

Part B	Problems 1–8 which only require answers.
Part C	Problems 9–15 which require complete solutions.
Test time	120 minutes for part B and part C together.
Resources	Formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D). Together they give a total of 56 points consisting of 20 E-, 19 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 21 points of which 6 points on at least C-level

C: 28 points of which 11 points on at least C-level

B: 36 points of which 5 points on A-level

A: 43 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

Name: _____

Date of birth: _____

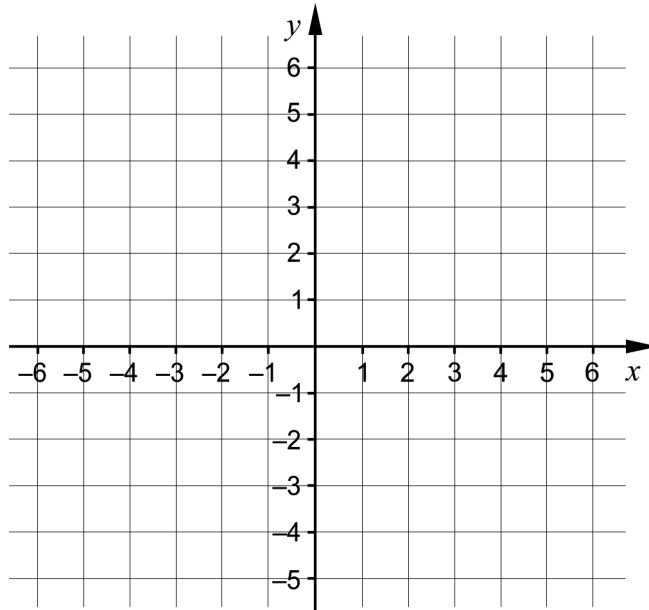
Educational programme: _____

Part B: Digital resources are not allowed. *Only answer is required.* Write your answers in the test booklet.

1. Equations of straight lines can be written in the form $y = kx + m$. A straight line passes through the point (2, 5) and has $m = 1$

a) Draw the line in the coordinate system.

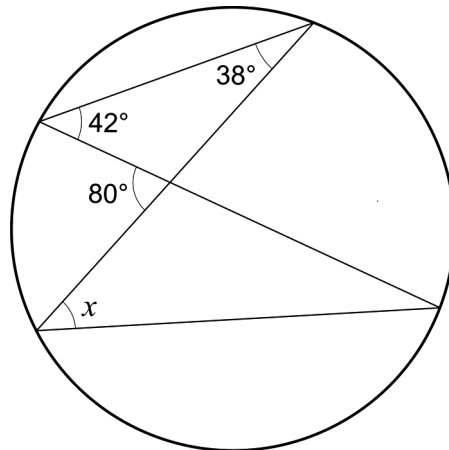
(1/0/0)



b) Write down the equation of the line in the form $y = kx + m$.

_____ (1/0/0)

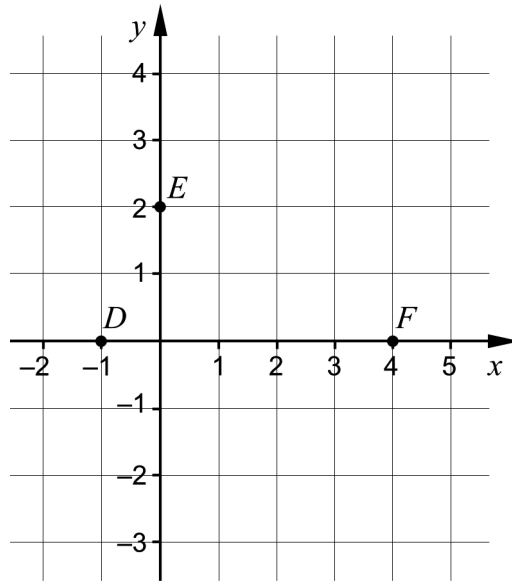
2. In the figure, three angles are given. A fourth angle is marked with x .



Determine the size of the angle x .

_____ (1/0/0)

3. The graph of the quadratic function f , where $y = f(x)$, passes through the points $D(-1, 0)$, $E(0, 2)$ and $F(4, 0)$.

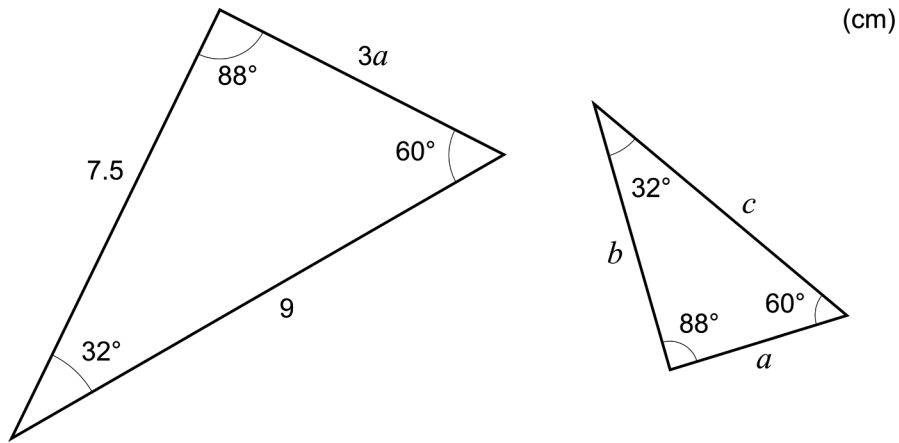


- a) The function f can be written in the form $f(x) = ax^2 + bx + c$
 Determine the constant c . _____ (1/0/0)
- b) The function f has a maximum point.
 Determine the x -coordinate of the maximum point. _____ (1/0/0)

4. Solve the equations

- a) $x^2 + 9 = 0$ _____ (1/0/0)
- b) $\left(\frac{4x-5}{3}\right)\left(\frac{4x-5}{3}\right) = 0$ _____ (0/1/0)
- c) $\sqrt{\sqrt{x+1}} = 2$ _____ (0/1/0)
- d) $5^{2x} = 8$ _____ (0/1/0)

5. The figure shows two triangles with angles 32° , 60° and 88° .



Determine b .

_____ (0/1/0)

6. Simplify as far as possible.

a) $(x-3)(x+3)$

_____ (1/0/0)

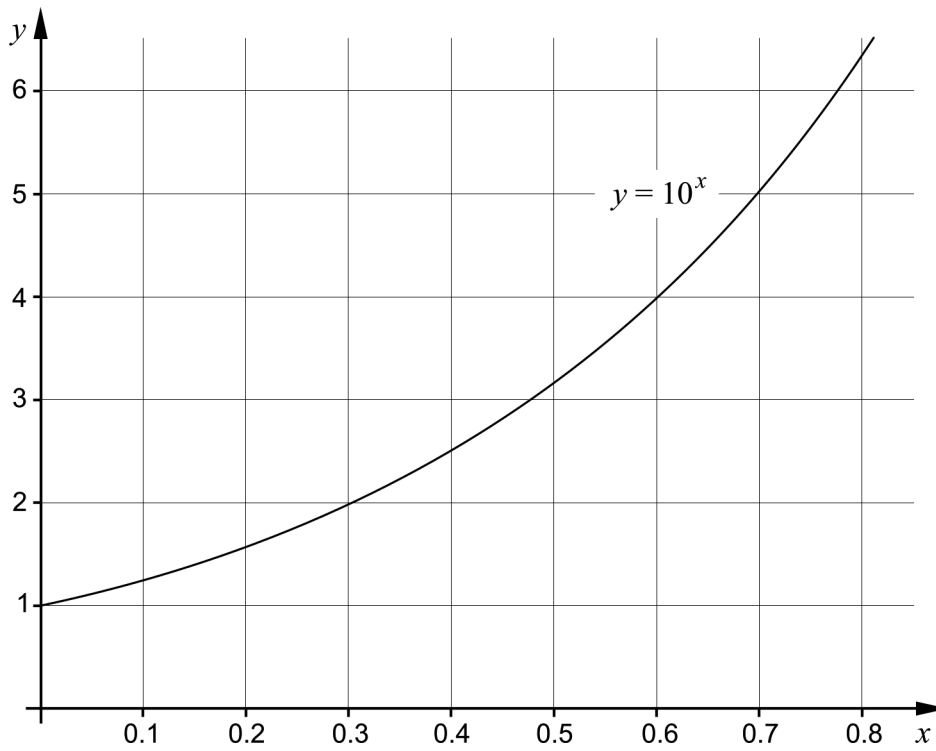
b) $\lg x^6 + \lg x - \lg x^3$

_____ (0/1/0)

c) $(x+1+\sqrt{2x+1})(x+1-\sqrt{2x+1})$

_____ (0/0/1)

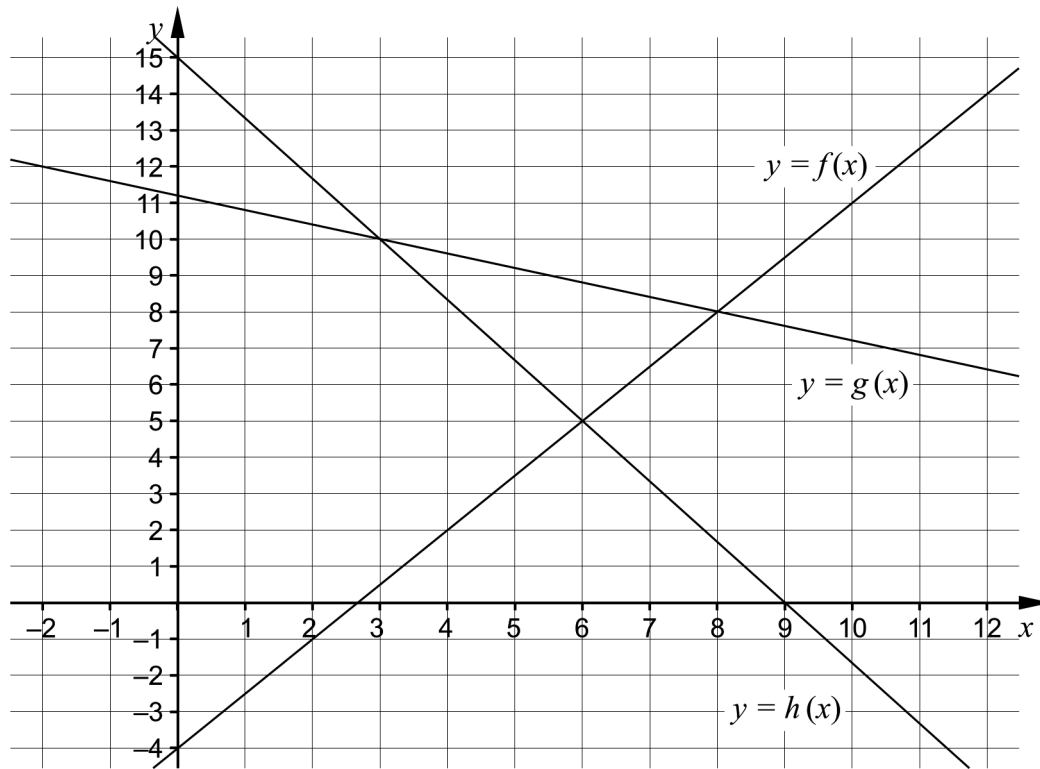
7. The figure shows part of the graph of the function given by $y = 10^x$



Use the graph to determine an approximate value for

- a) $\lg 4$ _____ (1/0/0)
- b) $10^{2.6}$ _____ (0/0/1)

8. The figure shows the graphs of the functions f , g and h .



For what values of x does it hold that $h(x) \leq f(x) < g(x)$?

_____ (0/0/2)

Part C: Digital resources are not allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

9. Solve the quadratic equation $x^2 - 4x - 5 = 0$ algebraically. (2/0/0)

10. The points (3, 15) and (6, 42) lie on a straight line. Determine if this line is parallel to the line $y = 8x - 13$. Justify your answer. (2/0/0)

11. Solve the equation $14 \cdot 1.3^x = 2 \cdot 3.9^x$ and give an exact answer. (0/2/0)

12. Solve the system of equations $\begin{cases} \frac{2x}{5} + y = 4 \\ \frac{3y}{2} = 10 + x \\ 2y + z = 7 \end{cases}$ algebraically. (0/2/0)

13. A quadratic curve has the equation $y = ax^2 + bx + c$ and a straight line has the equation $y = -bx + c$, where a, b and c are non-zero constants. The quadratic curve and the line intersect in two points.

a) Show that one of the points of intersection lies on the y-axis. (0/1/0)

b) Determine the y-coordinate for the other point of intersection, expressed in the constants a, b and c . (0/0/1)

14. The quadratic function f is given by $f(x) = ax^2 - a^2x + 2$, where a is a positive constant.

Determine for what values of a the quadratic function f has no zeros. (0/0/2)

15. The table shows three different means of two numbers a and b .

Arithmetic mean	Quadratic mean	Geometric mean
$\frac{a+b}{2}$	$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$	\sqrt{ab}

Determine the geometric mean of two numbers a and b if their arithmetic mean is 8 and their quadratic mean is 10 (0/0/2)

Part D	Problems 16–25 which require complete solutions.
Test time	120 minutes.
Resources	Digital resources, formula sheet and ruler.

The test consists of three written parts (part B, part C and part D). Together they give a total of 56 points consisting of 20 E-, 19 C- and 17 A-points.

Level requirements for test grades

E: 13 points

D: 21 points of which 6 points on at least C-level

C: 28 points of which 11 points on at least C-level

B: 36 points of which 5 points on A-level

A: 43 points of which 9 points on A-level

The number of points you can get for a complete solution is stated after each problem. You can also see what knowledge levels (E, C and A) you can show in each problem. For example (3/2/1) means that a correct solution gives 3 E-, 2 C- and 1 A-point.

For problems labelled “*Only answer is required*” you only have to give a short answer. For other problems you are required to present your solutions, explain and justify your train of thought and, where necessary, draw figures and show how you use your digital resources.

Write your name, date of birth and educational programme on all the sheets you hand in.

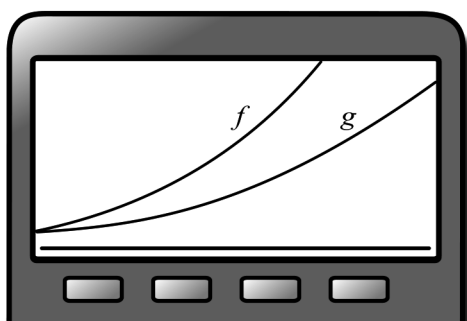
Name: _____

Date of birth: _____

Educational programme: _____

Part D: Digital resources are allowed. Write down your solutions on separate sheets of paper.

16. Write down an equation for a straight line passing through the point $(-1, 2)$.
Only answer is required (1/0/0)
17. Maria plots the graph of a quadratic function and the graph of an exponential function on her graphing calculator. Both graphs pass through the point $(0, 2)$. The point $(0, 2)$ is a minimum point of the quadratic function. The picture shows the window of the graphing calculator.



Maria shows her graphing calculator to Josef and asks him:

“Can you see which graph shows a quadratic function and which shows an exponential function?”






“No, you can't see that. But I know what to do to see it!” says Josef.

What should Josef do with the window on the graphing calculator to be able to determine which graph shows a quadratic function and an exponential function respectively? Justify your answer.

(2/0/0)

18. Cecilia runs a business. Instead of giving her customers Christmas presents, she is planning on buying donation gift cards from a charity.

On the charity's web page there is a list of available donation gift cards.

Donation Gift Card		Quantity
	Water and Hygiene Set 120 SEK	<input type="text"/>
	Oral Rehydration 140 SEK	<input type="text"/>
	Pack of Water Purification Tablets 150 SEK	<input type="text"/>
	Polio Vaccine Set 240 SEK	<input type="text"/>
	Bicycle 750 SEK	<input type="text"/>

Cecilia wants to buy 90 donation gift cards for 15 000 SEK. She has chosen two different kinds of donation gift cards, and sets up a system of equations to determine how many of each kind to order:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 240x + 140y = 15\,000 \end{cases}$$

- a) State which two different kinds of donation gift cards Cecilia has chosen to order. *Only answer is required* (1/0/0)
- b) Determine how many donation gift cards of each kind Cecilia orders. (2/0/0)
19. On one test date, 76 483 people took the test Högscoleprovet. Their results are assumed to be normally distributed with a mean of 0.90 and a standard deviation of 0.40
- Determine how many people, of those who took the test Högscoleprovet on this occasion, got the result of 1.70 or higher according to the normal distribution. (2/0/0)

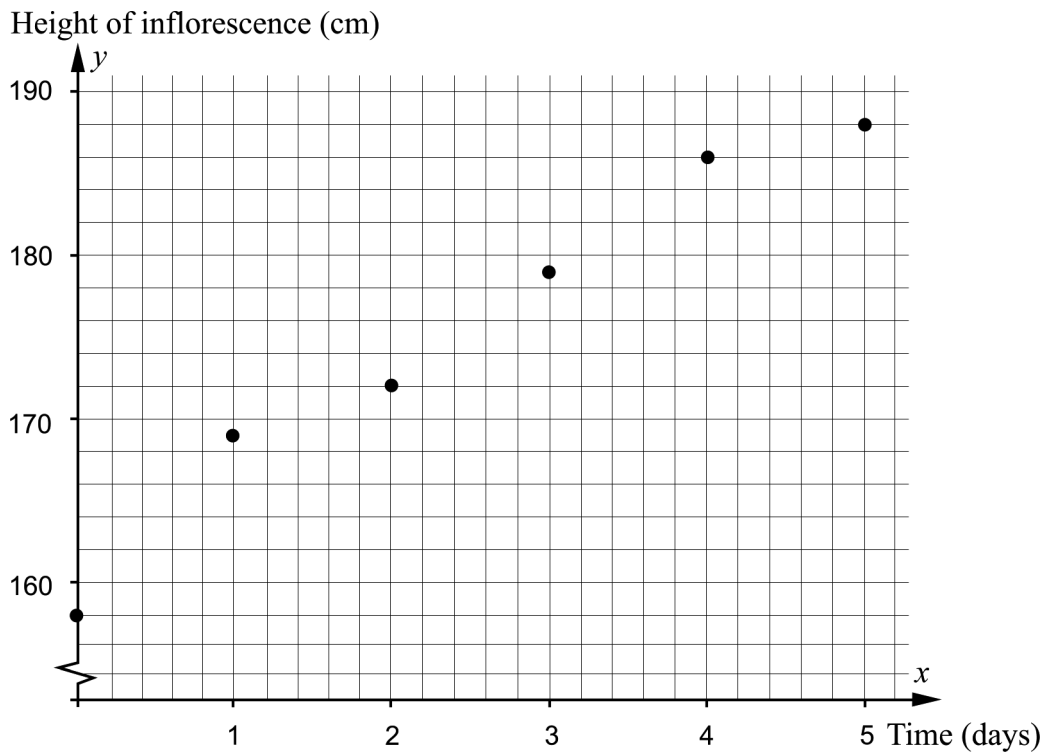
20. The titan arum, *Amorphophallus titanum*, is a carnivorous plant with one of the largest inflorescences in the world which can be up to three metres high. The titan arum is a native plant of West Sumatra, Indonesia.

One specimen of the plant can be found at the Bergius Botanic Garden in Stockholm where it bloomed in July 2013. The height of the inflorescence was measured every morning for six days. The table and the diagram below show the result where y is the height of the inflorescence in cm and x is the time in days after July 2, 2013.

Time x days	Height of inflorescence y cm
0	158
1	169
2	172
3	179
4	186
5	188



Picture: Gunvor Larsson

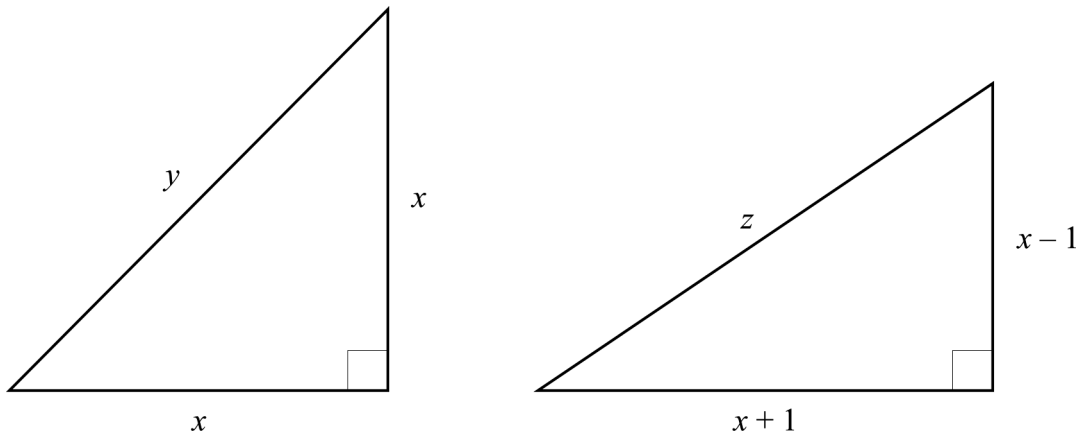


Assume that there is a linear relationship between the height of the inflorescence and time.

Determine how tall the inflorescence would have been in the morning July 9, 2013, if it continued to grow at the same rate according to the linear relationship.

(0/3/0)

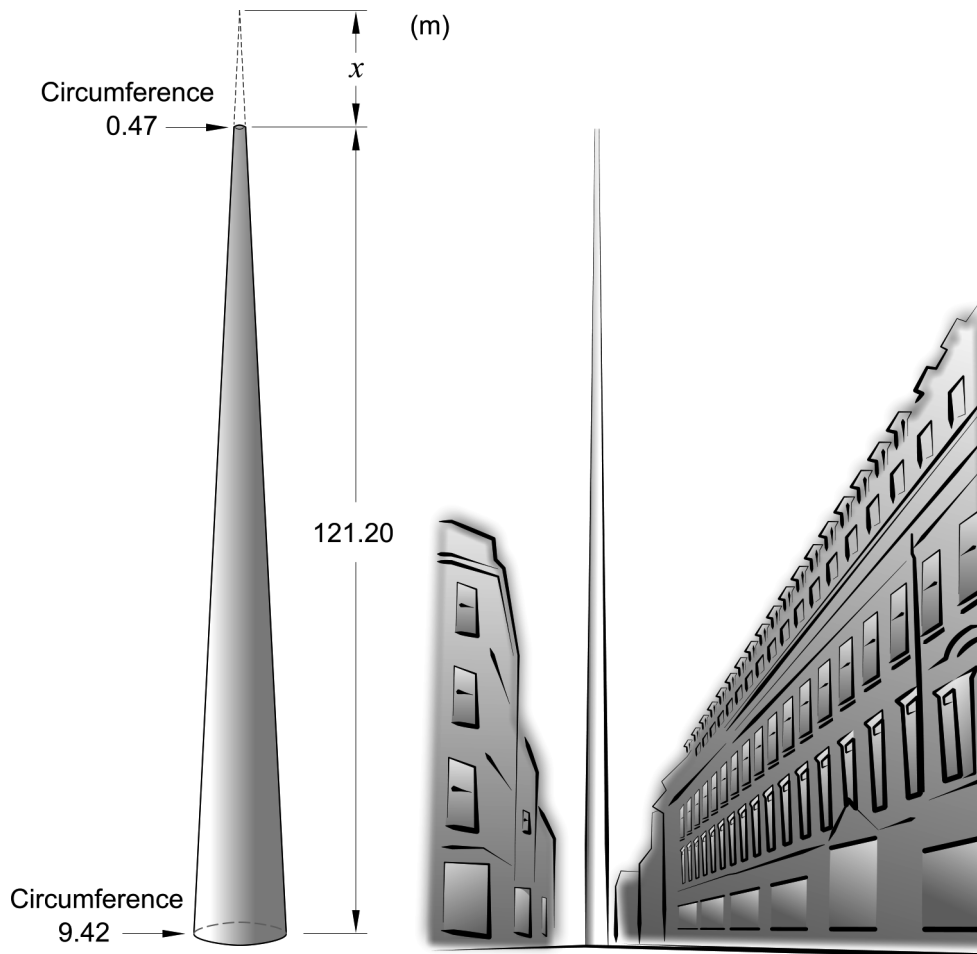
21. The figure shows two right-angled triangles.



Show that $z > y$ for all $x > 1$

(0/2/0)

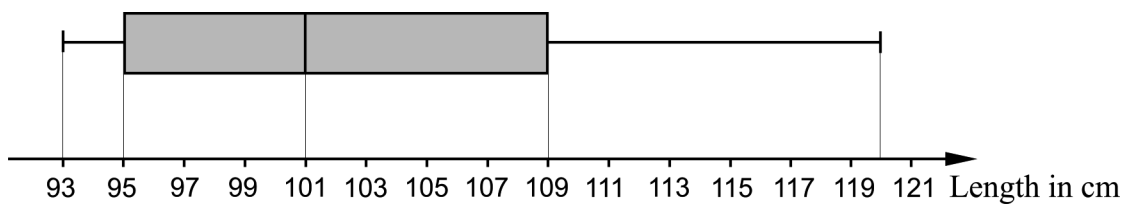
22. The Monument of Light is a work of art in Dublin. It is made of stainless steel and has the shape of a cone where the tip has been cut off. The circumference of the work of art is 9.42 m at the ground and becomes narrower with a circumference of 0.47 m at the top, see figure.



Determine, by calculating x in the figure, how much higher the work of art would be if it had a conical tip.

(0/3/0)

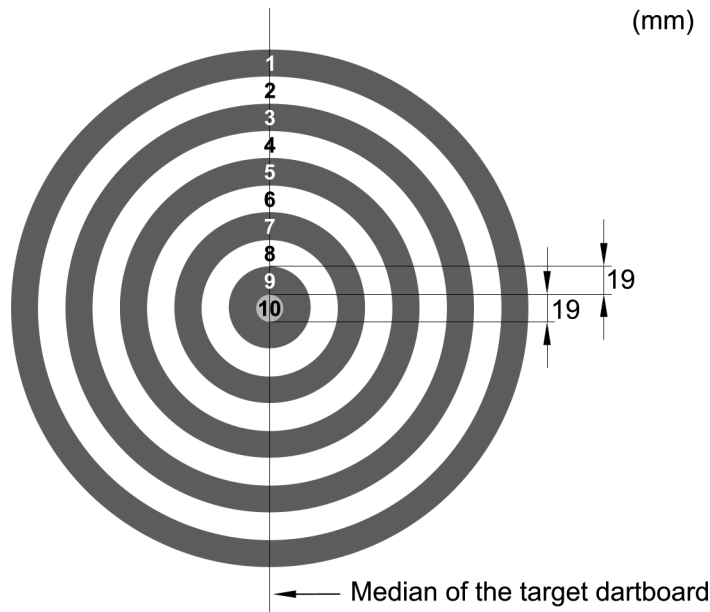
23. At a children's party, one parent measures how tall each of the 7 kids is. He rounds all measurement to whole cm and summarizes the results in the box plot below, see figure.



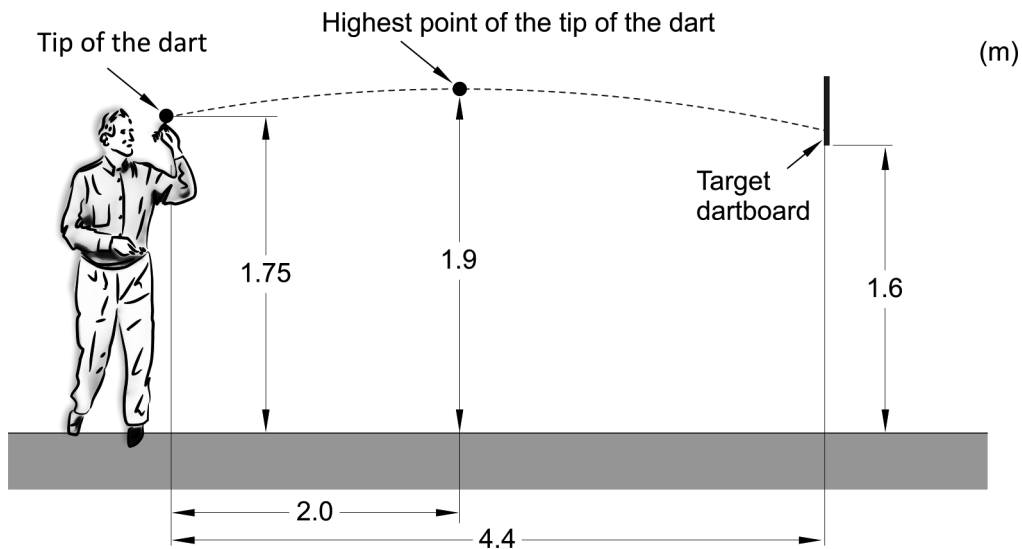
Investigate in which interval the mean of the rounded measurements can lie.

(0/1/1)

24. Arne throws darts at a target dartboard divided into ten circular sections. Each section is 19 mm wide and is marked with a number. The numbers are placed on the median of the target dartboard. See picture.



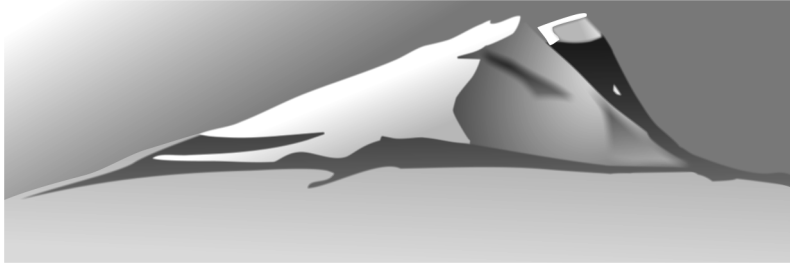
Arne throws the dart, and when it leaves his hand the horizontal distance between the target dartboard and the tip of the dart is 4.4 m. At this point, the tip of the dart is 1.75 m above the ground. After moving 2.0 m in the horizontal direction the tip of the dart reaches its maximum height 1.9 m. During its flight, the tip of the dart traces out a quadratic curve and hits the median of the target dartboard. The bottom of the target dartboard is 1.6 m above the ground. See figure.



Determine which section the tip of Arne's dart hits.

(0/0/4)

25. All living organisms contain carbon-14. When plants and animals die no new carbon is exchanged with the environment and the amount of carbon-14 decreases. In the autumn of 2006, an old shoe made of animal hide was found in the glacier in Jotunheimen in Norway.



The age of the shoe can be estimated by using the technique carbon dating. After 5730 years the amount of carbon-14 has been reduced to half of the initial amount of carbon-14 according to the model

$$y = C \cdot 2^{-kx}$$

where y is the amount of carbon-14 that remains and x is the number of years after the amount of carbon-14 began to decrease. C and k are constants in this model.

Determine what the age of the animal hide in this shoe had in 2006 if the amount of carbon-14 was 65.5% of the original amount of carbon-14.

(0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning.....	4
Läsanvisning.....	4
1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c.....	5
Uppgifter av kortsvarstyp	5
Uppgifter av långsvarstyp	5
Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga	6
Sammanställning av elevresultat	7
Sammanställning till ett provbetyg	7
2. Bedömningsanvisningar	8
Läsanvisning.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov B.....	8
Instruktioner för bedömning av delprov C.....	9
Instruktioner för bedömning av delprov D	11
3. Exempel på bedömda elevlösningar.....	14
Uppgift 9	14
Uppgift 10	14
Uppgift 13a	15
Uppgift 14	17
Uppgift 15	18
Uppgift 17	19
Uppgift 18b	20
Uppgift 20	22
Uppgift 21	24
Uppgift 22	25
Uppgift 23	27
Uppgift 24	28
Uppgift 25	31
4. Instruktioner för sammanställning till ett provbetyg.....	34
Sammanställningen till ett provbetyg i samband med provet i matematik 2c	34
Resultaten på provet i relation till kursbetyget	34
5. Instruktioner för inrapportering av provresultat.....	35
6. Kopieringsunderlag och webbmaterial.....	37
Webbmaterial.....	37
Formulär för sammanställning av elevresultat	38
Provsammanställning – centralt innehåll	39
Centralt innehåll matematik 2c – förkortningar	40

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är i huvudsak att

- stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygssättning
- ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.

De nationella proven kan också bidra till

- att konkretisera kurs- och ämnesplanerna
- en ökad måluppfyllelse för eleverna.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2c. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2c

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges de poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som provas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den huvudsakliga som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa modeller kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E_p
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (...)	+1 E_p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. ...	+1 E _p
med korrekt bestämning av...	+1 E _p
Godtagbar verifiering av...	+1 E _p

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. ...	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. ...
1 E _R	1 E _R och 1 C _R	1 E _R , 1 C _R och 1 A _R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I samband med vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande krav:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.

Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. =, ≠, <, >, ≤, ≥, ≈, ±, $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[n]{\quad}$, $f(x)$, x , y , $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, (), %, {, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. x -led, y -led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, olikhet, reell lösning, komplex lösning, ekvationssystem, rotekvation, falsk rot, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maxi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, rationell exponent, likformighet, rätvinklig, liksidig, likbent, median, medelvärde, variationsbredd, standardavvikelse, normalfördelning, regression
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, satser om likformighet, randvinkelsatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven noteras resultaten i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning



Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.




Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		Max 2/0/0
a)	Godtagbart ritad rät linje	+1 E _P
b)	Korrekt svar ($y = 2x + 1$)	+1 E _P
2.		Max 1/0/0
	Korrekt svar (42°)	+1 E _B
3.		Max 2/0/0
a)	Korrekt svar (2)	+1 E _B
b)	Korrekt svar (1,5)	+1 E _B
4.		Max 1/3/0
a)	Korrekt svar ($x = \pm 3i$)	+1 E _P
b)	Korrekt svar ($x = 1,25$)	+1 C _P
c)	Korrekt svar ($x = 15$)	+1 C _P
d)	Korrekt svar ($x = \frac{\lg 8}{2 \lg 5}$)	+1 C _P
5.		Max 0/1/0
	Korrekt svar (2,5)	+1 C _B




6.		Max 1/1/1
a)	Korrekt svar ($x^2 - 9$)	+1 E _P
b)	Korrekt svar ($\lg x^4$)	+1 C _P
c)	Korrekt svar (x^2)	+1 A _P
7.		Max 1/0/1
a)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (0,6)	+1 E _B
b)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (400)	+1 A _{PL}
8.		Max 0/0/2
	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning, t.ex. ”då x är 6 eller mer och mindre än 8” eller t.ex. $6 < x < 8$	+1 A _B
	med korrekt använda olikhetstecken ($6 \leq x < 8$)	+1 A _K

Instruktioner för bedömning av delprov C

9.		Max 2/0/0
	Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering	+1 E _P
	med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 5, x_2 = -1$)	+1 E _P
	<i>Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”</i>	
10.		Max 2/0/0
	Godtagbar ansats, t.ex. beräknar k -värdet korrekt för linjen genom de givna punkterna, $k = 9$	+1 E _P
	med godtagbart enkelt resonemang med korrekt slutsats	+1 E _R
	<i>Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”</i>	

- 11.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. skriver om ekvationen till $\frac{14}{2} = \left(\frac{3,9}{1,3}\right)^x$ +1 C_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = \frac{\lg 7}{\lg 3}$) +1 C_{PL}
-
- 12.** **Max 0/2/0**
- Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 C_P
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2,5; y = 5; z = -3$) +1 C_P
-
- 13.** **Max 0/1/1**
- a) Godtagbart välgrundat resonemang med godtagbar slutsats +1 C_R
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
- b) Godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{2b^2}{a} + c$) +1 A_P
-
- 14.** **Max 0/0/2**
- Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang som innefattar att
 diskriminanten $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{2}{a}$ ska vara mindre än noll +1 A_R
- med fortsatt resonemang som leder till att $a < 2$ för att funktionen f ska sakna nollställen +1 A_R
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
-
- 15.** **Max 0/0/2**
- Godtagbar ansats, t.ex. ersätter a med $16 - b$ i det kvadratiska medelvärdet
 och förenklar till $256 - 32b + 2b^2 = 200$ +1 A_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\sqrt{28}$) +1 A_{PL}
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 

Instruktioner för bedömning av delprov D

- 16.** **Max 1/0/0**
- Korrekt svar (t.ex. $y = x + 3$) +1 E_{PL}
-
- 17.** **Max 2/0/0**
- Godtagbart enkelt resonemang om hur Josef ska ändra inställningarna +1 E_R
- Godtagbart enkelt resonemang där det framgår hur Josef kan se skillnad mellan funktionernas grafer +1 E_R
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
-
- 18.** **Max 3/0/0**
- a) Korrekt svar (poliovaccinpaket och vätskeersättning) +1 E_M
- b) Godtagbar ansats, bestämmer minst en av variablerna x eller y korrekt +1 E_M
- med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (24 gåvokort med poliovaccinpaket och 66 gåvokort med vätskeersättning) +1 E_M
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 
-
- 19.** **Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. inser att $1,70 = \mu + 2\sigma$ +1 E_{PL}
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (1759) +1 E_{PL}
-
- 20.** **Max 0/3/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. ritar en godtagbart anpassad linje och bestämmer dess lutning till ett värde i intervallet $5,0 \leq k \leq 7,0$ +1 C_M
- med godtagbar bestämning av sambandet utifrån den godtagbart anpassade linjen, t.ex. $y = 5,94x + 160$ +1 C_M
- med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar utifrån sambandet (t.ex. 202 cm) +1 C_M
- Kommentar:* Elevlösning som utgår ifrån en bestämning av sambandet med hjälp av regression på räknare/dator ska bedömas på motsvarande sätt.
- Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"* 

21.

Max 0/2/0

Godtagbar ansats, påbörjar ett välgrundat resonemang genom att teckna en ekvation för z^2 och en ekvation för y^2

eller

genom att teckna en ekvation för z och en ekvation för y

+1 C_R

med i övrigt fortsatt välgrundat resonemang där det visas att $z > y$

+1 C_R

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



22.

Max 0/3/0

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett godtagbart samband utifrån

likformighet, t.ex. $\frac{0,47}{9,42} = \frac{x}{x+121,20}$

+1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (6,4 m)

+1 C_{PL}

Kommentar: För att lösningen ska anses godtagbar och den andra problemlösningspoängen ska erhållas ska antingen diametern alternativt radien användas i likformighetssambandet *eller* så ska en godtagbar motivering ges till varför omkretsen kan användas, t.ex. genom hänvisning till längdskala.

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"

+1 C_K

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



23.

Max 0/1/1

Godtagbar ansats, anger godtagbart var i lådagrammet de sju värdena ska placeras, t.ex. att värdena 93, 101 och 120 finns med och att av de övriga värden ligger två i intervallet $93 \leq \text{längd} \leq 101$ och två i intervallet

$101 \leq \text{längd} \leq 120$

+1 C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar

$(102 \leq \bar{x} \leq 104)$

+1 A_B

Se kapitel 3 "Exempel på bedömda elevlösningar"



24.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, bestämmer koordinaterna för minst tre punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem

eller

bestämmer koordinaterna för två punkter som krävs för lösning av uppgiften i ett definierat koordinatsystem samt visar insikt i att symmetri gäller

+1 A_M

med godtagbar fortsättning, bestämmer en godtagbart anpassad andragsgradsfunktion, t.ex. $y = -0,0375x^2 + 0,15x + 1,75$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Arnes pil hamnar i fält 5”)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”

+1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



25.

Max 0/0/3

Godtagbar ansats, bestämmer ett godtagbart värde på k , $1,745 \cdot 10^{-4}$

+1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (3500 år)

+1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”

+1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”



3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 9

Elevlösningsexempel 9.1 (0 poäng)

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{2^2 + 5}$$

$$x = -2 \pm 3$$

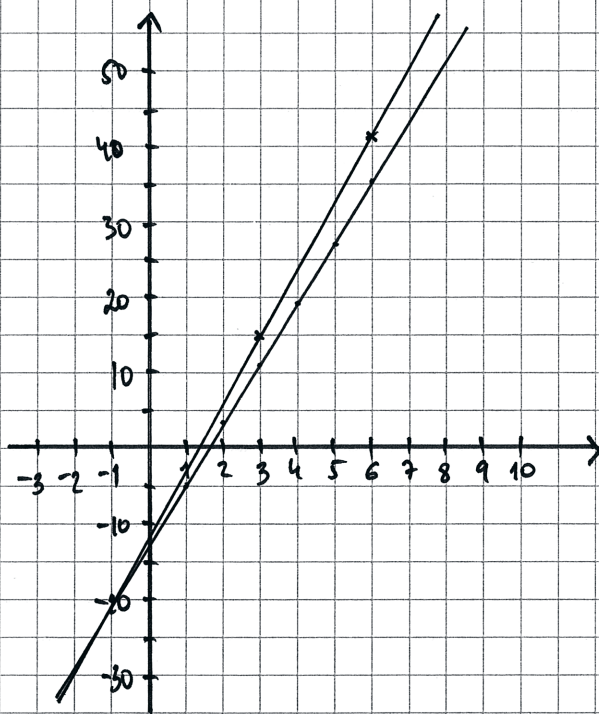
$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -5$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 10

Elevlösningsexempel 10.1 (1 EP)



Svar: linjen är inte parallell med linje $y = 8x - 13$.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en grafisk lösning som anses vara tillräckligt noggrann för att kunna dra slutsatsen att linjerna inte är parallella. Kraven för resonemangspoäng på E-nivå anses inte vara uppfyllda eftersom motivering till varför linjerna inte är parallella saknas.

Elevlösningsexempel 10.2 (1 EP)

$$\text{Punkter} = (3, 15), (6, 42)$$

$$k = \frac{27}{3}$$

$$k = 9$$

Svar: linjerna är ej parallella

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart beräknad riktningskoefficient för linjen genom de givna punkterna. Kraven för resonemangspoäng på E-nivå anses inte vara uppfyllda eftersom det inte framgår hur slutsatsen dras.

Elevlösningsexempel 10.3 (1 EP och 1 ER)

$$(3, 15) - (6, 42) \quad k = 9 \quad y = 3x - 13$$

$$(6, 42) - (3, 15) \quad k = 8$$

$$3, 27 \quad \frac{27}{3} = 9 \quad \underline{9 \neq 8} \quad \text{Nej!}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbart beräknad riktningskoefficient för linjen genom de givna punkterna. Även om motiveringen är knapphändig anses kraven för resonemangspoäng på E-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 13a

Elevlösningsexempel 13a.1 (1 CR)

På y-axeln är $x=0$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y(0) = c$$

$$y = -bx + c$$

$$y(0) = c$$

Dvs. båda kurvorna går genom $(0, c)$

V.S.V.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar med ett välgrundat resonemang att den ena skärningspunkten har koordinaterna $(0, c)$ och att den därmed ligger på y-axeln. Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 13a.2 (1 CR)

Båda funktionerna har konstanttermen c , vilket visar att båda skär y-axeln då $y = c$ V.S.V.

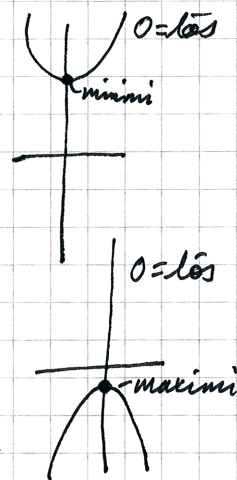
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett välgrundat resonemang som baseras på att båda ekvationerna "har konstanttermen c ". Lösningen anses uppfylla kraven för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (0 poäng)

$$f(x) = ax^2 - a^2 \cdot x + 2$$

Om vi vill att andragradsfunktionen inte ska ha några nollställen så behöver vi få parabeln att antingen ha en hög negativ maximipunkt eller en hög negativ minimipunkt. Dessutom när vet vi att om diskriminanten blir mindre än noll i ekvationen så har vi inga reella rötter = 0 lösningar.



Elevlösningsexempel 14.2 (0 poäng)

$$f(x) = ax^2 - a^2x + 2$$

$$0 = ax^2 - a^2x + 2 \quad (\text{pq-formeln})$$

$$x = \frac{a^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a^2}{2}\right)^2 - 2}$$

ska vara < 0 då blir det ett imaginärt tal och har inga nollställen på x-axeln

Bedömningskommentar till exemplen: Elevlösningsexempel 1 och 2 visar förståelse för att diskriminanten ska vara < 0 men eftersom diskriminanten saknas (elevlösningsexempel 1) respektive är felaktig (elevlösningsexempel 2) anses inte kraven för den första resonemangs-poängen på A-nivå vara uppfyllda. Lösningarna ges noll poäng.

Uppgift 15

Elevlösningsexempel 15.1 (2 APL)

$$\frac{a+b}{2} = 8 \quad a+b = 16$$

$$\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = 10 \quad a = 16-b$$

$$\frac{16 \cdot 16}{2} = 128$$

$$\sqrt{\frac{(16-b)^2 + b^2}{2}} = \sqrt{\frac{16^2 - 32b + b^2 + b^2}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{256}{2} - 16b + b^2}$$

$$\sqrt{\frac{256}{2} - 16b + b^2} = 10 \quad \frac{256}{2} = 128$$

$$128 - 16b + b^2 = 100$$

$$b^2 - 16b + 28 = 0$$

$$b = 8 \pm \sqrt{64 - 28}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 28 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$b = 8 \pm 6$$

$$b_1 = 14 \quad b_2 = 2$$

$$a+b = 16$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{14 \cdot 2} = \sqrt{28}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. Efter beräkning av b_1 och b_2 saknas beräkning av a_1 och a_2 . Trots detta anses kraven för den andra problemlösningspoängen på A-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 17

Elevlösningsexempel 17.1 (0 poäng)

Svar: Han kan via fönstret (WINDOW) göra en större x_{\min} -värde, för då kommer man kunna se att ena linjen går i en kurva uppåt, medans andra kurvan börjar vid en punkt. Den som kurvar uppåt är en andragradsfunktion och den andra är en exponentialfunktion.

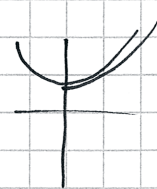
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förklaring till hur fönstret ska ändras men det är inte helt klart vad som menas med "en större x_{\min} -värde". Kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå anses därmed inte vara uppfyllda. Vidare är det oklart vilken sida om y -axeln som andragradsfunktionen "kurvar uppåt". Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Elevlösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 17.2 (2 ER)

Om mer av x -axeln åt vänster syns ser man när andragradsfunktionen ökar i

y -värde igen

dvs. andragradsfunktionen kommer att öka i värde igen eftersom min-
punkten syns



Svar: Flytta fönstret åt vänster.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en förklaring där det framgår att fönsterinställningen ska ändras så att "mer av x -axeln åt vänster syns". Därmed anses kraven för den första resonemangspoängen på E-nivå vara uppfyllda. Förklaringen till hur funktionerna ser ut till vänster om y -axeln är otydlig. Förklaringen tydliggörs av de skissade kurvorna trots att grafen till exponentialfunktionen startar på y -axeln. Sammantaget anses kraven för den andra resonemangspoängen på E-nivå vara nått och jämnt uppfyllda.

Uppgift 18b

Elevlösningsexempel 18b.1 (0 poäng)

$$\textcircled{1} \begin{cases} x + y = 90 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 240x + 140y = 15000 \end{cases}$$

uträknat mha miniräknare

Man har valt att köpa 24 poliovaccinpaket
och 66 vätskeerättningspaket.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en miniräknarlösning där det inte framgår hur miniräknaren har använts. Detta anses inte vara tillräckligt för en godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 18b.2 (1 EM)

$$x + y = 90 \Rightarrow y = 90 - x$$

$$240x + 140y = 15000$$

$$240x - 140x + 12600 = 15000$$

$$100x = 2400$$

$$x = 24$$

$$90 - 24 = 66 = y$$

$$24 \cdot 240 + 66 \cdot 140$$

$$5760 + 9240 = 15000$$

$$\text{SVAR: } x = 24$$

$$y = 66$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett godtagbart löst ekvationssystem. Eftersom variablerna varken är definierade i början av lösningen eller i svaret anses inte kraven för den andra modelleringspoängen vara uppfyllda. Elevlösningen ges den första modelleringspoängen på E-nivå.

Elevlösningsexempel 18b.3 (2 EM)

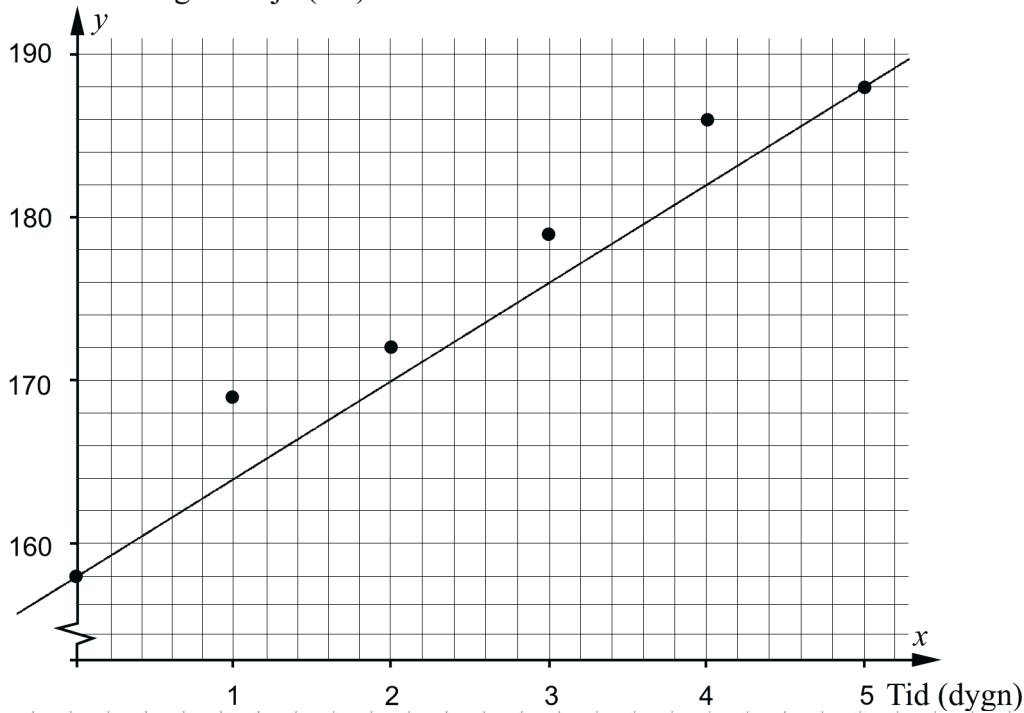
$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot 30 \\ \hline 7200 \end{array}$	$\begin{array}{r} 140 \\ \cdot 60 \\ \hline 8400 \end{array}$	Svar: 24 st poli ovallinpaket 240kr och 66 st väskers säsning 140kr
15600		
$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot 20 \\ \hline 4800 \end{array}$	$\begin{array}{r} 140 \\ \cdot 70 \\ \hline 9800 \end{array}$	
14600		
$\begin{array}{r} 240 \\ \cdot 24 \\ \hline 5760 \end{array}$	$\begin{array}{r} 140 \\ \cdot 66 \\ \hline 9240 \end{array}$	$y = 66$ $x = 24$
$\begin{array}{r} 9240 \\ + 5760 \\ \hline 15000 \end{array}$		$x + y = 90$ $240x + 140y = 15000$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en lösning som bygger på prövning av tre specialfall vilket anses motsvara en systematisk prövning. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Uppgift 20

Elevlösningsexempel 20.1 (0 poäng)

Blomställningens höjd (cm)



$$y = kx + m$$

$(0, 158)$ och $(5, 188)$ ger

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{188 - 158}{5 - 0} = \frac{30}{5} = 6 = k$$

$$m = 158$$

$$y = 6x + 158$$

9 juli \Rightarrow 7 dagar $\Rightarrow x = 7$

$$y = 6 \cdot 7 + 158 = 200$$

Svar: Den skulle ha blivit 2m hög.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en ansats där linjen dras genom första och sista punkten vilket inte anses vara en godtagbar anpassning. Lösningen ges därmed 0 poäng.

Elevlösningsexempel 20.2 (0 poäng)

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ dygn} = 11 \text{ cm} \\ 2 \text{ dygn} = 3 \text{ cm} \\ 3 \text{ dygn} = 7 \text{ cm} \\ 4 \text{ dygn} = 7 \text{ cm} \\ 5 \text{ dygn} = 2 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{Tillväxten/dygn}$$

Jag räknar ut genomsnittstillsväxten \Rightarrow

$$30 \text{ cm} / 5 \text{ dygn} = 6 \text{ cm} / \text{dygn i snitt}$$

Eftersom det återstår 2 dygn till 9 juli

gånger jag genomsnittet med 2.

$$6 \text{ cm} \cdot 2 = 12 \text{ cm} \text{ och + det på växten den}$$

$$7 \text{ juli.} \Rightarrow$$

$$188 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$$

Svar: 200 cm 9 juli 2013

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en beräkning av växtens genomsnittliga tillväxt under 5 dygn. Detta är inte en godtagbar metod eftersom det innebär att det endast är första och sista punkten som används. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösningsexempel 20.3 (3 Cm)

Jag använde mig av linjär regression på väknaren

$$y = 5,942857143x + 160,4761905$$

9-2 = 7 dygn efter 2:a juli

$$y = (5,942857143 \cdot 7) + 160,4761905 \approx$$

$$\approx 202 \text{ cm}$$

Svar:

Blomställningen skulle vara ca: 202 cm hög.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar anpassning med räknare. Lösningen anses uppfylla kraven för alla tre modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösningsexempel 21.1 (1 Cr)

$$Y^2 = X^2 + X^2$$

$$Y^2 = 2X^2$$

$$Z^2 = (X+1)^2 + (X-1)^2$$

$$Z^2 = (X^2 + 2X + 1) + (X^2 - 2X + 1)$$

$$Z^2 = 2X^2 + 2$$

Svar: Satt länge $x > 1$ så är
 $z > y$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt tecknade ekvationer för z^2 och y^2 . Trots att hänvisning till Pythagoras sats saknas anses kraven för den första resonemangspoängen vara uppfyllda. Slutsatsen i svaret dras inte utifrån uttryck för z och y och motivering saknas till varför $z^2 > y^2$ medför att $z > y$. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda. Sammantaget ges lösningen den första resonemangspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 21.2 (2 CR)

$$y = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2}$$

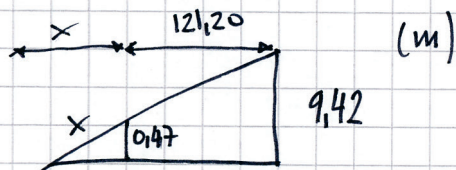
$$z = \sqrt{(x+1)^2 + (x-1)^2} = \sqrt{x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 + 2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x^2 + 2} > \sqrt{2x^2}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar korrekt tecknade ekvationer för z och y . Trots att hänvisning till Pythagoras sats saknas anses kraven för den första resonemangspoängen vara uppfyllda. På sista raden dras ingen tydlig slutsats men lösningen anses trots detta nätt och jämnt uppfylla kraven för den andra resonemangspoängen på C-nivå. Sammantaget ges lösningen båda resonemangspoängen på C-nivå.

Uppgift 22

Elevlösningsexempel 22.1 (1 CPL)



$$9,42 - 0,47 = 8,95$$

$$\frac{0,47}{8,95} = \frac{x}{121,20} = 0,0525 \dots$$

$$0,0525 \dots \cdot 121,20 = x = 6,36$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en beräkning som grundar sig på likformighet hos trianglar. Motivering saknas till varför omkretsen kan användas i likformighetssambandet och därmed uppfylls inte kraven för andra problemlösningspoängen på C-nivå.

Elevlösningsexempel 22.2 (2 CPL och 1 CK)

Ta reda på x

$$R_1 = \frac{9,42}{\pi_2} = 1,5$$

$$R_2 = \frac{0,47}{\pi_2} = 0,0748$$

$$\frac{x}{0,0748} = \frac{121,20 + x}{1,5}$$

$$1,5x = 9 + 0,0748x$$

$$1,4252x = 9$$

$$x \approx 6,3$$

Svar: Den hade varit $\approx 6,3$ m högre

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation saknas förklaringar till vad R_1 och R_2 betecknar samt att det är likformighet som används. I övrigt är lösningen välstrukturerad, möjlig att följa och förstå och symboler används på ett godtagbart sätt. Sammantaget anses kraven för kommunikationspoäng på C-nivå nått och jämnt vara uppfyllda.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 CB)

Om vi testar att ta de två ökända och väljer de minsta möjliga alltså 96 och 102 då får vi uträkningen

$$\text{medelvärde} = \frac{93+95+96+101+102+109+120}{7} =$$

$$\approx 102 \text{ cm}$$

Nu testar vi att ta de två högsta ökända alltså 100 och 108.

$$\text{medelvärde} = \frac{93+95+100+101+108+109+120}{7} =$$

$$\approx 104 \text{ cm}$$

medelvärde kan ligga mellan 102 och 104 cm

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar var i lådagrammet de sju värdena ska placeras. Därmed anses kraven för begreppsöingen på C-nivå vara uppfyllda. Eftersom ingen förståelse visas för att några av barnen kan ha samma längd anses inte kraven för begreppsöing på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 23.2 (1 CB och 1 AB)

$\underline{93}$ $\underline{95}$ $\overset{101}{\underline{95}}$ $\underline{101}$ $\overset{109}{\underline{101}}$ $\underline{109}$ $\underline{120}$

minsta $\bar{x} = 102$

största $\bar{x} = 104$

Medelvärdet av längderna kan ligga

från 102 till 104

Jag räknade ut största och minsta möjliga medelvärde.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar var i lådagrammet de sju värdena ska placeras. Trots att lösningen är knapphändig visas förståelse för att några av barnen kan ha samma längd och vilka längder som ger det största respektive det minsta medelvärdet. Kraven för begreppsöppning på A-nivå anses trots den knapphändiga redovisningen vara nått och jämnt uppfylla.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (2 AM och 1 AK)

Angivna punkter om vi sätter där pilen startar som $(0, 0)$, där pilen når sin högsta punkt är $(2, 0,15)$ och pilen landar är $(4, 0)$.

Eftersom att maximipunkten är där $x=2$ och nollställena är lika långt ifrån varandra och ett nollställe är $x=0$, måste det andra vara $x=4$

$2-2=0$ $2+2=4$

$ax^2+bx+c=0$, tre angivna koordinater: $(0,0)$, $(2;0,15)$ och $(4,0)$.

Använder miniräknaven, QuadReg och får en andragradare med $a = -0,0375$, $b = 0,15$, $c = 0$.

Fortsättning på nästa sida.

Ritar min andragradare i räknaren $x=4,4$ medför
 att $y=-0,066$ som innebär att pil-en tappat $0,066$ m
 i höjd under färden. Pilen befinner sig
 $1,75-0,066=1,684$ m över marken. $1,684-1,6=0,084$ m =
 $=84$ mm upp på tavlan. $\frac{84}{19} = 4,42$
 Alltså befinner sig pilen på fält 4.
Svar: Fältet där man får 4 poäng.

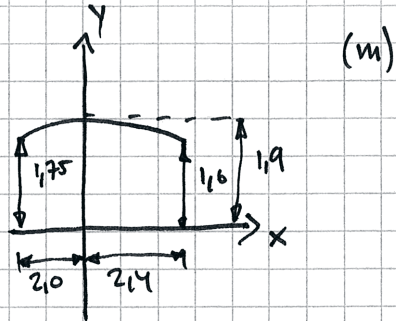
Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning med ett felaktigt svar. I och med att svaret blir fel anses inte kraven för den tredje modelleringspoängen vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och behandlar uppgiften i sin helhet. Trots att den tredje modelleringspoängen inte ges anses elevlösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Sammantaget ges lösningen de två första modelleringspoängen på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (3 A_M och 1 A_K)

Punkt 1 (0; 1,75)
 sym. $\left\{ \begin{array}{l} 2 (2; 1,9) \\ 3 (4; 1,75) \end{array} \right.$ kvadreg
 $y = -0,0375x^2 + 0,15x + 1,75$
 när $x=4,4$ $y=1,684$
 vilket ger 84 mm upp på tavlan
 $\frac{84}{19} \approx 4,42$
 det betyder att han träffade
 circl nr 5

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en räknarlösning med godtagbart svar. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå samt innehåller alla väsentliga delar även om förklaringar och motiveringar är knapphändiga. Sammantaget ges lösningen de tre modelleringspoängen på A-nivå samt nätt och jämnt kommunikationspoängen på A-nivå.

Elevlösningsexempel 24.3 (3 AM och 1 AK)



①

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$b = -(0 \cdot 2) = 0$$

$$c = 1,9$$

$$a = ?$$

$$\Rightarrow y = ax^2 + 1,9$$

② (ej skalenlig)

sätter vi:

$$x = -2,0 \text{ och vet att då är } y = 1,75$$

$$y = ax^2 + c$$

$$1,75 = a \cdot (-2,0)^2 + 1,9$$

$$\frac{-0,15}{4} = \frac{a \cdot 4}{4}$$

$$a = -0,0375 \Rightarrow y = -0,0375x^2 + 1,9$$

$x = 2,4 \text{ m}$ ger:

$$y = -0,0375 \cdot 2,4^2 + 1,9 = 1,684 \text{ m}$$

tavlans ^{nederkant} sitter 1,6 m från marken.

$$1,684 - 1,6 \text{ m} = 0,084 \text{ m} = 84 \text{ mm}$$

Pilen träffar 84 mm från tavlans nederkant.

$$\frac{84}{19} \approx 4,4$$

Pilen träffar 4,4 fält från tavlans nederkant, alltså i det 5:e

Svar: Pilen träffar i 5 poängs fältet.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen sätts y-axeln som symmetrilinje vilket gör att de två punkterna $(-2; 1,75)$ och $(0; 1,9)$ är tillräckliga för bestämning av andragsgradsfunktionen och därmed anses det även att det visats insikt i att symmetri måste gälla. När det gäller kommunikation innehåller lösningen alla väsentliga delar. Trots att det inte är tydligt hur konstanten b beräknas anses lösningen i övrigt vara lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen de tre modelleringspoängen på A-nivå samt kommunikationspoängen på A-nivå.

Uppgift 25

Elevlösningsexempel 25.1 (2 AM)

$$\begin{cases} 0,5 = C \cdot 2^{-k \cdot 5730} & \textcircled{1} \\ 0,655 = C \cdot 2^{-kx} & \textcircled{2} \\ 1 = C \cdot 2^{-k \cdot 0} \Rightarrow C = 1 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad 0,5 = 2^{-k \cdot 5730} \Rightarrow -5730k = \frac{(\lg 0,5)}{(\lg 2)} = -1$$

$$\Rightarrow k = 1,745 \cdot 10^{-4}$$

$$\textcircled{2} \quad 0,655 = 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} x} \Rightarrow -1,745 \cdot 10^{-4} x = \frac{\lg 0,655}{\lg 2} =$$

$$-0,61043 \Rightarrow x = \frac{-0,61043}{-1,745 \cdot 10^{-4}} \approx 3498$$

SVAR: skollen var ca 3500 år

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. När det gäller kommunikation är lösningen inte lätt att följa och förstå eftersom de två första ekvationerna saknar C i vänsterledet och bestämningen av C i den tredje ekvationen är otydlig. Lösningen anses därmed inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 25.2 (2 AM och 1 AK)

$$y = C \cdot 2^{-kx}$$

C är grundmängden (100% = 1)

$$0,5 = 1 \cdot 2^{-k \cdot 5730}$$

$$\lg 0,5 = \lg 2^{-k \cdot 5730}$$

$$\lg 0,5 = -k \cdot 5730 \cdot \lg 2$$

$$k = \frac{\lg 0,5}{\lg 2} / -5730 \approx 1,745 \cdot 10^{-4}$$

des. $y = C \cdot 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$

$$0,655 = 1 \cdot 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$$

$$\lg 0,655 = \lg 2^{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x}$$

$$\lg 0,655 = -1,745 \cdot 10^{-4} \cdot x \cdot \lg 2$$

$$x = \frac{\lg 0,655}{-1,745 \cdot 10^{-4} \cdot \lg 2}$$

$$x \approx 3498$$

SVAR: 3500 år

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. När det gäller kommunikation är lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.

Elevlösningsexempel 25.3 (2 AM och 1 AK)

Halveringstid kol-14 = 5730 år

$$y = C \cdot 2^{-kx} \text{ kan skrivas } y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$$

Där $y = \%$ efter t antal år

$$y_0 = \% \text{ vid start} \rightarrow y_0 = C$$

t = tid som passerat

$$t_{1/2} = \text{halveringstid} \rightarrow k = \text{konstant}$$

$$65,5\% = 0,655 \quad 100\% = 1$$

$$0,655 = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$$

$$\lg(0,655) = \lg(0,5) \cdot \frac{t}{5730}$$

$$\frac{\lg(0,655)}{\lg(0,5)} = \frac{t}{5730}$$

$$0,61 = \frac{t}{5730}$$

$$t = 3497$$

Svar: Skon var drygt 3500 år gammal,
när den hittades 2006

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar en godtagbar lösning. När det gäller

kommunikation skrivs den givna modellen om till $y = y_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$ utan härledning. I övrigt är

lösningen välstrukturerad, lätt att följa och förstå och matematiska symboler används med god anpassning till situationen. Sammantaget ges lösningen alla poäng som är möjliga att få.