Delprov B	Uppgift 1-8. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 9-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

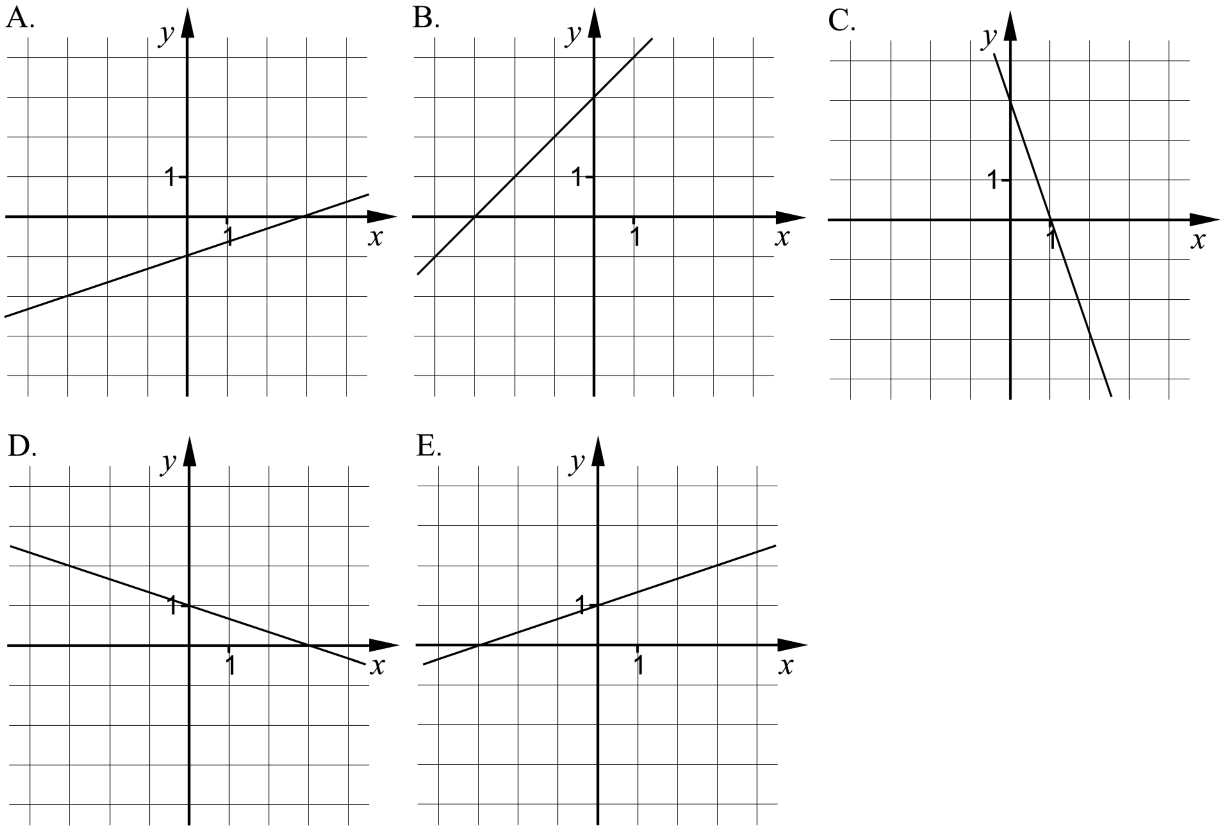
Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Ange vilken av figurerna A-E nedan som visar grafen till

a) $y = x + 3$ ______________________ (1/0/0)

b) $y = -\dfrac{1}{3}x + 1$ ______________________ (1/0/0)

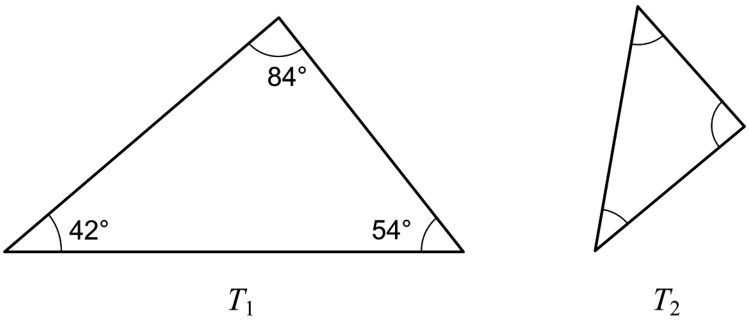


2. Lös ekvationerna och svara exakt.

a) $x^5 = 10$ ______________________ (1/0/0)

b) $3^x = 12$ ______________________ (1/0/0)

3. Trianglarna T_1 och T_2 är likformiga.



Ange storleken på den minsta vinkeln i triangeln T_2.

______________________ (1/0/0)

4. För en andragradsfunktion $y = f(x)$ gäller att

- funktionen har nollställena $x = -3$ och $x = 7$
- funktionens största värde är 10

a) Ange koordinaterna för funktionens maximipunkt.

______________________ (1/0/0)

b) Samma funktion $y = f(x)$ går även genom punkten $(-8, -30)$.

Ange koordinaterna för ytterligare en punkt som funktionen går genom.
Denna punkt ska inte vara maximipunkten eller ett nollställe.

______________________ (0/1/0)

5. Vikten av en viss sorts paket syltsocker är normalfördelad med medelvikten 1000 g och standardavvikelsen 10 g. Peder köper ett sådant paket syltsocker.

Anta att paketet som Peder köper väger x gram. Vilket/vilka av alternativen A-F nedan är korrekt?

Det är 84 % sannolikhet att:

A. $x \geq 1010$

B. $x \leq 1010$

C. $x \geq 990$

D. $x \leq 990$

E. $990 \leq x \leq 1010$

F. $1000 \leq x \leq 1020$

_______________________ (0/2/0)

6. För funktionen f gäller att $f(x) = 2x - a$

För vilka värden på a gäller att $(f(1))^2 = 4$? _______________________ (0/2/0)

7. Lös ekvationerna

a) $x^2 - \mathrm{i}^2 = -3$ _______________________ (0/1/0)

b) $\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}} = 8$ _______________________ (0/0/1)

c) $\lg 5 + 2\lg x = \lg 80$ _______________________ (0/0/1)

8. Värdet på $\lg 2$ är ungefär 0,301

Bestäm ett värde på $\lg 8$ med tre decimaler. _______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

9. För funktionerna f och g gäller att $f(x) = 6 + 6x$ och $g(x) = (x-3)^2$

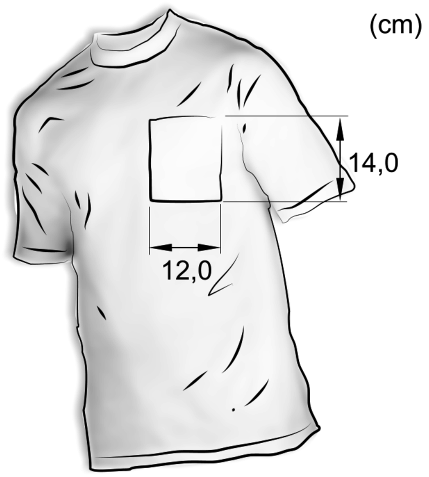
Förenkla uttrycket $f(x) + g(x)$ så långt som möjligt. (2/0/0)

10. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

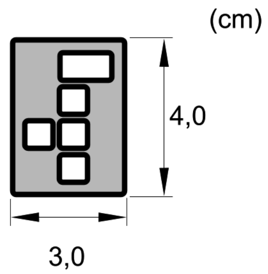
a) $x^2 - 6x - 16 = 0$ (2/0/0)

b) $\sqrt{2x+3} = x$ (0/3/0)

11. En förening vill beställa T-tröjor med sin logga tryckt på fickan. Fickans mått framgår av figur 1. Figur 2 visar en bild av föreningens logga.



Figur 1

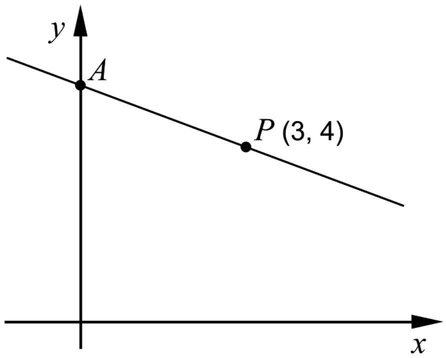


Figur 2

Föreningen vill att loggan som trycks på fickan ska vara så stor som möjligt. Förhållandet mellan loggans höjd och bredd ska vara oförändrat.

Bestäm vilka mått loggan ska ha. (2/0/0)

12. Figuren nedan visar en rät linje som går genom punkten $P(3, 4)$. Linjen skär den positiva y-axeln i en punkt A. Avståndet mellan origo och punkten A är lika stort som avståndet mellan origo och punkten P.



Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna A och P. (0/3/0)

13. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2$

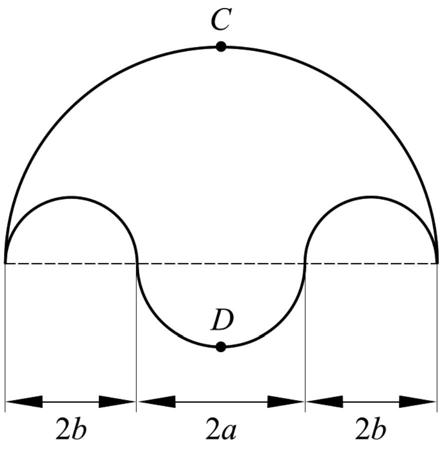
Förenkla uttrycket $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ så långt som möjligt. (0/2/0)

14. I ekvationssystemet nedan är A och B konstanter.

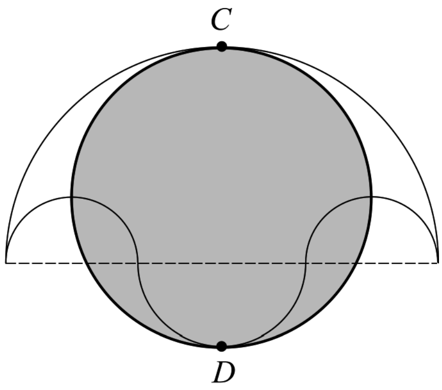
$$\begin{cases} 15x - 6 = -By \\ Ax - 3y = 4 \end{cases}$$

Bestäm konstanterna A och B så att ekvationssystemet har oändligt många lösningar. (0/0/2)

15. Arkimedes är en av tidernas största matematiker och levde för två tusen år sedan. I en arabisk samling av Thabit ibn Currah finns det geometriska satser som med stor sannolikhet bevisats av Arkimedes. Figurerna nedan åskådliggör en sådan matematisk sats.



Figur 1



Figur 2

Figur 1 visar ett område som begränsas av fyra halvcirklar. Den grå cirkeln i figur 2 har diametern CD.

Visa att arean av den grå cirkeln i figur 2 är lika stor som arean av området i figur 1. (0/0/4)

Delprov D	Uppgift 16-24. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Linnea ska lösa följande matematikuppgift:

> På en fotbollsmatch bestod publiken av 7 gånger så många män som kvinnor. Totalt var det 2936 personer i publiken.
> Hur många män respektive kvinnor fanns det i publiken?

Linnea ställer upp följande korrekta ekvationssystem för att lösa uppgiften:

$$\begin{cases} x = 7y \\ x + y = 2936 \end{cases}$$

a) Vad står x för i Linneas ekvationssystem? (1/0/0)

b) Lös Linneas ekvationssystem och ange hur många män respektive kvinnor det fanns i publiken. (2/0/0)

17. Benjamin har lagt märke till att volymen av toalettartiklar står angivna både i milliliter (ml) och i den amerikanska enheten fluid ounces (fl oz).

Benjamin läser på en flaska rakvatten och en flaska schampo och gör en värdetabell, se nedan.

	x (fl oz)	y (ml)
Rakvatten	3,4	100
Schampo	8,4	250

Benjamin menar att han med hjälp av värdetabellen kan hitta ett samband mellan de två volymenheterna. Han prickar in värdena som två punkter i ett koordinatsystem och drar en linje genom dem.

a) Använd värdena i tabellen och bestäm ekvationen för Benjamins linje. Svara exakt på formen $y = kx + m$. (2/0/0)

b) Använd ekvationen i uppgift a) och beräkna hur många milliliter det borde stå på en flaska med volymen 4,0 fluid ounces. (1/0/0)

c) Det finns en brist i Benjamins samband. Ge ett exempel på en volym x fluid ounces där Benjamins samband inte fungerar. Motivera. (0/1/0)

18. Tabellen nedan visar stickprovsvärden för två olika statistiska material.

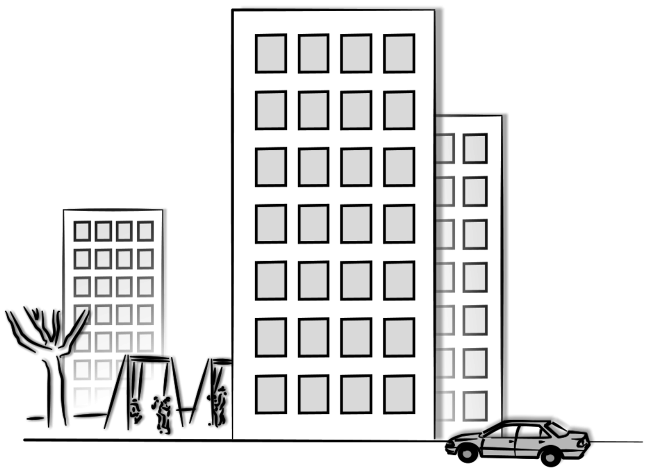
Stickprov A	2	4	13	22	24
Stickprov B	2	12	13	14	24

Medelvärdet och medianen är 13 för både stickprov A och stickprov B.

a) Bestäm variationsbredd och standardavvikelse för stickproven A respektive B. (2/0/0)

b) Förklara eventuella skillnader mellan stickproven A och B med hjälp av de olika statistiska måtten. (1/0/0)

19. En bostadsrätt köptes i juni år 2000 för 850 000 kr. I juni år 2011 såldes den för 1,6 miljoner kr.



Anta att den årliga procentuella värdeökningen har varit lika stor under hela tidsperioden. Beräkna den årliga procentuella värdeökningen för bostadsrätten. (0/2/0)

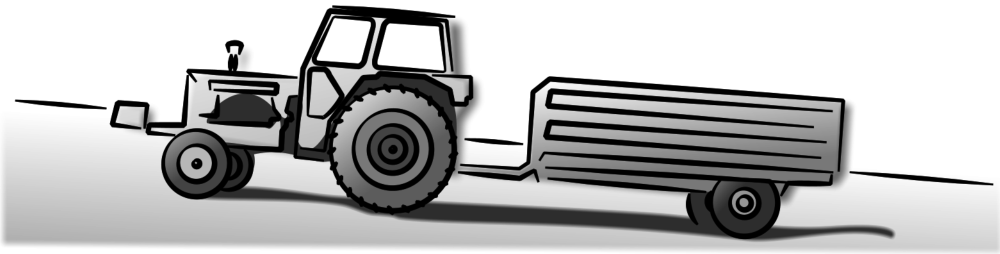
20. För en rät linje gäller följande villkor:

- riktningskoefficienten $k > 0$
- linjen går genom punkten $P(3, 5)$

a) Undersök om linjen kan gå genom punkten (6, 4). (1/0/0)

b) Det finns många punkter Q sådana att en linje genom P och Q får en positiv riktningskoefficient. Undersök vilka värden Q:s koordinater x och y ska ha för att villkoren ovan ska gälla. (1/1/1)

21. En traktors bränsleförbrukning beror bland annat på traktorns hastighet.



Under vissa förhållanden kan en traktors bränsleförbrukning beskrivas med modellen

$B(v) = 0{,}0010v^2 - 0{,}040v + 0{,}92 \qquad v > 0$

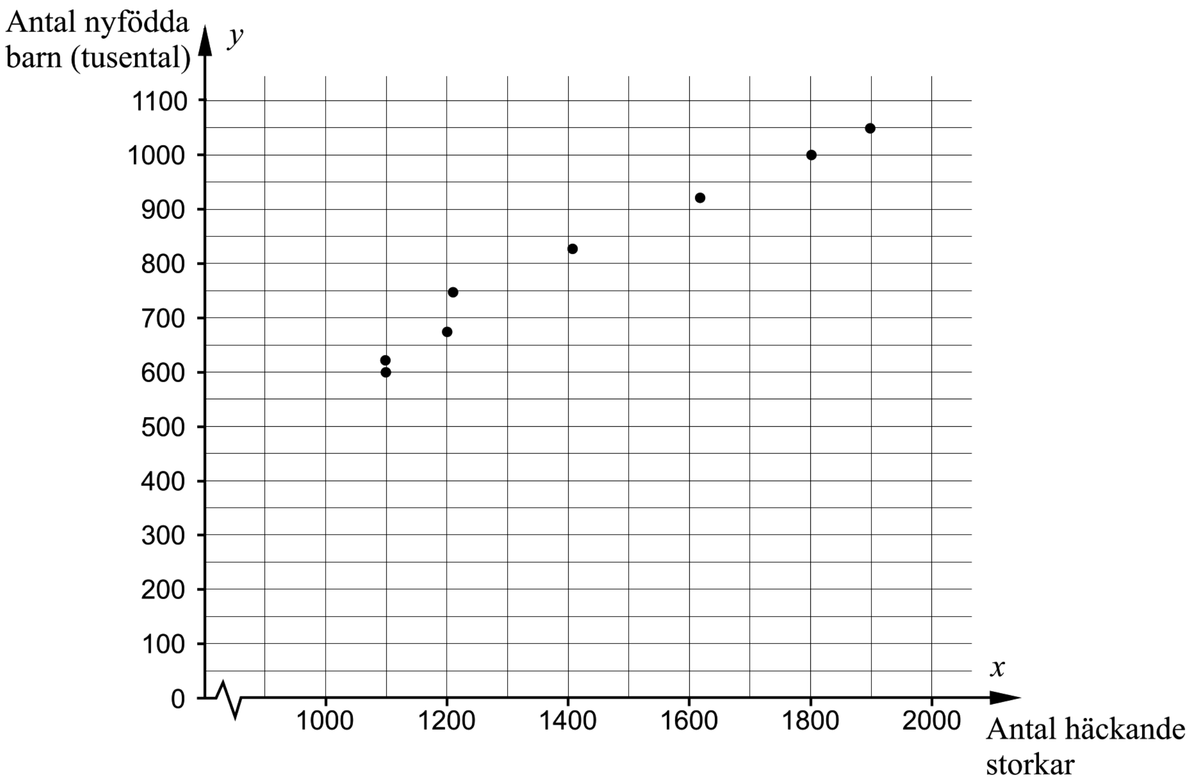
där B (liter/km) är bränsleförbrukningen och v (km/h) är traktorns hastighet.

a) Beräkna traktorns bränsleförbrukning vid hastigheten 10 km/h. (1/0/0)

b) Bestäm den lägsta bränsleförbrukning traktorn kan ha enligt modellen. (0/2/0)

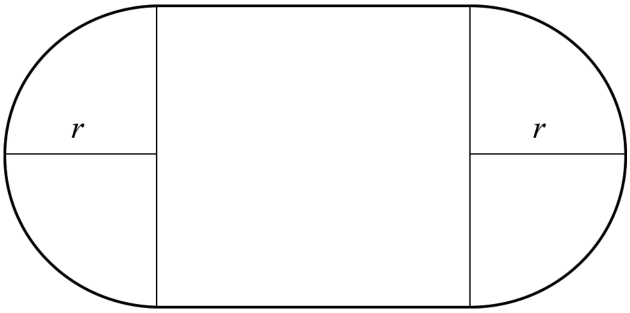
22. Nedanstående tabell och diagram visar antal häckande storkar respektive antal nyfödda barn i Västtyskland mellan åren 1965 och 1978.

År	Antal häckande storkar	Antal nyfödda barn (tusental)
1965	1900	1050
1966	1800	1000
1968	1610	920
1970	1405	825
1972	1208	750
1974	1200	675
1976	1100	620
1978	1100	600



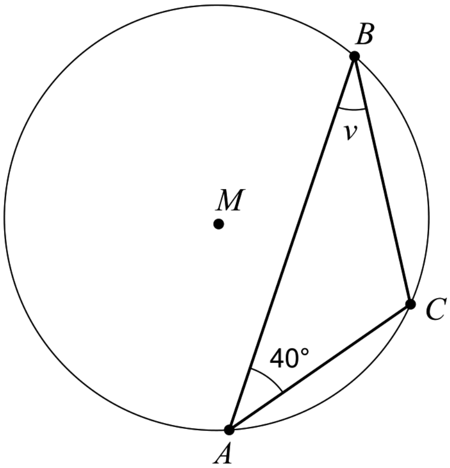
Bestäm ett linjärt samband mellan antal nyfödda barn i tusental, y, och antal häckande storkar, x. (0/2/0)

23. Figurerna nedan visar en travbana. Banan där hästarna springer är 800 m lång. Området innanför banan har formen av en rektangel och två halvcirklar och har arean 43 000 m^2.



Bestäm halvcirklarnas radie *r*. (0/0/4)

24. Triangeln *ABC* är inskriven i en cirkel med medelpunkten *M*. Sträckan *AC* är lika lång som cirkelns radie. Vinkeln $BAC = 40°$, se figur.



Bestäm vinkeln *v*. (0/0/2)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt olika modeller:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan innehålla något ovidkommande eller sakna något steg. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

Förutom den allmänna beskrivningen av kraven kan ibland mer utförliga beskrivningar ges i samband med de bedömda elevlösningar där kommunikationspoäng förekommer.

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 5_1 och 5_2 den första respektive andra poängen i uppgift 5.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a	1											
	1b	1											
	2a		1										
	2b		1										
	3	1											
	4a	1											
	4b					1							
	5_1					1							
	5_2					1							
	6_1							1					
	6_2							1					
	7a						1						
	7b											1	
	7c										1		
	8											1	
C	9_1		1										
	9_2		1										
	10a_1		1										
	10a_2		1										
	10b_1						1						
	10b_2						1						
	10b_3								1				
	11_1			1									
	11_2			1									
	12_1							1					
	12_2							1					
	12_3								1				
	13_1					1							
	13_2						1						
	14_1									1			
	14_2									1			
	15_1											1	
	15_2											1	
	15_3											1	
	15_4												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16a			1									
	16b_1			1									
	16b_2			1									
	17a_1			1									
	17a_2			1									
	17b			1									
	17c							1					
	18a_1	1											
	18a_2	1											
	18b				1								
	19_1							1					
	19_2							1					
	20a				1								
	20b_1				1								
	20b_2								1				
	20b_3												1
	21a			1									
	21b_1							1					
	21b_2							1					
	22_1						1						
	22_2						1						
	23_1											1	
	23_2											1	
	23_3											1	
	23_4												1
	24_1												1
	24_2												1
	Total	**6**	**6**	**9**	**3**	**4**	**6**	**9**	**3**	**2**	**1**	**8**	**5**
Σ	**62**	**24**				**22**				**16**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2c i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Delprov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2c: Taluppfattning aritmetik och algebra					Geometri		Samband och förändring		Sannolikhet och statistik			Problem-lösning		
		E	C	A	T7	T9	T10	T11	T12	G3	G4	F3	F5	S1	S3	S4	P1	P3	P4
B	1a	1	0	0							X								
	1b	1	0	0							X								
	2a	1	0	0	X														
	2b	1	0	0	X	X													
	3	1	0	0						X									
	4a	1	0	0								X	X						
	4b	0	1	0								X	X						
	5	0	2	0												X			
	6	0	2	0	X				X			X					X		
	7a	0	1	0	X			X											
	7b	0	0	1		X													
	7c	0	0	1	X												X		
	8	0	0	1		X											X		
C	9	2	0	0					X										
	10a	2	0	0	X														
	10b	0	3	0	X														
	11	2	0	0						X							X		
	12	0	3	0							X						X		
	13	0	2	0					X										
	14	0	0	2	X		X												
	15	0	0	4					X								X		X
D	16a	1	0	0			X												
	16b	2	0	0	X		X												
	17a	2	0	0							X						X		
	17b	1	0	0							X						X		
	17c	0	1	0							X						X	X	
	18a	2	0	0											X				
	18b	1	0	0											X				
	19	0	2	0	X												X		
	20a	1	0	0							X								
	20b	1	1	1							X								
	21a	1	0	0								X					X		
	21b	0	2	0								X	X				X		
	22	0	2	0							X			X					
	23	0	0	4	X							X					X		
	24	0	0	2						X									
Total		24	22	16															

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 62 poäng varav 24 E-, 22 C- och 16 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 24 poäng varav 7 poäng på minst C-nivå
C: 32 poäng varav 12 poäng på minst C-nivå
B: 42 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 50 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Bedömningsformulär

Elev:___________________________ **Klass:**_______________ **Provbetyg:** ____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1a												
	1b												
	2a												
	2b												
	3												
	4a												
	4b												
	5_1												
	5_2												
	6_1												
	6_2												
	7a												
	7b												
	7c												
	8												
C	9_1												
	9_2												
	10a_1												
	10a_2												
	10b_1												
	10b_2												
	10b_3												
	11_1												
	11_2												
	12_1												
	12_2												
	12_3												
	13_1												
	13_2												
	14_1												
	14_2												
	15_1												
	15_2												
	15_3												
	15_4												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	16a												
	16b_1												
	16b_2												
	17a_1												
	17a_2												
	17b												
	17c												
	18a_1												
	18a_2												
	18b												
	19_1												
	19_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21a												
	21b_1												
	21b_2												
	22_1												
	22_2												
	23_1												
	23_2												
	23_3												
	23_4												
	24_1												
	24_2												
	Total												
Σ													

	Total	**6**	**6**	**9**	**3**	**4**	**6**	**9**	**3**	**2**	**1**	**8**	**5**
Σ	**62**	**24**				**22**				**16**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (B)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (D)	+1 E_B
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($x = 10^{1/5}$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x = \frac{\lg 12}{\lg 3}$)	+1 E_P
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($42°$)	+1 E_B
4.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar ((2, 10))	+1 E_B
b)	Korrekt svar (t.ex. $(12, -30)$)	+1 C_B
5.		**Max 0/2/0**
	Ett korrekt alternativ angivet	+1 C_B
	med båda korrekta alternativen angivna (Alternativ B: $x \leq 1010$ och C: $x \geq 990$)	+1 C_B
	Kommentar: Ett felaktigt angivet alternativ ger noll poäng på uppgiften.	
6.		**Max 0/2/0**
	Ett korrekt värde på a angivet	+1 C_{PL}
	med ytterligare ett korrekt värde angivet ($a_1 = 0$ och $a_2 = 4$)	+1 C_{PL}
	Kommentar: Ett felaktigt angivet värde ger noll poäng på uppgiften.	

7. **Max 0/1/2**

a)	Korrekt svar ($x = \pm 2i$)	+1 C_P
b)	Korrekt svar ($x = 64$)	+1 A_{PL}
c)	Korrekt svar ($x = 4$)	+1 A_P

8. **Max 0/0/1**

	Korrekt svar (0,903)	+1 A_{PL}

Delprov C

9. **Max 2/0/0**

	Godtagbar ansats, t.ex. utvecklar kvadraten korrekt	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x^2 + 15$)	+1 E_P

10. **Max 2/3/0**

a)	Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering	+1 E_P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -2,\ x_2 = 8$)	+1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b)	Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 - 2x - 3 = 0$	+1 C_P
	med godtagbar lösning av andragradsekvationen, $x_1 = -1,\ x_2 = 3$	+1 C_P
	Godtagbart resonemang om varför den ena lösningen uteslutits med korrekt svar ($x = 3$)	+1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

11. **Max 2/0/0**

	Godtagbar ansats, t.ex. beräknar skalan för bredden och för höjden	+1 E_{PL}
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (10,5 cm bred och 14 cm hög)	+1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

12. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan P och origo, 5 +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($y = -\frac{1}{3}x + 5$) +1 C_{PL}

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer
(se punkt 2 sidan 4) vara =, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{}$, parenteser, bråkstreck, symbol för rät vinkel, figur, termer såsom x-koordinat, y-koordinat, koordinater, x-axel, y-axel, skärning med y-axel, punkt, skärningspunkt, koordinatsystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, rätvinklig, likbent, bas, höjd, sida, längd, sträcka samt hänvisning till räta linjens ekvation, Pythagoras sats etc. +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck för $f(a+h)$, $(a+h)^2$ +1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($2a + h$) +1 C_P

14. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationerna på formen $y = kx + m$
och inser att linjerna ska sammanfalla +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($A = 10$ och $B = -4{,}5$) +1 A_B

15. **Max 0/0/4**

Korrekt tecknad radie för den grå cirkeln i Figur 2, $a + b$ +1 A_{PL}

Korrekt tecknad area av området i Figur 1 +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning som visar att de två areorna är lika stora +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4.
För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer
(se punkt 2 sidan 4) vara =, parenteser, bråkstreck, VL, HL, beteckningar såsom A_a, $A_{grå}$, A_{tot}, figur med införda beteckningar, korrekt definierade variabler, termer såsom högerled, vänsterled, diameter, radie, längd, sträcka, cirkel, halvcirkel, area samt hänvisning till formeln för cirkelns area etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

16. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (”x motsvarar antalet män”) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna x eller y +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (2569 män och 367 kvinnor) +1 E_M

17. **Max 3/1/0**

a) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer ett korrekt värde på k, 30 +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $y = 30x - 2$) +1 E_M

b) Godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån ekvationen i a) (118 ml) +1 E_M

Kommentar: Även svar utan enhet betraktas som godtagbart.

c) Godtagbar utvärdering av modellens giltighet, t.ex. kommenterar att 0 fl oz borde motsvara 0 ml +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

18. **Max 3/0/0**

a) Godtagbar bestämning av variationsbredd för material A och B (variationsbredd$_A$ = variationsbredd$_B$ = 22) +1 E_B

Godtagbar beräkning av standardavvikelse för både A och B (s_A = 10,0 och s_B = 7,8) +1 E_B

b) Godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för material A (t.ex. ”Värdena för material B ligger närmare medelvärdet än värdena för material A, därför blir standardavvikelsen större för A.”) +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $1{,}6 = 0{,}85 \cdot a^{11}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (5,9 %) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

20. **Max 2/1/1**

a) Godtagbart enkelt resonemang (t.ex. ”Om x ökar måste också y öka eftersom $k > 0$. Funktionen kan inte gå genom punkten (6, 4).”) +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b)

E	C	A
Eleven för ett enkelt resonemang som leder till att koordinaterna till en punkt Q anges korrekt.	Eleven för ett välgrundat resonemang som leder till att: eleven anger, algebraiskt eller grafiskt, minst ett av områdena $x < 3,\ y < 5$ eller $x > 3,\ y > 5$ *eller* eleven ritar en linje som går genom båda områdena och anger att punkterna på linjen uppfyller villkoren.	Eleven för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att båda områdena $x < 3,\ y < 5$ och $x > 3,\ y > 5$ anges algebraiskt eller grafiskt.
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 1/2/0**

a) Godtagbar lösning med korrekt svar (0,62 liter/km) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. visar insikt om att den lägsta bränsleförbrukningen fås genom symmetrilinjens x-koordinat +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (0,52 liter/km) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

22. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbar linje och bestämmer linjens *k*-värde till ett värde i intervallet $0{,}46 \le k \le 0{,}60$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. $y = 0{,}53x + 50$) +1 C_P

Kommentar: Elev som bestämmer sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

23. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett uttryck för rektangelns area i en variabel, $(400 - \pi r) \cdot 2r$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar beräkning av radien, $r_1 = 177{,}6$ och $r_2 = 77{,}1$ +1 A_M

med godtagbar motivering om varför radien 177,6 m inte är möjlig med korrekt svar (77 m) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 sidan 4) vara =, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $A(r)$, $O(r)$, tydlig figur med införda beteckningar, termer såsom radie, area, omkrets, rektangel, halvcirkel, areafunktion samt angivna enheter etc. +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

24. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, för ett välgrundat och nyanserat resonemang som leder till bestämning av vinkeln *CMA* +1 A_R

med ett fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som leder till att vinkeln *v* bestäms +1 A_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 10a

Elevlösning 1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$
$$x = -3 \pm \sqrt{9+16}$$
$$x = -3 \pm 5$$
$$\boxed{\begin{aligned} x_1 &= 2 \\ x_2 &= -8 \end{aligned}}$$
SVAR $x_1 = 2 \quad x_2 = -8$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationen och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 10b

Elevlösning 1 (2 C_P)

$$\sqrt{2x+3} = x$$
$$2x+3 = x^2$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$
$$x = 1 \pm 2$$
$$x_1 = 3 \quad x_2 = -1$$
falsk rot!

Svar $x = 3$

$$\sqrt{6+3} = 3$$
$$3 = 3$$
$$\sqrt{-2+3} = 3$$
$$\sqrt{1} = 3$$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt lösning av andragradsekvationen. En felaktig prövning av en av rötterna görs vilket medför att kraven för resonemangspoäng på C-nivå inte uppfylls.

Elevlösning 2 (1 C_P och 1 C_R)

$\sqrt{2x+3} = x$

$2x + 3 = x^2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$1 \pm \sqrt{1^2+3} = 1 \pm 2$

$x_1 = 3$

$x_2 = -2$ är en falsk rot

testar lösningarna:

$\sqrt{2 \cdot -2 + 3} = \sqrt{-1}$

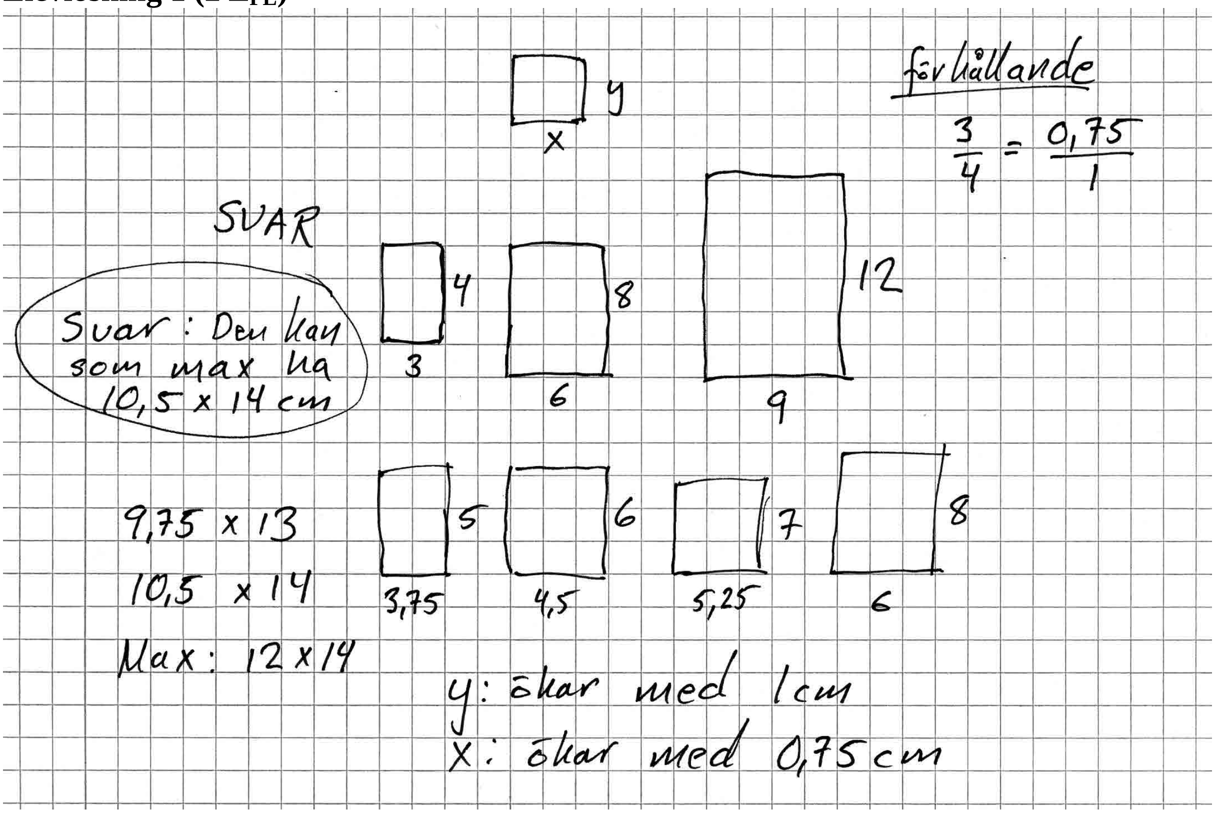
får ej vara negativt under rottecknet!

$\sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 3$ stämmer!

Kommentar: Elevlösningen är korrekt fram tills den andra roten till andragradsekvationen beräknas felaktigt till $x_2 = -2$. Därefter utesluts denna rot som falsk, grundat på en korrekt prövning. Därmed ges lösningen första procedurpoängen för godtagbar ansats och resonemangspoängen för godtagbart resonemang vid uteslutning av falsk rot.

Uppgift 11

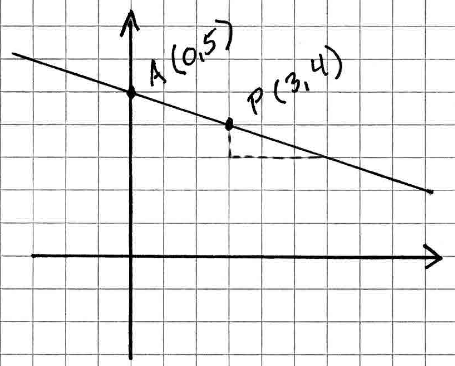
Elevlösning 1 (2 E_{PL})



Kommentar: Elevlösningen utgår ifrån förhållandet mellan loggans bredd och höjd som betecknas med *x* och *y*. En prövning utifrån detta förhållande görs sedan för att komma fram till den tryckta loggans maximala mått. Uppgiftens karaktär och betygsnivå gör att prövning av denna typ anses vara en godtagbar lösning.

Uppgift 12

Elevlösning 1 (0 poäng)



$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3}$

Den skär y-axeln på $y = 5$

$y = kx + 5$

$y = -\frac{1}{3}x + 5$

Svar: $y = -\frac{1}{3}x + 5$

Kommentar: Elevlösningen innehåller ett korrekt svar men eftersom redovisning saknas till hur punkten *A*:s *y*-koordinat har tagits fram kan detta inte anses som en godtagbar ansats som uppfyller kravet för problemlösningspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2 C_{PL} och 1 C_K)

Svar: $y = -\frac{1}{3}x + 5$

$y = kx + m$

$\sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = s$

$\sqrt{9+16} = s$

$\sqrt{25} = s$

$s = 5$

$y = 5$

$A = (0,5)$

s = sträckan mellan origo & punkt A

$m = 5$

$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$k = \frac{5-4}{0-3}$

$k = \frac{1}{-3}$

Kommentar: Elevlösningen visar en korrekt bestämning av linjens ekvation. Lösningen är möjlig att följa och förstå men innehåller vissa brister. T.ex. saknas förklarande text och hänvisning till figur med införda beteckningar. Lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 15

Elevlösning 1 (1 A_{PL})

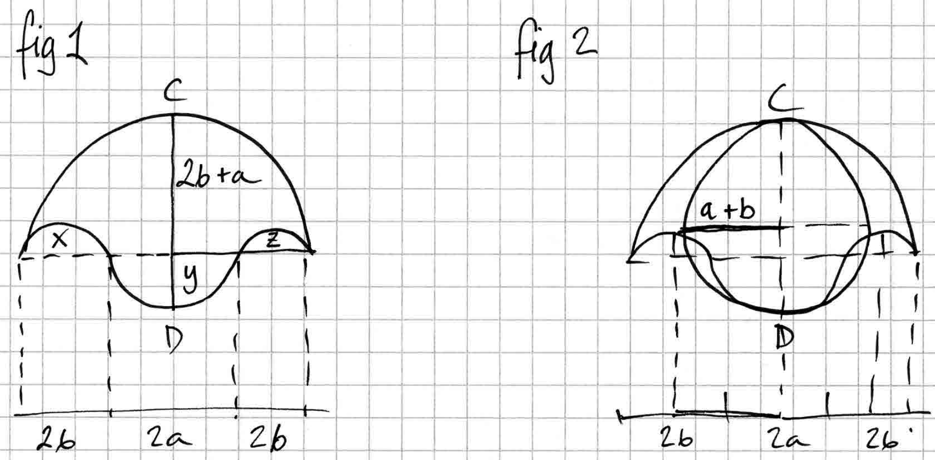


fig 1 radie för halvcirkel: $2b+a$
area: $(2b+a)^2\cdot\pi$

area för x: $b^2\pi$
area för z: $b^2\pi$
area för y: $a^2\pi$

Area för hela: $(2b+a)^2\pi + a^2\pi - b^2\pi - b^2\pi = b^2\pi + 2ab\pi + a^2\pi$

fig 2 radie för cirkel: $a+b$
area: $(a+b)^2\pi = (a^2+2ab+b^2)\pi =$
$\underline{a^2\pi + 2ab\pi + b^2\pi}$

$a^2\pi + 2ab\pi + b^2\pi = b^2\pi + 2ab\pi + a^2\pi$

Kommentar: Lösningen visar korrekt tecknad area för den grå cirkeln i Figur 2 och ges därmed första problemlösningspoängen på A-nivå. Arean för området i Figur 1 tecknas felaktigt och förenklingen är inte korrekt. Gällande kommunikation är lösningen välstrukturerad men eftersom problemet inte är löst i sin helhet uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A$_{PL}$)

$$\frac{\pi(CD)^2}{4}$$ Cirkelns area Figur 2

samma som

$$\frac{\pi(a+2b)^2}{2} - \pi b^2 + \frac{\pi a^2}{2} =$$ arean figur 1

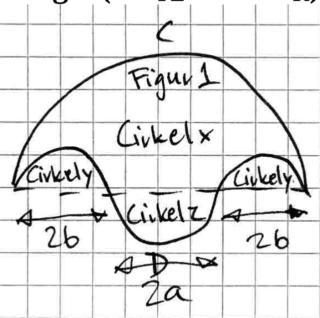
$$\boxed{\begin{aligned} CD - a &= a + 2b \\ CD &= 2a + 2b \end{aligned}} = \frac{\pi(2a+2b)^2}{4}$$

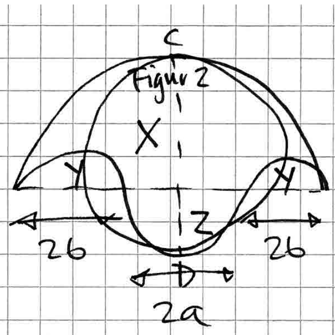
$$\frac{\pi \cdot (2a+2b)^2}{4}$$ Blir samma

figur 2

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt tecknad radie för den grå cirkeln i Figur 2 och korrekt tecknad area av området i Figur 1. I och med detta uppfylls kraven för de två första problemlösningspoängen. Varför arean av Figur 1 kan tecknas som $\frac{\pi(2a+2b)^2}{4}$ finns inte redovisad och därmed uppfylls inte kravet för den tredje problemlösningspoängen. Lösningen är inte lätt att följa och förstå och uppfyller därmed inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges elevlösningen två problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (3 A_{PL} och 1 A_K)





$$ACirkelx = \frac{(2b+a)^2 \cdot \pi}{2}$$

$$ACirkely = \frac{2b^2 \cdot \pi}{2}$$

$$ACirkelz = \frac{a^2 \cdot \pi}{2}$$

$$AFigur1 = \left(\frac{(2b+a)^2 \cdot \pi}{2}\right) - \left(\frac{2b^2 \cdot \pi}{2}\right) + \left(\frac{a^2 \cdot \pi}{2}\right)$$

$$\frac{\pi(4b^2+4ba+a^2-2b^2+a^2)}{2}$$

$$\frac{\pi(2b^2+4ba+2a^2)}{2}$$

$$\pi(b^2+2ba+a^2)$$

$$DFigur1 = rCirkelx + rCirkelz$$

$$2b+a+a$$

$$rFigur1 = \frac{2b+2a}{2} = b+a$$

$$AFigur1 = (b+a)^2 \cdot \pi$$

$$\pi(b^2+2ba+a^2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} &AFigur1 = \pi(b^2+2ba+a^2) \\ &AFigur2 = \pi(b^2+2ba+a^2) \\ &AFigur1 = AFigur2 \end{aligned}}$$

Kommentar: Elevlösningen omfattar hela problemet och är i sin helhet godtagbar trots några brister. Areorna för halva cirklar betecknas ”ACirkel*x*” osv. Under figur 2 används felaktigt ”DFigur1” osv. Lösningen har trots dessa brister förtjänster såsom ritade figurer och korrekt införda beteckningar vilka gör lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget uppfylls kraven för kommunikationspoäng på A-nivå nätt och jämnt och lösningen ges samtliga möjliga poäng.

Uppgift 17c

Elevlösning 1 (1 C_M)

när det är t.ex. 0,05 floz
bliv Y negativt.
Svar 0,05 floz

Kommentar: Elevlösningen visar en volym i fl oz där Benjamins samband inte fungerar. Motiveringen ”blir *y* negativt” anses nätt och jämnt tillräcklig för en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 18b

Elevlösning 1 (0 poäng)

Standardavvikelsen i B är mindr
än i A då stickprov B har
fler resultat som ligger nära varandra
än vad A har.

Kommentar: Elevlösningen innehåller formuleringen ”har fler resultat som ligger nära varandra”. Detta anses inte vara ett godtagbart resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

Elevlösning 2 (1 E_R)

Skillnaden som uppstår i standardavvikelsen
beror på att det finns fler tal i stickprov
B som ligger nära medelvärdet

Kommentar: Elevlösningen innehåller formuleringen ”det finns fler tal i stickprov B som ligger nära medelvärdet”. Detta anses vara ett godtagbart enkelt resonemang om varför standardavvikelsen är större för stickprov A.

Uppgift 19

Elevlösning 1 (0 poäng)

Jag skrev in värdena i Geogebra
och fick fram ekvationen:

$y = 850000 \cdot 1{,}06^x$

Vilket betyder att priset ökade
med 6% varje år.

Kommentar: Elevlösningen anses ej godtagbar på C-nivå eftersom det inte framgår hur det digitala hjälpmedlet har använts. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för en godtagbar ansats.

Uppgift 20a

Elevlösning 1 (1 E_R)

Svar: Nej.

$$k = \frac{5-4}{3-6} = \frac{1}{-3} \qquad k \neq -\frac{1}{3}$$

Kommentar: Lösningen visar ett enkelt resonemang som bygger på beräkningar där det framgår att linjens riktningskoefficient blir negativ om linjen går genom punkten (6, 4).

Uppgift 20b

Elevlösning 1 (1 E_R)

Q:s koordinater (x, y)
måste vara så att linjen ska kunna gå igenom
P(3, 5) utan att riktningskoefficienten k
blir < 0
T.ex: Q:s koordinater = (5, 17)

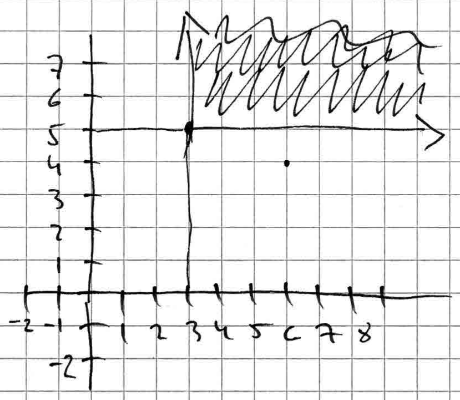
Kommentar: Elevlösningen visar ett enkelt resonemang som leder till att koordinater för en punkt *Q* som uppfyller de givna villkoren anges. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Elevlösning 2 (1 E_R och 1 C_R)

Svar: $y > 5$

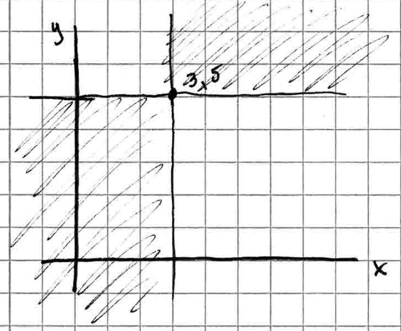
$x > 3$

Punkterna Q måste finnas inom markerat område.



Kommentar: Elevlösningen visar en grafisk lösning där ett av två korrekta områden markerats i ett koordinatsystem. Lösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå och en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1 E_R, 1 C_R och 1 A_R)



inom de gråade områdena

När $y < 5$ måste $x < 3$

$y > 5$ måste $x > 3$

Kommentar: Elevlösningen är knapphändig men tillräcklig för att visa på förståelse för de två grafiska områdena som är möjliga för punkten *Q*:s koordinater. Lösningen ges samtliga möjliga resonemangspoäng.

Uppgift 21b

Elevlösning 1 (2 C_M)

$$\frac{0{,}0010v^2}{0{,}0010} - \frac{0{,}040v}{0{,}0010} + \frac{0{,}92}{0{,}0010} = 0$$

$$v^2 - 40v + 920 = 0$$

$$\frac{40v}{2} = 20v$$

$$B(20) = 0{,}0010 \cdot 20^2 - 0{,}040 \cdot 20 + 0{,}92 = \underline{\underline{0{,}52}}$$

Den lägsta bränsleförbrukningen är $\underline{\underline{0{,}52}}$ l/km

Kommentar: Elevlösningen visar att ekvationen $B(v) = 0$ tecknas. Insikt visas om att symmetrilinjens x-koordinat är det värde som ger lägst bränsleförbrukning. Sammantaget ges elevlösningen två modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösning 1 (0 poäng)

Väljer ut två bra punkter $1100, 600$ & $1800, 1000$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1000 - 600}{1800 - 1100} = \frac{400}{700} = \frac{4}{7}$$

$$1000 = \frac{4}{7} \cdot 1800 + m \qquad k = \frac{4}{7}$$

$$1000 \approx 1029 + m$$

$$1000 - 1029 \approx m$$

$$m \approx -29$$

$$\underline{y = \frac{4}{7}x - 29}$$

Kommentar: Elevlösningen anses visa en ej godtagbar bestämning av sambandet eftersom den bygger på två punkter tagna ur tabellen och inte på linjär regression. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 2 (2 C_P)

Jag matade in värdena i Geogebra. Jag analyserade punkterna och tog linjär som regressionmodell. Jag fick linjen till $y = 0,53x + 49,88$

Svar: Linjens samband är

$y = 0,53x + 49,88$

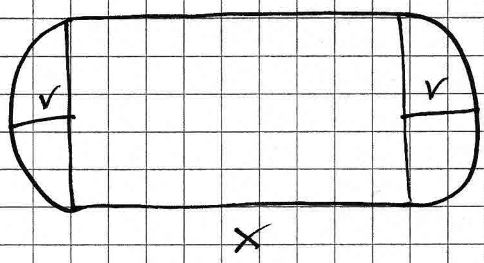
Kommentar: Lösningen visar en linjär regression utförd med hjälp av digitalt hjälpmedel. Redovisningen anses godtagbar eftersom det hänvisas till ”linjär som regressionsmodell” och lösningen bedöms därmed ge båda procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 23

Elevlösning 1 (2 A_M och 1 A_K)

Omkretsen : 800m

Arean : 43000m²



$O_{cirkel} = 2\pi r$

$O_{rektangel} = 2x + 4r$

$800 = 2\pi r + 2x$

$800 = 2\pi r + 2x$

$\frac{800 - 2\pi r}{2} = \frac{2x}{2}$

$x = 400 - \pi r$

$A_{cirkel} = \pi r^2$

$A_{rektangel} = 2rx$

$43000 = \pi r^2 + 2rx$

$43000 = \pi r^2 + 2r(400 - \pi r)$

$43000 = \pi r^2 + 800r - 2\pi r^2$

$43000 = 800r - \pi r^2$

$\frac{\pi r^2 - 800r + 43000}{\pi} = \frac{0}{\pi}$

$r^2 - 254{,}6\ldots r + 13687{,}3\ldots = 0$

$r = 127 \pm \sqrt{(127^2) - 13687{,}3\ldots}$

$r = 127 \pm 50$

r_1 är en falsk rot

$\cancel{r_1 = 177}$

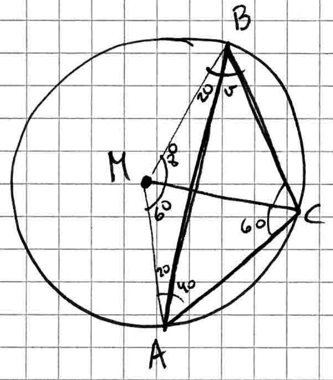
$r_2 = 77$

Svar: $r = 77$

Kommentar: Elevlösningen visar korrekt beräkning av radien utifrån den tecknade ekvationen. Motivering saknas till varför $r_1 = 177$ ska uteslutas. Därmed uppfylls inte kraven för den tredje modelleringspoängen på A-nivå. Lösningen är lätt att följa och förstå och ritad figur med införd beteckning *x* finns. Lösningen anses därmed uppfylla kraven för kommunikation på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösning 1 (2 A_R)



fyrhörning = 360°

triangel = 180°

~~40+40=80~~

sida CA = MC = AM

↑ liksidig

$\frac{180}{3} = 60$ alla sidor i CAM är 60°

sida CM = MB

↑ likbent

sida AM = MB

↑ likben

BAM = MBA

20° = 20°

20 + 20 = 40

AMB = 140°

140 − 60 = 80°

CMB = 80°

Eftersom CMB är likbent

180 − 80 = 100

$\frac{100}{2} = 50$

40+40+40+100 = 220

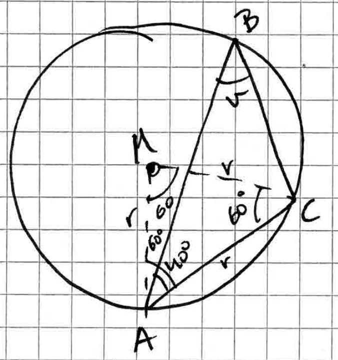
MBC = 50°

50 − 20 = 30

v = 30°

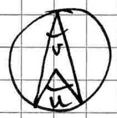
Kommentar: Elevlösningen visar godtagbar bestämning av $\triangle CMA$. Vidare används egenskaperna hos de tre trianglarna *AMB* (likbent), *AMC* (liksidig) samt *BCM* (likbent) för bestämning av vinkeln *v*. Elevlösningen uppfyller därmed kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 2 (2 A_R)



Triangeln ACM är en liksidig triangel i med att AC är lika lång som radien. (all vinklar är lika $\frac{180}{3} = 60°$)

Randvinkelsatsen säger:



$u = 2v$

Alltså är $60° = 2v$

$v = 30°$

Svar: $v = 30°$

Kommentar: Elevlösningen visar godtagbar bestämning av $\angle CMA$. För bestämning av vinkeln *v* hänvisas till randvinkelsatsen. Därmed uppfyller lösningen kraven för båda resonemangspoängen på A-nivå.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2c

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T7	Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential-, andragrads- och rotekvationer samt linjära ekvationssystem med två och tre obekanta tal.
T9	Begreppet logaritm, motivering och hantering av logaritmlagarna.
T10	Begreppet linjärt ekvationssystem.
T11	Utvidgning av talsystemet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.
T12	Motivering och hantering av algebraiska identiteter inklusive kvadrerings- och konjugatregeln.

Geometri

G3	Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.
G4	Begreppet kurva, räta linjens och parabelns ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.

Samband och förändring

F3	Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, med och utan digitala verktyg.
F5	Egenskaper hos andragradsfunktioner.

Sannolikhet och statistik

S1	Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar, inklusive regressionsanalys.
S3	Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse.
S4	Egenskaper hos normalfördelat material.

Problemlösning

P1	Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P3	Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4	Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.