Part B	Problems 1–9 which only require answers.
Part C	Problems 10–16 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for Part B and Part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D).
Together they give a total of 55 points consisting of 20 E-, 18 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 21 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 10 points on at least C-level
B: 36 points of which 5 points on A-level
A: 42 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

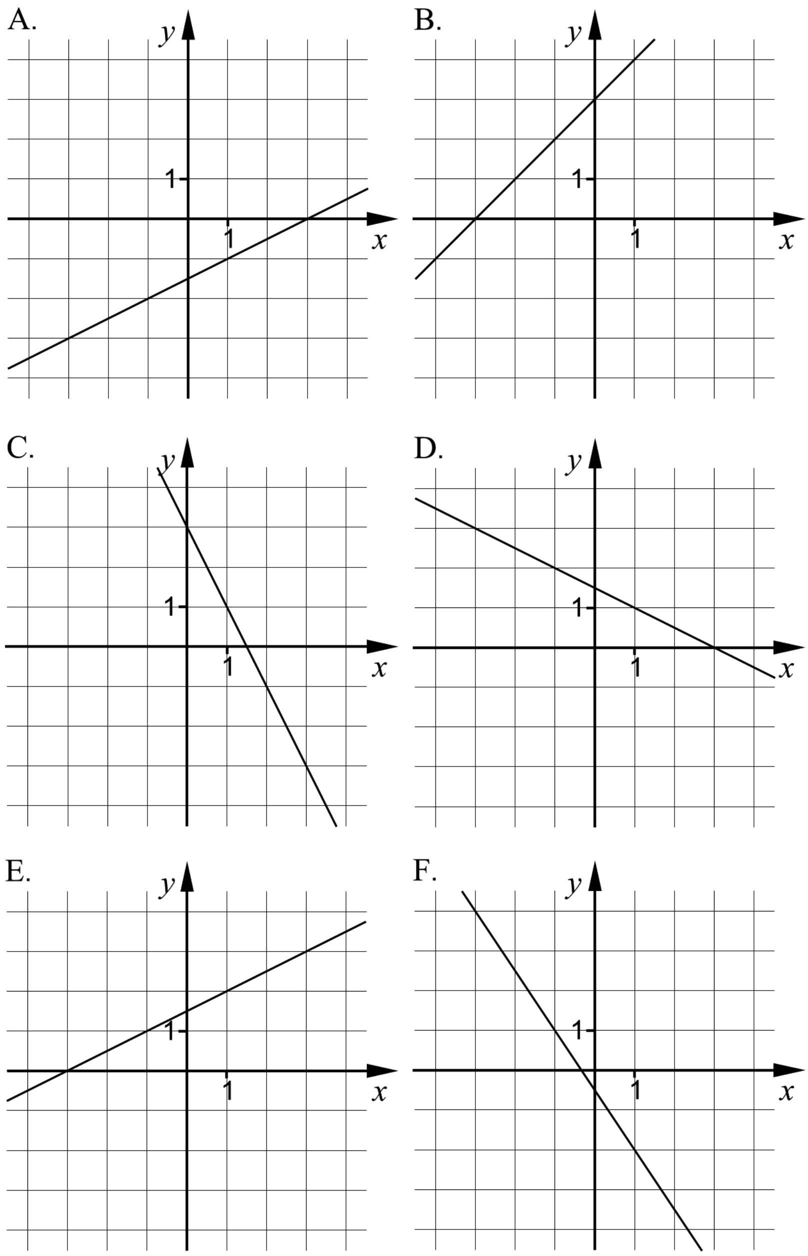
Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required*. Write your answers in the test booklet.

1. The figures A–F show straight lines. The equations of the straight lines can be written in the form $y = kx + m$



a) Two of the figures A–F show straight lines with the m-value 3. Which two?

_______________________ (1/0/0)

b) One of the figures A–F shows a straight line with the k-value $-\frac{1}{2}$.

Which one?

_______________________ (1/0/0)

2. Give examples of numbers greater than 1 that can be written in the empty boxes in order for the equality to be true.

$(\square - x)(\square + x) = \square - x^2$ (1/0/0)

3. For the function f it holds that $f(x) = a + x^2$.

Determine the value of a so that $f(4) = 26$ ____________________ (1/0/0)

4. Give an example of an equation that has the solutions 4i and -4i

____________________ (1/0/0)

5. Solve the equations. Give exact answers.

a) $10^x = 2$ ____________________ (1/0/0)

b) $1 + \lg x = 6$ ____________________ (0/1/0)

c) $(2x - 10)(10 + 2x) = 0$ ____________________ (0/1/0)

d) $2\sqrt{x} + \sqrt{x} = 18$ ____________________ (0/1/0)

6. Give an example of a linear system that only has the solution $\begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}$

The linear system should consist of three different equations. Each one of the three equations should contain the variables x and y and z.

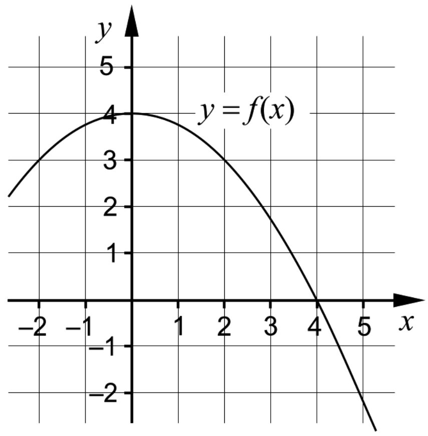
____________________ (0/1/0)

7. Elvis buys shares for SEK 3000. He wonders how large the annual percentage increase must be in order for the value of the shares to double in five years. He assumes that the annual percentage increase is the same every year during the five-year period.

Denote the annual rate of change a. Write down an equation that can be used for calculating a.

________________________ (0/1/0)

8. The figure shows the graph of a quadratic function f.



a) Find a function g, where $y = g(x)$, that satisfies the conditions

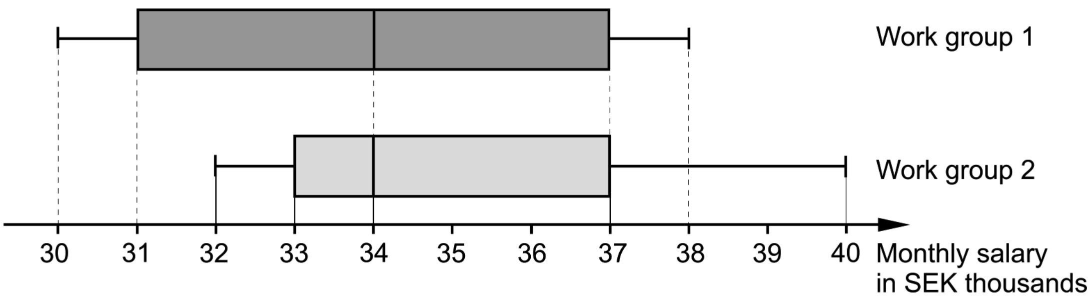
- the graph of g is a straight line
- $g(x) \leq f(x)$ for $0 \leq x \leq 2$

________________________ (0/1/0)

b) Find the equation of a straight line that intersects neither the graph of the function f nor the graph of the function g for any value of x.

________________________ (0/0/1)

9. The figure shows two box plots compiled from the salary sheet for two different work groups, work group 1 and work group 2. It cannot be concluded how many people belong to either of the groups.



a) Two of the alternatives A–E must, according to the box plots, always correspond to the monthly salaries of the work groups. Which two?

A. The 25 % with the lowest monthly salaries in work group 2 have higher monthly salaries than the 25 % with the lowest monthly salaries in work group 1.

B. There is at least one person in work group 1 and at least one person in work group 2 who earns exactly SEK 37 000 per month.

C. The number of persons who have a monthly salary of SEK 34 000 is the same in work group 1 and work group 2.

D. Both work groups have the same mean value and the same range for the monthly salaries.

E. Both work groups have the same median and the same range for the monthly salaries.

______________________ (0/1/0)

b) From the box plot for work group 1, the exact value of some monthly salaries can be read. Which ones?

______________________ (0/0/1)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

10. Solve the linear system $\begin{cases} x+2y=13 \\ 2y-3x=-7 \end{cases}$ algebraically. (2/0/0)

11. Solve the equations algebraically.

a) $x^2+12x+20=0$ (2/0/0)

b) $\dfrac{x^2-6x}{2}=0$ (0/2/0)

12. A straight line L_1 passes through the point (3, 4) and is parallel to the line L_2 with the equation $y=5x-300$. The line L_1 also passes through a point P with the x-coordinate 2.

Determine the y-coordinate of point P. (2/0/0)

13. A quadratic function f is given by $f(x)=x^2-2x+3$

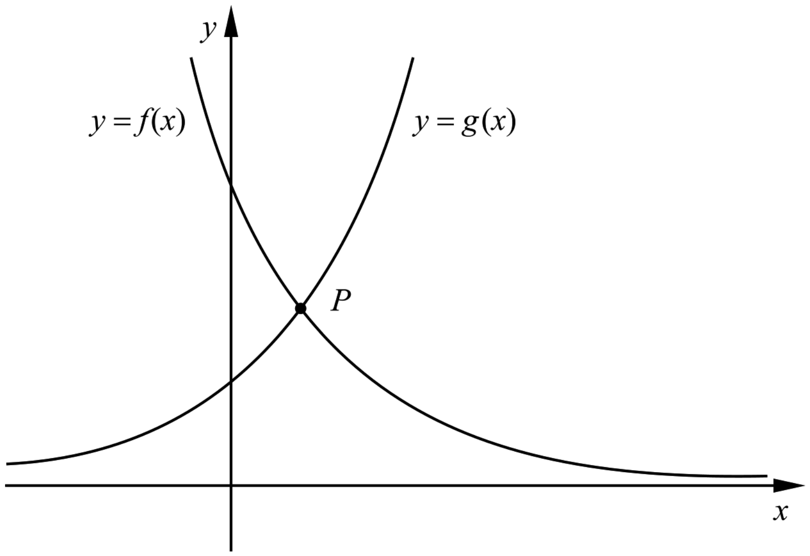
For two different points A and B it holds that

- A and B lie on the graph of f
- the point (1, 11) is as far from A as from B

Determine the coordinates for two such points A and B. (0/2/0)

14. It holds that $\lg 6 \approx 0.778$. Show that $\lg 0.6 \approx -0.222$. (0/2/0)

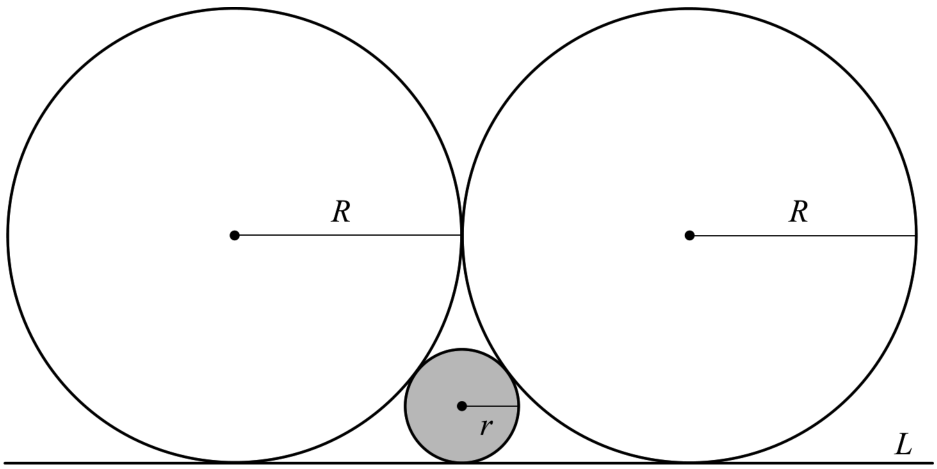
15. The figure shows the graphs of the functions f and g where $f(x)=3\cdot 10^{-x}$ and $g(x)=10^{x}$. The graphs intersect at point P.



a) Determine the exact value of the x-coordinate of point P. (0/0/2)

b) Determine the exact value of the y-coordinate of point P.
Answer in the simplest possible form. (0/0/1)

16. The figure shows three circles, drawn so that each one of the circles touches a straight line L.



The two large circles have a radius R and touch each other. The small circle has the radius r and touches the two large circles.

Determine $\dfrac{R}{r}$. (0/0/3)

Part D	Problems 17–24 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (Part B, Part C and Part D).
Together they give a total of 55 points consisting of 20 E-, 18 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades
E: 13 points
D: 21 points of which 6 points on at least C-level
C: 28 points of which 10 points on at least C-level
B: 36 points of which 5 points on A-level
A: 42 points of which 8 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled "*Only answer is required*" you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

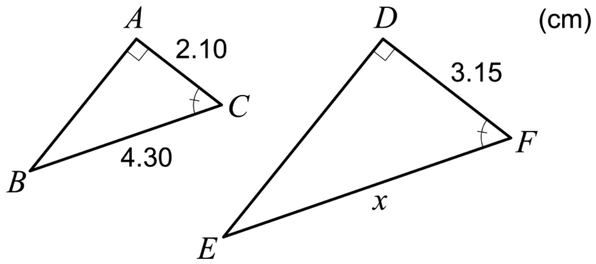
Name: ______________________________

Date of birth: ______________________________

Educational programme: ______________________________

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

17. The figure shows two similar triangles *ABC* and *DEF*.



Calculate x. (2/0/0)

18. Show that the distance between the points $A(0, 1)$ and $B(2, 5.8)$ is 5.2 length units. (2/0/0)

19. Clive is exercising with a barbell and chooses disc weights depending on what exercise he will do.

The disc weights are labelled in kilograms (kg) but Clive, who is from England, wants to know the weight of the barbell and the disc weights in the English unit of mass pounds (lb).

The total weight y pounds (lb) for the barbell and the disc weights slid onto it is given by the relation $y = 2.2x + 7.6$
where x is the total weight in kilograms (kg) for the disc weights slid onto the barbell.

a) Use the relation to determine the weight of the barbell without any disc weights in pounds (lb). *Only answer is required* (1/0/0)

Clive can choose from the following disc weights: 1 kg, 2.5 kg and 5 kg.

b) Give an example of how Clive can choose from the disc weights so that the total weight y is 34 pounds (lb). Justify your answer. (2/0/0)

c) Explain what 2.2 in the relation $y = 2.2x + 7.6$ means in this context. (0/1/0)

20. The length of mackerels in a catch is normally distributed with an average of 36 cm and a standard deviation of 6.0 cm.

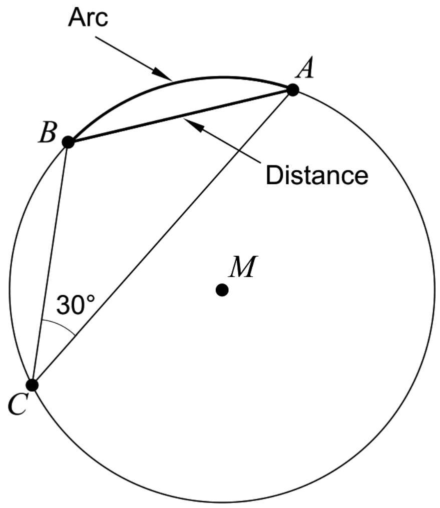
When a professional fisherman harvests a large catch, the mackerels are sorted by size. The ones shorter than 24 cm are sorted out. In one catch there were 62 mackerels shorter than 24 cm. Determine the total number of mackerels that the professional fisherman was likely to get in that catch. (1/1/0)

21. The bacterium *Clostridium perfringens* can cause serious food poisoning. If food containing this bacterium cools down in room temperature, the number of bacteria increases. Therefore, food should always be cooled down rapidly after cooking. Food containing 100 000 bacteria per gram may cause food poisoning.

Immediately after cooking, there are 100 bacteria per gram in a certain piece of cooked salmon. The cooked salmon is cooled down in room temperature. After 15 minutes there are 235 bacteria per gram in the piece of salmon. Assume that the number of bacteria increases exponentially during this period of time.

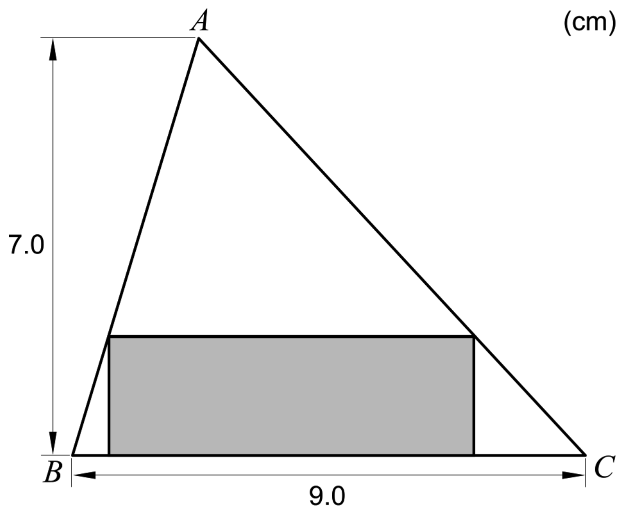
Assume that the number of bacteria will continue to increase exponentially at the same rate. Determine when there is risk for food poisoning, that is how many minutes after cooking there are 100 000 bacteria per gram in the piece of salmon. (0/3/0)

22. The triangle ABC is inscribed in a circle with centre M. The angle $BCA = 30°$, see figure.



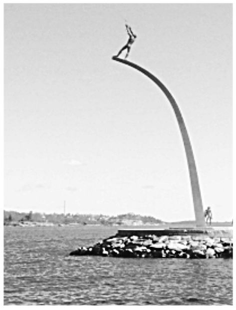
Show that the arc AB is approximately 4.7% longer than the distance AB. (0/0/2)

23. The figure shows a triangle ABC with height 7.0 cm and base 9.0 cm. A rectangle is drawn so that two of the corners of the rectangle lie on the base of the triangle and the other corners lie on the two other sides of the triangle, see figure.

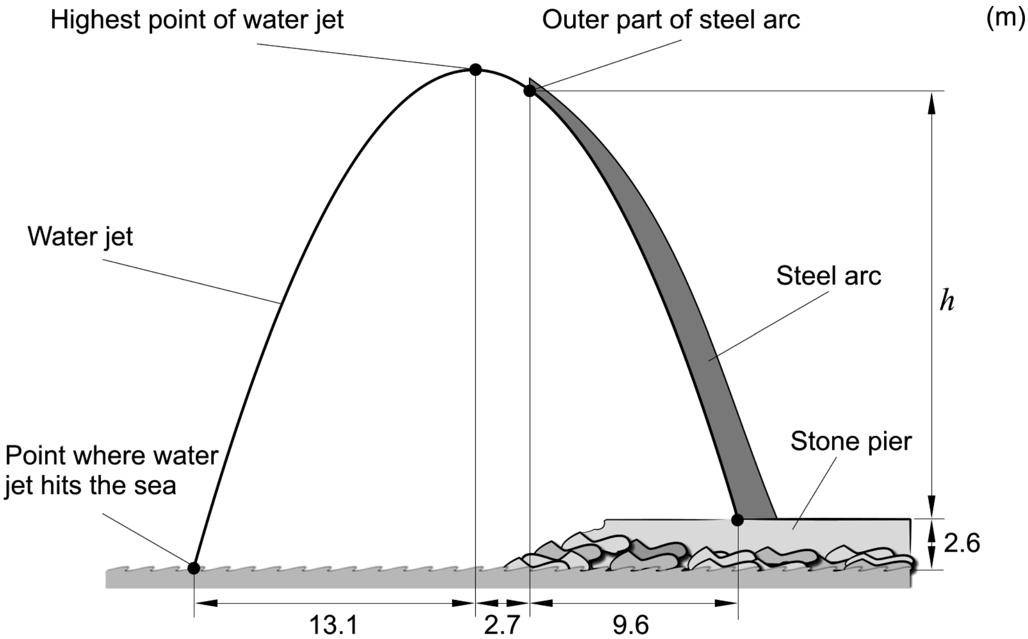


Calculate the largest area such a rectangle can have. (0/0/3)

24. The sculpture *Gud fader på himmelsbågen* was intended as a peace monument and a celebration of the creation of the UN. On the arc of the sculpture stands God our father and fastens stars on the firmament. Today, the sculpture stands at Nacka strand in Stockholm.



In the outer part of the steel arc there is a nozzle sending out a water jet. The water jet and the steel arc together form a quadratic curve. The highest point of the water jet is 13.1 m sideways from where the water jet hits the sea and 2.7 m sideways from the farthest end of the steel arc. The stone pier that the sculpture stands on is 2.6 m above the water. See figure.



Determine the height above the stone pier for the farthest end of the steel arc, that is the distance h in the figure. (0/0/4)

Innehållsförteckning

Inledning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2c. Häftet består av 5 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma samtliga skriftliga delprov (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanvägningen till ett provbetyg (kapitel 4). Det avslutande kapitlet innehåller kopieringsunderlag samt hänvisningar till webbmaterial (kapitel 5).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller.

Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av…	+1 E_P
Godtagbar verifiering av…	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. … 1 E_R	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, $\pm$, $\sqrt{\ }$, $\sqrt[n]{\ }$, $f(x)$, x, y, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $(\ )$, %, $\{$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1. **Max 2/0/0**

a) Korrekt svar (B och C) +1 E_B

b) Korrekt svar (D) +1 E_B

2. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t.ex. $(\boxed{2}-x)(\boxed{2}+x)=\boxed{2^2}-x^2$) +1 E_{PL}

3. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (10) +1 E_{PL}

4. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t.ex. $x^2+16=0$) +1 E_{PL}

5. **Max 1/3/0**

a) Korrekt svar ($x=\lg 2$) +1 E_P

Kommentar: Även svaret $x=\dfrac{\lg 2}{\lg 10}$ anses vara korrekt.

b) Korrekt svar ($x=10^5$) +1 C_P

c) Korrekt svar ($x=\pm 5$) +1 C_P

d) Korrekt svar ($x=36$) +1 C_P

6. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $\begin{cases} x+y+z=17 \\ x-y-z=3 \\ 2x-y+3z=25 \end{cases}$) +1 C_B

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $3000a^5 = 6000$) +1 C_M

8. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (t.ex. $g(x) = -x+4$) +1 C_B

b) Korrekt svar där riktningskoefficienten är densamma som för den korrekt angivna linjen i a)-uppgiften (t.ex. $y = -x+10$) +1 A_B

9. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar (A och E) +1 C_B

b) Korrekt svar (30 000 kr och 38 000 kr) +1 A_B

Kommentar: Även svaret ”30 och 38” samt svar utan enhet godtas.

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 5$, $y = 4$) +1 E_P

11. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -10$, $x_2 = -2$) +1 E_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x(x-6) = 0$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 0$, $x_2 = 6$) +1 C_P

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

12. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att riktningskoefficienten för linjen L_1 är 5 — $+1\ E_B$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (–1) — $+1\ E_{PL}$

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. visar i en figur att funktionen är symmetrisk kring $x = 1$ — $+1\ C_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. $A(0, 3)$ och $B(2, 3)$) — $+1\ C_{PL}$

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang genom att skriva om lg 0,6 med hjälp av någon logaritmlag, t.ex. $\lg 6 - \lg 10$ — $+1\ C_R$

med fortsatt godtagbart välgrundat resonemang där det visas att $\lg 0{,}6 \approx -0{,}222$ — $+1\ C_R$

15. **Max 0/0/3**

a) Godtagbar ansats, ställer upp korrekt ekvation och förenklar till $3 = 10^{2x}$ *eller* förenklar till $\lg 3 + \lg 10^{-x} = \lg 10^{x}$ — $+1\ A_P$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{\lg 3}{2}$) — $+1\ A_P$

b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($y = \sqrt{3}$) — $+1\ A_P$

16. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, tecknar ett relevant samband mellan den stora och den lilla cirkelns radie, t.ex. $(R + r)^2 = R^2 + (R - r)^2$ — $+1\ A_{PL}$

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{R}{r} = 4$) — $+1\ A_{PL}$

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 — $+1\ A_K$

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

Instruktioner för bedömning av delprov D

17. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt likformighetssamband +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,45) +1 E_P

18. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett godtagbart enkelt resonemang genom att t.ex. använda koordinaterna för att ställa upp ett uttryck för avståndet AB +1 E_R

med i övrigt godtagbart enkelt resonemang där det visas att avståndet är 5,2 l.e. +1 E_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

19. **Max 3/1/0**

a) Korrekt svar (7,6) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $34 = 2,2x + 7,6$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. ”Två 5 kg-viktplattor och två 1 kg-viktplattor.”) +1 E_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

c) Godtagbart svar där insikt visas i att 1 kg motsvarar 2,2 lb +1 C_M

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

20. **Max 1/1/0**

Godtagbar ansats, inser att 12 cm motsvarar två standardavvikelser +1 E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (2700) +1 C_{PL}

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

21. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation, t.ex. $235 = 100a^{15}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (121 minuter) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 C_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

22. **Max 0/0/2**

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att medelpunktsvinkeln för cirkelbågen AB är $60°$, t.ex. genom hänvisning till randvinkelsatsen +1 A_R

Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att cirkelbågen AB är 4,7 % längre än sträckan AB +1 A_R

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

23. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar samband mellan basen och höjden i rektangeln med hjälp av likformighet +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (16 cm^2) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

24. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, anger, i ett definierat koordinatsystem, koordinaterna för minst tre punkter som krävs för bestämning av andragradsfunktionen +1 A_M

med godtagbar fortsättning, t.ex. bestämmer en godtagbart anpassad andragradsfunktion, t.ex. $y = -0{,}1280x^2 + 19{,}358$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (18,4 meter) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 5 +1 A_K

Se avsnittet Exempel på bedömda elevlösningar

3. Exempel på bedömda elevlösningar

Uppgift 11a

Elevlösningsexempel 11a.1 (0 poäng)

$$x^2 + 12x + 20 = 0$$

$$x = 6 \pm \sqrt{6^2 - 20}$$

$$x = 6 \pm \sqrt{16}$$

$$x = 6 \pm 4$$

$$\text{Svar: } \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 11b

Elevlösningsexempel 11b.1 (0 poäng)

$$\frac{x^2 - 6x}{2} = 0$$

$$x^2 - 6x = 0 \cdot 2$$

$$\frac{x^2 - 6x}{x} = \frac{0}{x}$$

$$x - 6 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 6}}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förkortning med *x* vilket leder till att en lösning försvinner. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats och ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 11b.2 (1 C_P)

$$\frac{x^2-6x}{2}=0$$

$$x^2-6x=0$$

$$x=\frac{6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2-0}$$

$$x=3\pm\sqrt{-9}$$

$$x=3\pm-3$$

$$x_1=0$$

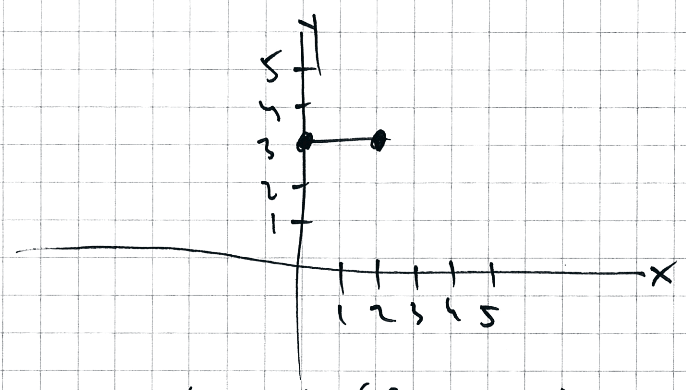
$$x_2=6$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom insättningen i formeln för lösning av andragradsekvationer är korrekt. Även om svaret är korrekt är lösningen felaktig på raderna 4 och 5. Därmed uppfylls inte kraven för en godtagbar lösning. Lösningen ges den första procedurpoängen på C-nivå.

Uppgift 13

Elevlösningsexempel 13.1 (0 poäng)

$$f(x)=x^2-2x+3$$

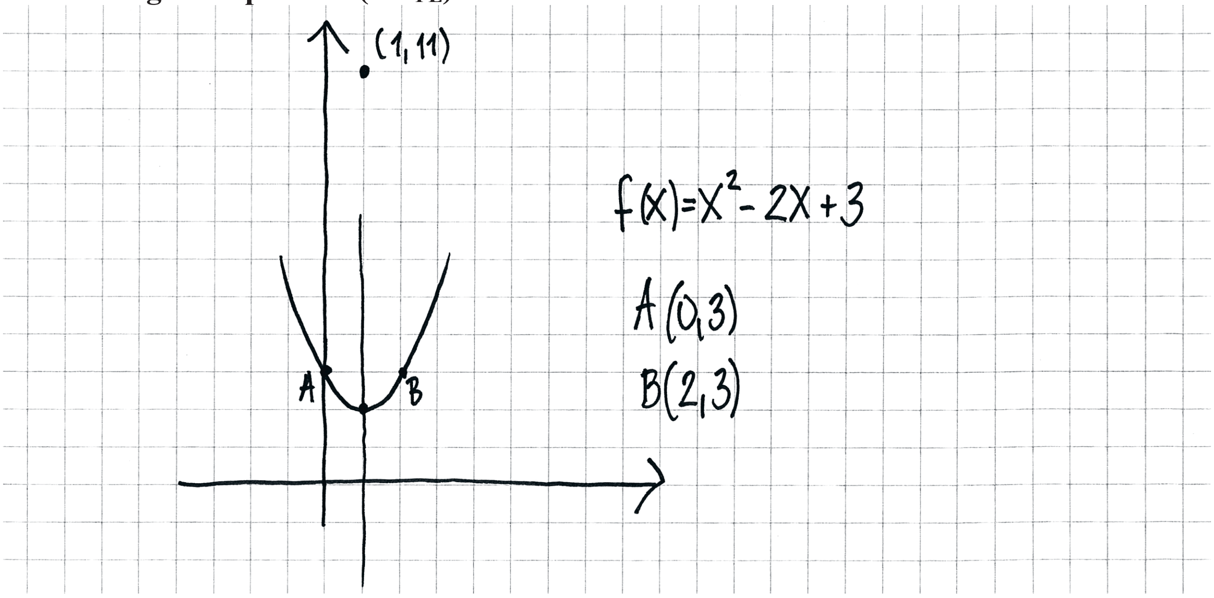


$A\ (x=0)\ (f(x)=3)$

$B\ (x=2)\ (f(x)=3)$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen framgår inte vilken symmetrilinje grafen har trots att de valda punkterna är på samma avstånd från punkt (1, 11). Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för ansatspoängen och ges 0 poäng.

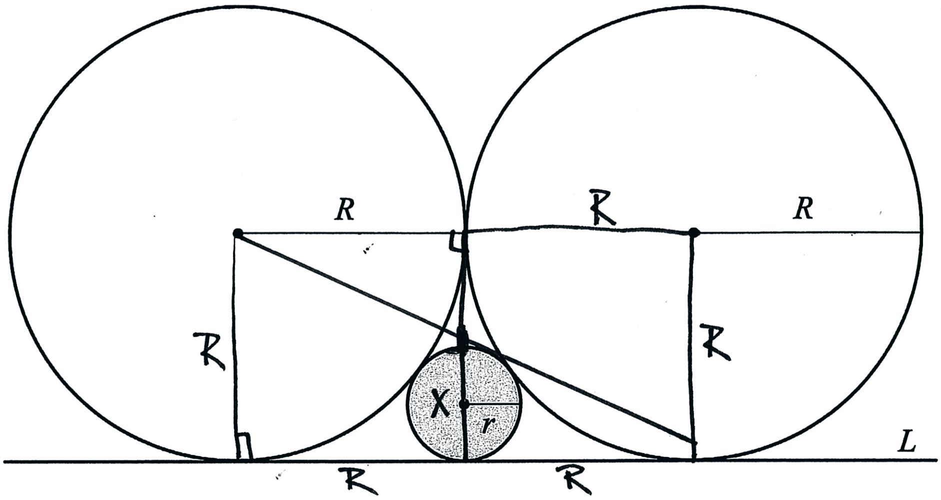
Elevlösningsexempel 13.2 (2 C_{PL})



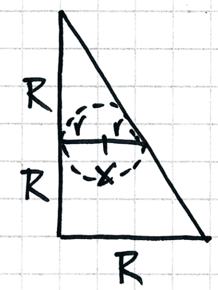
Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas att symmetrilinjen är $x=1$ genom att en lodrät linje är dragen genom minimipunkten på funktionens graf. Därmed anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. I den fortsatta lösningen förklaras inte explicit varför de valda punkterna ligger på samma avstånd från punkten (1, 11) men det troliggörs av figuren. Därmed anses kraven för den andra problemlösningspoängen nätt och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (0 poäng)



Enligt figur i häftet bildar sidorna 2R samt R en rätvinklig triangel enligt nedan



Topptriangelsatsen säger att:

$$\frac{R}{2R} = \frac{x}{R}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{R}$$

$$\frac{R}{2} = x$$

Det innebär att $2r = \frac{R}{2}$

Således innebär det att: $2r = \frac{R}{2}$

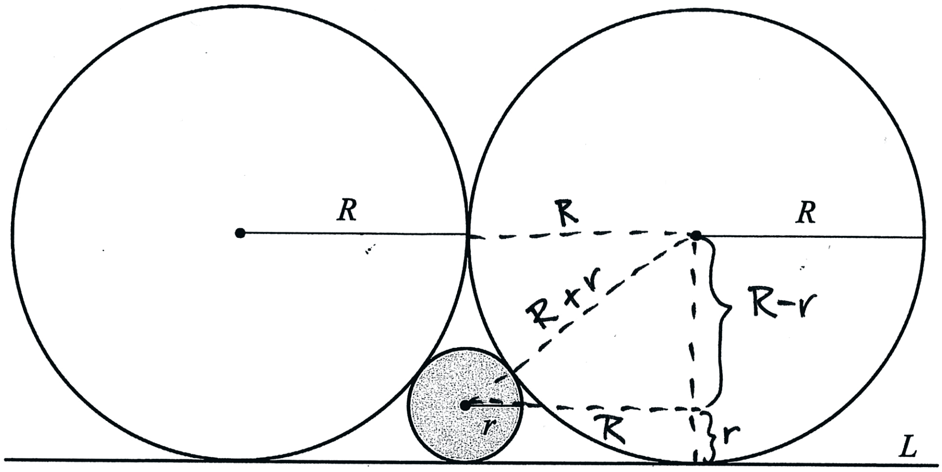
$$2(2r) = R$$

$$4r = R$$

$$\boxed{\frac{R}{r} = 4}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen bygger på antagandet att diagonalen i rektangeln med sidorna R och $2R$ går genom cirkelns högsta punkt. Eftersom detta inte visas anses det inte motsvara en godtagbar ansats. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösningsexempel 16.2 (2 A_{PL} och 1 A_K)

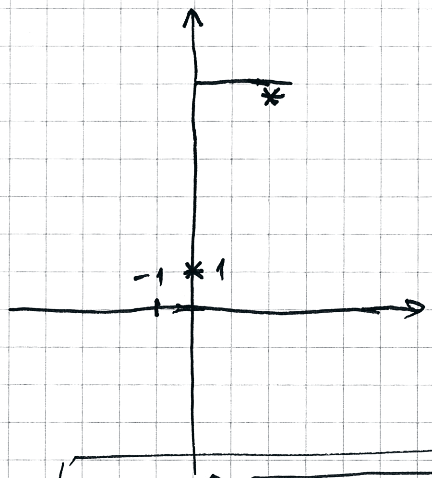


$$(R+r)^2 = (R-r)^2 + R^2 \quad \text{(se bild i provhäftet)}$$
$$R^2 = (R+r)^2 - (R-r)^2$$
$$R^2 = R^2 + 2Rr + r^2 - (R^2 - 2Rr + r^2)$$
$$R^2 = R^2 + 2Rr + r^2 - R^2 + 2Rr - r^2$$
$$R^2 = 4Rr$$
$$\frac{R}{r} = 4 \qquad \text{Svar: } \frac{R}{r} = 4$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är korrekt, men innehåller vissa brister. Till exempel markeras inte rät vinkel i den inritade triangeln i provhäftet vilket är nödvändigt för att Pythagoras sats ska kunna användas. Även hänvisning till Pythagoras sats saknas. I övrigt är lösningen lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen båda problemlösningspoängen på A-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på A-nivå.

Uppgift 18

Elevlösningsexempel 18.1 (2 E_R)



$$\boxed{d = \sqrt{(2-0)^2 + (5{,}8-1)^2} = 5{,}2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är knapphändig men visar en korrekt bestämning av avståndet mellan punkterna och anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda resonemangspoängen på E-nivå.

Uppgift 19b

Elevlösningsexempel 19b.1 (2 E_M)

2st 5 kg och 2st 1 kg vikter

$2{,}2 \cdot 12 + 7{,}6 = 34$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett exempel på hur viktplattorna kan väljas. Detta verifieras genom insättning i ekvationen. Lösningen är knapphändigt redovisad men anses nätt och jämnt uppfylla kraven för båda modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 19c

Elevlösningsexempel 19c.1 (0 poäng)

2,2 är de som är skillnaden
mellan kg & pund
Används för att omvända kg till
pund.

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningen framgår det inte att 1 kg motsvarar 2,2 lb. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 19c.2 (1 C_M)

Multiplicera 2,2 med vikten
för att uppnå (lb).

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningen framgår det inte att vikten mäts i kg. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för ett godtagbart svar.

Elevlösningsexempel 19c.3 (1 C_M)

1 kg = 2,2 lb

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett kortfattat men godtagbart svar där det framgår att 1 kg motsvarar 2,2 lb.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (1 E_B)

2,3 % = 62 st

2,3 % · 43 = 101.2 %

62 · 43 = 2666 svar: ca 2666 makrillar

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningens första rad framgår det underförstått att 12 cm motsvarar två standardavvikelser. Detta anses nätt och jämnt motsvara kraven för begreppspoängen på E-nivå. De fortsatta beräkningarna är inte korrekta och lösningen anses inte motsvara kraven för en godtagbar lösning.

Elevlösningsexempel 20.2 (1 E_B och 1 C_{PL})

$$\frac{62}{2,3} \approx 27$$

26,956 · 100 = 2695 fiskar totalt

Bedömningskommentar till exemplet: Av elevlösningens första rad framgår det underförstått att 12 cm motsvarar två standardavvikelser, trots att det inte nämns. Elevlösningen beräknar hur många fiskar som finns totalt utifrån att 62 st motsvarar 2,3 %. Svaret är godtagbart. Elevlösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för begreppspoängen på E-nivå samt nätt och jämnt kraven för problemlösningspoängen på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (2 C_M)

Svar: Efter 118,5 minuter är det 100000 bakterier/gram i laxbiten

$100x^{15} = 235$

$x^{15} = 2{,}35^{\frac{1}{15}}$

$x = 1{,}058614547$

$1{,}058614547 - 1 = 0{,}058614547 \approx$

$\approx 6\%$ ökning varje minut.

$\frac{\cancel{100} \cdot 1{,}06^x}{\cancel{100}} = \frac{100\,0\cancel{00}}{1\cancel{00}}$

$x \lg 1{,}06^x = \lg 1000$

$\frac{x \cancel{\lg 1{,}06}}{\cancel{\lg 1{,}06}} = \frac{\lg 1000}{\lg 1{,}06}$

$x = 118{,}54\ldots \approx$

$\approx 118{,}5$ minuter

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats eftersom korrekt ekvation ställs upp. Förändringsfaktorn avrundas mitt i lösningen men eftersom lösningen i övrigt är korrekt anses kraven för den andra modelleringspoängen nätt och jämnt vara uppfyllda trots ett felaktigt svar. Lösningen ges två modelleringspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (1 C_M och 1 C_K)

$$235 = 100a^{15}$$

$$2,35 = a^{15}$$

$$a = \sqrt[15]{2,35}$$

$$a = 1,06$$

$$100000 = 100 \cdot 1,06^x$$

$$1000 = 1,06^x$$

$$\lg 1000 = x \cdot \lg 1,06$$

$$x = \frac{\lg 1000}{\lg 1,06}$$

$$x = 121$$

Svar: $x \approx 120$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. På fjärde raden i lösningen avrundas förändringsfaktorn men i den fortsatta lösningen används det oavrundade värdet. Modelleringen anses inte vara fullständig i och med att svaret saknar enhet. Kraven för den andra modelleringspoängen anses därmed inte vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade och formeln för exponentialfunktionen är inte angiven. I övrigt är elevlösningen möjlig att följa och förstå och lösningen anses nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.3 (2 C_M)

$$\frac{235}{100} = \frac{100 \cdot x^{15}}{100}$$

$$2{,}35^{(1/15)} = x^{15(1/15)}$$

$$1{,}0586 = x$$

$$\frac{100000}{100} = \frac{100 \cdot 1{,}0586^{x}}{100}$$

$$1000 = 1{,}0586^{x}$$

$$\frac{\lg 1000}{\lg 1{,}0586} = \frac{x \cdot \lg 1{,}0586}{\lg 1{,}0586}$$

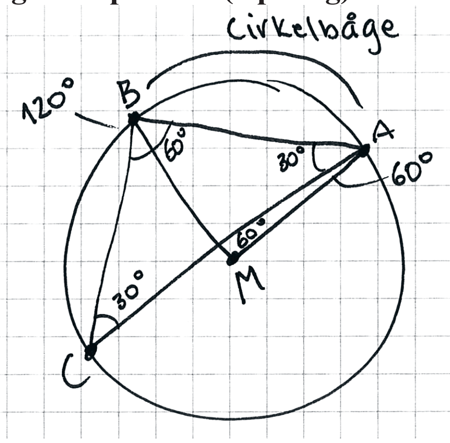
$$x = 121{,}30$$

Svar: Efter c:a 2h och 1min

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen är godtagbar och behandlar uppgiften i sin helhet. Därmed anses kraven för båda modelleringspoängen på C-nivå vara uppfyllda. När det gäller kommunikation definieras inte variabler, generell exponentialfunktionsformel anges inte och variabeln *x* används med två olika betydelser. Sammantaget bedöms lösningen inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 22

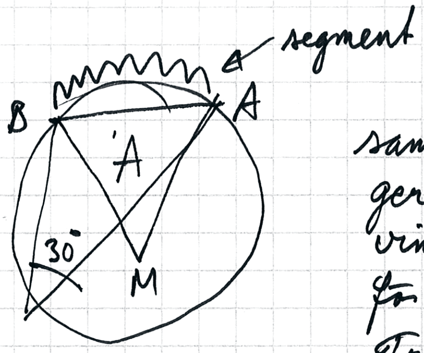
Elevlösningsexempel 22.1 (0 poäng)



ABM = liksidig vilket ger att alla sidor är lika långa

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en ej godtagbar bestämning av medelpunktsvinkeln då hänvisning till randvinkelsatsen saknas. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 22.2 (1 A_R)



sanna segment
ger att medelpunkt
vinkeln är 60°
för $M = 2v$

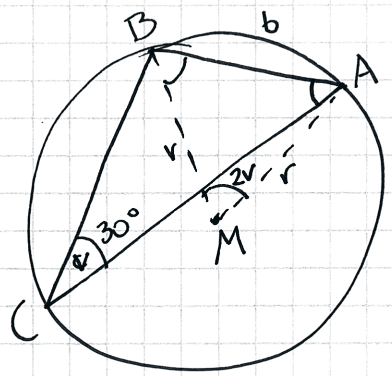
~~Triangel A är
liksidig då båda
linjer går till
medelpunkten och di~~

$$\frac{360°}{60°} = 6$$

cirkelbåge utgör $\frac{1}{6}$ av hela cirkelbågen

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar bestämning av medelpunktsvinkeln med hänvisning till randvinkelsatsen i och med att formeln $M = 2v$ anges. Därmed anses kraven för första resonemangspoängen på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 22.3 (2 A_R)



b = cirkelbågen AB

$$\frac{b}{AB} = 1{,}047$$

Vinkel M = 60°

$$b = \frac{v}{360°} \cdot 2\pi r$$

$$b = \frac{60°}{360°} \cdot 2\pi r$$

$$b = 1{,}047r$$

Triangeln BMA är likbent eftersom två sträckor är lika (radien).

$\angle MBA = \angle MAB$

$M + B + A = 180°$

$60° + B + A = 180°$

$B + A = 120°$

$B = 60° \quad C = 60°$

Alla vinklar i ΔBMA är lika = ΔBMA är liksidig. Sträckan AB = r.

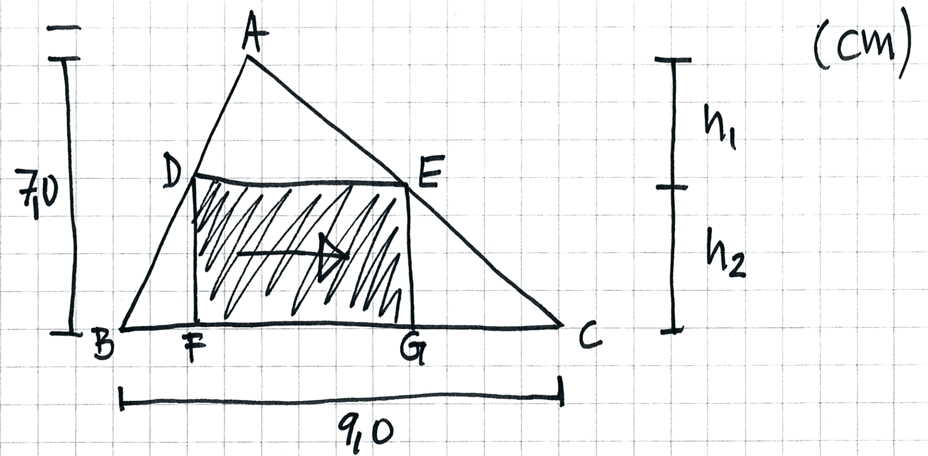
$$\frac{b}{AB} = 1{,}047 \rightarrow \frac{1{,}047r}{r} = 1{,}047, \; 4{,}7\%$$

V.S.B.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat och nyanserat resonemang där det visas att bågen *AB* är 4,7 % längre än kordan *AB*. Däremot hänvisas det inte explicit till randvinkelsatsen, men eftersom det står *v* och 2*v* i figuren bedöms elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för den första resonemangspoängen.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (0 poäng)



Maximal area uppnås då ADE = DBF + EGC

ADE ~ DBF + EGC, se bild

$\Rightarrow$ då $h_1 = h_2$ är ADE = DBF + EGC

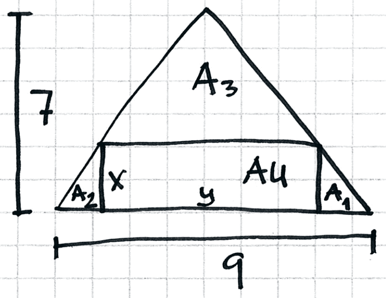
$\Rightarrow$ h_1 & h_2 ska vara $\frac{7,0}{2} = 3,5$ cm

Samma gäller för basen

$\Rightarrow$ största arean $= 3,5 \cdot 4,5 = 15,75 \text{ cm}^2$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen beräknas en area där rektangelns bas sätts till halva triangelns bas och rektangelns höjd sätts till halva triangelns höjd. Att det skulle vara största arean visas inte. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 23.2 (1 A_{PL})



$$A_1 + A_2 = \frac{(9-y)\cdot x}{2} = \frac{9x - xy}{2}$$

$$A_3 = \frac{y(7-x)}{2} = \frac{7y - xy}{2}$$

$$A_{TOT} = \frac{9\cdot 7}{2} = 31{,}5$$

$$A_4 = xy$$

$$A_4 = A_{TOT} - (A_1 + A_2 + A_3) = 31{,}5 - \left(\left(\frac{9x-xy}{2}\right) + \left(\frac{7y-xy}{2}\right)\right) =$$

$$= 31{,}5 - \left(\frac{9x - xy + 7y - xy}{2}\right)$$

$$2xy = 63 - 9x + xy - 7y + xy$$

$$63 - 9x - 7y = 0$$

$$9x + 7y = 63$$

För att få största möjliga area ska förhållandet mellan triangelns bas och höjd vara detsamma som rektangelns bas och höjd. $\left(\frac{7}{9} = \frac{x}{y}\right) \Rightarrow 7y = 9x$

$$\begin{cases} 9x + 7y = 63 & (1) \\ 7y = 9x & (2) \end{cases}$$

$$9x = 63 - 9x$$

$$18x = 63$$

$$x = \frac{63}{18}$$

$$x = 3{,}5$$

$$(2)\quad 7y = 9\cdot 3{,}5$$

$$y = \frac{9\cdot 3{,}5}{7}$$

$$y = 4{,}5$$

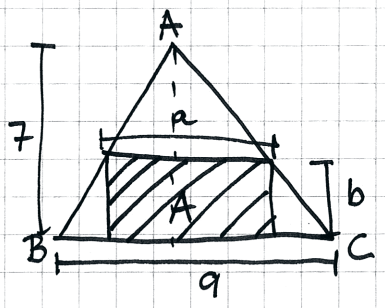
$$\begin{cases} x = 3{,}5 \\ y = 4{,}5 \end{cases}$$

$$A_4 = x\cdot y = 3{,}5 \cdot 4{,}5 = 15{,}75\,\text{cm}^2$$

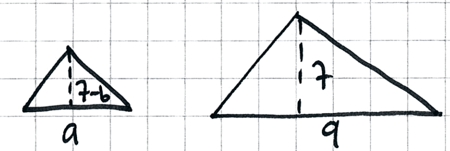
Svar: $15{,}75\ \text{cm}^2$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats. Antagandet att förhållandet mellan triangelns bas och höjd ska vara detsamma som mellan rektangelns bas och höjd är inte allmängiltigt. Därmed anses inte kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningen ges den första problemlösningspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 23.3 (2 A_{PL} och 1 A_K)



$A = a \cdot b$



likformiga

$\frac{a}{9} = \frac{7-b}{7} \Rightarrow a = \left(\frac{7-b}{7}\right) \cdot 9$

$a = \left(1 - \frac{b}{7}\right) \cdot 9 \Rightarrow a = 9 - \frac{9b}{7}$

$A = a \cdot b$

$A = \left(9 - \frac{9b}{7}\right) \cdot b \Rightarrow A = 9b - \frac{9b^2}{7}$

Denna formel är en andragradsfunktion för arean. Jag knappar in $9b - \frac{9b^2}{7}$ i min grafräknare och läser av vertex (maxpunkten). Detta är då arean är som störst. Jag läser av y-koordinaten (som motsvarar Arean) till 15,75.

Svar: Den maximala arean är 15,75 cm^2

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. Den andra problemlösningspoängen erhålls trots att definitionsmängden inte diskuteras. Hänvisning till topptriangelsatsen saknas och hänvisningen till räknaren är knapp i och med att skiss av kurvan saknas. Lösningen anses trots bristerna vara lätt att följa och förstå. Lösningen bedöms nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 A_M)

Om vi antar att vattenytan utgör x-axeln och att symmetrilinjen av den bildade andragradskurvan utgör y-axeln så får vi att punkterna (13,1 ; 0) och (12,3 ; 2,6) ligger på grafen.

2,7+9,6

$y = x^2 + px + q$

$\begin{cases} 0 = 13{,}1^2 + p13{,}1 + q \\ 2{,}6 = 12{,}3^2 + p12{,}3 + q \end{cases}$ $\quad q = -13{,}1^2 - p13{,}1$

$2{,}6 = 12{,}3^2 + p12{,}3 + (-13{,}1^2 - p13{,}1)$

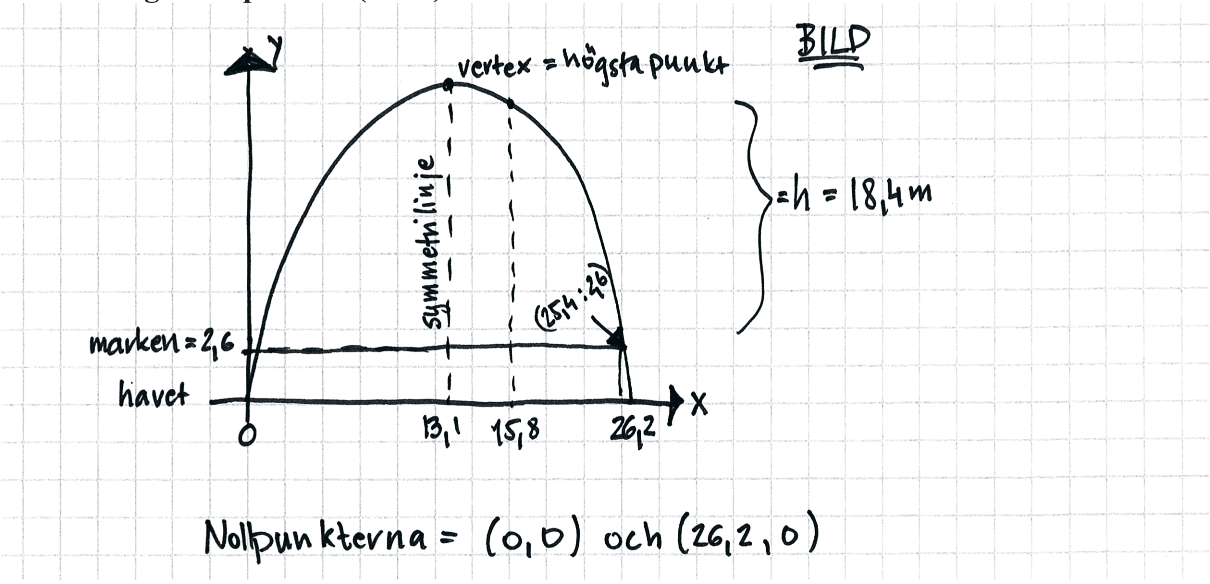
$2{,}6 = -20{,}32 - 0{,}8p$

$p = -28{,}65$

$0 = 13{,}1^2 + (-28{,}65) \cdot 13{,}1 + q \quad \underline{q = 203{,}705}$

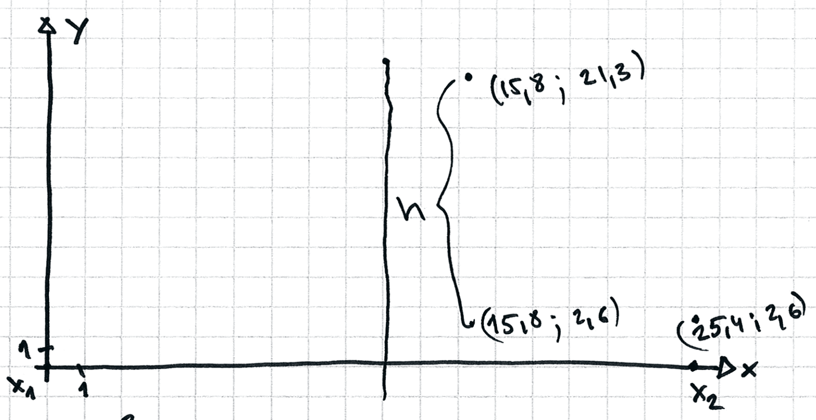
Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges två punkter som krävs för bestämning av andragradsfunktionen i ett definierat koordinatsystem. Dessutom hänvisas det till andragradskurvans symmetri, vilket implicit leder till en tredje punkt som krävs för bestämning av andragradsfunktionen. Därmed anses kraven för ansatspoängen vara uppfyllda. Den fortsatta lösningen är inte godtagbar eftersom andragradsfunktionen ansätts felaktigt då koefficienten för x^2 -termen sätts till 1.

Elevlösningsexempel 24.2 (1 A_M)



Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen anges tre punkter med koordinater, vilket är tillräckligt för att ta fram ett funktionsuttryck för kurvan. Den fortsatta lösningen är inte godtagbar då det inte anges vilka punkter som använts i räknaren, inte hur räknaren använts, inte vilken funktion som erhållits eller hur svaret bestämts. Lösningen anses uppfylla kraven för den första modelleringspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 24.3 (3 A_M)



$ax^2+bx+c=y$ $\quad x_1=0$

$x^2+px+q=0$ $\quad x_2=26,2$

$-\frac{p}{2}$ = symmetrilinje

$p=-26,2$

$c=0$ (grafen går genom origo) $\rightarrow q=0$

$p=\frac{b}{a} \rightarrow b=ap$

$ax^2+pax=0$

$y=ax^2+pax$ $\quad a\neq 0$

$ax^2+pax=y$ $\quad x=25,4$

$25,4^2a-26,2\cdot 25,4a=2,6$ $\quad y=2,6$

$645,16a-665,48a=2,6$

$-20,32a=2,6$

$a=-0,1278$

$-0,1278\cdot -26,2=b$

$3,348\approx b$

$-0,1278x^2+3,348x=y$ $\quad x=15,8$

$-0,1278\cdot(15,8)^2+3,348\cdot(15,8)=y$

$20,994=y$

$\Delta y=h$

$20,994-2,6=h$

$18,39=h$ $\quad$ Svar: $h=18,4$ m

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar ansats och lösning. När det gäller kommunikation är lösningen rörig och inte helt lätt att följa och förstå. Kraven för kommunikationspoängen på A-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen tre modelleringspoäng på A-nivå.