - 7y + xy$$

$$63 - 9x - 7y = 0$$

$$9x + 7y = 63$$

För att få största möjliga area ska förhållandet mellan triangelns bas och höjd vara detsamma som rektangelns bas och höjd. $\left(\frac{7}{9} = \frac{x}{y}\right) \Rightarrow 7y = 9x$

$$\begin{cases} ① & 9x + 7y = 63 \\ ② & 7y = 9x \\ & 9x = 63 - 9x \\ & 18x = 63 \end{cases}$$

$$x = \frac{63}{18}$$

$$x = 3,5$$

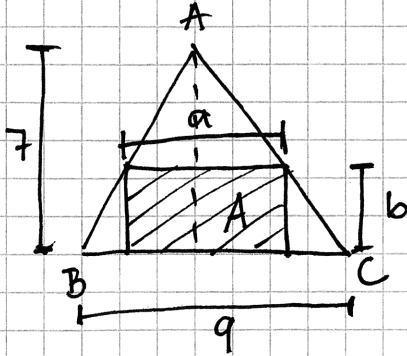
$$\begin{cases} ② & 7y = 9 \cdot 3,5 \\ & y = \frac{9 \cdot 3,5}{7} \\ & y = 4,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = 4,5 \end{cases}$$

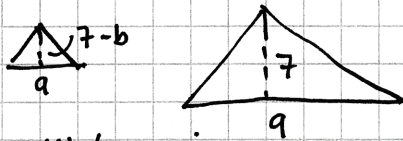
$$A_4 = x \cdot y = 3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$\text{Svar: } 15,75 \text{ cm}^2$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. Antagandet att förhållandet mellan triangelns bas och höjd ska vara detsamma som mellan rektangelns bas och höjd är inte allmänt känt och bör motiveras. Därmed anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 26.3 (2 A_{PL} och 1 A_K)

$$A = a \cdot b$$



Likformighet

$$\frac{a}{q} = \frac{7-b}{7} \Rightarrow a = \left(\frac{7-b}{7}\right) \cdot q$$

$$a = \left(1 - \frac{b}{7}\right) \cdot q \Rightarrow a = q - \frac{qb}{7}$$

$$A = a \cdot b$$

$$A = \left(q - \frac{qb}{7}\right) \cdot b \Rightarrow A = qb - \frac{qb^2}{7}$$

Denna formel är en uttrycksfunktion för arean. Jag skriver in $qb - \frac{qb^2}{7}$ i min grafritare och läser av vertex (och max).

Detta är då arean är som störst. Jag läser av y-koordinaten (som motsvarar Arean) till 15,75.

Svar: Den maximala arean är 15,75 m²

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. Den andra problemlösningspoängen erhålls trots att definitionsmängden inte diskuteras. Hänvisning till topptriangelnsatsen saknas och hänvisningen till räknaren är knapphändig. Lösningen anses trots bristerna vara lätt att följa och förstå. Lösningen bedöms nått och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.